

PROFESSIONALISERING VAN DOCENTEN AAN DE HAND VAN LESSON STUDY

Msc Scriptie Educatie in de
Bètawetenschappen

AUTEUR:
JASPER EGBERINK

BEGELEIDERS:
TOM COENEN, HANNIE LENSINK

22 AUGUSTUS 2024

Voorwoord

Voor u ligt de scriptie ter afronding van het Onderzoek van Onderwijs. Deze scriptie is niet alleen de afronding van een interessant onderzoek dat ik heb kunnen doen, maar ook de afronding van mijn master Educatie in de Bètawetenschappen. Ik zal altijd met veel plezier terugkijken op mijn tijd als student in Enschede.

Ik wil mijn begeleiders Tom Coenen en Hannie Lensink bedanken voor hun hulp bij dit onderzoek en het schrijven van dit document. De feedbacksessies hebben mij erg geholpen dit onderzoek op een goede manier uit te voeren en mijn onderzoeksvaardigheden verder te ontwikkelen. Bedankt voor de begeleiding.

Ik wil ook graag mijn vriendin, familie en vrienden bedanken voor hun steun en hulp tijdens dit onderzoek en mijn hele studententijd. Jullie hebben me altijd gemotiveerd om mijn studie op een goede manier af te ronden.

Veel leesplezier!

Jasper Egberink
Enschede, Augustus 2024

Inhoudsopgave

Voorwoord.....	1
1. Introductie	3
1.1 Motivatie en probleemstelling	3
1.2 Onderzoeksvragen	4
2. Theoretisch kader	5
2.1 Lesson Study	5
2.2 Docentprofessionalisering in het IMPG.....	7
2.3 Introductie cosinusregel.....	10
3. Onderzoeksmethode en instrumenten	13
3.1 Participanten en proces	13
3.2 Onderzoeksinstrumenten	14
3.3 Analyse.....	17
4. Resultaten.....	19
4.1 Ontwikkeling lesopzet	19
4.2 Overzicht signaalwoorden	20
4.3 Ontwikkelingen docent 1.....	22
4.4 Ontwikkelingen docent 2.....	25
5. Conclusie	29
6. Discussie en aanbevelingen	33
Referenties.....	35
Bijlage A: Afleiding cosinusregel in Tuna & Kacar (2013).....	38
Bijlage B: Signaalwoorden	39
Bijlage C: Opzet interviews	40
Bijlage D: Uitwerking interviews.....	42
Bijlage E: Aantekeningen bijeenkomsten	49
Bijlage F: Voorspellingen leerproces.....	54
Bijlage G: Ingevulde reflectietabellen.....	55
Bijlage H: Lesopzet originele les.....	57
Bijlage I: Lesopzet na evaluatie	59
Bijlage J: Observaties.....	62

1. Introductie

1.1 Motivatie en probleemstelling

Motivatie

In de minor Leren Lesgeven aan de Universiteit Twente, wordt een onderdeel Lesson Study gedaan door de student. Hierin wordt de methode van Lesson Study gehanteerd om docenten zich te laten ontwikkelen door een lessenserie over een bepaald onderwerp te ontwerpen. Voor mijn eigen minortraject heb ik dit ook gedaan, maar aangezien er ook veel andere onderdelen bij het schoolpracticum voorbij kwamen, heb ik naar mijn idee niet genoeg kunnen focussen op deze methode.

Bij het doorlopen van de Lesson Study cyclus hebben we met het team wel kunnen kijken naar een lesontwerp en hier verbeteringen in aangebracht. Ondanks het tekort aan tijd was het ontwerpen van een les binnen dit team al erg nuttig. We hebben in deze les kunnen experimenteren met een werkvorm waarbij de leerlingen rekenregels leerden aan de hand van een wedstrijd tussen een aantal groepjes. De werkvorm werkte erg goed om de leerlingen te motiveren en een routine te laten opbouwen. Ik zou graag nog eens een Lesson Study cyclus willen doorlopen waarbij hier meer tijd voor is, om uit te vinden wat docenten kunnen leren van het uitvoeren van een Lesson Study.

Daarom heb ik besloten om in mijn Onderzoek van Onderwijs te focussen op Lesson Study en te onderzoeken hoe Lesson Study kan bijdragen aan de professionele ontwikkeling van docenten. Hiervoor zal ik met twee sectiegenoten van het Carmelcollege Salland een Lesson Study cyclus doorlopen en kijken welke effecten dit heeft op hun ontwikkeling.

Probleemstelling

Startende docenten moeten tijdens de eerste jaren van hun loopbaan zorgen dat ze gewend raken aan het werken op een school en in het schoolsysteem. Verder moeten ze een routine inbouwen in hun lessen, zich pedagogisch en didactisch ontwikkelen en in contact komen met verschillende vormen van lesgeven. Dit alles om hun professionele identiteit als docent te ontwikkelen (Pillen, Beijaard & den Brok, 2013). Docentprofessionalisering heeft een gunstig effect op de kwaliteit en innovatie van het onderwijs (Vrieling et. al., 2022). Daarom is het belangrijk dat docenten bezig blijven zich professioneel te ontwikkelen.

Er wordt voor docenten tijd en geld vrijgemaakt om zich professioneel te blijven ontwikkelen. Dit wordt regelmatig gedaan via cursussen, (vervolg)opleidingen en andere methoden van zogenaamd 'formeel leren'. De nadelen aan die methoden voor professionele ontwikkeling is echter dat er vaak weinig van deze kennis wordt toegepast in de praktijk en dat de methoden van 'formeel leren' niet altijd aansluiten op specifieke situaties uit de praktijk. (Diepstraten et. al., 2010)

Lesson Study is een methode om docenten binnen een *community of learners* van elkaar te laten leren en de nieuwe ideeën die worden opgedaan ook uit te proberen in de klas. Daarmee draagt Lesson Study bij aan de professionele ontwikkeling van de docent (Verhoef & Tall, 2011). Één van de voordelen van Lesson Study is ook dat het effect heeft op de lespraktijk van de deelnemende docenten. Lesson Study kan verder worden ingezet om een probleem in de lespraktijk aan te pakken.

Zoals hierboven beschreven staat, is het gebruik van Lesson Study een geschikte methode om problemen op te lossen uit de praktijksituatie van docenten. Op het Carmel college Salland kwam een probleem naar voren bij de introductie van de cosinusregel. De leerlingen hadden moeite met het toepassen van de regel in verschillende contexten. De lesgevende docenten vermoedden dat het begrip van leerlingen over deze regel kon worden verbeterd door de introductie van de cosinusregel anders te doen.

Om dit probleem aan te pakken, is ervoor gekozen een Lesson Study cyclus te doorlopen waarbij wordt gekeken naar de introductie van de cosinusregel. Het doel van de nieuwe aanpak was om de introductie van de cosinusregel zodanig te doen, dat leerlingen de regel beter leerden toepassen in verschillende contexten.

Zoals hierboven benoemd is de professionele ontwikkeling van docenten belangrijk om de kwaliteit van onderwijs te kunnen waarborgen. Daarom is het dus ook belangrijk dat de methoden die worden ingezet voor docentprofessionalisering goed werken. Aan de hand van dit onderzoek wordt gekeken welke effecten het gebruik van Lesson Study heeft op de ontwikkeling van docenten.

Tijdens het doorlopen van deze Lesson Study cyclus, is gekeken in hoeverre de participanten van het onderzoek professionele ontwikkelingen hebben doorgemaakt. Om deze ontwikkelingen in kaart te brengen, is het IMPG model gebruikt. Dit model wordt verder toegelicht in onderdeel 2.2.

1.2 Onderzoeksvragen

Met het doorlopen van de Lesson Study-cyclus wordt antwoord gegeven op de volgende hoofdvraag:

"Wat kan een Lesson Study over de introductie van de cosinusregel bijdragen aan de professionele ontwikkeling van een docententeam?"

Om deze hoofdvraag te beantwoorden, worden de volgende deelvragen in het onderzoek behandeld:

- 1. Op welke manier kan de cosinusregel geïntroduceerd worden waarbij de leerlingen deze voor langere tijd kunnen toepassen in verschillende contexten?*
- 2. Wat kan de samenwerking tussen de participanten bijdragen aan hun professionele ontwikkeling?*
- 3. Welke domeinen binnen het IMPG hebben de participanten ontwikkeld door het gebruik van Lesson Study en op welke manier?*

2. Theoretisch kader

2.1 Lesson Study

Definitie

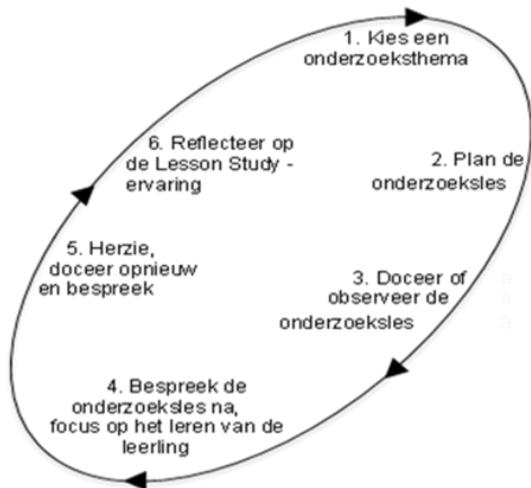
Lesson Study is een methode die wordt gebruikt voor de professionalisering van docenten. De methode komt origineel uit Japan, maar er wordt nu steeds meer mee gewerkt in de Verenigde Staten en Europa. De kenmerken van de originele uitgangspunten van Lesson Study worden door Isoda (2010) als volgt beschreven:

<p>Process/lesson study cycle: Plan (Preparations), Do (Observations) and See (Discussion and Reflection) activities involving with other teachers.</p> <p>Various Dimensions of Open Classroom: Personal (by master teacher), Whole School, Regional and National lesson study but Systematic.</p> <p>Theme of lesson study: Study Topics and Objective are different. Study Topics such as Developing Mathematical Thinking, Learning for/by themselves in relation to development, reform or improvement. Objective is specified at each class related with curriculum. In the case of Japan, the objective is often described by the sentence 'Through A, students learn/understand/enable to do B' because Japanese curriculum asked teachers to teach learning how-to and achievement as for outcome.</p> <p>Lesson Plan: A format is not fixed, usually developed/improved depending on a study topic of lesson study. Some countries recommend a set of national lesson plans as a part of curriculum, but lesson study is implemented for new challenges and pushes the new format of lesson plan and ways of teaching approach.</p> <p>Teachers' mind: Lesson study is conducted by teachers for developing students in a classroom and making each student developing him/herself, not for researchers who just observe a classroom through their telescopes. Even though researchers participate as for their research, if they do not understand teacher's objectives for developing children, and if they do not work together with them, it is just the activities as a social scientist as an observer. In this sense, lesson study recommends that researchers are teachers who propose improvement of class, as well as teachers are researchers who analyze children's understanding.</p> <p>Results: Lesson study usually considers achievement in relation to study topic and objective. At the same time, aims of lesson study change depending on participants and are not always the same as seen in the following: Model teaching approach, New ideas for traditional approach, Understanding objectives, What students learned before the class, What students learned and could not learn in the class, Teachers' values, Students' values, Professional development, Ideas for the curriculum reform, Theory of mathematics education, and so on.</p> <p>Sequential experience for sharing the heritage: Lesson study cycle continues beyond the generation. It's usually opened for newcomers and changes experienced bearers. On this context, similar experiences usually are recognized as new experiences with challenges. That is the reason why lesson study develops the learning community.</p>

Figuur 1: Originele uitgangspunten van Lesson Study (Isoda, 2010)

Er worden door de docenten dus één of meerdere lessen samen voorbereid, geobserveerd, bediscussieerd en er wordt op gereflecteerd. Als dit is gedaan, wordt de cyclus opnieuw doorlopen, om de lessen verder te verbeteren. In dit model wordt het klaslokaal opengesteld voor observanten, dit concept heet ook wel de 'open classroom'. De observanten kunnen een aantal collega's van de school zijn, maar het komt in Japan ook voor dat er collega's uit het hele land komen om de les te observeren (Doig & Groves, 2011).

Er zijn ook modellen die minder uitgaan van het begrip 'open classroom'. Een voorbeeld van dit model is het onderstaande model van Stepanek et. al. (2006) dat aangepast is door de Vries, Verhoef & Goei (2016) Dit model zal ook worden gebruikt in dit onderzoek, omdat er geen 'open classroom' concept bij gebruikt wordt en dus makkelijker praktisch kan worden ingevuld op een Nederlandse school.



Figuur 2: Lesson Study model (Stepanek et. al., 2006) aangepast door de Vries, Verhoef en Goei (2016).

De cyclus die hierboven wordt beschreven wordt doorlopen door een Lesson Study Team (LST). Dit team bestaat vaak uit een aantal docenten binnen één vakgebied en wordt begeleid door één of meerdere mensen die vaker gebruik maken van de Lesson Study methode. Het team doorloopt de cyclus beschreven in Figuur 2. De stappen in deze cyclus kunnen als volgt worden toegelicht:

1. Er wordt een onderzoeksthema gekozen en de leerdoelen voor de leerlingen en voor het LST worden opgesteld.
2. De onderzoeksles wordt voorbereid door het LST. Deze voorbereiding wordt gedetailleerd beschreven en in de voorbereiding wordt ook beschreven welke reacties worden verwacht van de leerlingen.
3. De onderzoeksles wordt, volgens de voorbereiding, aan de leerlingen gegeven door één van de docenten in het LST. De andere docenten in het LST zullen de les observeren, hierbij letten ze op het leren van de leerling en dus niet op de docent die de les geeft. Er wordt gekeken hoe het denkproces van de leerling verloopt, tegen welke problemen leerlingen aanlopen en welke methodes worden gebruikt om deze op te lossen. Ook wordt geluisterd naar overleg en discussies tussen de leerlingen. Eventueel bevragen de observanten de leerlingen om meer inzicht te krijgen in hun leerproces.
4. De les wordt geëvalueerd door het LST. Hierbij wordt ook weer gefocust op het leren van de leerlingen en wordt gekeken of de voorspelde resultaten in stap 2 ook zijn uitgekomen.
5. Het lesontwerp wordt herzien aan de hand van de resultaten van de evaluatie. De herziene les wordt opnieuw aan de leerlingen gegeven. Ook deze herziene les wordt geobserveerd en de cyclus kan voor deze les weer in zijn geheel worden doorlopen.
6. Het LST zal reflecteren op de ervaring met Lesson Study. De resultaten van deze reflectie zullen in een rapport worden samengevoegd.

Effecten

Bij het uitvoeren van een Lesson Study, doorlopen docenten in een team de Lesson Study cyclus. De docenten binnen het team zijn elkaars peers. Dit houdt in dat ze binnen het team als gelijkwaardig worden gezien. De docenten proberen binnen het team samen te werken om het leren van de leerlingen te verbeteren, op deze manier leren de docenten dan weer van elkaar. Doordat de docenten samenwerken om het leren van de leerlingen te verbeteren, kunnen ze focussen op een gezamenlijk doel. Dit zorgt ervoor dat de docenten minder zelfbewust zijn en verhoogt de mate waarin de docenten van elkaar leren.

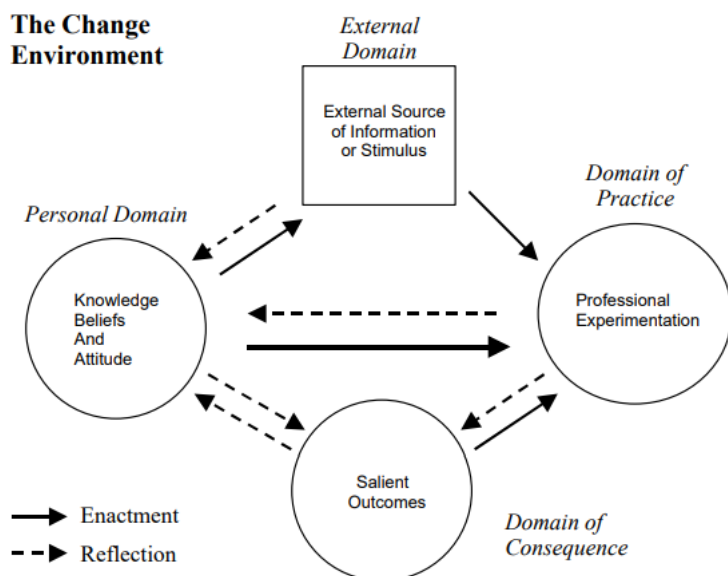
Door de samenwerking tussen docenten, kunnen de docenten aan de hand van de discussies met collega's kennis opdoen die voor hen nog niet bekend was. Hierdoor kunnen docenten beter inschatten wat de leerlingen van ze nodig hebben, omdat ze hiervoor nieuwe perspectieven vanuit de collega's hebben opgedaan. Doordat deze nieuwe inzichten eerst in een experimentele setting in praktijk kunnen worden gebracht en geobserveerd, kunnen de docenten zien of het effect op het leren van de leerlingen positief is. Als dit zo is zijn docenten geneigd om hun eigen lessen hier ook op aan te passen (Dudley, 2013).

In Lewis & Tsuchida (1999) wordt aangegeven dat de lespraktijk van veel docenten verandert aan de hand van Lesson Study. Doordat er verbeteruggesties worden gedaan door collega's of door andere methoden te zien bij het observeren, worden andere methodes van uitleggen en lesgeven overwogen bij het opstellen van een lesmodel. Verder helpt de samenwerking van docenten bij het implementeren van veranderingen in het curriculum of bij het introduceren van nieuwe onderwerpen, omdat de docenten elkaar hierin kunnen ondersteunen en onduidelijkheden bij collega's kunnen oplossen. Lesson Study kan volgens Lewis & Tsuchida (1999) ook helpen bij het aansluiten van lesmateriaal op grotere doelen binnen de school, zoals bijvoorbeeld het opwekken van initiatief bij de leerlingen. Door hier met verschillende visies naar te kijken kan er een goede methode van implementatie ontwikkeld worden. Als laatste kan Lesson Study docenten helpen een visie en leerdoelen te ontwikkelen door in contact te komen met andere visies en leerdoelen en hier de redenen voor te bespreken.

In Verhoef et. al. (2014) wordt geconcludeerd dat docenten hun doelen en uitlegstrategieën hebben aangepast naar aanleiding van de doorlopen Lesson Study cycli. Echter, is dit proces van veranderingen traag en met kleine stappen. De docenten waren geneigd bekende methoden te gebruiken bij hun uitleg en instructies en hierbij meer te focussen op het aanleren van methodes in plaats van begrip bij de leerlingen. Verder wordt benoemd dat de effecten van het gebruik van Lesson Study in Nederland anders kunnen zijn dan in Japan. In het Japanse model wordt bij het ontwerpen van de lesmethode veel meer gefocust op begrip creëren bij de leerlingen in plaats van op de methode zelf. De verklaring hiervoor is dat in Nederland en veel andere Westerse landen veel wordt gefocust op het voorbereiden voor examens en dat leerlingen hier veel individueel werken.

2.2 Docentprofessionalisering in het IMPG

Om weer te geven hoe de docenten zich ontwikkelen aan de hand van de Lesson Study cyclus die doorlopen wordt, wordt het *interconnected model of professional growth* (IMPG) van Clarke en Hollingsworth (2002) gebruikt. Dit model wordt weergegeven in figuur 3.



Figuur 3: het 'interconnected model of professional growth' (Clarke & Hollingsworth, 2002)

In het model staan vier domeinen beschreven die in dit verslag met een afkorting worden aangeduid. De domeinen en hun afkortingen zijn als volgt:

Externe domein = **ED**

Domein van de praktijk = **DP**

Domein van consequentie = **DC**

Persoonlijke domein = **PD**

Het IMPG model bevindt zich in de *change environment*. Deze *change environment* is de omgeving waarbinnen de docent werkt en zich probeert te ontwikkelen. De omgeving heeft effect op de ontwikkeling van de docent doordat de docent bijvoorbeeld veel ruimte krijgt om met lessen te experimenteren of doordat er een open sfeer is waarbinnen docenten elkaar proberen te helpen. (Clarke & Hollingsworth, 2002).

Het IMPG model maakt onderscheid tussen vier verschillende domeinen van professionele ontwikkeling. Ontwikkelingen worden doorgemaakt door het proces van reflectie (gestippelde pijl) en uitvoering (normale pijl). Het persoonlijke domein (PD), het domein van consequentie (DC) en het domein van de praktijk (DP) zijn de domeinen die zich in de leefwereld van de docent bevinden. Het externe domein (ED) ligt buiten deze leefwereld.

Het PD omvat de kennis, opvattingen en houding van de docent. Het DP omvat de leservaringen van de docent en de acties die de docent in de lespraktijk uitvoert. De docent kan binnen dit domein veranderen door te experimenteren binnen de lessen. Het DC omvat de effecten van bepaalde acties in het domein van de praktijk. Hierin vallen zowel de effecten die een docent verwacht bij bepaalde keuzes in de lespraktijk als de daadwerkelijke effecten die deze keuzes in de praktijk hebben. Het ED omvat de kennis en ideeën die de docent vanuit de

buitenwereld opdoet. Dit kan bijvoorbeeld door literatuur te lezen, gesprekken met collega's te voeren, veranderingen die in het curriculum zijn doorgevoerd et cetera.

De ontwikkeling van docenten kan volgens Coenders & Verhoef (2019) worden beschreven in twee fasen: de ontwikkelingsfase en de uitvoeringsfase. Deze fasen worden in de Lesson Study cyclus ook doorlopen zoals hieronder beschreven.

In de ontwikkelfase komen de docenten in contact met nieuwe ideeën in het externe domein of door discussies met collega's te voeren. Deze nieuwe ideeën kunnen bij het uitvoeren van een Lesson Study in de voorbereiding gedeeld worden en er is ruimte voor discussies met collega's om te ontdekken hoe deze ideeën kunnen toevoegen aan het leerproces van de leerlingen. De inzichten en ideeën die in de ontwikkelfase zijn opgedaan worden geïntegreerd in een gedetailleerd lesontwerp. In deze fase ontwikkelen de docenten het PD doordat ze in het ED nieuwe ideeën opdoen en deze in een lesontwerp verwerken.

In de uitvoeringsfase wordt het lesmodel, dat in de vorige fase ontwikkeld is, in praktijk gebracht (DP). De les wordt geobserveerd en er wordt gekeken of het lesmodel ook echt de voorspelde effecten heeft op het leren van de leerlingen (DC). Aan de hand van deze observaties wordt gereflecteerd en het lesmodel wordt herzien, dit kan dan weer effect hebben op de opvattingen die de docent heeft (PD).

In het IMPG kan de ontwikkeling van docenten worden weergegeven met *change sequences*, ofwel veranderingsketens. Zo kan kennis in het PD ervoor zorgen dat de docent gaat experimenteren in de lessen (DP) en door te reflecteren op de uitkomsten van deze experimenten (DC) kan de kennis in het persoonlijke domein weer uitbreiden. In het IMPG model kan dus worden weergegeven binnen welk domein de docent zich heeft ontwikkeld en welke effecten dit heeft gehad op andere domeinen. Als de veranderingen binnen de domeinen van het IMPG blijvend zijn, wordt dit gezien als professionele ontwikkeling van de docent (Clarke & Hollingsworth, 2002).

In dit onderzoek wordt gekeken naar de effecten van Lesson Study op de professionele ontwikkeling van docenten. Deze effecten kunnen zich voordoen binnen één van de hierboven beschreven domeinen of ze kunnen het begin zijn van een *change sequence*. Het IMPG wordt in dit onderzoek gebruikt om te herkennen waar bepaalde ontwikkelingen zich voordoen en welke andere ontwikkelingen dit mogelijk heeft veroorzaakt.

Effecten van Lesson Study binnen het IMPG

Het IMPG is een model dat helpt de professionele ontwikkeling van docenten in beeld te brengen. De effecten die het gebruik van Lesson Study heeft op de ontwikkeling van docenten kan in dit model worden weergegeven. Hierboven is beschreven dat de ontwikkelingen van docenten binnen of tussen bepaalde domeinen plaats kunnen vinden. Hiervan zullen nu een aantal voorbeelden worden genoemd.

Zoals eerder in het theoretisch kader is aangegeven, heeft Lesson Study bijvoorbeeld effect op de lespraktijk van docenten (DP). Dit komt mede doordat de leden van het Lesson Study team samenwerken naar een gemeenschappelijk doel waarin ze vaak rekening houden met het leerproces van leerlingen en proberen een geschikte lesmethode te ontwerpen die hierop aansluit. Hierdoor ontwikkelen ze zich in het inschatten van het leren van de leerling en ondervinden ze in de lespraktijk of deze inschatting ook goed was (PD en DC). Ook kunnen de

teamleden van hun collega's nieuwe methodes leren en inzichten verkrijgen over het uitleggen en leerproces van een bepaald onderwerp. Hetzelfde inzicht kunnen ze ook verkrijgen vanuit de literatuur (ED). Doordat de deelnemende docenten deze nieuwe ideeën verwerken in een lesplan, wordt het PD ontwikkeld omdat de ideeën uit het ED in praktijk worden gebracht.

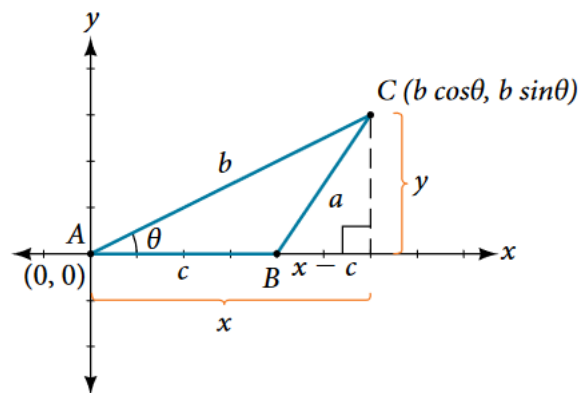
Op deze manier kunnen de ontwikkelingen die plaatsvinden tijdens het doorlopen van de Lesson Study cyclus worden verbonden aan het IMPG.

2.3 Introductie cosinusregel

In het volgende onderdeel zullen 3 verschillende methoden voor de introductie van de cosinusregel worden beschreven. Deze methoden zijn gebruikt bij verschillende onderzoeken, waar het effect op het leren van de leerlingen is onderzocht. Deze verschillende methoden zijn gebruikt bij het maken van het lesontwerp bij dit onderzoek.

Introductie in Abramson (2014)

Er zijn verschillende mogelijkheden om de cosinusregel te introduceren bij leerlingen. Een veelgebruikte methode is een introductie door de cosinusregel af te leiden uit bekende verbanden (Abramson, Falduto & Gross, 2014). Hierbij wordt de regel eerst afgeleid door voor de leerlingen bekende verbanden te gebruiken om een bewijs op te stellen. In Figuur 4 staat hoe Abramson et. al. het bewijs van de regel weergeven.



$$a^2 = (x - c)^2 + y^2$$

$$= (b \cos \theta - c)^2 + (b \sin \theta)^2$$

Substitute $(b \cos \theta)$ for x and $(b \sin \theta)$ for y .

$$= (b^2 \cos^2 \theta - 2bc \cos \theta + c^2) + b^2 \sin^2 \theta$$

Expand the perfect square.

$$= b^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta + c^2 - 2bc \cos \theta$$

Group terms noting that $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$.

$$= b^2(\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) + c^2 - 2bc \cos \theta$$

Factor out b^2 .

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \theta$$

Figuur 4: Bewijs van de cosinusregel (uit Abramson et. al. (2014))

Na dit bewijs worden nog twee abstracte en twee praktijkvoorbeelden van toepassingen gegeven en is de cosinusregel geïntroduceerd. Deze methode werd ook regelmatig gebruikt op het Carmelcollege Salland en bij het gebruik van deze methode hadden de leerlingen moeite om de regel te onthouden en toe te passen.

Introductie in Tuna & Kacar (2013)

Een andere methode om de cosinusregel te introduceren wordt gegeven in (Tuna & Kacar, 2013). Hierbij wordt een lesplan gepresenteerd waar de introductie van de cosinusregel wordt gedaan met behulp van het 5E-model. In dit lesplan wordt eerst aan de hand van een praktijkvoorbeeld gekeken waarvoor de cosinusregel gebruikt wordt en waarom de sinusregel niet werkt. Vervolgens leiden de leerlingen de cosinusregel gestuurd af. Dit wordt gedaan door de afleiding in kleine stappen op te delen en de leerlingen naar het goede antwoord te sturen met de methode die in Bijlage A te vinden is.

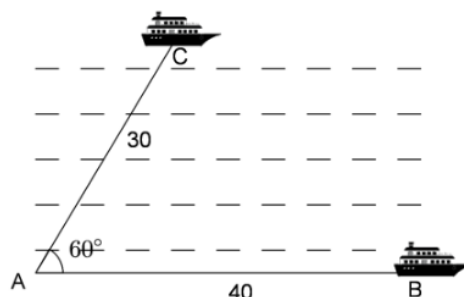
Na de afleiding wordt de cosinusregel door de docent opgeschreven en toegelicht. Daarna kunnen de leerlingen met een aantal voorbeelden de toepassingen oefenen en controleren.

Opvallend aan dit lesmodel is vooral dat de leerlingen zelf de cosinusregel afleiden. Uit een pre- en posttest die gedaan zijn bij het onderzoek van Tuna & Kacar blijkt dat de leerlingen hoger scoorden op de toets en dat de kennis over dit onderwerp over langere termijn bleef hangen dan bij de klassieke methode.

Introductie in Nguyen (2019)

Door Nguyen (2019) wordt de cosinusregel geïntroduceerd door middel van *problem-based learning*. De docent begint in dit lesmodel met het presenteren onderstaand probleem.

The two ships, from the same position A, went straight in two directions and formed an angle of 60 degrees. Ship B ran at 20 knots. Ship C runs at 15 knots. After 2 hours, how many nautical miles are the two ships apart? (1 nautical mile = 1,852 km) (Doan et al., 2019)



Figuur 6: Probleem voor de introductie van de cosinusregel in Nguyen (2019)

De leerlingen gaan na het geven van dit probleem zelf op zoek naar een oplossing met, waar nodig, sturing van de docent. In het lesmodel van Nguyen ontdekken de leerlingen met behulp van GeoGebra de cosinusregel door de onderstaande tabel bij een andere driehoek in te vullen.

a	a^2	b	b^2	c	c^2	A	$b^2 + c^2 - 2bc \cos A$
3.61		3		4		60°	
3.57		4		5		45°	
8.72		4		6		120°	

Figuur 7: Tabel bij cosinusregel in Nguyen (2019)

De leerlingen komen er vervolgens achter dat de waarden voor a^2 en $b^2 + c^2 - 2bc \cos(A)$ gelijk zijn en hebben hiermee de cosinusregel gevonden. De cosinusregel wordt vervolgens gebruikt om het probleem uit de introductie op te lossen. De laatste stap in deze les is het uitdiepen van de stof door deze op twee andere praktijkvoorbeelden toe te passen.

Nguyen noemt dat het introduceren van de cosinusregel met behulp van *problem-based learning* ervoor zorgt dat de leerlingen eigenaarschap in hun leerproces ervaren. In het lesmodel dat hierboven is uitgewerkt, 'ontdekken' de leerlingen zelf met behulp van GeoGebra de cosinusregel. De leerlingen hebben daardoor het gevoel dat ze zelf de kennis hebben opgedaan in plaats van dat deze simpelweg gepresenteerd is. Hierdoor onthouden leerlingen de regel beter en zijn ze flexibeler in het toepassen van de regel. Verder werd benoemd dat leerlingen enthousiast werden van het gebruik van GeoGebra, omdat ze zelf actief aan het leren waren.

3. Onderzoeksmethode en instrumenten

3.1 Participanten en proces

Om een antwoord te vinden op de hoofd- en deelvragen van dit onderzoek wordt de Lesson Study cyclus doorlopen binnen een team met 2 andere docenten. Docent 1 heeft 3 jaar ervaring en is in het bezit van een eerstegraads bevoegdheid. Docent 2 heeft 29 jaar ervaring in het onderwijs en is ook in het bezit van een eerstegraads bevoegdheid. Beide docenten geven momenteel les aan bovenbouwklassen in wiskunde A en B. Verder zijn beide docenten mentor van één klas.

Met de participanten is de Lesson Study cyclus één keer doorlopen. Hiervoor zijn een voorbereidings sessie en een evaluatiesessie gepland met de participanten. Verder is gebruik gemaakt van parallelklassen waarbij de eerste klas een les kreeg die vergelijkbaar was met het lesmodel van Abramson (2014). Door beide participanten werd een vergelijkbare lesstructuur gebruikt in de reguliere lessen. Deze les is door de leden van het Lesson Study team geobserveerd.

Deze les is door de participanten geobserveerd om de problemen bij het leerproces van de leerlingen duidelijk op een rij te zetten, zodat in de voorbereidings sessie een les kon worden ontworpen die deze problemen zoveel mogelijk aanpakt. De observanten hebben de instructie gekregen om specifiek te letten op de problemen bij het leerproces van de leerlingen. Dit is gedaan door tijdens de uitleg te letten op vragen die de leerlingen stellen, maar ook aan de hand van formatieve vragen die in de les worden gesteld. In de les worden een aantal gerichte vragen gesteld en de antwoorden die leerlingen hierop geven, kunnen worden gebruikt om een beeld te vormen van het begrip van de leerlingen. Later in de les is geluisterd naar discussies en overlegmomenten tussen de leerlingen. Ook is gekeken hoe de leerlingen de opdrachten tijdens het werkmoment aanpakken en welke eventuele problemen en misvattingen er zijn bij het maken van deze opdrachten. In elke stap van het observatieproces zijn bij onduidelijkheden door de observanten vervolgvragen aan de leerlingen gesteld. Met deze vragen hebben de observanten proberen te achterhalen waarom de leerlingen niet in staat waren de problemen op te lossen.

Aan de hand van deze les zijn de problemen in de huidige methode genoteerd en deze zijn meegenomen in de voorbereidings sessie.

Bij de voorbereidings sessie is gekeken hoe de lesmethode kan worden verbeterd. Hiervoor hebben de participanten voorafgaand aan de sessie de bestaande literatuur over de introductie van de cosinusregel ontvangen zoals deze beschreven is in hoofdstuk 2 van dit verslag. De problemen bij het leren van de leerlingen zijn besproken en er is gezocht naar oplossingen voor deze problemen. Dit is gedaan door zowel naar de literatuur te kijken, als te overleggen over elementen die in het nieuwe lesontwerp verwerkt kunnen worden om de problemen in het leerproces op te lossen.

Aan de hand hiervan is gezamenlijk een nieuwe les ontworpen waarin bovenstaande oplossingen verwerkt zijn. Verder zijn voorspellingen gedaan van de effecten van dit nieuwe lesmodel op het leren van de leerlingen.

De les is door docent 1 gegeven aan de parallelklas. Docent 2 en de onderzoeker hebben bij deze les geobserveerd met focus op het leren van de leerlingen. Bij deze observatie is weer meegeluisterd met overleg en discussies van de leerlingen. Er is gekeken of leerlingen in staat waren de cosinusregel in te zetten om een praktijkprobleem op te lossen. Zo niet, dan is gezocht naar de reden waarom dit

niet lukte. Verder is zowel door de docent als door de observanten gekeken in de schriften van de leerlingen om te kijken of de leerlingen in staat waren de problemen op te lossen en zo niet, waar dan de problemen lagen. Eventuele voorspellingen die wel of niet uit zijn gekomen zijn ook bij deze observaties meegenomen, de voorspellingen staan in bijlage F. Vanwege Covid-19, was deze les een hybride les waarbij de halve klas fysiek aanwezig was en de rest online met de les meedeed. De leerlingen die online met de les meededen zijn tijdens de les door de docent meerdere keren gericht gevraagd naar eventuele problemen. Verder hebben deze leerlingen hun uitgewerkte opdrachten in de volgende les ingeleverd om inzicht te krijgen in het leerproces.

De observaties van de les zijn gebruikt om het lesontwerp te herzien in de evaluatiesessie. Vanwege de tijd die beschikbaar was voor dit onderzoek, is de herziene les niet gegeven aan een andere klas.

Na de evaluatiesessie zijn met beide docenten interviews gehouden om de ervaringen met Lesson Study en de ontwikkelingen die ze hierbij hebben doorgemaakt in kaart te brengen.

In dit onderzoek wordt een Lesson Study cyclus doorlopen om de introductie van de cosinusregel op een andere manier te doen. De docenten die betrokken zijn bij dit onderzoek willen hiermee proberen de leerlingen meer begrip bij te brengen over hoe de cosinusregel in verschillende contexten kan worden toegepast. In dit onderzoek wordt aan de hand van de Lesson Study cyclus gekeken of de participanten dezelfde ontwikkelingen doormaken als in het theoretisch kader beschreven.

Aangezien in dit onderzoek specifiek in wordt gegaan op de introductie van de cosinusregel, kunnen zich ook andere situaties voordoen die bij het uitvoeren van een Lesson Study over een ander onderwerp misschien niet naar voren zijn gekomen. Een voorbeeld hiervan kan zijn dat leerlingen soms niet inzien dat de cosinus van een hoek een getal is. Dit specifieke probleem doet zich bij weinig andere wiskundige onderwerpen voor en is dus een voorbeeld dat laat zien dat het leerproces van leerlingen bij de cosinusregel anders kan verlopen dan bij andere wiskundige onderwerpen. Dit kan ervoor zorgen dat bepaalde ontwikkelingen die hierboven genoemd zijn al dan niet terug komen bij de Lesson Study die in dit onderzoek is gedaan, aangezien deze ontwikkelingen afhankelijk kunnen zijn van het leerproces van de leerlingen.

3.2 Onderzoeksinstrumenten

De hoofdvraag en deelvragen worden beantwoord met behulp van de verschillende data die bij dit onderzoek is verzameld. Bij de stappen van de Lesson Study cyclus wordt bijgehouden of de participanten mogelijk ontwikkelingen hebben doorgemaakt. Hieronder wordt eerst een beschrijving gegeven van de verschillende vormen van dataverzameling. Vervolgens wordt per deelvraag aangegeven welke data worden gebruikt om de deelvraag te beantwoorden. De bronnen van dataverzameling die worden gebruikt om de deelvragen te beantwoorden worden gegeven in Tabel 1.

	Deelvraag	Interview	Aantekeningen bijeenkomsten	Reflectietabellen
1	<i>Op welke manier kan de cosinusregel geïntroduceerd worden waarbij de leerlingen deze voor langere tijd kunnen toepassen in verschillende contexten?</i>		X	
2	<i>Wat kan de samenwerking tussen de participanten bijdragen aan hun professionele ontwikkeling?</i>	X	X	X
3	<i>Welke domeinen binnen het IMPG hebben de participanten ontwikkeld door het gebruik van Lesson Study en op welke manier?</i>	X	X	X

Tabel 1: Overzicht bronnen van dataverzameling per deelvraag

Interviews participanten

De voornaamste vorm van dataverzameling is gedaan doormiddel van interviews met de participanten. Aangezien het aantal participanten relatief laag is, is het belangrijk om ervoor te zorgen dat de interviews genoeg informatie bevatten, zodat de informatie die met deze interviews wordt verkregen verdieping biedt in de casus die behandeld wordt bij deze Lesson Study cyclus. Zo kan in kaart worden gebracht welke ontwikkelingen de participanten hebben doorgemaakt en waar binnen het IMPG deze ontwikkelingen zich hebben voorgedaan. Verder wordt aan de hand van de interviews onderzocht welke ontwikkelingen specifiek aan de introductie van de cosinusregel verbonden zijn. Op deze manier kan zowel gekeken worden of de effecten van Lesson Study die al bekend zijn ook terugkomen bij een Lesson Study over de introductie van de cosinusregel. Ook kan er worden gekeken of er nieuwe effecten voorbij zijn gekomen die verbonden zijn aan het introduceren van de cosinusregel.

Omdat de vragen verdieping moeten bieden voor de hierboven beschreven aspecten, is gekozen voor een semigestructureerd interview. In de opzet voor dit interview zijn er een aantal vaststaande vragen die focussen op ontwikkelingen in één van de domeinen van het IMPG model (Clarke & Hollingsworth, 2002). Het gebruik van een semigestructureerd interview laat echter ook ruimte voor de interviewer om in het gesprek te variëren als er een interessant punt wordt opgebracht (Miles & Gilbert, 2005). Hierdoor kan er bijvoorbeeld meer de diepte in worden gegaan als er in een antwoord één van de domeinen van het IMPG model naar voren komt. De opzet van de interviews is te vinden in Bijlage C.

De interviews worden gebruikt om deelvraag 2 en 3 te beantwoorden, aangezien deze informatie geven over de ontwikkelingen die de docent heeft gemaakt en waardoor deze ontwikkelingen zijn doorgemaakt.

Aantekeningen gezamenlijke bijeenkomsten

Een andere vorm van dataverzameling over de professionele ontwikkeling van de docenten zijn de aantekeningen die gemaakt zijn tijdens de voorbereidings- en evaluatiesessies die voor dit onderzoek zijn gehouden. Tijdens deze sessies kunnen de docenten leren van elkaar of van het dieper nadenken over de lesstof die behandeld wordt. Deze leermomenten kunnen dus teruggevonden worden in de aantekeningen die zijn gemaakt tijdens de sessies. Ook hier wordt in de aantekeningen gekeken of er ontwikkelmomenten zijn binnen één van de domeinen beschreven in het IMPG model.

Een voorbeeld hiervan is dat bij de eerste les, waar de cosinusregel op de manier werd geïntroduceerd zoals het altijd werd gedaan, de leerlingen niet voldoende begrepen dat de cosinusregel voor alle drie de zijden kan worden gebruikt. Hierover had docent 1 nooit expliciet nagedacht. Hij liet de 3 vormen wel zien, maar had niet verwacht dat het veel problemen op zou leveren als dit niet gebeurde. In de les zag hij dat dit wel het geval was, dus het is door het team wel expliciet in het nieuwe lesontwerp opgenomen. Dit is dus een ontwikkeling in het PD van docent 1 die in de aantekeningen terug kan worden gevonden.

De aantekeningen van de bijeenkomsten geven informatie die voor alle deelvragen nuttig kan zijn. In de aantekeningen is namelijk terug te zien welke stappen zijn gezet om het lesontwerp te verbeteren, hierdoor kan de informatie gebruikt worden om antwoord te vinden op deelvraag 1. Verder zijn er aantekeningen gemaakt van het overleg dat plaatsvindt tussen de participanten en welke inzichten ze hiermee verkrijgen. Deze informatie kan gebruikt worden om antwoord te vinden op vraag 2 en 3.

Reflectietabellen bijeenkomsten

Om zo goed mogelijk bij te kunnen houden binnen welke stap van de Lesson Study cyclus de ontwikkelingen hebben plaatsgevonden, wordt door de participanten na elke stap een korte reflectietabel ingevuld. Hierbij wordt gevraagd wat de participanten hebben geleerd van de bijeenkomst, wat direct de ontwikkeling in kaart zou kunnen brengen. Ook wordt gevraagd wat de participant verwacht van de volgende bijeenkomst, zodat eventuele verschillen met deze verwachtingen later in beeld kunnen komen. Er wordt verder gevraagd wat de participant verassend vond aan de bijeenkomst. Op deze manier kunnen eventuele nieuwe effecten eenvoudiger gesignaleerd worden. Bij het laatste punt vullen de participanten in hoe de bijeenkomst effect heeft gehad op hoe de participant denkt over het werken in een Lesson Study team. Aangezien het werken in een team veel ontwikkelingen oplevert bij het gebruik van Lesson Study, kunnen deze worden gesignaleerd bij het laatste onderdeel van de reflectietabel. De ingevulde reflectietabellen zijn te vinden in Bijlage G.

De reflectietabellen kunnen worden gebruikt om deelvraag 3 te beantwoorden. In de reflectietabellen kunnen ontwikkelingen van de docent naar voren komen. Op de vragen zouden ook antwoorden kunnen worden gegeven die nuttig zijn voor deelvraag 1 en 2, maar hier wordt niet specifiek op gefocust.

3.3 Analyse

Zoals benoemd in het theoretisch kader, is het doorlopen van een Lesson Study cyclus een proces waar docenten van elkaar leren. De ontwikkelingen die de docenten doormaken zijn afhankelijk van het proces en het onderwerp dat wordt behandeld. Bij verschillende onderwerpen is het leerproces van leerlingen namelijk anders. Doordat er op een ander proces bij de leerlingen wordt gefocust, kunnen de gevonden effecten op de ontwikkeling van docenten dus ook afwijken van de literatuur. In het theoretisch kader zijn al verschillende effecten van Lesson Study op de professionele ontwikkeling beschreven. In dit onderzoek wordt in de interviews, aantekeningen en reflectietabellen gekeken of deze ontwikkelingen ook terugkomen bij een Lesson Study over de introductie van de cosinusregel.

Om de ontwikkelingen van de docenten in beeld te krijgen, zijn de bronnen van dataverzameling beschreven in 3.2 gebruikt. In deze bronnen van dataverzameling is gekeken naar lessen die geleerd zijn door de docenten en er wordt gekeken in welke stap van de Lesson Study cyclus deze les geleerd is.

Voor de analyse van de interviews, reflectietabellen en notities van de bijeenkomsten, zijn allereerst een aantal signaalwoorden opgesteld die kunnen vastleggen of er een ontwikkeling heeft plaatsgevonden en binnen welk domein. Deze signaalwoorden zijn te vinden in bijlage B. De signaalwoorden zijn opgesteld door te kijken welke effecten van Lesson Study al bekend zijn in de literatuur en hiervan de belangrijkste termen te verzamelen. De belangrijkste termen die bij de ontwikkelingen en domeinen van het IMPG naar voren komen, zijn als signaalwoorden gebruikt. Dit is gedaan, zodat bij de interviews, aantekeningen en reflectietabellen kan worden gezien of de ontwikkelingen ook terugkomen bij een Lesson Study over de introductie van de cosinusregel.

De interviews, aantekeningen en reflectietabellen zijn gecontroleerd op de signaalwoorden om potentiële ontwikkelingen te kunnen vinden. Eerst is onderzocht hoe vaak de signaalwoorden voorkomen in de bronnen van dataverzameling en in een overzicht verwerkt. Bij de signaalwoorden wordt gekeken of er daadwerkelijk ontwikkeling heeft plaatsgevonden bij de participanten. Als een ontwikkeling gesignaleerd is, wordt specifiek gekeken waardoor de ontwikkeling tot stand is gekomen en binnen welke domeinen van het IMPG de ontwikkeling heeft plaatsgevonden. Zo zou het bijvoorbeeld kunnen dat de participant een bepaalde fout van een leerling heeft ontdekt bij het observeren die onverwacht was voor de participant. Dit zou betekenen dat de participant meer begrip heeft over het inschatten van de leerling (PD) en welke effecten verschillende lesmethoden hebben op dit begrip van de leerling (DC). Op bovenstaande manier kunnen de ontwikkelingen van de docenten dus worden gesignaleerd en gecategoriseerd per domein.

Na het controleren op signaalwoorden, zijn de interviews en reflectietabellen vergeleken met de aantekeningen van beide bijeenkomsten om te verifiëren of de ontwikkeling inderdaad door de docent is doorgemaakt en in welke stap van het proces de ontwikkeling is ontstaan.

De ontwikkelingen die zijn doorgemaakt worden vervolgens per docent beschreven. Dit kan een ontwikkeling van één stap zijn, maar in veel gevallen zullen de ontwikkelingen uit meerdere stappen bestaan, omdat de docent een 'change sequence' heeft doorgemaakt waarbij meerdere aspecten van het IMPG effect op elkaar hebben gehad. Naast de ontwikkelingen wordt ook beschreven binnen welke stappen van het proces de ontwikkelingen zijn doorgemaakt.

Met de bovenstaande methode kunnen dus de ontwikkelingen per domein worden weergegeven. Ook kan worden weergegeven binnen welke stap van de Lesson Study cyclus de ontwikkeling is doorgemaakt. Deze vormen van data worden gecombineerd in een tabel en gepresenteerd in het volgende onderdeel 'resultaten'. Zo kan in kaart worden gebracht welke effecten het doorlopen van een Lesson Study cyclus heeft gehad op de professionele ontwikkeling van de participanten en binnen welk onderdeel van de Lesson Study cyclus de ontwikkelingen zijn doorgemaakt.

4. Resultaten

In dit onderdeel worden de resultaten van het onderzoek gepresenteerd. Allereerst wordt een samenvatting gegeven van de doorlopen Lesson Study cyclus en de resulterende les. Dan wordt een overzicht gegeven van de signaalwoorden en hoeveel deze zijn voorgekomen in de interviews, aantekeningen en reflectietabellen. Vervolgens worden de ontwikkelingen per docent gegeven. Hiervoor zijn de interviews, aantekeningen en reflectietabellen geanalyseerd volgens de methode die in het voorgaande onderdeel beschreven zijn. In dit onderdeel wordt gepresenteerd welke ontwikkeling heeft plaatsgevonden in de domeinen van het IMPG en in welk onderdeel van het proces de ontwikkeling is doorgemaakt.

4.1 Ontwikkeling lesopzet

Voordat het Lesson Study traject doorlopen is waren leerlingen niet voldoende in staat de cosinusregel toe te passen. De voornaamste oorzaak hiervan was dat het bewijs voor veel leerlingen te abstract was en hierdoor verwarring opleverde. Hierdoor gaven leerlingen op om de cosinusregel voldoende te begrijpen.

Tijdens de voorbereidingssessie is besproken of het bewijs genoeg toevoegd het leerproces van de leerlingen. Hierin is de afweging gemaakt tussen het wiskundig correct introduceren van de regel (inclusief een bewijs) en meer focus leggen op de toepassing bij de introductie. In deze voorbereidingssessie is uiteindelijk besloten de focus meer op de toepassing te leggen. Deze lesopzet was gebaseerd op de lesopzet van Nguyen (2019), maar is tijdens de voorbereidingssessie wel aangepast. Tijdens de sessie werd ingebracht dat het gebruik van Geogebra niet veel toevoegde en dat de cosinusregel erg uit de lucht kwam vallen. Na overleg is gekozen om dat deel van de lesopzet niet te gebruiken.

In de les wordt de regel niet geïntroduceerd met een bewijs. In plaats daarvan werd de regel erg kort geïntroduceerd en kregen leerlingen een praktijkprobleem waarbij ze in tweetallen uit konden zoeken hoe ze de regel konden gebruiken. Deze werkwijze werd 'in het diepe gooien' genoemd. Het doel van deze werkwijze was dat leerlingen zelf het begrip kregen van het nut van de regel en hoe deze kon helpen een praktijkprobleem op te lossen. Er worden wel een aantal problemen voorzien waar leerlingen tegenaan kunnen lopen (Bijlage F). De leerlingen krijgen de instructie om eerst zelf te proberen deze op te lossen, maar de docent loopt ook rond om hulp aan te bieden als de leerlingen er niet uit komen. Aangezien de leerlingen bij voorgaande lessen over de sinusregel de belangrijkste algebraïsche en rekenkundige stappen hebben doorlopen, was de verwachting dat de leerlingen de belangrijkste vaardigheden voor het oplossen van het praktijkprobleem al hebben opgedaan. Na het werkmoment is de opgave plenair besproken om eventuele fouten en misconcepties op te lossen.

Tijdens de evaluatiesessie is gebleken dat de lesopzet zoals die hierboven is gegeven grotendeels werkte. De leerlingen waren in staat het praktijkprobleem op te lossen en tijdens de interviews gaven de docenten aan dat de leerlingen in latere lessen nog steeds goed met de cosinusregel konden werken. Ook de leerlingen die thuis aan het praktijkprobleem hebben gewerkt, hebben het probleem correct opgelost. Deze leerlingen hebben bij de volgende les hun werk aan de docent en onderzoeker laten zien en ze hebben uiteindelijk allemaal het juiste eindantwoord gevonden en de tussenstappen correct uitgewerkt.

4.2 Overzicht signaalwoorden

Persoonlijk domein (PD)	Interviews	Aantekeningen	Reflectietabellen	Totaal
Stof/theorie	6	1	0	7
Voorbereiding	2	1	0	3
Kennis	2	0	0	2
Begrip	0	2	0	2
Inschatten	0	0	0	0
Verwachten	4	1	3	8
Collega's	12	0	1	13
Samenwerken	2	0	1	3
Ervaring	3	0	0	3
Inzicht	3	0	0	3
Bewijs	21	18	6	45
Ontwerp	2	0	0	2
Idee	1	3	0	4

Tabel 2: Overzicht signaalwoorden PD

Domein van praktijk	Interviews	Aantekeningen	Reflectietabellen	Totaal
Leerling	40	39	6	85
Leren	2	1	1	4
Begrip	0	2	0	2
Volgen	1	1	0	2
Uitwerking	0	1	0	1
Opdrachten	1	0	0	1
Toepassing	6	4	0	10
Onderwerp	11	1	0	12
Leerproces	4	3	0	7
Bewijs	21	18	6	45
Praktijkprobleem	7	13	0	20
Ontwerp	1	1	0	2
Lespraktijk	1	0	0	1

Tabel 3: Overzicht signaalwoorden DP

Domein van consequentie (DC)	Interviews	Aantekeningen	Reflectietabellen	Totaal
Voorbereiding	2	1	0	3
Verloop	2	2	0	4
Begrip	0	2	0	2
Leerling	40	39	6	85
Uitwerking	0	1	0	1
Problemen	5	5	0	10
Verwachten	4	1	3	8
Ervaring	3	0	0	3
Leerproces	4	3	0	7
Toepassing	6	4	0	10
Aandacht	1	0	0	1
Enthousiast	1	0	0	3
Motiveren	0	2	0	3
Resultaten	3	0	1	4

Tabel 4: Overzicht signaalwoorden DC

Externe domein (ED)	Interviews	Aantekeningen	Reflectietabellen	Totaal
Literatuur	0	3	0	3
Methodes	0	0	2	2
Werkwijzen	0	0	1	1
Collega's	12	0	1	13
Overleg	2	1	1	4
Onderwerp	11	1	0	12
Ervaring	3	0	0	3
Praktijkprobleem	7	13	0	20

Tabel 5: Overzicht signaalwoorden ED

In bovenstaande tabellen is te zien hoe vaak de signaalwoorden voorgekomen zijn in de interviews, aantekeningen en reflectietabellen. De signaalwoorden zijn gebruikt om ontwikkelingen van de docenten te vinden in de bronnen van dataverzameling. De signaalwoorden kunnen de ontwikkelingen van de docenten weergeven, maar er is niet altijd een ontwikkeling doorgemaakt als de signaalwoorden gevonden worden in de bronnen van dataverzameling. Om de ontwikkelingen te vinden, is door de onderzoeker per signaalwoord gekeken of er daadwerkelijk een ontwikkeling heeft plaatsgevonden. Deze ontwikkelingen zijn in de bron rood gemarkeerd en worden per docent weergegeven in het volgende onderdeel.

4.3 Ontwikkelingen docent 1

Docent 1 heeft allereerst een bewustere afweging leren maken van het geven van een bewijs bij de introductie van de cosinusregel. Het leerproces van deze afweging is binnen meerdere stappen van het doorlopen traject te zien.

Tijdens de voorbereidingssessie gaf docent 1 aan dat leerlingen "meer dan verwacht" geïntimideerd werden door het bewijs en hierdoor al hadden opgegeven voordat de toepassingen aan bod kwamen. "De mate van abstractie in dit bewijs zorgde er bij een aantal leerlingen voor dat ze slecht opletten en minder actief meewerkten tijdens de les, omdat ze bij de eerste paar stappen van de uitleg het begrip al misten" (notities voorbereiding).

Tijdens de les, is docent 1 opgevallen dat de leerlingen over het algemeen gemotiveerder en actiever met de stof bezig waren (aantekeningen evaluatie). De docent vermoedt dat dit mede komt door de mindere mate van abstractie. "Het was te zien dat leerlingen beter bevatten waarvoor de cosinusregel gebruikt kon worden" (interview).

Docent 1 gaf aan de introductie van de cosinusregel in toekomstige lessen op dezelfde wijze te willen doen, mits de tijdsplanning van de lessen dit toelaat (interview).

Docent 1 geeft aan het vermoeden te hebben dat de werkvorm van 'in het diepe gooien' die bij de lesvoorbereiding is ontworpen, eraan heeft toegevoegd dat de leerlingen gemotiveerd waren aan het werk te gaan met het probleem dat ze moesten oplossen (interview). In het interview geeft docent 1 ook aan dat hij deze effecten wel had voorzien, maar het verschil met zijn reguliere lessen was groter dan verwacht. Docent 1 zou de werkvorm en het uitstellen van het bewijs in toekomstige lessen ook willen gebruiken, mits hier tijd voor is in de planning van de lessen.

Verder geeft docent 1 aan dat hij heeft ondervonden dat een plenaire uitleg niet altijd de beste manier van uitleggen is (interview). Aan de hand van het praktijkprobleem kon volgens hem beter gedifferentieerd worden tussen de leerlingen, terwijl dat bij een plenaire uitleg minder gebeurt. Hierdoor konden de leerlingen die nog algebraïsche fouten maken snel geholpen worden, terwijl de sterkere leerlingen konden onderzoeken of ze er zelf al uit konden komen (aantekeningen evaluatie). Docent 1 zei dat hij in het verleden zelf bij de introductie van de cosinusregel veel meer gebruik maakte van een plenaire uitleg, maar dat hij dit in toekomstige lessen minder gaat doen (interview). Hij gaf ook aan dat hij deze geleerde les ook bij andere onderwerpen toe wil passen, maar kon tijdens het interview nog niet bedenken bij welke onderwerpen dit zou kunnen.

Ontwikkelingen binnen het IMPG

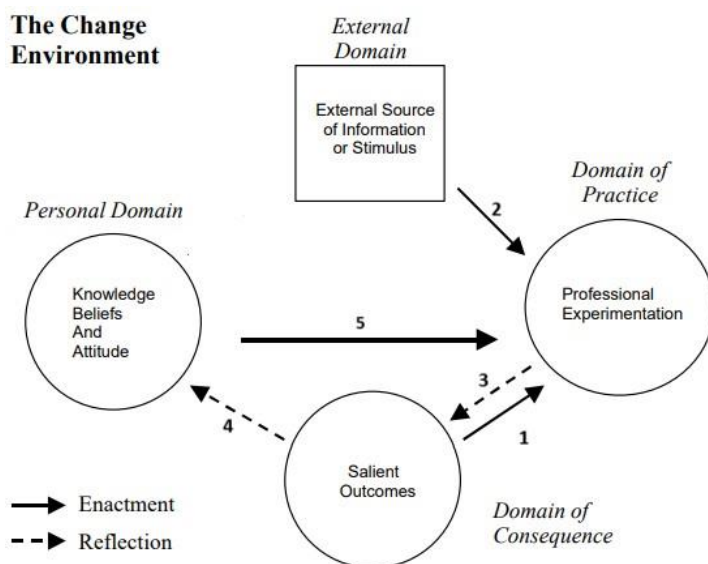
In bovenstaande onderdelen is beschreven hoe de docent zich heeft ontwikkeld tijdens het doorlopen van een Lesson Study cyclus. Dit proces kan binnen het IMPG als volgt worden weergegeven:

Door te hebben gezien dat leerlingen gedemotiveerd raken van een bewijs en opgeven (DC) is er na enig overleg met collega's en het bestuderen van de literatuur (ED) besloten het bewijs achterwege te laten in het lesontwerp en in plaats daarvan, de leerlingen 'in het diepe te gooien' met een praktijkprobleem (DP). Uit observaties is gebleken dat leerlingen minder abstractie ervaren en gemotiveerder werken aan het oplossen van het praktijkprobleem (DC). Hierdoor ziet docent 1 het nut in van de keuze om het bewijs niet te gebruiken bij de

introduce van de cosinusregel en dat een praktijkprobleem kan helpen de leerlingen een concrete toepassing te geven (PD). Bij docent 1 is uit het bovenstaande proces ook de realisatie gekomen dat een plenaire uitleg niet altijd toevoegt aan het leerproces van leerlingen en dat differentiëren makkelijker mogelijk is als leerlingen zelf de regie hebben over het leerproces (PD).

In figuur 8 is de ontwikkeling omtrent de bewijsvoering van docent 1 weergegeven in het IMPG. Tabel 1 geeft per ontwikkeling weer in welke bron(nen) de ontwikkelingen zijn waargenomen. Hieronder wordt een korte toelichting gegeven van het ontwikkelingsproces.

Zoals benoemd is er vanuit het ED en het DC een realisatie gekomen dat het bewijs de leerlingen demotiveert en dat het bewijs in de literatuur ook niet altijd behandeld wordt. Door deze inzichten te verwerken in een lesplan, is het DP ontwikkeld bij de docent. De uitkomsten bij de uitvoering van dit lesplan (DC) hebben ervoor gezorgd dat de docent het nut van het weglaten van het bewijs meer is gaan inzien (PD). Docent 1 geeft in het interview aan het bewijs bij andere onderwerpen misschien ook weg te willen laten, wat aangeeft dat er door de ontwikkeling in het PD ook ontwikkeling in het DP heeft plaatsgevonden.



Figuur 8: het ontwikkelproces van docent 1 binnen het IMPG

Ontwikkeling	Bron	Belangrijkste informatie
1 DC > DP	Interview	"Ik denk dat we meer inzicht hebben gekregen dat het geven van een bewijs niet altijd toevoegt aan het leerproces van leerlingen. Leerlingen waren erg geïntimideerd door het bewijs, dit had ik ook wel verwacht, maar je zag echt dat ze ook opgaven toen ze het bewijs niet meer konden volgen"
	Aantekeningen voorbereiding	"Docent 1 en 2 zijn in overeenstemming dat het zelf vinden van een bewijs niet productief is, omdat het bewijs nu al te abstract was voor veel leerlingen. Docent 1: het generaliseren van de cosinusregel vonden de leerlingen al te lastig en was al te abstract voor sommigen. Laat staan het zelf opstellen van een bewijs, je zag ook dat een aantal leerlingen in het begin al afhaakte omdat ze de eerste stappen van het bewijs misten"
2 ED > DP	Aantekeningen voorbereiding	"Met Geogebra werken zoals dat in de literatuur vorm wordt gegeven zie ik ook niet helemaal zitten. Het valt hier [in Nguyen, 2019] ook wel heel erg uit de lucht in de tabel. Maar ja de leerlingen vinden het wel echt te lastig om de regel te bewijzen."
3 DP > DC	Interview	"Leerlingen waren erg geïntimideerd door het bewijs, dit had ik ook wel verwacht, maar je zag echt dat ze ook opgaven toen ze het bewijs niet meer konden volgen. In de ontworpen les zag je dit minder terug bij de introductie van de cosinusregel." "Het was te zien dat leerlingen beter bevatten waarvoor de regel gebruikt kon worden." "Ik merkte in de lessen na de Lesson Study dat de leerlingen minder problemen hadden om de cosinusregel (en ook de sinusregel) toe te passen bij de opgaven. Ik weet niet zeker of dit een direct gevolg is van de Lesson Study les, maar ik vermoed van wel. Volgens mij was het voor de leerlingen duidelijk wat er van ze werd verwacht en wat ze kunnen doen met de cosinusregel."
	Aantekeningen Evaluatie	"Beide docenten geven aan dat het ze is opgevallen dat de leerlingen gemotiveerd aan het werk waren. Tijdens deze les geen leerlingen die hebben opgegeven."
4 DC > PD	Interview	"Ik denk dat we meer inzicht hebben gekregen dat het geven van een bewijs niet altijd toevoegt aan het leerproces van leerlingen." "Het hielp mee [voor het leerproces] dat de leerlingen niet begonnen met een bewijs en dat er genoeg tijd genomen werd voor de opdracht, zonder dat er grote consequenties aan hingen als het niet helemaal lukte."
5 PD > DP	Interview	"Ja ik denk wel dat dit [de werkvorm 'in het diepe gooien'] heeft toegevoegd aan het leerproces. Ik weet niet precies bij welk onderwerp ik het opnieuw zou willen gebruiken, maar dat ik dit wil [gebruiken] kan ik wel bevestigen ja."

Tabel 6: Ontwikkelingen bewijsvoering docent 1

4.4 Ontwikkelingen docent 2

Docent 2 geeft aan vooral geleerd te hebben om bepaalde afwegingen beter te maken. Net zoals docent 1 vertelt ook docent 2 dat het weglaten van de bewijsvoering bij de introductie van de cosinusregel de leerlingen meer motivatie heeft gegeven. Hem is ook opgevallen dat een aantal leerlingen gedemotiveerd raakten van het bewijs, omdat ze na de eerste stappen al weinig begrepen van de theorie (aantekeningen observaties) . Wel geeft docent 2 aan dat dit voor hem geen nieuwe inzichten zijn, maar meer een bevestiging van wat hij al wist (interview). Docent 2 zegt vooral een betere afweging te kunnen maken over het al dan niet geven van het bewijs na het doorlopen van het Lesson Study traject, omdat hij heeft kunnen focussen op de effecten van beide manieren van lesgeven. Op de vraag of docent 2 volgend jaar gebruik wil maken van het bewijs bij de introductie, zegt hij dat hij dit niet zeker weet, omdat de afweging voor het geven van een bewijs afhankelijk is van de groep. Hij zegt hierbij wel de mogelijkheid te zien om het bewijs aan de sterkere leerlingen te leren als ze gemakkelijk in staat zijn het praktijkprobleem op te lossen (interview).

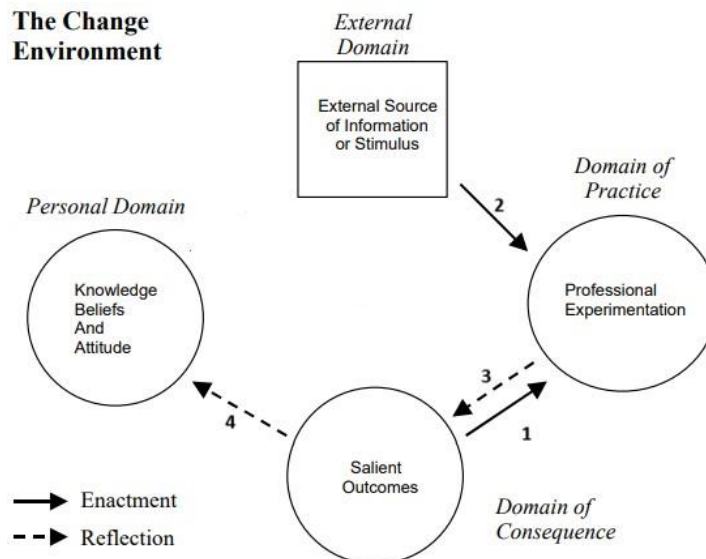
Docent 2 zei ook dat hij bevestiging heeft gekregen dat het inzetten van een praktijkprobleem een positief effect heeft op de motivatie van de leerlingen om de stof te begrijpen. Tijdens de observaties is docent 2 opgevallen dat de leerlingen in de tweede les gemotiveerder bezig waren met het toepassen van de cosinusregel. Na de les was het bleek dat alle leerlingen in staat waren de opgaven op te lossen. Een aantal had tijdens de les alleen wat sturing nodig bij de algebraïsche stappen die moesten worden gezet (aantekeningen evaluatie). Tijdens het interview zei docent 2 dat deze bevestiging zijn lespraktijk verder niet beïnvloedt heeft. Hij geeft aan altijd na te denken over een verstandige manier om de stof over te brengen en zijn voorbereiding van de lessen is niet veranderd door het doorlopen van de Lesson Study cyclus (interview).

Ontwikkelingen binnen het IMPG

Voor docent 2 kunnen de ontwikkelingen die zijn doorgemaakt binnen het IMPG worden weergegeven. Het ontwikkelproces is vergelijkbaar met dat van docent 1, maar de mate van ontwikkeling is minder duidelijk te zien. De ontwikkelingen die docent 2 heeft doorgemaakt kunnen als volgt worden weergegeven:

Allereerst heeft docent 2 in de les voor het doorlopen van de Lesson Study cyclus gezien dat leerlingen gedemotiveerd raken of zelfs opgeven als de introductie van de cosinusregel wordt gedaan met behulp van een bewijs (DC). Na het overleg in de voorbereidings sessie en het bespreken van de literatuur (ED) is de methode van 'in het diepe gooien' ontwikkeld waarbij een praktijkprobleem en het weglaten van het bewijs centraal staan (DP). Ook docent 2 heeft geobserveerd dat de leerlingen gemotiveerder waren in de ontworpen les en dat de toepassing van de cosinusregel over het algemeen beter verliep (DC). Hierdoor zijn de inzichten van docent 2 over het nut van een praktijkprobleem en het soms weglaten van het bewijs versterkt (PD).

In figuur 9 zijn de ontwikkelingen die docent 2 heeft doorgemaakt weergegeven binnen het IMPG. Tabel 2 geeft per ontwikkeling weer in welke bron(nen) deze ontwikkeling is gesignaleerd.



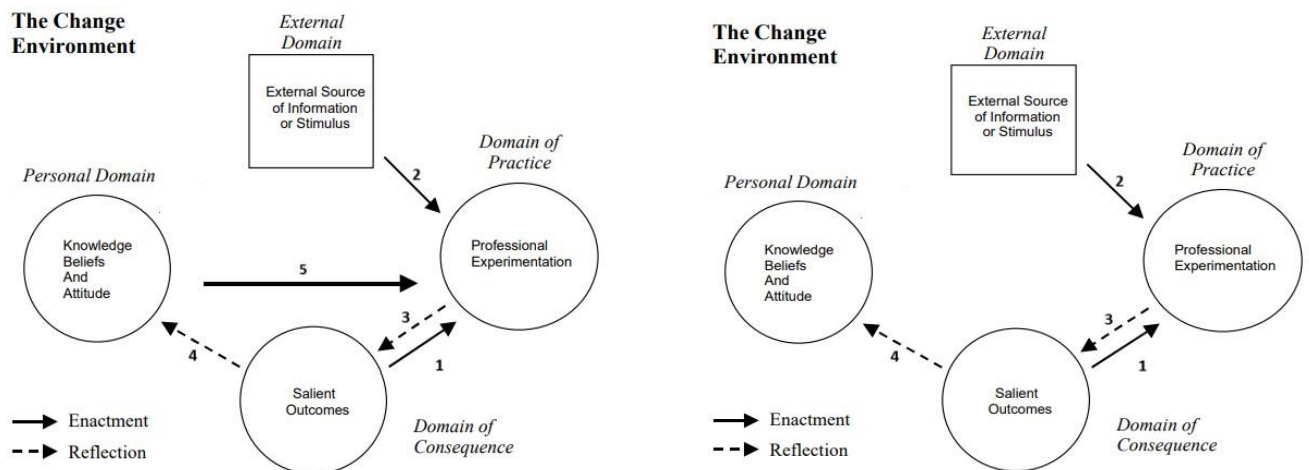
Figuur 9: het ontwikkelproces van docent 2 binnen het IMPG

Ontwikkeling	Bron	Belangrijkste informatie
1 DC > DP	Interview	"Het demotiveert leerlingen ook als ze in de eerste les zo'n bewijs zien en er weinig van begrijpen."
	Aantekeningen voorbereiding	"Docent 1 en 2 zijn in overeenstemming dat het zelf vinden van een bewijs niet productief is, omdat het bewijs nu al te abstract was voor veel leerlingen."
2 ED > DP	Aantekeningen voorbereiding	"Met Geogebra werken zoals dat in de literatuur vorm wordt gegeven zie ik ook niet helemaal zitten. Het valt hier [in Nguyen, 2019] ook wel heel erg uit de lucht in de tabel. Maar ja de leerlingen vinden het wel echt te lastig om de regel te bewijzen."
3 DP > DC	Interview	"Ze waren er goed mee bezig ja. Ik heb in latere lessen ook weinig problemen gemerkt bij het toepassen. Soms moet je ze nog wel op een algebraïsch foutje wijzen, maar dit los je nooit helemaal op." "Hierbij kon ik wel merken dat de leerlingen er aardig uitkwamen. Er moest hier en daar nog wat gestuurd worden, maar de leerlingen liepen niet tegen grote problemen aan. Bij kleinere onderwerpen laat ik de leerlingen wel wat vaker uitzoeken hoe de toepassing werkt, maar het kost wel wat meer tijd."
	Aantekeningen Evaluatie	"Beide docenten geven aan dat het ze is opgevallen dat de leerlingen gemotiveerd aan het werk waren. Tijdens deze les geen leerlingen die hebben opgegeven."

<p>4</p> <p>DC > PD</p>	<p>Interview</p>	<p><i>"Ik neem natuurlijk wel mee dat het [niet geven van het bewijs in deze les wel succesvol bleek en dat blijf ik in mijn achterhoofd houden, maar ik weet niet of dat mijn lespraktijk heel erg beïnvloedt."</i></p> <p><i>"[Ik wil] Vooral [benoemen] dat zo'n bewijs voor het differentiëren wel heel leuk is om te behandelen. We kunnen natuurlijk altijd kijken naar de gemiddelde resultaten en die waren inderdaad prima na de les, maar soms is het voor de sterkere leerling wel eens leuk om wat inzicht te verkrijgen en daarvoor kan een bewijs wel heel waardevol zijn."</i></p>
-----------------------------------	------------------	---

Tabel 7: Ontwikkelingen bewijsvoering docent 2

Vergelijking docent 1 en 2



Figuur 10: Ontwikkelingen docent 1 en 2 binnen het IMPG

In figuur 10 is de ontwikkeling van beide docenten in het IMPG te zien. In deze figuur is te zien dat docent 1 en 2 bijna dezelfde ontwikkelingen hebben doorgemaakt, maar dat docent 2 de ontwikkeling PD > DP (ontwikkeling 5) niet heeft doorgemaakt. In de bronnen is niet gesignaleerd dat de lespraktijk van docent 2 is veranderd door de Lesson Study uit te voeren. Bij docent 1 is gevonden dat hij de werkvorm 'in het diepe gooien' ook bij andere onderwerpen zou willen gebruiken. In dit onderzoek is niet gefocust op veranderingen in toekomstige lessen bij de docenten, dus het is niet met zekerheid te zeggen dat de lespraktijk van docent 1 ook daadwerkelijk veranderd is.

Een ander belangrijk verschil is dat docent 2 met name bevestiging heeft gekregen van ideeën die hij al had voordat hij aan dit onderzoek heeft meegewerkt, terwijl docent 1 ook nieuwe inzichten heeft verkregen bij het uitvoeren van de Lesson Study. Docent 2 had al voorzien dat de leerlingen door het gebruik van een praktijkprobleem en het weglaten van het bewijs gemotiveerder zouden zijn en dat ze de regel beter konden toepassen. Dit inzicht is door het uitvoeren van een Lesson Study bevestigd. Verder kwam het idee om de werkvorm 'in het diepe gooien' te gebruiken van docent 2. Wel geeft hij aan dat de werkvorm bij dit onderwerp beter werkte dan verwacht.

Naast bevestiging van eerdere inzichten, heeft docent 1 ook ideeën opgedaan die nieuw zijn, zoals de realisatie dat een plenaire uitleg niet altijd de beste manier van uitleggen is en dat een werkvorm zoals 'in het diepe gooien' goed kan werken om de leerlingen te motiveren.

In de figuren worden de ontwikkelingen van de docenten hetzelfde weergegeven, omdat het ontwikkelproces tussen de verschillende domeinen hetzelfde is verlopen (behalve stap 5). Zoals hierboven beschreven is de mate van ontwikkeling bij de docenten wel verschillend.

5. Conclusie

In dit onderdeel zal antwoord worden gegeven op de hoofdvraag van dit onderzoek. De hoofdvraag luidde:

"Wat kan een Lesson Study over de introductie van de cosinusregel bijdragen aan de professionele ontwikkeling van een docententeam?"

Om de hoofdvraag te beantwoorden zullen eerst de deelvragen beantwoord worden. Deelvraag 1 luidde als volgt:

"Op welke manier kan de cosinusregel geïntroduceerd worden waarbij de leerlingen deze voor langere tijd kunnen toepassen in verschillende contexten?"

Om deze deelvraag te beantwoorden, is eerst een les in de 'oude' vorm geobserveerd om te zien welke problemen zich voordoen in deze les. Vervolgens is met het team gekeken naar verbeteringen die kunnen worden doorgevoerd. De les is met name verbeterd door het invoeren van de werkvorm 'in het diepe gooien'. Bij deze werkvorm wordt het bewijs van de cosinusregel weggelaten bij de introductie en wordt de regel geïntroduceerd met behulp van een praktijkprobleem dat de leerlingen zelf op moeten lossen. De cosinusregel is op het bord gezet zonder dat er een toelichting bij wordt gegeven waar deze vandaan komt.

In de observaties kwam naar voren dat de leerlingen minder abstractie ervaren bij de regel en dat ze hierdoor minder snel opgeven om de regel te begrijpen. Ook zijn de leerlingen zich door het praktijkprobleem bewust van de toepassingen waarvoor de regel gebruikt kan worden. Hierdoor waren ze over het algemeen gemotiveerder om het praktijkprobleem op te lossen met de cosinusregel. De leerlingen waren tijdens de les allemaal in staat om het praktijkprobleem en de andere problemen uit het boek correct op te lossen. Beide docenten hebben aangegeven dat de leerlingen in de opeenvolgende lessen ook beter in staat waren de cosinusregel toe te passen.

Het lesontwerp voor de introductie van de cosinusregel is dus veranderd door het bewijs achterwege te laten en door de werkvorm 'in het diepe gooien' te gebruiken. De docenten hebben aangegeven dat de leerlingen in staat waren de cosinusregel voor langere tijd in verschillende contexten toe te passen.

Deelvraag 2 luidde:

"Wat kan de samenwerking tussen de participanten bijdragen aan hun professionele ontwikkeling?"

Om deze vraag te beantwoorden, is gekeken naar de resultaten uit de interviews, aantekeningen van de sessies en de reflectietabellen. Tijdens de voorbereidings- en evaluatiesessie heeft er veel overleg en discussie plaatsgevonden over hoe de les vormgegeven kan worden. Beide docenten hebben in het interview bij dit onderzoek aangegeven dat dit overleggen en discussiëren met collega's erg nuttig is geweest voor de professionele ontwikkeling.

In de aantekeningen van de sessies is terug te zien dat de participanten een les hebben ontworpen die deels gebaseerd is op de bekende literatuur, maar beide docenten hebben ook eigen ideeën ingebracht en overlegd over hoe dit ontwerp kan worden veranderd om het meer aan te laten sluiten bij hun visie. Zo heeft docent 1 de discussie over het geven van het bewijs geïnitieerd en docent 2 heeft

het voorstel gedaan om de werkvorm 'in het diepe gooien' te gebruiken in deze les. Met name docent 1 heeft door het overleg en de discussies nieuwe inzichten verkregen, maar ook docent 2 geeft aan dat hij ontwikkeling heeft doorgemaakt.

De participanten van dit onderzoek hebben dus nieuwe inzichten verkregen door de samenwerking en discussies die in de voorbereidings- en evaluatiesessie hebben plaatsgevonden. Dit heeft dus een positief effect gehad op hun professionele ontwikkeling.

Deelvraag 3 van dit onderzoek luidde:

"Welke domeinen binnen het IMPG hebben de participanten ontwikkeld door het gebruik van Lesson Study en op welke manier?"

De ontwikkelingen die de participanten in dit onderzoek hebben doorgemaakt kunnen in het IMPG worden weergegeven in de vier domeinen. Hieronder zal per domein worden uitgelegd welke ontwikkelingen de docenten hebben doorgemaakt en op welke manier.

De eerste stap in de ontwikkeling van beide docenten deed zich voor in het DC. De docenten hebben een les in de 'oude' vorm geobserveerd en hebben gezien dat een aantal leerlingen verward raakte door de abstractie van het bewijs en dat sommige leerlingen tijdens de les zelfs op hebben gegeven om de stof te begrijpen. Hoewel het voor beide niet onverwacht was dat het bewijs voor een aantal leerlingen moeilijk was, was de mate waarin dit bevestigd werd voor beide docenten reden om na te denken over het nut van het geven van een bewijs bij de introductie van de cosinusregel.

In de voorbereidings sessie zijn bovenstaande inzichten vanuit het DC meegenomen in het ontwerp van een nieuwe les. De docenten hebben vanuit het ED input gekregen bij het ontwerpen van de les. Voor de sessie hebben de docenten bekende lesontwerpen vanuit de literatuur doorgenomen en ze hebben in de sessie kunnen discussiëren over hoe het lesontwerp geoptimaliseerd kan worden. Zo is bijvoorbeeld besproken dat het weglaten van het bewijs zoals in Nguyen (2019) een goede basis is, maar er is ook besproken dat het werken met GeoGebra een minder goed aspect van dit lesontwerp is. Het idee om de werkvorm 'in het diepe gooien' te gebruiken is door docent 2 voorgesteld en hierna is gezamenlijk een lesontwerp gemaakt met deze werkvorm.

Het lesontwerp dat in de voorbereidings sessie ontwikkeld is, is vervolgens gedoceerd (DP) en geobserveerd. Tijdens het observeren is opgevallen dat de leerlingen beter in staat waren de cosinusregel toe te passen en dat ze gemotiveerder aan het werk waren. De docenten vermoedden dat de betere motivatie veroorzaakt werd door het gebruik van een praktijkprobleem, door de werkvorm die is gebruikt in de les en door de algehele sfeer die er in de les heerste. De leerlingen konden op een ongedwongen manier uitzoeken hoe ze de cosinusregel konden toepassen. Deze effecten die zijn geobserveerd tijdens de les zijn belangrijke aspecten in het DC.

Bovenstaand is het proces van ontwikkeling tussen het DC, ED en DP beschreven. Dit proces heeft bij beide docenten voor ontwikkeling gezorgd binnen het PD. De docenten hebben verschillende inzichten opgedaan, door de observaties die zijn gedaan in de les in 'oude' vorm, door andere lesontwerpen uit de literatuur te bestuderen en door over een nieuw lesontwerp te discussiëren. De consequenties van dit nieuwe lesontwerp zijn ook weer geobserveerd. Dit proces heeft ervoor gezorgd dat binnen het PD verschillende ontwikkelingen zijn doorgemaakt bij beide docenten.

De docenten hebben allereerst een bewustere afweging leren maken over het al dan niet geven van een bewijs bij verschillende onderwerpen. Ook hebben ze bevestiging gekregen van hoe het gebruik van een praktijkprobleem de leerlingen kan motiveren. Beide docenten hebben inzicht gekregen dat de werkvorm 'in het diepe gooien' een goede methode is om bovenstaande inzichten in een lesontwerp te verwerken. Als laatste heeft docent 1 het inzicht gekregen dat een plenaire uitleg niet altijd de beste manier is om een groep leerlingen iets te leren, doordat hij in de les heeft gezien dat de ontwikkelde werkvorm bij deze groep leerlingen goed werkte. Bovenstaande ontwikkelingen zijn verschillende ontwikkelingen die in het PD van de docenten hebben plaatsgevonden door een Lesson Study uit te voeren.

Als laatste heeft er bij docent 1 een ontwikkeling in het DP plaatsgevonden die zijn doorgemaakt door de hierboven beschreven ontwikkelingen in het PD. Docent 1 heeft aangegeven dat hij het weglaten van het bewijs en de werkvorm 'in het diepe gooien' wel zou willen gebruiken in toekomstige lessen. Er is in dit onderzoek niet onderzocht of de ervaring met Lesson Study op langere termijn effect heeft gehad op de lespraktijk van de participanten, dus er is niet met zekerheid te concluderen dat docent 1 deze wil ook heeft doorgezet in de lespraktijk.

De docenten hebben door de input vanuit het DC en ED dus ontwikkelingen doorgemaakt in het PD en DP.

Hoofdvraag

In dit onderzoek is gekeken wat een Lesson Study over de introductie van de cosinusregel kan bijdragen aan de professionele ontwikkeling van een docententeam.

Bij het doorlopen van de Lesson Study cyclus zijn de participanten bijeengekomen tijdens een voorbereidings- en evaluatiesessie. In deze sessies is de tijd genomen om te bespreken/discussiëren welke lesopzet er gebruik zou worden. Hierin zijn bekende ideeën uit de literatuur meegenomen. Bij het observeren van de les is gekeken naar het leren van de leerlingen en de docenten hebben tijdens de evaluatie kunnen terugkijken of dit leerproces verliep hoe ze dat hadden verwacht. De participanten van dit onderzoek hebben bij de uitvoering van de Lesson Study een les ontworpen waar de cosinusregel wordt geïntroduceerd zonder bewijs en met de werkvorm 'in het diepe gooien'. Dit lesontwerp is tot stand gekomen door de bekende lesontwerpen uit de literatuur door te nemen en gezamenlijk te discussiëren en te overleggen over een nieuw lesontwerp. Door dit overleg over een lesontwerp en door de les te doceren en observeren, hebben beide docenten een betere afweging leren maken over het al dan niet geven van een bewijs. Verder hebben de docenten ingezien dat het gebruik van de werkvorm 'in het diepe gooien' de leerlingen heeft gemotiveerd om de cosinusregel op verschillende problemen toe te passen en dat de leerlingen deze toepassing ook goed onder de knie. Docent 1 heeft aangegeven deze werkvorm in toekomstige lessen ook te willen gebruiken.

Er kan dus geconcludeerd worden dat de docenten door de input vanuit het DC en ED en door het doceren en observeren van het lesontwerp ontwikkelingen hebben doorgemaakt in het PD en DP. Hierbij heeft Lesson Study bijgedragen aan de professionele ontwikkeling van de docenten door een structuur aan te bieden waar de docenten veel van elkaar en uit de literatuur kunnen leren. Door bij elke stap van het proces te reflecteren op hun bevindingen, hebben de docenten het leerproces van de leerlingen beter leren inschatten en geleerd hoe hun lessen hierop aangepast kunnen worden.

6. Discussie en aanbevelingen

Tegenstrijdige uitspraken

In dit onderzoek zijn met name bij docent 1 ontwikkelingen waargenomen in verschillende domeinen van het IMPG, bij docent 2 is vooral waargenomen dat de inzichten die hij al had bevestigd zijn. Met name in de interviews en de aantekeningen van de bijeenkomsten zijn deze ontwikkelingen waargenomen. Echter zijn de uitspraken die de docenten in deze bronnen van dataverzameling hebben gedaan soms tegenstrijdig. Zo geeft docent 1 in het interview aan dat hij het leerproces van de leerlingen niet beter heeft leren inschatten, maar geeft hij in dit interview ook aan dat hij een betere afweging heeft leren maken om het bewijs al dan niet te geven, omdat dit niet altijd helpt bij het leerproces van de leerlingen.

Tegenspraken zoals hierboven besproken komen een aantal keer voor in de bronnen van dataverzameling en hierdoor kan niet met zekerheid worden gezegd dat een docent bepaalde ontwikkelingen heeft doorgemaakt. De ontwikkelingen die beschreven zijn, zijn wel in meerdere stappen van de Lesson Study cyclus waargenomen. Dit zou kunnen betekenen dat de docenten zich ontwikkeld hebben zonder dat ze het zich realiseren, maar dit kan niet met zekerheid worden geconcludeerd.

Signaalwoorden

De resultaten van dit onderzoek zijn gevonden door een analyse te doen bij de interviews en aantekeningen van de bijeenkomsten. In deze analyse is een tabel met signaalwoorden gebruikt om potentiële ontwikkelingen van docenten te signaleren. Vervolgens is per signaalwoord ingeschat of het daadwerkelijk een ontwikkeling weergeeft of niet. In deze laatste stap is een inschatting gemaakt door de onderzoeker. Bij dit proces is er risico dat de inschatting niet correct is en in deze stap kunnen fouten zijn gemaakt. Het kan ook voorkomen dat een ontwikkeling niet wordt weergegeven met een signaalwoord. De analyse van de resultaten is dus gevoelig voor fouten door de onderzoeker en dit heeft invloed op de betrouwbaarheid van de resultaten.

Bij de signaalwoorden is ook bijgehouden hoe vaak een signaalwoord voor is gekomen in de bronnen van dataverzameling. Er zat veel verschil in het aantal keren dat de signaalwoorden zijn voorgekomen met als uitschieters 'leerlingen' (85 keer) en 'bewijs' (45 keer). Aan deze grote aantallen was te zien dat de signaalwoorden niet altijd een ontwikkeling bij de docenten hebben weergegeven en hierdoor was het nodig om per signaalwoord te onderzoeken of er daadwerkelijk een ontwikkeling is doorgemaakt. In toekomstig onderzoek wordt aangeraden om een aantal minder brede signaalwoorden te kiezen die vrijwel zeker een ontwikkeling aanduiden, zodat deze ontwikkelingen met meer zekerheid geconcludeerd kunnen worden in het onderzoek.

Doorlopen cyclus

Tijdens dit onderzoek is de Lesson Study cyclus niet volledig doorlopen. Vanwege de grootte van het onderzoek en omdat het in de planning op school moeilijk was, is besloten de herziene les niet opnieuw te geven. Om beter te kunnen waarnemen of de participanten zich ontwikkeld hebben, is het in vervolgonderzoek aan te raden de cyclus één of meerdere keren te doorlopen. Om met meer zekerheid te kunnen concluderen dat docenten hun lespraktijk hebben ontwikkeld, kan ook in een tijdsperiode na het doorlopen van de Lesson Study cyclus worden gekeken of de lespraktijk veranderd is.

Instrumenteel begrip

Vanuit didactisch oogpunt kan de vraag worden gesteld of de nieuwe lesopzet daadwerkelijk helpt bij het toepassen van de cosinusregels voor langere tijd. De lesopzet die bij het uitvoeren van de Lesson Study is ontwikkeld, creëert vooral instrumenteel begrip bij de leerlingen. In Skemp (1976) wordt onderscheid gemaakt tussen instrumenteel begrip en relationeel begrip. Bij instrumenteel begrip wordt vooral gefocust op hoe een bepaalde formule werkt en hoe deze toegepast kan worden. Bij relationeel begrip wordt juist gefocust op waarom een formule werkt en wordt geprobeerd een verbinding te leggen tussen verschillende onderwerpen. Leerlingen hebben over het algemeen voor langere tijd begrip over een onderwerp als er zoveel mogelijk relationeel begrip wordt gecreëerd.

Bij de werkvorm 'in het diepe gooien' krijgen de leerlingen de cosinusregel in formulevorm en moeten ze zelf proberen deze toe te passen in verschillende contexten. Er wordt in het lesontwerp kort ingegaan op het feit dat de sinusregel niet werkt, hierdoor zouden een aantal leerlingen de verbinding kunnen leggen tussen de sinus- en cosinusregel, maar een verdere uitleg waarom de regel werkt wordt niet gegeven. Naast dat het geven van een bewijs en een uitgebreidere uitleg meer relationeel begrip bij de leerlingen kan creëren, is het belangrijk dat de leerlingen leren dat wiskundige theorieën eerst moeten worden bewezen, voordat deze toegepast mogen worden.

Door de les te geven volgens de opzet die bij deze Lesson Study ontwikkeld is, ontstaat bij de leerlingen vooral instrumenteel begrip. Verder kunnen er misconcepties ontstaan over belang van het bewijzen van een theorie. Het valt dus te betwisten of de lesopzet didactisch gezien wel verbeterd is door het uitvoeren van de Lesson Study.

Aantal participanten

Aan dit onderzoek hebben twee participanten meegewerkt. De resultaten die uit dit onderzoek zijn gekomen, zijn daarom niet direct bruikbaar om conclusies te trekken over grotere groepen docenten, omdat de groep docenten in dit onderzoek daarvoor te klein is. Om hier wel conclusies over te kunnen trekken, is het nodig om een grootschaliger onderzoek uit te voeren waarbij de groep deelnemers uitgebreider is. Het is daarbij ook aan te bevelen om bij dit onderzoek één of meerdere cycli te doorlopen, zodat de ontwikkeling van de docenten met meer betrouwbaarheid gemeten kan worden.

Reflectietabellen

De voornaamste bronnen van dataverzameling bij dit onderzoek zijn de interviews die zijn afgenomen na het doorlopen van de Lesson Study cyclus en de aantekeningen van de bijeenkomsten. Er is na elke bijeenkomst ook een reflectietabel ingevuld door de deelnemers, maar deze hebben weinig nuttige resultaten opgeleverd. In de tabellen zijn een aantal resultaten te vinden die

bevestigen wat de docenten in de interviews en aantekeningen ook al hebben laten blijken en er zijn geen nieuwe resultaten uit de reflectietabellen naar boven gekomen. In vervolgonderzoek wordt aangeraden om de tabellen zo aan te passen dat er meer mogelijkheden zijn om belangrijke resultaten te verkrijgen met behulp van de tabellen.

Om de tabellen op een nuttige manier aan te passen, wordt aangeraden om voor elk type bijeenkomst een andere tabel te gebruiken. Hierdoor kunnen meer passende vragen worden gesteld die ingaan op de meeting. Na de voorbereidingssessie kan bijvoorbeeld gevraagd worden welke onderdelen uit de literatuur verrassend waren of veel hebben toegevoegd. Ook kan hierin worden gevraagd welke discussies als nuttig werden gezien. In de tabel voor een evaluatiesessie kan worden gevraagd welke onderdelen van het leerproces onverwacht waren en wat de docent vindt van de wijzigingen die in het lesontwerp zijn opgenomen.

Dergelijke vragen zijn in dit onderzoek vooral in de interviews en aantekeningen beantwoord, maar door deze ook in de reflectietabellen te verwerken, kunnen misschien andere ontwikkelingen naar voren komen die aan het onderzoek toe kunnen voegen.

Referenties

Abramson, J., Falduto, V., Gross, R. (2014). *Precalculus*. OpenStax.

Bybee, R. (1997) *Achieving Scientific Literacy: From Purposes To Practice*

Clarke, D. & Hollingsworth, H. (2002). *Elaborating a model of teacher professional growth*. *Teaching and Teacher Education*, 18(8), 947-967. 18. 947-967.

Coenders, F. & Verhoef, N. (2019) *Lesson Study: professional development (PD) for beginning and experienced teachers*, *Professional Development in Education*, 45:2, 217-230.

Diepstraten, I., Wassink, H., Stijnen, S., Martens, R., and Claessen, J. (2010). *Professionalisering van leraren op de werk- Plek*. Jaarboek Ruud de Moor Centrum. Open Universiteit

Doig, B. & Groves, S. (2011). *Japanese lesson study: teacher professional development through communities of inquiry*. *Mathematics Teacher Education and Development*. 13. 77-93.

Dudley, P. (2013). *Teacher learning in Lesson Study: What interaction-level discourse analysis revealed about how teachers utilised imagination, tacit knowledge of teaching and fresh evidence of pupils learning, to develop practice knowledge and so enhance their pupils' learning*.

Isoda, M. (2010). *Lesson Study: Problem Solving Approaches in Mathematics Education as a Japanese Experience*.

Lewis, C. & Tsuchida, I. (1999). *A Lesson Is Like a Swiftly Flowing River: How Research Lessons Improve Japanese Education*. *Improving Schools*. 2. 48-56. 10.1177/136548029900200117.

Malterud K., Siersma V.D., Guassora A.D. (2016). *Sample Size in Qualitative Interview Studies: Guided by Information Power*. *Qualitative Health Research*.;26(13):1753-1760. doi:10.1177/1049732315617444

Miles, J., & Gilbert, P. (Eds.). (2005). *A handbook of research methods for clinical and health psychology*. Oxford University

Nguyen, G. (2019). *Teaching the Law of Cosines in Advanced 10th Grade Geometry Textbook by Way of Problem-Based Learning in Vietnam*. *International Journal of Learning, Teaching and Educational Research*, 18, 397-413.

Pillen, M., & Beijaard, D., Brok, P. (2012). *Tensions in beginning teachers' professional identity development, accompanying feelings and coping strategies*. *European Journal of Teacher Education - EUR J TEACH EDUC*. 36. 1-21. 10.1080/02619768.2012.696192.

Skemp, R. R. (1976). *Relational understanding and instrumental understanding*. *Mathematics Teaching*

Stepanek, J., Appel, G., Leong, M., Mangan, M. T., & Mitchell, M. (2006). *Leading lesson study: A practical guide for teachers and facilitators*, 1-16.

Tuna, A. & Kacar, A. (2013). *The effect of 5E learning cycle model in teaching trigonometry on students' academic achievement and the permanence of their knowledge*. *International Journal on New Trends in Education and Their Implications*, 4(1), 73-87.

De Vries, S., Verhoef, N., Goei, S., (2016) *Lesson Study: Een praktische gids voor het onderwijs*.

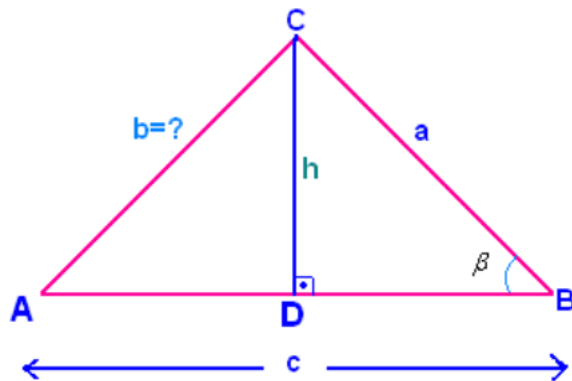
Verhoef, N., & Tall, D. (2011). Lesson Study: The effect on teachers' professional development. In *Proceedings of the 35th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 287-304).

Verhoef, N., Tall, D., Coenders, F. (2014). *The complexities of a lesson study in a Dutch situation: Mathematics teacher learning*. *Int J of Sci and Math Educ* 12, 859-881

Vrielink, S., Bending, J., Wartenbergh, F., Scheeren, J., van den Berg, D., de Vos, K. (2022) *Professionalisering van leraren en docenten. Onderzoek naar professionalisering in brede zin en evaluatie van de Lerarenbeurs*

Witterholt, M., Goedhart, M., Suhre, C., Van Streun, A. (2012). *The Interconnected Model of Professional Growth as a means to assess the development of a mathematics teacher*. *Teaching and teacher education* 28, 661-674

Bijlage A: Afleiding cosinusregel in Tuna & Kacar (2013)



In the figure above, supposing that $|AB| = c$, $|BC| = a$ and $\hat{A}BC = \beta$ are given, try to find $|AC| = b$.

The height h of the side $|AB|$ already drawn.

If $|BD|$ equals to x , how can you write $|AD|$ in terms of x ?

Using the Pythagorean relation, write a^2 and b^2 in two right triangles.

$$a^2 = \dots\dots\dots$$

$$b^2 = \dots\dots\dots$$

Watch that there is h^2 in both of two equalities.

Find h^2 in both equalities.

$$h^2 = \dots\dots\dots$$

$$h^2 = \dots\dots\dots$$

Are these h^2 equal? Why?

$$a^2 - x^2 = \dots\dots\dots (1)$$

Do these equalities still contain x ?

In order to eliminate x in the equalities, instead of x , trigonometric value of which angle, should you write?

Write $\cos \hat{B}$.

What is x in this value?

$$x = \dots\dots\dots$$

Write this x into (1)

The result that you have found, does it contain a , b , c and $\cos \hat{B}$? Leave b^2 alone in the equality.

$$b^2 = \dots\dots\dots$$

This equality that you deduced is called cosine law.

Similarly, by using $\cos \hat{C}$ find another equality.

$$c^2 = \dots\dots\dots$$

$$a^2 = \dots\dots\dots$$

Figur 5: De afleiding van de cosinusregel in Tuna & Kacar (2013).

Bijlage B: Signaalwoorden

Persoonlijk domein	Domein van praktijk	Domein van consequentie	Externe domein
Stof/theorie	Leerlingen	Voorbereiding	Literatuur
Voorbereiding	Leren	Verloop	Methodes
Kennis	Begrip	Begrip	Werkwijzen
Begrip	Volgen	Leerlingen	Collega
Inschatten	Uitwerking	Uitwerking	Overleg
Verwachten	Opdrachten	Problemen	Onderwerp
Collega's	Toepassing	Verwachten	Ervaring
Samenwerken	Onderwerp	Ervaring	Praktijkprobleem
Ervaring	Leerproces	Leerproces	
Inzicht	Bewijs	Toepassen	
Bewijs	Praktijkprobleem	Aandacht	
Ontwerp	Ontwerp	Enthousiast	
Idee	Lespraktijk	Motiveren	
		Resultaten	

Bijlage C: Opzet interviews

Onderstaande opzet is gebruikt bij de interviews. De interviews zijn in semigestructureerde vorm afgenomen, wat betekent dat de opzet slechts de belangrijkste vragen bevat. Het doel van de interviews is om te achterhalen welke professionele ontwikkelingen hebben plaatsgevonden bij de participanten. Daarom zijn veel van de vragen gefocust op verschil in gedachten over bepaalde onderwerpen (PD) en in de lespraktijk (DP). Verder is gevraagd naar de redenen dat deze verschillen zich hebben voorgedaan, om te achterhalen waar de ontwikkeling vandaan is gekomen.

In de opzet is rekening gehouden met dat het interview met wat meer open vragen begint en daarna meer de diepte in gaat. Het interview eindigt met vragen die eventuele gemiste ontwikkelingen alsnog naar boven laten komen. Op deze manier wordt zoveel mogelijk onderzocht welke ontwikkelingen zich voor hebben gedaan en waar deze vandaan zijn gekomen.

Onderstaand de opzet die voor de interviews gebruikt is:

Lesson Study

- Vond je het een leuke ervaring om met Lesson Study een les te ontwerpen?
- Zou je Lesson Study opnieuw willen gebruiken?
 - o Waarom?
 - o Op welke onderwerpen?
- Wat heb je geleerd van het gebruik van Lesson Study?
 - o Heeft dit je lessen beïnvloedt?
 - o Ga je dit gebruiken in toekomstige lessen?
- Zou je toekomstige lessen vaker samen met andere collega's willen ontwerpen?
 - o Waarom zou je dit wel/niet doen?
 - o Zijn er specifieke inzichten die je hebt verkregen door het samenwerken met collega's?
- Heb je gemerkt dat je tijdens de Lesson Study ervaring je eigen lessen anders inrichtte?
 - o Welke veranderingen zijn er aangebracht?
 - o Waarom heb je hiervoor gekozen?
 - o Welk effect hebben deze veranderingen?
 - o Is dit na de Lesson Study ervaring ook zo gebleven?
- Heb je een verschil gemerkt in het leren van de leerlingen tijdens of na de onderzoeksles?
 - o Heeft dit effect gehad op het inrichten van je lessen?
 - o Heb je gemerkt dat je meer inzicht hebt gekregen in het leren van de leerlingen?

- Wat zou je eventueel aanpassen als je in de toekomst weer Lesson Study zou gebruiken?
- Welk aspect van Lesson Study vond je het meest nuttig? En welke het minst?

Specifieke lesontwerp

- Denk je dat het Lesson Study traject er uiteindelijk voor heeft gezorgd dat de leerlingen de cosinusregel beter kunnen toepassen?
 - o Zou je dit lesontwerp volgend jaar weer gebruiken?
- Ga je bewijsvoering meer/minder gebruiken in toekomstige lessen?
 - o Bij welke onderwerpen zou je dit willen doen?
 - o Heb je verschillen gemerkt in het leren van leerlingen door het bewijs niet in de les te verwerken?
- Ga je practice-based learning meer/minder gebruiken in toekomstige lessen?
 - o Bij welke onderwerpen zou je dit willen doen?
 - o Heb je verschillen gemerkt in het leren van leerlingen door het onderwerp met een praktijkprobleem te introduceren t.o.v. een 'droge opgave'?
- Bij deze les zijn de leerlingen 'in het diepe gegooid' met een praktijkprobleem, aan de hand hiervan moesten ze de toepassing van de cosinusregel zelf ontdekken. Vond je dit een nuttige methode?
 - o Zou je deze methode meer/minder willen gebruiken in toekomstige lessen?
 - Bij welke onderwerpen zou je dit willen doen?
 - o Heb je verschillen gemerkt in het leren van leerlingen door het gebruik van deze methode?
- Heb je na deze les meer/minder enthousiasme van de leerlingen over dit onderwerp gezien?
 - o Waarom wel/niet?
- Zijn er nog andere inzichten die je hebt verkregen door deze les te ontwerpen

Bijlage D: Uitwerking interviews

Interview docent 1

*Hoe vond je de **ervaring** om een Lesson Study te doen?*

Ik denk dat het goed is dat je goed nadenkt over wat je wil in een les en hoe je dat wil doen en ik denk dat Lesson Study daar goed bij heeft geholpen.

En wat is de reden dat dit heeft geholpen?

Ik denk dat het helpt om **samen te werken** met **collega's**, soms wel afhankelijk van welke **collega's** en dat je hiervan kan **leren**. Verder helpt het om expliciet tijd vrij te maken om samen naar een les te kunnen kijken.

Zou je Lesson Study ook opnieuw willen gebruiken?

Ja, het is altijd goed om samen met **collega's** te kijken hoe je zo'n les geeft, dus Lesson Study is daar zeker een goede manier voor.

In welke context zou je dat willen doen?

Ik heb niet gelijk een **onderwerp** paraat waarbij ik meteen denk dat Lesson Study hierbij zou kunnen helpen.

Welke lessen heb je geleerd van het gebruik van Lesson Study?

Ik word met name bewust gemaakt van dat het heel veel helpt om tijd te steken en bewust te kijken naar wat je in een les wil doen. Verder helpt het om echt op te letten wat je eigenlijk aan het doen bent.

Ik merk dat veel **collega's** bijvoorbeeld erg veel **ervaring** hebben. Ikzelf heb nog niet zoveel **ervaring**, maar wel een hoop **vakkennis**. Ik merk dat heel veel dingen die we tijdens de les doen niet worden gedaan omdat we er bewust over **nadenken**, maar we doen dit op intuïtie. Deze wordt natuurlijk wel ondersteund door onze **ervaring, vakkennis** of allebei. Verder bespreken we wel eens kort wat we doen in een les, maar ook als er dan verschillen zijn vertrouwen we erop dat de ander het goed genoeg kan en dat het dus wel goed zal zijn wat ze doen. Ik denk dat het goed is om daar overheen te stappen en te bedenken dat de **collega's** het wel goed doen, maar kunnen we niet samen nog verder komen?

Tegelijkertijd kost dit wel veel tijd en die tijd krijg je niet altijd. Het mooie aan Lesson Study is dat we deze tijd vrijmaken. Dit kan niet zo intensief voor alle lessen, maar het is wel goed om dit soms te doen om met elkaar te kunnen kijken naar een les.

Heb je kunnen merken dat je tijdens of na het Lesson Study traject ook bewuster of minder bewust nadacht over wat je in de les wilde doen?

Nee, dat heb ik niet gemerkt.

En heb je kunnen merken dat je lessen anders inrichtte?

Op dit moment nog niet nee, maar bij de **onderwerpen** die aan bod kwamen zijn ook nog geen **bewijzen** nodig geweest.

*Je vertelde net dat je veel hebt geleerd van de **samenwerking** die heeft plaatsgevonden bij het uitvoeren van de Lesson Study, welke specifieke dingen heb je hiervan geleerd?*

Ik denk dat we meer **inzicht** hebben gekregen dat het geven van een **bewijs** niet altijd toevoegt aan het **leerproces** van **leerlingen**. **Leerlingen** waren erg geïntimideerd door het **bewijs**, dit had ik ook wel **verwacht**, maar je zag echt dat ze ook opgaven toen ze het **bewijs** niet meer konden **volgen**. In de ontworpen les zag je dit minder terug bij de introductie van de **cosinusregel**. Hierdoor werden ook veel minder vragen gesteld toen de **leerlingen** zelfstandig werkten en zagen we dat ze al aardig doorhadden wat ze **konden** doen met de **cosinusregel**.

*Heb je in latere lessen gemerkt dat de **leerlingen** meer **begrip** hadden van de cosinusregel of deze beter konden toepassen?*

Ik vind het lastig om te zeggen. Ik merkte in de lessen na de Lesson Study dat de **leerlingen** minder **problemen** hadden om de **cosinusregel** (en ook de sinusregel) **toe te passen** bij de opgaven. Ik weet niet zeker of dit een direct gevolg is van de Lesson Study les, maar ik vermoed van wel. Volgens mij was het voor de **leerlingen** duidelijk wat er van ze werd **verwacht** en wat ze kunnen doen met de **cosinusregel**.

*Heb je zelf meer **inzicht** gekregen in het **leerproces** van de **leerlingen** bij dit **onderwerp**?*

Nee, het proces dat de **leerlingen** in de les hebben doorlopen verliep wel zoals we het van tevoren hadden **verwacht**.

Als je Lesson Study opnieuw zou gebruiken, wat zou je dan anders doen?

Ik zou het vooral wat groter aanpakken met meer organisatie vooraf. Het groepje was nu relatief klein en het hielp natuurlijk ook niet mee dat [door Covid-19] de helft van de **leerlingen** er maar was. Ik denk wel dat het **proces** beter had kunnen **verlopen** als er van tevoren wat meer georganiseerd en gepland was.

*Zou je het uiteindelijke **eindresultaat** van de les in de toekomst willen gebruiken om de cosinusregel te introduceren?*

Ik zou in ieder geval in een toekomstige les het **bewijs** bij de introductie van de regel weglaten. Het was te zien dat **leerlingen** beter **bevatten** waarvoor de regel gebruikt kon worden. Het **praktijkprobleem** heeft hier ook deels aan toegevoegd, maar ik denk wel dat dit minder effect had dan het weglaten van het **bewijs**. Aan de andere kant kan het natuurlijk nooit kwaad om een **praktijkprobleem** te gebruiken om een wiskundige **toepassing** te presenteren aan de **leerlingen**. Ik denk alleen dat de **leerlingen** de **cosinusregel** zelf ook hadden **begrepen** zonder het **praktijkprobleem** erbij. Het zorgde er alleen wel voor dat de **leerlingen** de **aandacht** erbij hadden en ook actief bezig gingen met de **stof**, dus hierin heeft het wel toegevoegd.

*Denk je ook dat het **praktijkprobleem** wat abstractie van de regel heeft weggenomen?*

Ja dat denk ik wel. Je kon merken dat de **leerlingen** tijdens de les over het algemeen goed **doorhadden** dat ze lengtes aan het berekenen waren, doordat een **toepassing** werd gegeven. De **leerlingen** **bevatten** daardoor gewoon waarvoor de cosinusregel gebruikt kan worden. Een tweetal ging nog wel de **fout**

in bij de gedachte dat de **cosinus** van een hoek ook een getal is, maar de **leerlingen** hadden wel beter voor ogen wat ze aan het doen waren.

*Zijn de **leerlingen** dan ook met meer/minder **enthousiasme** bezig geweest tijdens de les? En waardoor komt dat denk je?*

Je kon wel merken dat de **leerlingen** goed bezig waren ja. Ik denk dat dit vooral door de algemene setting in de les kwam. Er hing een ontspannen sfeer, omdat de **voorbereiding** goed gedaan was. Hierdoor **begrepen** de **leerlingen** het doel en waren ze daar ook gericht mee bezig.

*Dus dit zat hem vooral in het **ontwerp** van de les?*

Ja dat denk ik wel. Het hielp mee dat de **leerlingen** niet begonnen met een **bewijs** en dat er genoeg tijd genomen werd voor de **opdracht**, zonder dat er grote consequenties aan hingen als het niet helemaal lukte.

*Zou je dan in toekomstige lessen gebruik willen maken van dezelfde **werkvorm** als in deze?*

Zou ik wel willen doen ja. Ik weet alleen niet of de ruimte ervoor is in de planning, maar als het kan zou ik het graag doen ja. Ik ben alleen nu twee lessen bezig geweest met iets waar ik normaal gesproken één les over doe, maar dit heeft wel bijgedragen aan het **leerproces** van de **leerlingen**. Ze konden de regel gelijk beter **toepassen**. Helaas is het niet bij alle lessen mogelijk om zoveel tijd te nemen.

*Heeft deze Lesson Study je mening over **bewijsvoering** in de les nog veranderd?*

Ik ben wel meer overtuigd geraakt dat **bewijsvoering** lang niet altijd evenveel toevoegt aan een les ja.

*We hebben er in deze les voor gekozen om de **leerlingen** in het diepe te gooien, door de regel op het bord te zetten en de **leerlingen** zelf uit te laten zoeken hoe ze het **probleem** hiermee op kunnen lossen. Denk je dat dit het **leerproces** gestimuleerd heeft? En zou je die **methode** opnieuw gebruiken?*

Ja ik denk wel dat dit heeft toegevoegd aan het **leerproces**. Ik weet niet precies bij welk **onderwerp** ik het opnieuw zou willen gebruiken, maar dat ik dit wil kan ik wel bevestigen ja.

*En wat denk je dat deze **methode** aan het **leerproces** heeft toegevoegd?*

Het heeft de **leerlingen** vooral geactiveerd. Ik zou bijvoorbeeld zelf het **bewijs** ook hebben weggelaten in een gewone les, maar in zo'n les zou er veel meer plenair **gewerkt** worden. Hierbij zou een deel van de **leerlingen** echt wel goed meedenken, maar een deel zou achterover leunen en minder zelf aan het werk gaan. Ook kun je bij de uitleg minder maatwerk leveren, omdat je één uitleg geeft aan een hele klas. Ik merkte echt dat de korte plenaire uitleg met daarna juist een lang werkmoment goed werkte. In deze les waren alle **leerlingen** echt bezig met de **stof** en ze zijn zelf op zoek naar een **oplossing** voor het **probleem** dat is gegeven, dat komt doordat de **leerlingen** op hun eigen tempo konden werken en er tijd was om de minder snelle **leerlingen**, die bijvoorbeeld nog vastliepen bij de algebra, op weg te helpen.

Heb je nog andere **inzichten** verkregen bij het **ontwerpen** van deze les?

Ik denk echt dat de **samenwerking** heel erg goed is. Ik ben alleen bang dat dit niet echt van de grond gaat komen, omdat de **collega's** tijdsdruk hebben. Je moet natuurlijk ook altijd kijken met welke **collega's** je dat wil doen, want je kan niet met iedereen even goed **samenwerken**. De productiviteit is hierbij een heel belangrijk onderdeel, maar dat zat bij deze Lesson Study gelukkig wel goed.

Interview docent 2

Vond je het een leuke **ervaring** om met Lesson Study een les te **ontwerpen**?
Ja zeker. Je doet altijd goede **ideeën** op bij dergelijke manieren van werken.

En waardoor doe je die **ideeën** voornamelijk op?

Door met **collega's** te **overleggen** over een **lesontwerp**. Hoe je het ook wendt of keert, je steekt altijd iets op van praten met anderen over lesgeven en bij een Lesson Study gebeurt dat natuurlijk veel. Bij dit **onderwerp** was het voor mij wel voornamelijk wel bevestiging van wat ik al wist, maar toch krijg je ook altijd weer **nieuwe inzichten** en krijg je input over hoe je een les kan aanvliegen. Het is dan natuurlijk aan mij of ik er wat mee doe of niet.

De nieuwe **inzichten** waar je het over hebt, hoe zijn die bij deze les naar voren gekomen?

Met name in de discussie over **bewijsvoering**. Het is natuurlijk de vraag of je bij Havo 4 tot in den treure theorieën moet gaan **bewijzen**. Het is soms beter om het **bewijs** kort aan te kaarten en gewoon te laten zien waarvoor **leerlingen** de **theorie** kunnen gebruiken. Anders sla je de plank een beetje mis in bepaalde lessen. Die afweging moet soms wat meer gemaakt worden.

Zou je Lesson Study opnieuw willen gebruiken?

Ja hoor. Het is natuurlijk altijd goed om met **collega's** over wiskundige **onderwerpen** te praten en over hoe je dit uit kan leggen. Je hebt alleen zelf ook gezien dat het wel binnen de tijd moet passen en dat is denk ik lastig om vaak te doen, want de meeste mensen zitten vaak al vol in de planning. Het ligt er ook wel aan met wie je zoiets doet. Met de groep die we nu hadden praat je makkelijk over de **onderwerpen** die voorbij kwamen, maar met andere **collega's** zal dit misschien minder goed gaan en is de behoefte er ook minder. Belangrijkste is dus prioriteiten stellen en als mensen tijd hebben is dit zeker een nuttige manier om de tijd te besteden.

Heb je specifieke lessen geleerd van Lesson Study?

Vooral de afweging of je een **bewijs** nou echt moet geven tijdens een les. Het haalt namelijk een heleboel overhoop bij zo'n les en je kan dat wel corrigeren door te zeggen dat de **leerlingen** het **bewijs** verder niet nodig hebben, maar dan kun je je afvragen of het nog wel waardevol is om dat **bewijs** te geven. Het **demotiveert leerlingen** ook als ze in de eerste les zo'n **bewijs** zien en er weinig van **begrijpen**. Voor het examen is het uiteindelijk ook niet belangrijk om zo'n **cosinusregel** te **bewijzen**.

Kun je dan ook merken dat dit je **lespraktijk** heeft beïnvloed?

Nee dat niet. Ik zit natuurlijk al zo lang in de **stof** en heb al vaker dit soort dingen **overlegd** met **collega's** en ik heb natuurlijk heel veel kunnen proberen in de tijd dat ik lesgeef. Tuurlijk is alles welkom wat ik heb gezien in zo'n situatie, maar voor mij heeft het vooral te maken met de klassen of ik een **bewijs** geef of niet. Ik neem natuurlijk wel mee dat het in deze les wel succesvol bleek en dat blijf ik in mijn achterhoofd houden, maar ik weet niet of dat mijn **lespraktijk** heel erg beïnvloedt.

Merk je dat je dan bewuster nadenkt over de **lesvoorbereiding**, omdat je door een Lesson Study weer even scherper bent op het **leerproces** van de **leerlingen**?

Nee, ik vraag me bij elke les wel af wat verstandig is om te doen en hoe je de **stof** over wil brengen. Ik kan natuurlijk merken dat een kleine wijziging soms echt betere **resultaten** oplevert, dus die kleine veranderingen die zijn voor mij altijd belangrijk om uit dit soort **processen** te halen, maar de **lesstructuur** zelf daar heb ik de laatste weken verder niet meer dan normaal over nagedacht.

Welk aspect van de Lesson Study vond je het meest nuttig?

De **voorbereiding**, want ik vind het stoeien met **collega's** over een **onderwerp** altijd goed om te doen. Het maakt ook niet uit bij welk **onderwerp**, je zet samen altijd wel wat goeds neer en dat stoeien over een **onderwerp** levert vaak gewoon betere lessen op.

Was er ook een aspect wat je minder nuttig vond?

Nee dat niet. Je **verwacht** bijvoorbeeld van een [leerling die bij de les was] dat hij gewoon goed meekomt en dat was ook het geval terwijl een aantal andere **leerlingen** wat langer nodig hadden. Daar waren voor mij weinig verrassingen.

Wat zou je zelf aanpassen als je Lesson Study weer zou gebruiken?

Ik zou er het liefst nog wat meer tijd voor willen nemen. We zijn nu twee weken lang vrij veel bezig geweest voor de les en daar is ook een mooi **resultaat** uit gekomen, maar ik zou liever op wat meer lessen focussen en dit ook uitgebreider doen. Je hebt dan alleen wel te maken met mensen die allemaal best wel wat tijdsdruk hebben, dus ik weet niet hoe haalbaar het is.

*Heeft de Lesson Study ervoor gezorgd dat **leerlingen** de cosinusregel beter of minder goed konden **toepassen**?*

Ze waren er goed mee bezig ja. Ik heb in latere lessen ook weinig **problemen** gemerkt bij het **toepassen**. Soms moet je ze nog wel op een algebraïsch foutje wijzen, maar dit los je nooit helemaal op.

*Zou je dan het **lesontwerp** volgend jaar opnieuw willen gebruiken?*

Ik denk dat ik dat wel ga doen ja, maar dat ligt wel aan de planning. Het duurt nu wel wat langer om de regel te introduceren en ik vind het wel jammer dat het **bewijs** mist.

*Denk je dat je volgend jaar het **bewijs** dan wel weer gaat gebruiken of niet?*

Dat ligt aan de groep. Als er veel sterke **leerlingen** in zo'n groep zitten doe ik het **bewijs** meestal wel. Je zag nu wel dat de **leerlingen** de regel goed **toepasten**, ook in latere lessen. Ik zou het **bewijs** dan misschien ook alleen aan de sterkere **leerlingen** aanbieden.

*Zou je **practice-based learning** vaker gebruiken om de **cosinusregel** te introduceren?*

Ja dat moet je zeker doen. Het is natuurlijk ontzettend belangrijk voor de **leerlingen** om te zien wat je met zo'n regel kan. Met een **praktijkprobleem** zorg je er gewoon voor dat er bij de **leerlingen** een lampje gaat branden. Eerst moet die realisatie komen dat ze gewoon met een driehoek te maken hebben en hoe vaker ze **praktijkproblemen** voor zich hebben hoe sneller dit gaat. Als ze eenmaal die driehoek hebben gezien is de belangrijkste stap uit het **leerproces** al gezet, want daarna kunnen ze gewoon de **cosinusregel** gaan gebruiken, wat ze dan na zo'n les al vaker hebben gedaan. Met een **praktijkprobleem** zorg je er dus voor dat die eerste stap telkens iets sneller kan worden gezet. Verder is het

voor de **leerlingen** natuurlijk veel leuker om zo'n **praktijkprobleem** op te lossen dan gewoon maar een driehoek aan ze te geven met de opmerking "los maar op".

*Je kan dus merken dat de **leerlingen** de les ook leuker vinden door een **praktijkprobleem**?*

Ja zeker! Ze gaan er echt beter mee bezig als ze zien waar ze het voor kunnen gebruiken.

*En konden de **leerlingen** de regel later nog goed **toepassen** of niet?*

Ja zeker, ik heb de toets ook nagekeken en ze waren over het algemeen prima in staat om met die opgaven bezig te gaan en het gemiddelde was ook een 6,8, dus dat is volgens mij een goed teken.

*In deze les zijn de **leerlingen** 'in het diepe gegooid' waardoor ze de **toepassing** van de cosinusregel zelf moesten ontdekken. Zou je deze **methode** in toekomstige lessen ook willen gebruiken?*

Dat ligt eraan bij welk **onderwerp**. Hierbij kon ik wel merken dat de **leerlingen** er aardig uitkwamen. Er moest hier en daar nog wat gestuurd worden, maar de **leerlingen** liepen niet tegen grote **problemen** aan. Bij kleinere **onderwerpen** laat ik de **leerlingen** wel wat vaker uitzoeken hoe de **toepassing** werkt, maar het kost wel wat meer tijd.

*Je gaf wel aan dat de **toepassing** van de regel goed ging bij de **leerlingen**. Heeft de **werkvorm** daar dan aan toegevoegd?*

Dat denk ik wel ja. Doordat ze zoiets zelf ontdekken blijft het meestal aardig hangen en volgens mij was dat nu ook wel zo ja.

Heb je nog andere opmerkingen over deze Lesson Study die nog niet aan bod zijn gekomen?

Vooraf dat zo'n **bewijs** voor het differentiëren wel heel leuk is om te behandelen. We kunnen natuurlijk altijd kijken naar de gemiddelde **resultaten** en die waren inderdaad prima na de les, maar soms is het voor de sterkere **leerling** wel eens leuk om wat **inzicht** te verkrijgen en daarvoor kan een **bewijs** wel heel waardevol zijn. Ze **leren** nu natuurlijk ook wel gewoon een truc zonder dat ze **weten** waar het vandaan komt en dat is soms wel jammer. Vooral voor die **leerling** die wel een stapje verder wil denken.

*Dus je zou volgend jaar toch wel weer een **bewijs** willen geven?*

Nou ja, dat is met name afhankelijk van de groep. Je kan zo'n topper uit de klas ook prima zelf laten proberen zo'n **bewijs** uit te vogelen, dus ik kan niet gelijk zeggen wat ik doe, dat ligt echt aan de groep.

Bijlage E: Aantekeningen bijeenkomsten

Aantekeningen voorbereiding

- Meeting begint met bespreken **problemen leerlingen**.
- Docent 1 en 2 zijn in overeenstemming dat het **zelf vinden van een bewijs** niet productief is, omdat het **bewijs** nu al te abstract was voor veel **leerlingen**. Docent 1: het generaliseren van de cosinusregel vonden de **leerlingen** al te lastig en was al te abstract voor sommigen. Laat staan het zelf opstellen van een **bewijs**, je zag ook dat een aantal **leerlingen** in het begin al afhaakte omdat ze bij de eerste stappen van het **bewijs** het **begrip misten**. Volgens mij raken ze er alleen maar **gedemotiveerd** door.
- Docent 2: Ja ze zijn inderdaad weinig aan het werk gegaan. Er waren eigenlijk maar 2 **leerlingen** die het **bewijs** enigszins konden **volgen**. Maar om het nou helemaal niet te doen vind ik ook zo wat.

Belangrijkste punten discussie over het nut van het bewijs.

- Docent 2: Ik heb er wel wat moeite mee om het **bewijs** helemaal achterwege te laten. Met Geogebra werken zoals dat in de **literatuur** vorm wordt gegeven zie ik ook niet helemaal zitten. Het valt hier [in Nguyen, 2019] ook wel heel erg uit de lucht in de tabel. Maar ja de **leerlingen** vinden het wel echt te lastig om de regel te **bewijzen**.
- Docent 1: Het **bewijs** weglaten is inderdaad wel jammer, maar we doen het **bewijs** bij andere **onderwerpen** ook vaak wel. Ze vinden het **bewijs** zo lastig, **ik weet niet hoeveel het toevoegt om het wel te geven. Dan kunnen we beter zorgen dat de leerlingen die regel echt toe kunnen passen en dat we eventueel later het bewijs nog een keer geven.**
- Docent 2 stemt daarmee in. **Toepassing** moet dan wel echt goed zijn na het geven van de les.
- Docent 1 stelt voor om het **idee** van practice-based learning uit Nguyen (2019) wel te gebruiken. **Beide docenten zien nut in van een praktijkprobleem geven om de toepassing goed aan te leren.** Er wordt besloten om een **praktijkprobleem** in het lesplan te verwerken.

Ontwerpen lesopzet zonder bewijs

- Er wordt eerst nagedacht over het gebruiken van het 5E model met een **praktijkprobleem** ter **motivatie** van de **leerlingen**. Docent 1 en 2 besluiten wel dat het **idee** van het 5E model misschien werkt, maar dat het **bewijs** hier natuurlijk niet in verwerkt wordt.
- Er wordt nagedacht over een **praktijkprobleem** en een aantal voorbeelden uit de **literatuur** gezocht. Er wordt via Google gezocht naar goede **praktijkproblemen** bij de regel. Uiteindelijke keuze valt bij een steunpilaar voor het repareren van de toren van Pisa. Opgave is niet helemaal geschikt voor cosinusregel, dus er zijn wat aanpassingen nodig, maar beide docenten stemmen in dat dit **probleem** relevant genoeg is.

- Verdere discussie over het gebruik van 5E. Docent 2 vraagt hoe de andere stappen dan ingevuld kunnen worden. Er wordt nagedacht of het gebruiken van GeoGebra hierbij een optie is. Docent 1: Je dwingt de **leerlingen** dan wel een schets te maken. Dat helpt denk ik wel in te brengen dat ze dit moeten doen bij **praktijkproblemen**.
- Er wordt nagedacht over hoe GeoGebra gebruikt kan worden en hoe dit handig praktisch ingevuld kan worden. Beide docenten vinden het maken van tekeningen en schetsen beter voor het **leerproces** van de **leerlingen**, omdat ze dit uiteindelijk op het examen ook vooral nodig hebben.
- Docent 1 en 2 besluiten allebei dat het gebruik van GeoGebra niet handig is in de vorm zoals gegeven bij Nguyen (2019), omdat de cosinusregel in die tabel erg uit de lucht komt vallen zonder toelichting.
- Verdere discussie over het vormgeven van de les om het **praktijkprobleem** heen.
- Docent 2: **Als je kijkt naar de lesontwerpen in de literatuur, laten ze de leerlingen wel veel zelf doen**. We hoeven natuurlijk niet de **leerlingen** zelf een **bewijs** te laten doen, maar we kunnen ze wel laten 'ontdekken' hoe hij toegepast kan worden.
- **Docent 1 stemt daarmee in, maar vraagt zich af hoe dit vormgegeven kan worden.**
- Docent 2 komt met **idee** om een driehoekje op het bord te zetten met de cosinusregel erbij zodat die bij **leerlingen** bekend is met een zo simpel mogelijk voorbeeldje.
- Docent 1 denkt dat **leerlingen** de sinusregel gaan gebruiken. Docent 2 twijfelt, maar benoemt dat het geen kwaad kan dit te voorkomen tijdens het begin van de les. Onderzoeker stelt voor om bij de driehoek die als voorbeeld gegeven wordt te laten zien dat de sinusregel niet gebruikt kan worden. Al dan niet met formatieve vragen. Beide docenten stemmen in.
- Er wordt door de onderzoeker een voorlopig lesplan samengevat. In het begin wordt een driehoek op het bord gezet en besproken waarom de sinusregel niet werkt. Vervolgens wordt de cosinusregel op het bord gezet en krijgen de **leerlingen** een korte toelichting bij het **praktijkprobleem**. De **leerlingen** krijgen de opgave om aan het werk te gaan met het oplossen van dit **probleem** met de expliciete instructie om in tweetallen te proberen of ze er zelf uit kunnen komen. Docent loopt rond om bij grote fouten bij te sturen.
- **Docent 1 geeft aan dat leerlingen wel veel eigenaarschap krijgen in de les, maar dat er wel wat meer risico op fouten is.** Docent 2 is het hiermee eens. Ze besluiten een klassikale nabespreking over het **praktijkprobleem** te doen om fouten bij **leerlingen** er alsnog uit te halen.
- Er wordt besproken hoe het einde van de les vorm kan krijgen. Docent 2 geeft aan dat **leerlingen** nu de nieuwe **theorie** wel kennen en **verwijst naar het 5E model**. Geeft aan dat oefening hier ook een belangrijke stap in is. **Docent 1 stemt in.** Beide docenten vragen zich af of er meer **praktijkproblemen** moeten worden gebruikt. **Docent 1 geeft aan dat er nu meer automatisme moet worden opgebouwd en dat er wat hem betreft niet per se praktijkproblemen voor nodig zijn.** Docent 2 stemt in en denkt dat een aantal opgaven uit het boek ook prima werken omdat het automatisme

nu voorkeur krijgt boven het belang van **toepassing** duidelijk maken. Hier is docent 1 het mee eens. Er wordt besloten een werkmoment in tweetallen te gebruiken waarbij de **leerlingen** kunnen **overleggen** over het maken van opgave 18 tot en met 21 uit het boek (Getal en Ruimte 11^e editie, hoofdstuk 10).

- Aan het eind van de meeting worden voorspellingen gemaakt over het **leerproces** en welke **problemen verwacht** worden bij het uitzoeken van de cosinusregel

Aantekeningen evaluatie

- Bespreking algemene **verloop** van de les. Beide docenten zijn tevreden over het **verloop**.
- Nagaan of **voorspellingen** uit zijn gekomen. **Conclusie is dat er weinig verrassende leerprocessen bij de leerlingen zijn opgemerkt en de leerlingen over het algemeen niet tegen grote problemen aan zijn gelopen.**
- Sinusregel werd in het begin van de les wel voorgesteld door de **leerling**, maar dit is verwerkt in het **lesplan** en docent heeft laten zien waarom het niet werkt. Verder geen vervolgvragen over gekregen.
- Van de **leerlingen** geen vragen gekregen over de eerste uitleg. Docent 2 geeft aan dat hij denkt dat de oorzaak hiervan is dat de **leerlingen** ook de **instructie** hebben gekregen om zelf uit te zoeken of ze eruit kunnen komen.
- **Beide docenten geven aan dat het ze is opgevallen dat de leerlingen gemotiveerd aan het werk waren. Tijdens deze les geen leerlingen die hebben opgegeven. Alle leerlingen zijn bezig geweest met het praktijkprobleem.** Één tweetal vergat de wortel te nemen (algebraïsche fout), en een tweetal heeft de verkeerde lengte gebruikt voor één van de zijden, maar hier zijn ze snel op gewezen. Verder hadden **leerlingen** wel tijd nodig om de opgave op te lossen, maar is het alle tweetallen gelukt.
- Tweetallen hebben de cosinusregel meteen toegepast. Een aantal vroeg zich hierna af hoe ze verder moesten, maar alle tweetallen hebben (soms na discussie) algebraïsch de **oplossing** gevonden.
- **Docent 1 en 2 vermoeden dat het heeft geholpen dat de sinusregel met toepassingen is behandeld in voorgaande les.**
- Opgaven 18 t/m 21 zijn bij **leerlingen** ook goed gemaakt. Wederom sturing nodig bij één algebraïsche fout, waar **leerling** de breuk niet goed heeft omgeschreven. Docent heeft uitgelegd dat hiervoor balansmethode gebruikt kan worden. Daarna hebben **leerlingen** de opgave gelijk goed opgelost.
- Opgaven door **leerlingen** thuis ook goed gemaakt. Antwoorden van alle **leerlingen** waren goed en **uitwerkingen** volgende les door docent 1 bekeken, die zijn ook goed gemaakt.
- Onderzoeker vraagt wat er in de **lesopzet** hetzelfde kan blijven of veranderd moet worden aan **lesopzet**.
- **Docent 1 geeft aan dat plenaire uitleg van het praktijkprobleem voor fysieke leerlingen niet nuttig was.** In nieuwe opzet splitsing maken tussen **leerlingen** die het wel en niet begrepen.
- **Docent 1 geeft aan dat differentiëren deze les goed ging, omdat leerlingen op hun eigen tempo zonder grote consequenties aan het werk gingen.** Geeft wel aan dat het meehielp dat er weinig **leerlingen** in de fysieke les waren, waardoor er rust heerste.
- Docent 2 zegt dat differentiëren in toekomstige les ook met het **bewijs** kan voor de sterkere **leerlingen**. Geeft wel aan dat er dan meer vragen komen.
- Onderzoeker vraagt hoe dit in les verwerkt kan worden. Beide docenten geven aan dat het binnen deze **lesopzet** te veel wordt om ook nog op een **bewijs** in te gaan. Twijfelen allebei of ze komend jaar wel of geen **bewijs**

gaan geven. Docent 2 geeft aan dat het afhankelijk is van de groep, docent 1 stemt in.

Bijlage F: Voorspellingen leerproces

Voorspellingen

- 1) Leerlingen willen in het begin van de les het praktijkprobleem oplossen met de sinusregel.
- 2) Leerlingen zien niet in dat ze een lengte én een hoek kunnen berekenen met de cosinusregel.
- 3) Leerlingen zijn vergeten dat de cosinus van een hoek een getal is.
- 4) Leerlingen lopen tegen problemen aan bij de algebraïsche stappen voor de oplossing.

Opmerkingen na observatie

- 1) Deze voorspelling is wel uitgekomen, maar ook meegenomen in de voorbereiding van de les. Een leerling had de sinusregel onthouden uit de vorige les en wilde deze toepassen. Docent heeft laten zien waarom dit niet werkt. Dit heeft verder geen problemen opgeleverd.
- 2) Voorspelling is niet uitgekomen.
- 3) Voorspelling is niet uitgekomen.
- 4) Voorspelling is wel uitgekomen. Een tweetal is vergeten de wortel te nemen om het eindantwoord te berekenen. Ook waren leerlingen verward doordat er slechts één vorm werd behandeld tijdens de plenaire uitleg.

Bijlage G: Ingevulde reflectietabellen

Docent 1

Reflectietabel Lesson Study
<ul style="list-style-type: none">• Wat heb je geleerd van deze meeting?
<ul style="list-style-type: none">- <i>Dat er veel verschillende methodes en werkwijzen terugkomen in andere landen.</i>
<ul style="list-style-type: none">• Wat was er verassend aan deze meeting?
<ul style="list-style-type: none">- <i>Dat van de leerlingen in andere landen wordt verwacht dat ze zelf het bewijs kunnen opstellen, terwijl wij juist het bewijs achterwege laten omdat het te abstract is voor een aantal.</i>
<ul style="list-style-type: none">• Waar ben je benieuwd naar bij de volgende meeting?
<ul style="list-style-type: none">- <i>Hoe de leerlingen de les ondervinden</i>
<ul style="list-style-type: none">• Hoe heeft deze meeting beïnvloedt hoe je denkt over het lesgeven en leren in een Lesson Study Team?
<ul style="list-style-type: none">- <i>Het samenwerken hielp mee, maar dit had ik van tevoren ook wel verwacht.</i>

Reflectietabel Lesson Study
<ul style="list-style-type: none">• Wat heb je geleerd van deze meeting?
<ul style="list-style-type: none">- <i>Dat de les goed hielp, maar dat het nu wel 2 lessen duurt om de regel te introduceren en het bewijs te geven.</i>
<ul style="list-style-type: none">• Wat was er verassend aan deze meeting?
<ul style="list-style-type: none">- <i>Dat alle leerlingen de opgaven (met soms wat hulp) goed wisten te maken</i>
<ul style="list-style-type: none">• Waar ben je benieuwd naar bij de volgende meeting?
<ul style="list-style-type: none">-
<ul style="list-style-type: none">• Hoe heeft deze meeting beïnvloedt hoe je denkt over het lesgeven en leren in een Lesson Study Team?
<ul style="list-style-type: none">- <i>Het helpt veel om een stap terug te doen en rustig te bekijken wat we eigenlijk doen in onze lessen.</i>

Docent 2

Reflectietabel Lesson Study
<ul style="list-style-type: none">• Wat heb je geleerd van deze meeting?
<ul style="list-style-type: none">- <i>Verschillende methodes voor intro cosinusregel (en ook andere stof)</i>
<ul style="list-style-type: none">• Wat was er verassend aan deze meeting?
<ul style="list-style-type: none">- <i>Dat het bewijs niet in de les gaat komen</i>
<ul style="list-style-type: none">• Waar ben je benieuwd naar bij de volgende meeting?
<ul style="list-style-type: none">- <i>Hoe de leerlingen met de cosinusregel kunnen omgaan</i>
<ul style="list-style-type: none">• Hoe heeft deze meeting beïnvloedt hoe je denkt over het lesgeven en leren in een Lesson Study Team?
<ul style="list-style-type: none">- <i>Het samen nadenken over een les is erg nuttig geweest.</i>

Reflectietabel Lesson Study
<ul style="list-style-type: none">• Wat heb je geleerd van deze meeting?
<ul style="list-style-type: none">- <i>Dat leerlingen nog meer fouten in de basis maken dan we hadden verwacht (bijvoorbeeld werken met negatieve getallen)</i>
<ul style="list-style-type: none">• Wat was er verassend aan deze meeting?
<ul style="list-style-type: none">- <i>Dat de les zo veel heeft geholpen voor het leren van de leerlingen</i>
<ul style="list-style-type: none">• Waar ben je benieuwd naar bij de volgende meeting?
<ul style="list-style-type: none">-
<ul style="list-style-type: none">• Hoe heeft deze meeting beïnvloedt hoe je denkt over het lesgeven en leren in een Lesson Study Team?
<ul style="list-style-type: none">- <i>Ik heb met name de bevestiging gekregen dat overleg met collega's goede resultaten oplevert</i>

Bijlage H: Lesopzet originele les

Introductie (2 min):

De docent begint de les met het vertellen dat de cosinusregel voor het eerst wordt gebruikt en dat de regel in deze les wordt bewezen. Allereerst legt de docent met een generieke driehoek op het bord uit dat de sinusregel niet werkt, omdat van géén van de drie componenten zowel de zijde als de hoek bekend is.

Bewijs (20 min):

Er wordt begonnen aan het bewijs voor de cosinusregel. Hiervoor wordt een driehoek op het bord gezet waarbij met behulp van de hoogtelijn de cosinusregel wordt bewezen. Zie de figuur hiernaast

De volgende stappen worden met behulp van gerichte vragen 'ontdekt' door de leerlingen, hierbij wordt voor elke stap een andere leerling gevraagd en waar nodig gestuurd door de docent.

$$BC^2 = BD^2 + CD^2$$

$$\cos(\angle A) = \frac{AD}{AB} \text{ dus } AD = AB \cos(\angle A) \text{ en } CD = b - c \cos(\angle A)$$

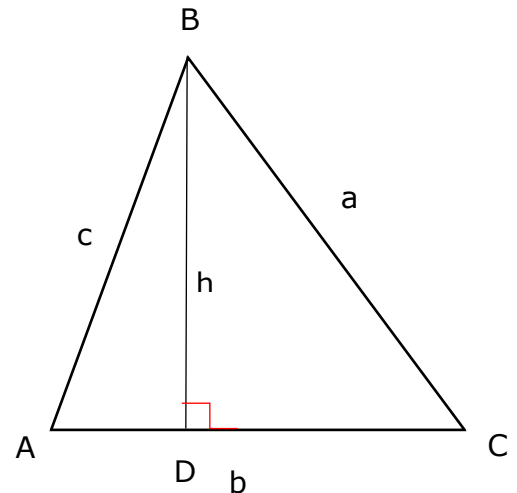
$$\sin(\angle A) = \frac{BD}{AB} \text{ dus } BD = c \sin(\angle A)$$

$$\text{Dan is } a^2 = (c \sin(\angle A))^2 + (b - c \cos(\angle A))^2$$

$$a^2 = c^2 \sin^2(\angle A) + b^2 + c^2 \cos^2(\angle A) - 2bc \cos(\angle A)$$

$$a^2 = b^2 + c^2(\sin^2(\angle A) + \cos^2(\angle A)) - 2bc \cos(\angle A)$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos(\angle A)$$



Voorbeeld berekening (8 min)

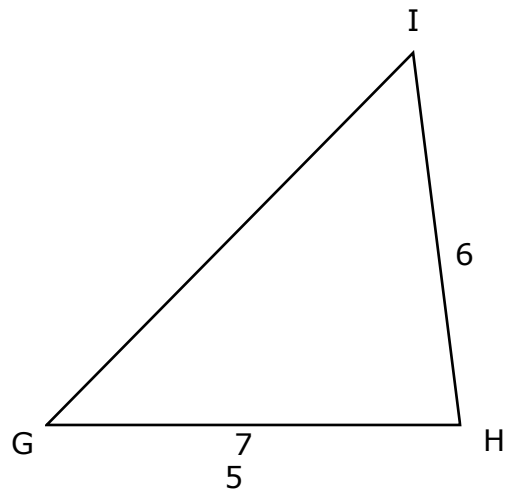
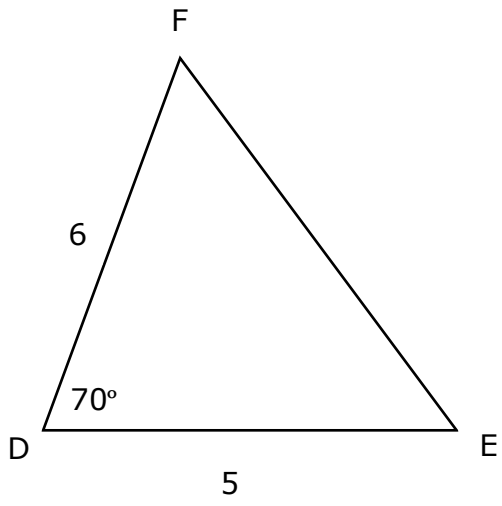
Er wordt aan de hand van twee voorbeelden behandeld hoe leerlingen met behulp van de cosinusregel een zijde en een hoek kunnen vinden. Hiervoor worden in de voorbeelden op de volgende pagina zijde EF en hoek H bepaald.

Zelfstandig oefenen (13 min)

De leerlingen krijgen de instructie om aan de hand van opgave 18 t/m 20 zelf te oefenen met de cosinusregel. Ze mogen hierbij in tweetallen werken en overleggen, maar dit mag ook individueel. De docent loopt door de klas rond om feedback te geven op de uitwerkingen van de leerlingen.

Afsluiting les (2 min)

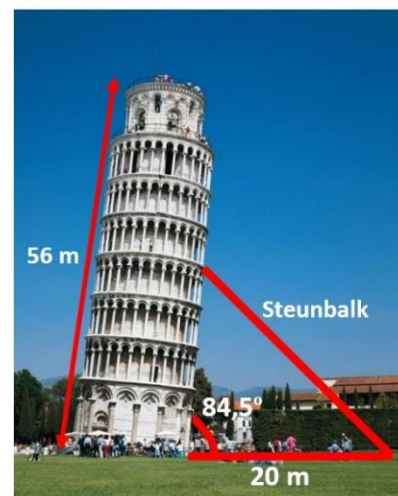
Er wordt door de docent gevraagd of alle leerlingen een zijde en een hoek kunnen berekenen met behulp van de cosinusregel en eventueel nog kort ingegaan op vragen die de leerlingen hebben.



Bijlage I: Lesopzet na evaluatie

Introductie+praktijkprobleem (3 min)

De les zal beginnen met een introductie, waarbij het praktijkprobleem uit de figuur hiernaast op het bord wordt weergegeven. Bij dit probleem wordt verteld dat er reparaties nodig zijn bij de scheve toren van Pisa en dat we willen bepalen hoe lang de steunbalk moet zijn. Er wordt aan de leerlingen gevraagd of ze een idee hebben hoe de lengte van de steunbalk gevonden wordt en hierna wordt duidelijk gemaakt dat de sinusregel bij dit probleem niet werkt, omdat van geen enkele component zowel de zijde als de hoek bekend is. Er is dus wat anders nodig om deze opgave op te lossen: de cosinusregel.



Cosinusregel (2 min)

Als is uitgelegd dat de sinusregel niet werkt bij het bovenstaande probleem, worden de drie vormen van de cosinusregel op het bord gezet. Deze worden zonder verdere toelichting/bewijs gegeven. Er wordt wel een driehoek bij getekend waarin de bijbehorende letters worden gegeven. Ook wordt er benoemd dat de cosinusregel op een willekeurige driehoek kan worden toegepast (deze hoeft dus niet rechthoekig te zijn).

Praktijkprobleem oplossen (15 min)

Het praktijkprobleem met de toren van Pisa (volgende pagina) wordt op het bord gezet. De leerlingen krijgen 15 minuten de tijd om het probleem op te lossen. De leerlingen in de fysieke les doen dit in tweetallen, online doen ze dit zelfstandig, de online leerlingen kunnen in de volgende fysieke les hun uitwerkingen laten controleren. Als leerlingen veel eerder klaar zijn, kunnen ze werken aan een tweede praktijkprobleem (volgende pagina), om alvast wat routine te creëren met de cosinusregel.

Bespreken uitwerking (10 min)

Nadat de leerlingen met het probleem hebben geworsteld, wordt besproken hoe het probleem opgelost kan worden. Dit wordt gedaan met de leerlingen die moeite hadden met het oplossen van het voorgaande probleem. Leerlingen die hier geen moeite mee hadden kunnen intussen vast beginnen met opgave 18. Bij de uitleg worden een aantal leerlingen gevraagd om hun denkstappen toe te lichten. Allereerst wordt gezamenlijk de schets opgesteld. Dan wordt de toepassing van de cosinusregel gevraagd aan een leerling en als laatste wordt de vergelijking door een andere leerling verder opgelost. Zo wordt gezamenlijk naar de goede oplossing gewerkt en worden eventuele misconcepties verholpen door hier verdere uitleg bij te geven.

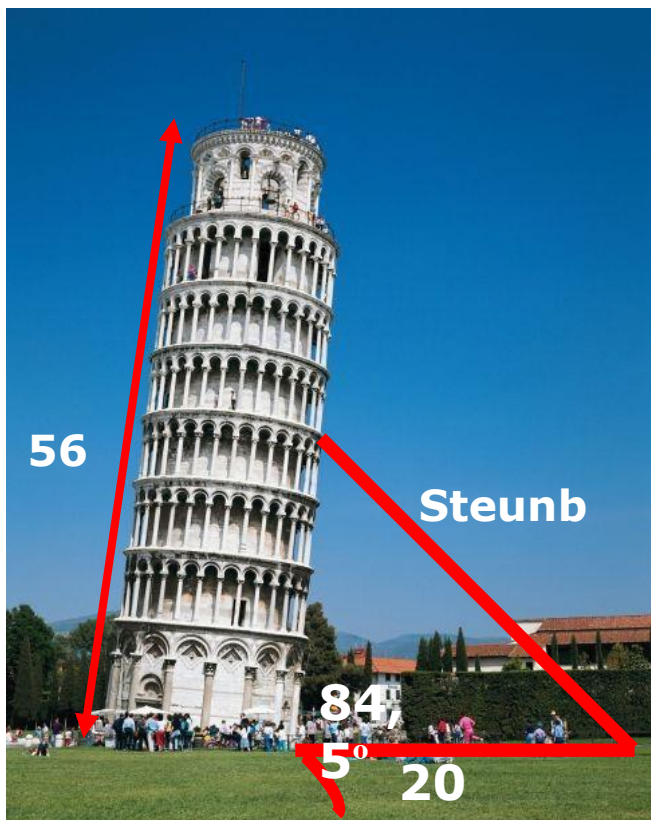
Hoek bepalen (5 min)

Met behulp van een generiek voorbeeldje met een driehoek ABC met $a=7$, $b=9$ en $c=6$, wordt besproken hoe, met behulp van de cosinusregel, een hoek kan worden berekend. Bij deze uitleg wordt een leerling gevraagd de cosinusregel correct toe te passen. Dan zal de leerling gestuurd door de docent de vergelijking algebraïsch omschrijven. Daarna wordt klassikaal gevraagd naar de stap waar de inverse

cosinus moet worden toegepast, aangezien een aantal leerlingen deze stap zal vergeten.

Zelfstandig opgaven uit het boek maken (10 min)

In het laatste deel van de les kunnen de leerlingen bezig met opgaven uit het boek maken, om de geleerde stof verder te oefenen. Ze maken hierbij opgaven 18 t/m 20. Aan de hand hiervan kunnen de leerlingen testen of ze bekend zijn met de stof en of ze deze op generieke voorbeelden toe kunnen passen.

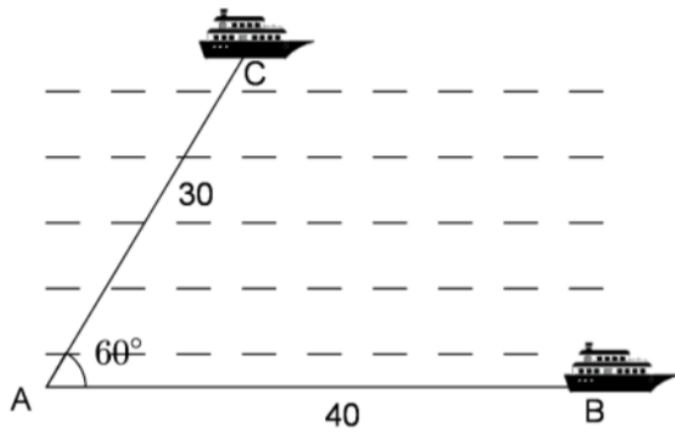


Opdracht 1:

De toren van Pisa staat erom bekend dat hij scheef staat, waar een recht gebouw een hoek van 90 graden maakt met de ondergrond, is de hoek van de toren van Pisa 84,5 graden, hij wijkt dus 5,5 graden af, verder is de lengte van de toren ongeveer 56 meter.

Om de toren toch staande te houden moeten er soms reparaties aan worden gedaan. Als dit gebeurt, wordt een steunbalk tegen het midden van de toren gezet zoals in de figuur is weergegeven. Deze steunbalk moet 20 meter van de toren worden geplaatst.

Bereken hoe lang de steunbalk moet zijn als hij op deze manier wordt geplaatst.



Opdracht 2:

Twee schepen vertrekken vanaf dezelfde haven en varen in verschillende richtingen weg, zie de figuur hiernaast. De koers van de schepen heeft een verschil van 60° , wat betekent dat de schepen steeds verder van elkaar weg varen. Schip B vaart met 30 km/u en schip C met 40 km/u.

Bereken in één decimaal nauwkeurig hoeveel km de schepen na een uur van elkaar verwijderd zijn.

Bijlage J: Observaties

Originele les

Leren van leerlingen

- Leerlingen zijn 'geïntimideerd' door lange bewijsopgave. Duidelijkere introductie kan dit deels voorkomen, maar het bewijs blijft dan voor een aantal toch ingewikkeld.
 - o 'Waarvoor gebruiken we dit'?
 - o Leerling kijkt vragend bij de stap waar de cosinus van een zijde wordt bepaald, maar vraagt de docent niet en let daarna weinig op
 - o Na het geven van bewijs is er een tweetal die alleen de stappen van de uitwerking herhalen zonder begrip van wat ze doen
- Een leerling probeert een zijde te vinden met behulp van SOSCASTOA
- Een aantal leerlingen hebben moeite met generaliseren bij bewijzen ('de lengte van a kan toch niet bepaald worden als we geen andere waarden hebben?' en $\sin(a)$ in de overstaande- en schuine zijde uitdrukken ging wat moeizaam)
- De stap waar gebruikt wordt dat $(\sin(\angle A))^2 + (\cos(\angle A))^2 = 1$ wordt niet duidelijk uitgelegd. Hiervoor moet óf in het begin van de les meer tijd genomen worden om dit duidelijk uit te leggen of het moet zonder toelichting gegeven worden.
- De stap $(b - c \cos(\angle A))(b - c \cos(\angle A)) = b^2 + c^2 \cos^2(\angle A) + c^2 - 2bc \cos(\angle A)$ ontging veel leerlingen. Nadat een leerling vroeg wat er bij deze stap gebeurde knikten veel leerlingen na de uitleg, maar dit kostte onnodig veel tijd.
- Een leerling vergeet wortel te nemen tijdens de plenaire bespreking van het bewijs.
- Door lange uitleg en veel vragen niet aan het berekenen van een hoek toegekomen.
- Bij het voorbeeld waar zijde b werd berekend, was nog niet duidelijk dat de regel drie vormen kent (dus ook $b^2 = \dots$ en $c^2 = \dots$). Hierdoor was onduidelijk bij het uitwerken van het voorbeeld.

Verdere observaties

- Bij leerlingen is niet duidelijk dat ze dit zelf niet hoeven te kunnen, hierdoor ook geïntimideerd. In toekomstige les aangeven dat leerlingen het bewijs niet zelf op hoeven te stellen.

Nieuw ontworpen les

Leren van leerlingen

- Tweetallen beginnen allemaal met een schets
- Één tweetal kon niet vinden dat zijde AC 28 meter lang was en vergat later de wortel te nemen.
- Andere tweetallen zijn meteen in staat om de oplossing te vinden. Twee duo's hadden tijd nodig om te zien dat zijde AC 28 meter is, maar waren daarna in staat om de cosinusregel op de goede manier te gebruiken.
- Bespreking van het praktijkprobleem was voor de fysieke leerlingen niet nuttig, omdat deze de opgave goed hebben uitgewerkt. Voorstel om bij deze uitleg te differentiëren en de leerlingen die het al begrijpen aan het werk te zetten.
- Lengte van een zijde berekenen ging, op bovenstaande opmerkingen na, goed. Leerlingen thuis hebben beide opgaven ook goed uitgewerkt (één heeft de antwoorden fout, omdat de rekenmachine op radiaal stond. Uitwerkingen kloppen wel)
- Twee leerlingen kijken verward bij de term 'inverse' cosinus. Knikken wel nadat ze de notatie op het bord zien. Opletten dat er een andere term gebruikt kan worden of dat 'inverse' uitgelegd word.
- Één van de tussenstappen waar de hoek word berekend bestaat uit het delen door een negatief getal. Een leerling begrijpt deze stap niet en vraagt naar verdere toelichting. Nadat benoemd is dat door een negatief getal wordt gedeeld, stemt de leerling in.
- Bij zelfstandig werkmoment vragen twee duo's naar de andere vormen van de cosinusregel. 'We weten hier toch niet de goede zijde?'. Na uitleg van docent stemmen ze in en werken ze aan de opgave verder. Deze werken ze goed uit.
- Leerlingen zijn gemotiveerd bezig geweest. Geen van de tweetallen heeft voor langere tijd iets anders gedaan dan met de uitleg/opgaven bezig zijn. Vermoeden dat dit mede komt door observanten en kleine klas, maar ook doordat de lesstof goed over komt.
- (Bij een latere les waren er toch problemen bij algebraïsche vaardigheden.)