Schattend rekenen in het primair onderwijs

Universiteit Twente, Enschede
30 augustus 2005
René Klunder

Inhoudsopgave

Het rekenonderwijs kent een jarenlange traditie van precies rekenen. Sinds de opkomst van de realistische visie op het reken- wiskundeonderwijs is hierin verandering gekomen.
Binnen het vakgebied rekenen en wiskunde bestaat sinds enkele jaren de vernieuwing 'realistisch rekenen', waarbij de nadruk ligt op inzicht en niet op het inoefenen van rekenregels en rekenprocedures. Rekenonderwerpen vinden plaats vanuit voor kinderen voorstelbare contexten: realistische situaties die aansluiten bij de belevingswereld van het kind. Het onderwijsveld vindt schattend rekenen tegenwoordig belangrijk. Schattend rekenen vergroot de maatschappelijke redzaamheid, draagt bij tot gecijferdheid en speelt een ondersteunende rol bij precies rekenen (van den Heuvel-Panhuizen, 2001). Het is een onderdeel van het realistisch rekenen. Bij schattend rekenen moet men bewerkingen met afgeronde getallen uitvoeren om de orde van grootte van de uitkomst aan te geven. Uit (literatuur)onderzoek blijkt dat er verschil in gebruik van oplossingsstrategieën bestaat tussen goede en minder goede rekenaars en dat ook het geslacht een rol speelt. De gebruikte methoden op de scholen spelen bij het kiezen van oplossingsstrategieën een minder belangrijke rol.
Het empirische deel van het onderzoek *'schattend rekenen in het primair onderwijs'* richtte zich op basisschoolleerlingen uit de groepen 6 en 7 van drie verschillende dorpsscholen. Het betrof de cnbs "Windesheim" te Sibculo, de basisschool "School met de Bijbel" te Hoge Hexel en de prot. chr. basisschool "De Wiekslag" te Bruchterveld. De twee eerstgenoemde scholen werken met de rekenmethode "Pluspunt" en de laatstgenoemde school met "Wis en Reken".
De centraal te beantwoorden vraag was: Gebruiken goede rekenaars andere/meer/minder strategieën dan minder goede rekenaars (m.a.w. heeft niveauverschil invloed op de keuze van strategieën?) en in hoeverre speelt het geslacht en de gebruikte methode hierin een rol?
Uit analyse van de resultaten bleek dat goede rekenaars inderdaad meer en andere oplossings-strategieën gebruiken dan minder goede rekenaars en dat ook de sekse hierin een rol speelt. De gebruikte methode speelde bij het kiezen van oplossingsstrategieën een minder belangrijke rol.

Arithmetic-education knows a year-long tradition of exact calculating. Since the emergence of the realistic vision on arithmetic and mathematics-education this has changed.
Since a few years within the speciality of arithmetic and mathematics exists the renewal 'realistic arithmetic', by which the emphasis lies on insight and not on the practice of rules and procedures. Subjects take place from imaginative contexts for children: realistic situations which are connected to the experience-world of the child. Nowadays the scholastic world thinks that computational estimation is important. Computational estimation enlarges societal autonomy, knowledge of numbers and plays a supporting role in exact arithmetic (van den Heuvel-Panhuizen, 2001). It is a part of realistic arithmetic. In computational estimation one has to execute operations with rounded numbers to indicate the size of the outcome, without actually computing the exact answer. From (literature)research it appears that there is a difference in strategy choice between children who differ in general ability and also that gender plays a role in strategy choice. The methods that are being used at the schools play a less important role in strategy choice.
The empiric part of the research 'computational estimation in primary education' was focussed on pupils of elementary schools from group 6 and 7 of three different village-schools. It concerned 'cnbs Windesheim Sibculo', the elementary school 'School met de Bijbel Hoge Hexel' and 'PCB De Wiekslag Bruchterveld'. The first two schools use the method 'Pluspunt' and the last-mentioned school used the method 'Wis en Reken'.
The general question to be answered was: Do children who differ in general ability use different/more/less strategies and what role do gender and the method that is being used at schools play in strategy choice?
From analyzes of the results it appeared that A-level children (highest level of competence) indeed used more and different strategies than D/E-level children (lowest level of competence) and that gender also plays a role.
The method being used at schools played a less important role in strategy choice.

1.1 Inleiding

Het rekenonderwijs kent een jarenlange traditie van precies rekenen. Sinds de opkomst van de realistische visie op het reken- wiskundeonderwijs is hierin verandering gekomen.
Binnen het vakgebied rekenen en wiskunde bestaat sinds enkele jaren de vernieuwing ‘realistisch rekenen’, waarbij de nadruk ligt op inzicht en niet op het inoefenen van rekenregels en rekenprocedures. Dit betekent dat er meer tijd wordt ingeruimd voor begripsvorming. Idealiter ontdekken de kinderen de rekenregels zelf. Realistisch reken-wiskundeonderwijs wil leerlingen zover brengen dat ze (concrete) problemen en situaties kunnen oplossen met behulp van eigen strategieën en inzichten. Hierbij hoort een kritische zin, het leren vertrouwen op eigen denkkracht en tevens het ontwikkelen van plezier in wiskunde. Startpunt van dit leerproces vormen de voor kinderen voorstelbare (alledaagse) contextsituaties, waarbij kinderen diverse (kleuterwiskundige) inhouden uitdiepen (Pinkse, Frans & Verstegen, Patrice, 2000).

Het onderwijsveld vindt schattend rekenen tegenwoordig belangrijk. Schattend rekenen vergroot de maatschappelijke redzaamheid, draagt bij tot gecijferdheid en speelt een ondersteunende rol bij precies rekenen. Het is een onderdeel van het realistisch rekenen. Bij schattend rekenen moet men bewerkingen met afgeronde getallen uitvoeren om de orde van grootte van de uitkomst aan te geven (van den Heuvel-Panhuizen, 2001). Volgens Dowker (1992) is schattend rekenen het maken van aannemelijke schattingen bij antwoorden op rekenproblemen, zonder of vóór het doen van precieze berekeningen. Schattend rekenen valt onder hoofdrekenen. Volgens Cathcart e.a. (2000) is hoofdrekenen het vinden van het exacte antwoord zonder gebruik te maken van pen en papier of electronica. Net als bij ‘schattend rekenen’ vergroot het flexibel denken en probleem oplossend denken. Het overgrote deel van de dagelijkse berekeningen wordt uit het hoofd gedaan, zonder gebruik van pen en papier. Reys (1986) en later Cathcart (2000) stellen dat meer dan 80% van buitenschoolse probleemoplossende situaties betrekking hebben op het hoofdrekenen en het ‘schattend rekenen’. Usiskin (1986) somt redenen op om tot schatting over te gaan. Eerst is daar de gedwongenheid om te schatten (bijv. de leeftijd van de oudste mens op aarde, hoeveel lokalen heb je nodig voor 110 studenten, met een maximum per klas van 25? 5 lokalen. 4,4 lokalen gaat niet, het aantal inwoners van een land). Een tweede reden is dat schattingen de duidelijkheid vergroten (bijv. grade point averages (GPA) vormen een schatting, veel getallen worden afgerond om de duidelijkheid te vergroten). Een derde reden is dat schattingen gemakkelijker zijn te gebruiken (bijv. de belastingformulieren worden elk jaar met ronde getallen ingevuld). Als laatste reden geeft Usiskin dat schattingen consistentie geven (bijv. schatten dat π 3,14 is zorgt ervoor dat de studenten met dezelfde getallen werken).

1.2 Strategieën

Welke strategieën gebruiken schatters? In dit onderzoek zijn vier van de elf door Dowker (1992) opgesomde strategieën gebruikt. Er is gekozen voor deze vier, omdat ze in de methoden ‘Pluspunt’ en ‘Wis en Reken’ behandeld worden. Het betreft ‘de afrondstrategie’ (Dowker 3), ‘het gebruik van bekende of mooiere getallenstrategie’ (Dowker 7), ‘het afronden van twee getallenstrategie’ (Dowker 8) en ‘het afronden van één getalstrategie’ (Dowker 9).
Tabel 1 laat alle strategieën en voorbeelden van Dowker zien.

Tabel 1.
Strategieën schatters en voorbeelden (Dowker, 1992).

Strategie	Voorbeeld
1. Begin- en eindstrategie	4.5 + 6.7 +3.2 + 7.8 + 9.2 = 4 + 6 + 3 + 7 + 9 = 29 0.5 + 0.7 ≈ 1 en 0.2 + 0.8 ≈ 1 , dus 29 + 2 ≈ 31
2. Clusterstrategie	Getallen met ongeveer dezelfde waarde kun je clusteren. 70,132 + 67,234 + 73,212 + 70,234 ≈ 4 x 70 ≈ 280
3. Afrondstrategie	36 x 75 ≈ 40 x 70 Het ene getal ronden we naar boven af en het andere naar beneden af.
4. Verenigbare getallen	27 + 49 + 38 + 65 + 56 + 81 27 + 81 ≈ 100; 65 + 38 ≈ 100; 49 + 56 ≈ 100 , dus 3 x 100 = 300
5. Speciale getallenstrategie	Deze strategie wordt dikwijls gebruikt bij breuken. 12/13 + 1/17 + 7/15 12/13 ≈ 1; 1/17 ≈ 0; 7/15 ≈ 0,5 , dus het antwoord is ongeveer 1,5.
6. Gebruik van breuken	Delen door een breuk = vermenigvuldigen met het omgekeerde van die breuk. 66 : 086 = 66 : 6/7 = 66 x 7/6 = 77
7. Het gebruik van bekende of mooiere getallen	9531 : 32 ≈ 9600 : 32 = 300, dus ongeveer 300
8. Het afronden van twee getallen	145 x 37; 150 x 40 = 6000, dus ongeveer 6000.
9. Het afronden van één getal	76 x 89; 76 x 90 = 6840, dus ongeveer 6840
10. Het kleiner maken van getallen	9208 : 32 = 4604 : 16 = 2302 : 8 = 1151 : 4 = 576 : 2
11. Het werken met groepjes	76 x 89 (76 x 100) – (76 x 10) = 7600 – 760 ≈ 6800

Uit onderzoek is gebleken dat leerlingen de strategieën niet uit zichzelf leren (Timmermans, 2005). Om deze strategieën ten volle te benutten is het noodzakelijk dat de leerlingen deze leren. Oefening en toepassing zorgen voor beter begrip. Het beste is het aan te leren met realistische problemen. Dit onderzoek beperkt zich tot het vinden van een antwoord op de vraag welke strategieën het meest gebruikt worden.

1.3 Sekse

Het afgelopen voorjaar scoorden meisjes van groep acht gemiddeld opnieuw slechter dan de jongens met rekenen op de Cito-eindtoets. Dit is al zo'n twintig jaar gaande (NRC, 2005). Meisjes en jongens gaan meestal anders om met de aangeboden lesstof dan jongens. Meisjes zijn over het algemeen braver en iets onzekerder. Dat heeft tot gevolg dat ze het minder goed doen bij sommen waar het aankomt op een soort lef, zoals bij schattend rekenen en hoofdrekenen. Bij deze onderdelen ben je gedwongen om je minder aan vaste regels te houden en daar houden meisjes niet zo van. Meisjes gaan bij sommen als 60 x 0,25 eerder cijferen. Zij zetten de getallen onder elkaar en rekenen het sommetje uit zoals ze dat geleerd hebben. Jongens zullen eerder naar andere oplossingsstrategieën kijken. Ze goochelen als het ware meer met de getallen. Van den Heuvel-Panhuizen (2005) zegt dat meisjes te veel vastzitten aan geleerde oplossingstechnieken. Wat er bij de schatsommen vaak mis gaat is dat meisjes naast minder lef, ook nog eens minder kennis van maten hebben. Jongens blijken over het algemeen meer losse getallenfeitjes te kennen dan meisjes. Een meisje schat de afstand van Groningen naar Maastricht eerder op slechts 60 kilometer.

Het gewicht van een baby kan variëren van 300 tot 500 pond. Meisjes blijken volgens onderzoek door van den Heuvel verricht meer gericht op de kwalitatieve dan op de kwantitatieve aspecten van hun omgeving. In dit onderzoek wordt gekeken of meisjes meer/minder/andere strategieën gebruiken dan jongens, hoe de scores tussen beide geslachten zich verhouden, of meisjes zekerder/onzekerder zijn dan jongens en of meisjes een langere/minder lange denkpauze nodig hebben dan jongens.

1.4 Zwak/goed

Timmermans (2005) merkt op dat kinderen met rekenproblemen wel eens slecht in staat kunnen zijn om reeds verworven rekenkennis te combineren en zo nieuwe strategieën te ontwikkelen wanneer nieuwe rekenopgaven opgelost moeten worden. Een meer traditionele aanpak, waarin slechts een enkele "bewezen" strategie wordt onderwezen, zou wel eens geschikter kunnen zijn voor deze kinderen dan een constructivistische aanpak. De uitvoering van die ene strategie moet worden geautomatiseerd door herhaalde oefening. Timmermans zag dat rekenzwakke jongens, die weliswaar realistisch rekenen aangeleerd gekregen hadden, toch kozen voor één vaste strategie. In dit onderzoek wordt gekeken of zwakke rekenaars meer/minder strategieën gebruiken dan goede rekenaars en of ze sneller/minder snel rekenen en beter/slechter scoren.

1.5 Calculator

De zakrekenmachine is niet meer weg te denken uit onze maatschappij. In kantoren en bedrijven wordt dagelijks gebruik gemaakt van dit hulpmiddel. Op het middelbaar onderwijs hebben de leerlingen de zakrekenmachine standaard in de tas zitten. Hoe liggen de zaken in het basisonderwijs? De niet-gebruikers worden steeds kleiner in aantal. De vooroordelen tegen de zakrekenmachine zijn langzaam aan het verdwijnen. De niet-gebruikers verwachten negatieve effecten van het apparaat op de rekenprestaties van leerlingen. Volgens Edelenbos (1992) is dit een misvatting en heeft rekenen met de zakrekenmachine in de basisschool positieve effecten op rekenprestaties. Bij de invoering van moderne realistische rekenmethodes in de basisschool kwam ook de rekenmachine mee. De zakrekenmachine is er in deze methoden ook voor om het veelvuldig oefenen van lange cijfersommen tegen te gaan. De rekenmethoden besteden vooral veel aandacht aan het gebruik van de zakrekenmachine als snelle rekenaar. Edelenbos (1992) pleit ervoor de kinderen de sommen eerst uit het hoofd te laten uitrekenen of te schatten, voordat de rekenmachine wordt gebruikt. De combinatie van hoofdrekenen en schatten enerzijds en het rekenen met de rekenmachine anderzijds kan het inzichtelijk gebruik van de machine bevorderen. Gravemeijer (2002) stelt dat naar mate het precieze rekenen vaker aan machines wordt overgelaten het belang van het schattend rekenen toeneemt. Al was het alleen maar om de machine globaal te kunnen controleren.
In dit onderzoek worden de methoden 'Pluspunt' en 'Wis en Reken' met elkaar vergeleken wat betreft gekozen strategieën en aantal en de invloed van de rekenmachine op de zekerheid/onzekerheid van de participanten.

1.6 Probleemstelling

In het empirische deel van het onderzoek 'schattend rekenen in het primair onderwijs' wordt dus getracht een antwoord te vinden op de volgende vragen:
Strategieën.
Welke strategie wordt het meest gebruikt?
Interne factoren die het schattend rekenen beïnvloeden (geslacht, zwakke/goede rekenaar).
Gebruiken meisjes andere strategieën?
Gebruiken meisjes meer/minder strategieën?
Zijn meisjes minder zeker?
Hoe verhouden de scores tussen beide geslachten zich?
Hebben meisjes een langere denkpauze nodig?
Kiezen zwakke rekenaars voor het gebruik van minder strategieën?

Rekenen goede rekenaars sneller en scoren ze beter?
Externe factoren die het schattend rekenen beïnvloeden (methoden, rekenmachine).
Is er verschil tussen Pluspunt en Wis en Reken wat betreft gekozen strategieën (en aantal)?
Wat is de invloed van de rekenmachine op zekerheid/onzekerheid?

Eerder onderzoek dit jaar (van den Heuvel-Panhuizen, Timmermans) richtte zich voornamelijk op verschillen tussen jongens en meisjes en goede en zwakke rekenaars. In het empirische deel van dit onderzoek worden ook methoden- en rekenmachinegebruik erbij betrokken.

2.1 Inleiding

Het rekenonderwijs kent een jarenlange traditie van precies rekenen. Sinds de opkomst van de realistische visie op het reken- wiskundeonderwijs is hierin verandering gekomen.
Binnen het vakgebied rekenen en wiskunde bestaat sinds enkele jaren de vernieuwing 'realistisch rekenen', waarbij de nadruk ligt op inzicht en niet op het inoefenen van rekenregels en rekenprocedures. Dit betekent dat er meer tijd wordt ingeruimd voor begripsvorming. Idealiter ontdekken de kinderen de rekenregels zelf. Realistisch reken-wiskundeonderwijs wil leerlingen zover brengen dat ze (concrete) problemen en situaties kunnen oplossen met behulp van eigen strategieën en inzichten. Hierbij hoort een kritische zin, het leren vertrouwen op eigen denkkracht en tevens het ontwikkelen van plezier in wiskunde. Startpunt van dit leerproces vormen de voor kinderen voorstelbare (alledaagse) contextsituaties, waarbij kinderen diverse (kleuterwiskundige) inhouden uitdiepen (Pinkse, Frans & Verstegen, Patrice, 2000).

Het onderwijsveld vindt schattend rekenen tegenwoordig belangrijk. Het is een onderdeel van het realistisch rekenen. Bij schattend rekenen moet men bewerkingen met afgeronde getallen uitvoeren om de orde van grootte van de uitkomst aan te geven. Schattend rekenen valt onder hoofdrekenen. De twee rekenwijzen zullen eens nader met elkaar worden vergeleken in dit literatuuronderzoek. Daarna volgt een stukje historie betreffende het schattend rekenen en wordt het belang van schattend rekenen, zoals men er nu tegenaan kijkt, belicht. Vervolgens wordt ingegaan op de soorten schattingsproblemen en oplossingsstrategieën. Aan het eind van het onderzoek komen de interne (geslacht, dyscalculie) en externe (methode, rekenmachine) factoren die het schatten beïnvloeden aan bod. Helemaal aan het slot worden de onderzoeksvragen opgesomd waar in het empirische deel wordt getracht een antwoord op te vinden.

2.2 Hoofdrekenen en schattend rekenen

Schattend rekenen valt onder hoofdrekenen. Volgens Cathcart e.a. (2000) is hoofdrekenen het vinden van het exacte antwoord zonder gebruik te maken van pen en papier of electronica. Net als bij 'schattend rekenen' vergroot het flexibel denken en probleem oplossend denken. Het overgrote deel van de dagelijkse berekeningen wordt uit het hoofd gedaan, zonder gebruik van pen en papier. Reys (1986) en later Cathcart (2000) stellen dat meer dan 80% van buitenschoolse probleemoplossende situaties betrekking hebben op het hoofdrekenen en het 'schattend rekenen'.
Volgens Dowker (1992) is schattend rekenen het maken van aannemelijke schattingen bij antwoorden op rekenproblemen, zonder of vóór het doen van precieze berekeningen.
Treffers (1992) noemt hoofdrekenen en schattend rekenen twee rekenwijzen die in het leven van alle dag onmisbaar zijn. Hoofdrekenen vindt hij handig rekenen. Hoofdrekenen moet niet gedefiniëerd worden als rekenen-uit –het-hoofd. In dat geval zou hoofdcijferen er ook onder vallen en dat is volgens Treffers niet gewenst, omdat dat meestal niet handig gebeurt. Een voorbeeld: 0,5 x 486
Dit kan cijfermatig uit het hoofd worden uitgerekend. 5 x 4 = 20; 0 opschrijven 2 onthouden; 5 x 8 = 40; plus 2 is 42; 2 opschrijven 4 onthouden..... Het kan, maar handig is het niet.
Wel handig is 0,5 is ½ , de helft van 486 is 243, klaar! Om het zo uit te rekenen kan ook erg praktisch zijn, bijvoorbeeld bij het procentrekenen als er korting is van 50% of 25% of...
Dat is praktisch: niet voor de school,, maar voor het leven. Hoofdrekenen is geen rekenen *uit* het hoofd zegt Treffers, maar *met* het hoofd. Het is een vorm van handig rekenen, waarbij gebruik wordt gemaakt van bewerkingen, van bijzonderheden, van getallen en relaties ertussen. Hoofdrekenen geldt van oudsher als de tegenvoeter van cijferen waarin zonder aanziens des getals volgens een vaste procedure wordt gerekend. Op een speciale manier, met cijfers in plaats van met getallen. Eigenlijk maakt het cijferend rekenen alleen maar gebruik van tafels van optellen en vermenigvuldigen. De betreffende getallen worden niet in hun waarde gelaten, wat bij het hoofdrekenen wel gebeurt.

Volgens het Cito (1988) zijn ook in ons land de leerlingen gericht op een cijfermatige aanpak en als het even kan geneigd tot hoofdcijferen in plaats van hoofdrekenen.
Ook blijkt dat de leerlingen die realistische leerboeken gebruiken, wat hoofdrekenend vermenigvuldigen en delen betreft, significant hoger scoren dan de leerlingen met traditionele methoden. De reden daarvan lijkt eenvoudig: in de nieuwe methoden wordt meer aandacht aan hoofdrekenen besteed dan in de oude. Daarin domineert het cijferen sterk.
Schatten is vooral zinvol als het gaat om het ruwweg bepalen van de uitkomst van een berekening qua orde van grootte. Schatten is onvermijdelijk als er gerekend moet worden met niet exact bepaalde of met niet exact te bepalen gegevens. Bij het schattend rekenen werken we benaderingen, afrondingen, (on)nauwkeurigheden in toepassingssituaties of met kale sommen. Als zodanig vervult het een sleutelrol bij het ontwikkelen van gevoel voor getallen.
Uit Citoresultaten bleek dat ook in Nederland de prestaties van leerlingen die met een oude methode leren rekenen niet significant verschillen van die van de leerlingen die met een nieuwe methode werken. Schatten vereist volgens Treffers kennelijk niet een bijzondere vaardigheid. Het enige dat er van kan worden gezegd is dat de vaardigheid toeneemt naarmate de leerlingen ouder worden.

2.3 Historie en het belang van het schattend rekenen

In tegenstelling tot hoofdrekenen kwam schattend rekenen in het vroegere rekenonderwijs nauwelijks voor. Dat kwam omdat het vanwege het manco aan nauwkeurigheid inferieur werd geacht aan het exacte rekenwerk. Treffers (1992) vindt dit niet terecht. Precies rekenen is volgens hem (zie ook van den Heuvel- Panhuizen, 2001) soms niet mogelijk, voldoet vaak niet, is niet altijd doelmatig uit te voeren (zonder rekenmachine) en is soms minder betekenisvol of zelfs minder correct dan schatten.
Tot 1960 werd relatief grote nadruk gelegd op het hoofdrekenen. Daarna kwam mede onder invloed van de tendens naar individualisering en zelfstandig werken het cijferen sterk opzetten. Het startte begin groep 5 met optellen en aftrekken en eindigde twee jaar later bij de staartdeling. Het hoofdrekenen schoof wat naar de achtergrond. Waarom zou je de 'zekere'weg van het cijferen verlaten voor de 'ongewisse' hoofdrekenmethode?- zo redeneerden vooral ook de zwakkere leerlingen.
In de loop van de jaren tachtig kwam er een wending in het denken van de didactici. Methodenschrijvers, leerplanontwikkelaars en onderzoekers kwamen, mede door de invoering van de *zakrekenmachine*!, tot het inzicht dat hoofdrekenen meer kans zou moeten krijgen zich te ontplooien, dat dit gerealiseerd zou kunnen worden door het cijferen ongeveer een jaar naar achteren te schuiven en dat er een duidelijke verbinding gelegd moest worden tussen cijferen en hoofdrekenen. Hoofdrekenen moest dus een belangrijke plaats gaan innemen en niet al in groep 5 door cijferen overwoekerd te raken.
De aandacht richtte zich ook steeds meer op *schattend rekenen,* vooral ook omdat het zulke abominabele resultaten opleverde. Schattend rekenen kent toch een wat andere positie dan het hoofdrekenen. Hoofdrekenen heeft van oudsher de aandacht van didactici gehad, maar dat kan van schattend rekenen niet gezegd worden.
Treffers noemde in 1990 al enkele onderwijsprincipes om het schattend rekenen toegankelijker te maken. Schattend rekenen moest bijvoorbeeld lonen, dus duidelijk effectiever zijn dan cijferen. Ook moest er voor gezorgd worden dat soms alleen maar schattend rekenen mogelijk was, omdat bijv. de gegevens voor exacte berekening ontbraken.
Schattend rekenen wordt tegenwoordig belangrijk gevonden, omdat schattend rekenen de maatschappelijke redzaamheid vergroot, bijdraagt tot gecijferdheid en een ondersteunende rol speelt bij precies rekenen. Er zijn drie zaken die voorwaardelijk zijn om te kunnen hoofdrekenen.Allereerst moeten leerlingen de tafels beheersen en vaardigheid hebben in het hoofdrekenen, goed kunnen afronden, kunnen rekenen met nullen en kennis hebben van schatfouten en onnauwkeurigheden. Daarnaast wil leren schattend rekenen vooral zeggen dat de juiste strategieën worden gebruikt en moet er voor gezorgd worden dat leerlingen niet de omwegen van de precieze berekeningen bewandelen en pas daarna gaan afronden (van den Heuvel-Panhuizen, 2001).

2.4 Soorten schattingsproblemen

Usiskin (1986) somt redenen op om tot schatting over te gaan. Eerstens is daar de gedwongenheid om te schatten (bijv. de leeftijd van de oudste mens op aarde, hoeveel lokalen heb je nodig voor 110 studenten, met een maximum per klas van 25? 5 lokalen. 4,4 lokalen gaat niet, het aantal inwoners van een land). Een tweede reden is dat schattingen de duidelijkheid vergroten (bijv. grade point averages (GPA) vormen een schatting, veel getallen worden afgerond om de duidelijkheid te vergroten). Een derde reden is dat schattingen gemakkelijker zijn te gebruiken (bijv. de belastingformulieren worden elk jaar met ronde getallen ingevuld). Als laatste reden geeft Usiskin dat schattingen consistentie geven (bijv. schatten dat π 3,14 is zorgt ervoor dat de studenten met dezelfde getallen werken).

Er kan volgens van den Heuvel-Panhuizen (2001) ook gepleit worden voor schattend rekenen in gevallen dat precies rekenen niet hoeft, niet kan of zelfs niet mag. Een voorbeeld van een situatie waarin precies rekenen niet *hoeft.* 'Ik wil vier broden kopen van € 1.98 per stuk. Heb ik aan € 10.00 genoeg?' Om te kunnen zeggen of € 10.00 genoeg is, hoeft de totale prijs niet precies berekend te worden. Een voorbeeld van een situatie waarin precies rekenen niet *kan.* 'Een paar skeelers kost € 80.00. Ik denk dat ik elke week wel € 5.00 kan sparen. Hoelang zal het duren voordat ik het benodigde geld bij elkaar heb?' De vraag hoelang er gespaard moet worden kan in feite niet precies worden beantwoord, omdat het niet zeker is dat er elke week € 5.00 bijkomt. Een voorbeeld van een situatie waarin precies rekenen niet *mag.* 'Tijdens de vakantie hebben we 2178 kilometer gereden. In totaal hebben we 195 liter benzine gekocht. Volgens de fabriek rijdt de auto 1 op 15. Klopt dit wel?' Het gemiddelde benzineverbruik van een auto hangt van zoveel factoren af, dat precies rekenen op basis van het verbruik tijdens één vakantie niet zinvol is (en zelfs bij een schatting kan men dan vraagtekens plaatsen).

2.5 Oplossingsstrategieën

Een belangrijk aspect van de probleemoplossingvaardigheden die bij het rekenen een rol spelen is strategiegebruik. Op veel verschillende manieren kunnen optel- en aftreksommen tot honderd worden opgelost, door gebruik te maken van een verscheidenheid aan strategieën. Volgens Timmermans (2005) zijn sommige strategieën effectiever dan andere, wanneer ze spontaan gebruikt worden. Het is echter onbekend of een dergelijke strategie, indien met succes getraind, ook inderdaad tot meer effectieve probleemoplossingen leidt, aangezien spontaan strategiegebruik verschilt van getraind strategiegebruik. Sommige kinderen gebruiken, na jaren van formeel rekenonderwijs, nog steeds effectief of ineffectief strategieën die niet expliciet zijn onderwezen, hetgeen het belang van spontaan startegiegebruik onderstreept. Timmermans (2005) relateert hieraan de vraag of het wenselijk is kinderen te laten deelnemen in een rekencurriculum waarin spontaan strategiegebruik wordt gestimuleerd door de eigen ontwikkeling van strategieën uit te lokken, of in een curriculum waarin één 'bewezen'strategie wordt onderwezen. Een curriculum dat de eigen ontwikkeling van strategieën stimuleert zou vooral gebaseerd zijn op constructivistische principes. In een huidige constructivistische schoolklas ontwikkelen kinderen hun eigen kennis in interactie met klasgenoten. Rekenopgaven die gebruikt worden om vaardigheden te oefenen zijn op zodanige wijze gekozen dat eigen oplossingswijzen van kinderen sterk worden uitgelokt.

Timmermans merkt verder op dat kinderen met rekenproblemen wel eens slecht in staat kunnen zijn om reeds verworven rekenkennis te combineren en zo nieuwe strategieën te ontwikkelen wanneer nieuwe rekenopgaven opgelost moeten worden. Een meer traditionele aanpak, waarin slechts een enkele "bewezen" strategie wordt onderwezen, zou wel eens geschikter kunnen zijn voor deze kinderen dan een constructivistische aanpak. De uitvoering van die ene strategie moet worden geautomatiseerd door herhaalde oefening. Een vergelijking van een constructivistische en een meer traditionele rekenaanpak is niet alleeen belangrijk vanwege de vraag of deze aanpakken effectief zijn voor kinderen met rekenproblemen. Een dergelijke vergelijking kan ook meer zicht geven op verschillen in rekenvaardigheid tussen meisjes en jongens. In zijn proefschrift ziet Timmermans dat rekenzwakke jongens, die weliswaar realistisch rekenen aangeleerd gekregen hebben, toch kozen voor één vaste strategie. Die benadering is dus vergelijkbaar met traditioneel rekenen, waarbij één manier dé voorgeschreven manier is. Timmermans heeft geen waterdichte verklaring voor het verschil tussen jongens en meisjes. Hij veronderstelt dat de meisjes zich prettiger voelen in een minder gestructureerde omgeving, zoals bij realistisch rekenen. De promovendus zoekt een verklaring eerder in een motivatieprobleem dan in een aangeboren aanleg. Hij meent dat leerkrachten aan die motivatie gericht kunnen werken. Timmermans ziet zijn proefschrift niet als een aanzet het realistisch rekenen aan de kant te gaan zetten. Wel als een waarschuwing dat het aanleren van verschillende oplossingsstrategieën voor sommige kinderen eerder een last kan zijn dan een hulpmiddel. Hij gelooft dat zowel de methoden als de leerkrachten er genoeg van doordrongen zijn dat automatiseren en inzicht verwerven hand in hand moeten gaan. En als meer praktische aanwijzing zegt hij: "Laat , zoals in het realistisch rekenen, zien dat er verschillende wegen zijn die leiden naar een oplosssing, maar zorg ervoor dat er één goed geoefend wordt. Of twee als het kind het aankan." (Timmermans, 2005)

Onderzoek door Dowker(1992) en Reys (1986) liet zien dat goede schatters de volgende strategieën gebruikten. Tabel 1 laat de strategieën en voorbeelden zien.

Tabel 1.
Strategieën goede schatters.

Strategie	Voorbeeld
Begin- en eindstrategie	4.5 + 6.7 +3.2 + 7.8 + 9.2 = 4 + 6 + 3 + 7 + 9 = 29 0.5 + 0.7 ≈ 1 en 0.2 + 0.8 ≈ 1 , dus 29 + 2 ≈ 31
Clusterstrategie	Getallen met ongeveer dezelfde waarde kun je clusteren. 70,132 + 67,234 + 73,212 + 70,234 ≈ 4 x 70 ≈ 280
Afrondstrategie	36 x 75 ≈ 40 x 70 Dit is een goede afrondstrategie, want het ene getal ronden we naar boven af en het andere naar beneden af.
Verenigbare getallen	27 + 49 + 38 + 65 + 56 + 81 27 + 81 ≈ 100; 65 + 38 ≈ 100; 49 + 56 ≈ 100 , dus 3 x 100 = 300
Speciale getallenstrategie	Deze strategie wordt dikwijls gebruikt bij breuken. 12/13 + 1/17 + 7/15 12/13 ≈ 1; 1/17 ≈ 0; 7/15 ≈ 0,5 , dus het antwoord is ongeveer 1,5.
Gebruik van breuken	Delen door een breuk = vermenigvuldigen met het omgekeerde van die breuk. 66 : 086 = 66 : 6/7 = 66 x 7/6 = 77
Het gebruik van bekende of mooiere getallen	9531 : 32 ≈ 9600 : 32 = 300, dus ongeveer 300
Het afronden van twee getallen	145 x 37; 150 x 40 = 6000, dus ongeveer 6000.
Het afronden van één getal	76 x 89; 76 x 90 = 6840, dus ongeveer 6840
Het kleiner maken van getallen	9208 : 32 = 4604 : 16 = 2302 : 8 = 1151 : 4 = 576 : 2
Het werken met groepjes	76 x 89 (76 x 100) – (76 x 10) = 7600 – 760 ≈ 6800

Om deze strategieën ten volle te benutten is het noodzakelijk dat de leerlingen deze leren. Uit onderzoek is gebleken dat leerlingen de strategieën niet uit zichzelf leren. Oefening en toe-passing zorgen voor beter begrip. Het beste is het aan te leren met realistische problemen.
Leerlingen hebben vaak de neiging het exact uit te rekenen en daarna nog even het antwoord bij benadering te geven. Er zal periodiek getest moeten worden om te beoordelen in hoeverre bepaalde strategieën al dan niet beheerst worden. Bij het testen kan op tijd gewerkt worden.
Leerlingen hebben dan minder de neiging op zoek te gaan naar het precieze antwooord (Reys, 1986).

Trafton (1986) zegt over het aanleren van ‘schattend rekenen’ dat in eerste instantie met ronde getallen moet worden gewerkt. Ook hij vindt dat nadruk gelegd dient te worden op alledaagse problemen waar alleen schattingen worden gebruikt. De leerlingen zouden met elkaar moeten communiceren over de verschillende antwoorden. Leerlingen moeten flexibel in hun denken worden. Docenten kunnen dat flexibele denken vergroten door de leerlingen problemen voor te schotelen waar zij bepalen welk type schatting noodzakelijk is. Tot slot moeten de leer-lingen hun strategie vergelijken met de ‘beste’. Dit alles zal bijdragen aan het verbeteren van ‘schattend rekenen’.
De Amerikanen Barbara en Robert Reys (1991) hebben de specifieke denk- en rekenstrategieën van het schattend rekenen als volgt geïdentificeerd. Bij schatten is er vaak sprake van herformuleren, vertalen en compenseren.
Bij het *herfomuleren* worden de numerieke gegevens in een meer hanteerbare vorm veranderd. Dit gebeurt ofwel via afronden of door gelijkwaardige vormen te gebruiken (in plaats van 0,25 bijvoorbeeld ¼ te nemen) of een combinatie van beide.
Vertalen houdt in dat de mathematische structuur veranderd wordt in een meer hanteerbare vorm, bijvoorbeeld door gebruik te maken van gemiddelde en speciale referentiepunten. Als voorbeeld kan een gebouw van vier verdiepingen genomen worden. Hoe hoog is zo’n gebouw ongeveer? De helft van de kinderen van de basisschool in Amerika kwam tot een redelijke schatting. De andere helft dus níet. Hier moet dus een referentiepunt worden gekozen; de hoogte van de kamer, de eigen lichaamslengte. Reys en Reys noemen dit de strategie van het vertalen.
Bij *compenseren* gaat het om het aanpassen van de schatting op basis van de veranderingen die bij het herformuleren of vertalen zijn aangebracht, dat kan tussentijds gebeuren, maar meestal aan het eind. Als alles naar boven wordt afgerond, dan komt de schatting te hoog uit.
In het algemeen geldt (ook internationaal) dat in het onderwijs hooguit aan het herformuleren via afronden systematisch aandacht wordt besteed, maar nauwelijks aan de twee andere strategieën.
Reys en Reys stelden begin negentiger jaren voor om in de curricula en programma’s meer aandacht te besteden aan schatten. In Japan ging men het schatten uitdrukkelijk boven het hoofdrekenen plaatsen. Thans zijn schattend rekenen en het gebruik van de rekenmachine daar de toverwoorden.
Bij hoofdrekenen gaat het niet alleen om het uit het hoofd rekenen. Het gaat vooral om handig en flexibel rekenen, waarbij de kinderen ook vaak pen en papier mogen gebruiken. Kinderen moeten op grond van de getallen en de bewerkingen een keuze maken uit verschillende strategieën. Een voorwaarde voor het met succes te kunnen hoofdrekenen is het beheersen van de basisvaardigheden.
In het didactisch handboek van de methode Rekenrijk worden vijf strategieën onderscheiden. Tabel 2 laat de strategieën en voorbeelden zien.

Tabel 2.
Strategieën hoofdrekenen en voorbeelden.

Strategie	Voorbeeld
Aftrekken met splitsen	18540 – 5120 = **18**540 – **5**120 = **13**440
Aftrekken met rijgen	46 -18 = 46 – 10 – 8 of 46 – 10 – 6 – 2
Aftrekken met een rond getal	54 – 19 = 54 – 20 + 1 of 55 -20
Aftrekken langs een rond getal	72 – 66 = 72 – 2 - 60 – 4 of 72 – 2 – 64
Aftrekken naar analogie van	70 -30 = 7 – 3 12000 – 5000 = 12 – 5

De strategieën gelden ook voor voor optellen, vermenigvuldigen en delen.
Leerlingen moeten beschikken over bepaalde basisvaardigheden om met succes te kunnen hoofdrekenen en ‘schattend rekenen’. De ‘think aloud’ methode verschaft de docent en medeleerlingen het nodige inzicht. Het zal de afhankelijkheid van pen en papier aanzienlijk verkleinen (Bokhove, 2003).

2.6 Interne factoren die het schattend rekenen beïnvloeden

Uit onderzoek van Noteboom e.a. (2000) blijkt dat veel Nederlandese kinderen te maken hebben met rekenproblemen. Meer dan 50% van de leerlingen in het primair onderwijs heeft halverwege de basisschool het aftrekken van getallen nog niet voldoende onder de knie. Kinderen in het speciaal basisonderwijs presteren nog minder in vergelijking met kinderen uit het regulier primair onderwijs (Kraemar e.a., 2000).
Volgens Wynn (1992) begint de rekenkundige ontwikkeling al spoedig na de geboorte. Kinderen van twee jaar oud zijn al in staat kleine hoeveelheden op te tellen of af te trekken (bijv., 3 – 1). De ontwikkeling van deze bekwaamheden verloopt volgens hem geheel natuurlijk. De wat meer gecompliceerde zaken moeten worden aangeleerd.
Kinderen leren gaandeweg steeds abstracter te denken. Niet ieder kind zal zich op dezelfde wijze ontwikkelen. Ook de rekenkundige ontwikkeling van jongens en meisjes lijkt te verschillen. In de aanvangsjaren is het verschil te verwaarlozen. Echter, op latere leeftijd (10 – 12 jaar) presteren meisjes beter met cijferend rekenen (Halpern, 1992). Jongens presteren beter met redactiesommen, oftewel leessommen. In het voortgezet onderwijs scoren jongens beter dan meisjes wat betreft multiple oplossingsstrategieën (Gallagher e.a., 2000). Volgens Marshall & Smith (1987) zijn meisjes beter in staat bepaalde procedures te automatiseren. Ook instrueren ouders en leerkrachten meisjes en jongens op verschillende wijze (Carr e.a., 1999). Quinn en Spencer (2001) spreken over stereotype dreiging. De gedachte kan post vatten dat rekenen een taak is die niet bij meisjes past. Zo'n gedachte zal het zelfvertrouwen van meisjes niet versterken.
Het afgelopen voorjaar scoorden meisjes van groep acht gemiddeld opnieuw slechter dan de jongens met rekenen op de Cito-eindtoets. Dit is al zo'n twintig jaar gaande (NRC, 2005). Meisjes en jongens gaan meestal anders om met de aangeboden lesstof dan jongens. Meisjes zijn over het algemeen braver en iets onzekerder. Dat heeft tot gevolg dat ze het minder goed doen bij sommen waar het aankomt op een soort lef, zoals bij schattend rekenen en hoofdrekenen. Bij deze onderdelen ben je gedwongen om je minder aan vaste regels te houden en daar houden meisjes niet zo van. Meisjes gaan bij sommen als 60 x 0,25 eerder cijferen. Zij zetten de getallen onder elkaar en rekenen het sommetje uit zoals ze dat geleerd hebben. Jongens zullen eerder naar andere oplossingsstrategieën kijken. Ze goochelen als het ware meer met de getallen. Van den Heuvel-Panhuizen (2005) zegt dat meisjes te veel vastzitten aan geleerde oplossings-technieken. Wat er bij de schatsommen vaak mis gaat is dat meisjes naast minder lef, ook nog eens minder kennis van maten hebben. Jongens blijken over het algemeen meer losse getallenfeitjes te kennen dan meisjes. Een meisje schat de afstand van Groningen naar Maastricht eerder op slechts 60 kilometer. Het gewicht van een baby kan variëren van 300 tot 500 pond. Meisjes blijken volgens onderzoek door van den Heuvel verricht meer gericht op de kwalitatieve dan op de kwantitatieve aspecten van hun omgeving. Leerkrachten zouden moeten benadrukken dat je best van de geleerde rekentechnieken mag afwijken en zouden regelmatig de verschillende oplossingsstrategieën moeten bespreken in de klas. Ook zouden leerkrachten bij meisjes harder moeten werken om hun maatkennis op een goed niveau te krijgen. Voor meisjes is een veilige leeromgeving nog belangrijker dan bij jongens.
Op scholen waar meisjes en jongens het wél even goed doen blijken er goede sociale regels te zijn. Er wordt niet om fouten gelachen en er heerst een ordelijke sfeer. Meisjes durven in zo'n leerklimaat wel hun vinger op te steken om antwoord te geven op een vraag. Leerkrachten zouden meisjes meer tijd moeten geven om te antwoorden. Opvallend is dat meisjes op meisjesscholen veel betere resultaten behalen bij rekenen en wiskunde dan meisjes op een gemengde school. Er zijn momenteel nascholingscursussen 'Meisjes-jongens en rekenen' voor leerkrachten, maar er is weinig animo voor. Leerkrachten gaan liever naar een nascholings-cursus over pesten of ADHD. Volgens Erica de Goeij van het Freudenthalinstituut worden de verschillen tussen jongens en meisjes wel degelijk ook veroorzaakt door de manier van lesgeven op de scholen. Volgens Lianne de Vet, pabo-docent aan de Hogeschool Inholland Haarlem, moeten we niet terug naar seksegescheiden onderwijs. Het past niet in deze samenleving. Op de scholen zou een rekencoördinator moeten worden aangesteld. Interne Begeleiders zouden een voornamere rol kunnen gaan spelen.
Op dit moment is Hogeschool Edith Stein/Onderwijscentrum Twente bezig te inventariseren of het mogelijk is in het cursusjaar 2005-2006 de Post-HBO opleiding rekencoördinator aan te bieden. Dit is een erkende opleiding, opgenomen in het stelsel postinitiële opleidingen van het landelijk Platform

Nascholing Primair Onderwijs (Hogeschool Edith Stein, Hengelo). De opleiding heeft als doel leraren te scholen voor de taak van Coördinator Rekenen, waarbij de taak kan worden uitgevoerd binnen een school of bovenschools. De opleiding is vooral gericht op het ontwikkelen van competenties, die bestaan uit twee belangrijke domeinen: Van gecijferdheid en microvakdidactiek naar zicht op leerlijnen en inhoudelijke kwaliteitszorg van eigen ervaring naar het coachen van collega's en naar beleidskwesties in school.
Dat rekenen de laatste tijd weer 'hot' is blijkt ook uit het feit dat het Freudenthal Instituut ieder jaar de Nationale Rekendagen organiseert. Ze zijn bedoeld voor leraren basis- en speciaal onderwijs. Twee dagen lang kunnen de leraren hun kennis en vaardigheid op het gebied van het vak rekenen-wiskunde verdiepen.
Meisjes hebben een enorme inhaalslag moeten maken. Vrouwen hadden vroeger misschien niet de interesse ervoor, het hoefde ook niet, want ze zouden toch huisvrouwen of moeders worden. Vaak werd het ze ook afgeraden en zelfs ontmoedigd om wiskunde te gaan studeren. Ze werden hierin soms zelfs tegengewerkt, door niet toegelaten te worden. De meeste studies laten zien dat tegenwoordig de meisjes beter zijn in rekenen dan jongens tot ongeveer een leeftijd van 12 jaar. Vanaf dit moment worden de verschillen steeds groter, naarmate de leeftijd toeneemt. Een verklaring hiervoor zou gevonden kunnen worden in het feit dat het in het primair onderwijs vooral gaat om fijn-motorische vaardigheden, maar minder om ruimtelijk inzicht. Vooral het inzicht dat juist zo belangrijk is, gaat op hogere niveaus een steeds grotere rol spelen. Dit wordt bepaald door de cultuur. Jongens doen andere activiteiten dan meisjes. Bijvoorbeeld het spelen met lego, klimmen in bomen en balsporten. Meisjes daarentegen spelen met poppen, gaan zich verkleden, kletsen, koken en lezen graag. Doordat veel meisjes mechanische voorstellingen uit de weg gaan, verliezen ze inzicht in ruimtelijke vaardigheden. Hieruit kan men dus concluderen dat er geen verschillen zijn bij de basismogelijkheden. Het goed zijn in rekenen is niet sekse gerelateerd. Hierbij moet nog worden opgemerkt dat er bij deze onderzoeken geen onderscheid wordt gemaakt in reken-wiskundige vermogens tussen mensen. De mate waarin het reken-wiskunde vermogen zich ontwikkelt, wordt bepaald door de culturele omgeving en de mate waarin men zich rekenen-wiskunde eigen maakt. Hiermee wordt niet gezegd dat iedereen er dus even goed in kan worden, want naast IQ, spelen ook nog factoren mee als interesse en concentratie. Daarnaast is het trainen van de vaardigheden erg belangrijk. De term '*dyscalculie*' wordt tegenwoordig al wat makkelijker in de mond genomen. De term dyscalculie duidt aan dat het om een disfunctie gaat, een stoornis. Je zult dus eerst moeten vaststellen of een kind een rekenprobleem of een rekenstoornis heeft.
Rekenproblemen zijn nog geen rekenstoornissen. Rekenproblemen horen bij het leren rekenen: ze horen bij het ontwikkelende getalbegrip en de ontwikkelende reken- en probleemoplossende vaardigheden. Veel rekenproblemen verdwijnen met het toenemende inzicht van de rekenaar. Andere rekenproblemen zijn na een nauwkeurige probleemanalyse en een adequate didactische begeleiding goed te behandelen (Ruijssenaars, 1992).Niet alle rekenproblemen zijn een gevolg van beperkingen in de capaciteiten van kinderen. Soms zijn rekenproblemen voor een belangrijk deel het gevolg van tekorten in het rekenonderwijs of van beperkingen van de rekenmethode. Natuurlijk moeten de omstandigheden ook zodanig zijn dat een kind tot leren kan komen (Braams, 2000). De kennis over rekenproblemen schiet volgens Braams vaak tekort. Remedial Teaching wordt door veel scholen onvoldoende als 'vak' gezien. Vaak bestaat de extra begeleiding uitsluitend uit extra oefenen of krijgt de leerling de stof nog een keer opnieuw uitgelegd. Dit kan men eigenlijk geen remedial teaching noemen, dit is re-teaching. (Soms is re-teaching natuurlijk voldoende.) Het analyseren van een rekenprobleem vraagt een behoorlijke kennis. Men kan dat niet aan een stagiaire van de Pabo overlaten. Kinderen met rekenproblemen krijgen vaak te weinig instructie. Omdat ze niet meer met de klas mee rekenen, is de klassikale instructie niet meer relevant. Individuele instructie schiet er gemakkelijk bij in als de leerkracht erg druk is. Dat leidt tot problemen, want deze kinderen hebben juist meer instructie nodig dan de klas! De hoeveelheid gerichte instructietijd die ze krijgen is bepalender voor hun rekensucces dan de hoeveelheid verwerkingstijd (oefentijd). Aangezien de huidige rekenmethodes allerlei *oplossingsstrategieën* toestaan en propageren om hierover met de klas te praten, neemt de didactische kennis bij de leerkrachten over voorkeursstrategieën bij het berekenen af!!!.
Veel docenten scholen zich onvoldoende vakgericht bij, veel herintreders hebben weinig up-to-date kennis met betrekking tot de nieuwste inzichten en methodieken.

Leerkrachten in duo-banen zijn vaak niet in staat om hun ervaringen voldoende over te dragen (Braams, 2000).

Het rekenonderwijs wordt steeds taliger. Kinderen met leesproblemen vallen in toenemende mate uit op rekenen, of specifiek op rekentests (Cito!) Het stimuleren van meerdere oplossingsstrategieën werkt verwarrend voor zwakke rekenaars (en goede rekenaars hebben het niet nodig, want die gaan vanzelf wel slim rekenen)!!! De rekenboekjes zien er 'leuk' uit, maar hebben vaak een onrustige, verwarrende bladspiegel. Voor zwakke rekenaars wordt er te weinig structuur aangeboden. Er is voor veel kinderen te weinig langdurige oefening om tot automatiseren van basiskennis te komen, met andere woorden de zwakke rekenaars krijgen niet genoeg tijd om zich één of twee strategieën eigen te maken.

Het spreekt vanzelf dat de omstandigheden om te leren gunstig moeten zijn. Als een kind om wat voor reden dan ook zijn of haar aandacht niet bij het rekenen of bij de rekeninstructie kan houden, of zich niet voor het rekenen kan motiveren, dan valt er uiteraard weinig vooruitgang te boeken. Een rekenstoornis is als volgt te omschrijven:'rekenvaardigheden die duidelijk beneden het verwachte niveau liggen, met inachtneming van de leeftijd, de intelligentie en het gevolgde onderwijs, leidend tot flinke problemen op school of in het dagelijks leven en zonder dat dit het gevolg is van zintuiglijke tekorten' (Braams, 2000). Deze definitie geeft een aantal criteria, waaraan het rekenprobleem moet voldoen om het als een rekenstoornis te kwalificeren. Een verklaring voor de stoornis wordt er niet gegeven. Het is van groot belang om meer inzicht te hebben in de verklarende factoren, de oorzaken, van de rekenstoornis. Weet je meer over de oorzaken, dan kun je gerichter gaan zoeken naar mogelijkheden om een kind te helpen. Hoewel er geen algemeen geaccepteerde criteria zijn die scherp afgrenzen wat wel en wat geen rekenstoornis mag worden genoemd, is er volgens Braams over de mate waarin dyscalculie voorkomt wel een redelijke overeenstemming. In internationaal onderzoek worden percentages rond de 6% genoemd. Rekenstoornissen zouden daarmee ongeveer net zo vaak voorkomen als leesstoornissen!! Een belangrijk verschil met dyslexie is dat rekenstoornissen zelden alleen lijken voor te komen. Vaak is er ook sprake van bijvoorbeeld een taalstoornis, een geheugenstoornis, een rijpingsstoornis, een aandachtsstoornis of een visueel-ruimtelijke stoornis. Rekenstoornissen blijken zeer verschillend van aard te kunnen zijn. Het kunnen rekenen is afhankelijk van een groot aantal vaardigheden zoals telvaardigheid, getalbegrip, kennis van rekenhandelingen en vertalen van een probleem in rekenhandelingen. Daarnaast doet het een beroep op allerlei cognitieve vaardigheden die niet specifiek zijn voor het rekenen zoals leesvaardigheid en algemene probleemoplossende vaardigheden. Bovendien doet het een duidelijk beroep op het geheugen. Op elk genoemd gebied kunnen kinderen problemen hebben. Het is nodig om goed te kunnen tellen als je wilt rekenen. Peuters en kleuters die leren tellen gebruiken daar vaak een rijtje voorwerpen voor. Deze voorwerpen stellen het nummer voor en helpen om de draad niet kwijt te raken (de tel te houden). Kinderen met visueel-ruimtelijke problemen kunnen daardoor meer moeite hebben met het interpreteren van de betekenis van cijferrepresentaties en met het plaatsen van cijfers in de getallenrij. Braams noemt van de rekenstoornissen dit de eerste subtype: het *visueel-ruimtelijke type.* Als kinderen redelijk kunnen tellen, beginnen ze met optellen door de beide getallen te tellen: 3 + 4 wordt dan: 'een-twee-drie, vier-vijf-zes-zeven'. Op een gegeven moment krijgen ze in de gaten dat doortellen sneller gaat: 3+4 wordt dan 'drie heb je al, vier-vijf-zes-zeven'. Sommige kinderen houden veel langer vast aan de eerste telstrategie. Ze schakelen langzamer dan anderen over naar rekenprocedures die beter passen bij hun leeftijd. Braams noemt dit het tweede subtype: het *procedurele type.* Het tellen en optellen vindt plaats in het werkgeheugen. Dit is het korte duurgeheugen waarin de informatie beschikbaar is waarover je nadenkt (waarmee je werkt). Dit korte duurgeheugen heeft twee kenmerken waarin mensen verschillen: de capaciteit (de hoeveelheid informatie die tegelijkertijd in het werkgeheugen past) kan groter of kleiner zijn en de snelheid waarmee de informatie wegzakt uit dit geheugen kan uiteenlopen (dit wordt geheugeninterferentie genoemd). Dit speelt op twee manieren een rol bij het leren rekenen. Om een optelstrategie toe te passen moet je niet alleen de beide op te tellen getallen in je werkgeheugen beschikbaar houden. Je hebt ook capaciteit nodig voor de berekening. Hiernaast is het van belang dat de koppeling tussen de op te tellen getallen en het antwoord in het lange duurgeheugen wordt opgeslagen: naar mate je vaker een bepaalde optelling hebt uitgevoerd (bijv. 3+4) wordt de kans groter dat je de uitkomst van deze optelling op een bepaald moment uit je geheugen kunt terugvinden, het is dan geautomatiseerd. Bij sommige kinderen wordt het werkgeheugen dermate overbelast dat er te weinig opslag in het lange termijngeheugen plaatsvindt.

Het kan ook voorkomen dat de opslag wèl heeft plaatsgevonden, maar dat de toegang tot de kennis in het geheugen moeizaam verloopt. Braams noemt dit het derde subtype: het verbaalgeheugen type. Rekenstoornissen zijn niet altijd makkelijk in te delen. Naar rekenstoornissen is betrekkelijk weinig wetenschappelijk onderzoek gedaan, zeker in vergelijking met leesstoornissen. De theoretische kennis over dyslexie is veel uitgebreider en diepgaander dan die over dyscalculie. Rekenstoornissen zijn lang niet altijd in een van de drie beschreven types te vangen. Vaak vertoont een kind kenmerken van twee of drie types. Soms zijn er dan meerdere oorzaken voor de rekenproblematiek.
Het kan ook voorkomen dat een stoornis van een type leidt tot kenmerken van een ander type: bijvoorbeeld een gebrekkig getalinzicht leidt tot problemen met automatiseren van de sommetjes tot twintig en van de tafels. Lang niet altijd zal een kind met een rekenstoornis duidelijk tot één hier beschreven type gerekend kunnen worden. Braams benadrukt het belang van de methodiek. Heeft een kind hier moeite mee, biedt dan één oplossingsstrategie aan. Biedt die oplossingsstrategie zo aan dat er een aantal stapjes worden gedaan die het kind zelf kan zetten (zonder het geheugen te veel te belasten!). Pas als er voldoende inzicht is in het getalsysteem en begrip van de operaties, valt er iets te onthouden. Ook moet er volgens hem gezorgd worden voor een minimale geheugenbelasting. De instructies moeten kort en bondig gehouden worden en er moet gewerkt worden met rekenstrategieën die het werkgeheugen zo min mogelijk belasten. Automatiseert het ondanks alles niet, laat het kind dan hulpmiddelen gebruiken zoals een tafelkaart. In extreme gevallen zul je een kind zelfs moeten voorbereiden op het gebruik van een rekenmachine. Daarvoor moet het in ieder geval uitkomsten kunnen schatten om 'rare' fouten te voorkomen!!!. Een rekenmachine is een hulpmiddel voor problemen met automatiseren. Uiteraard is goed begrip van het getalsysteem en van rekenbewerkingen nodig om ermee te kunnen werken. Als hier geen probleem ligt , maar de tafels en andere basale rekenkennis niet automatiseert, wordt een kind gefrustreerd in zijn verdere rekenontwikkeling en dan is een rekenmachine zinvol. Als een kind ook problemen met rekenbegrip heeft, is gerichte remedial teaching wenselijk. Dan is een rekenmachine geen oplossing!

2.7 Externe factoren die het schattend rekenen beïnvloeden

In het project “Realistisch rekenen met ICT” wordt geprobeerd echt voorkomende, alledaagse problemen aan kinderen aan te bieden, die kunnen worden opgelost door te rekenen. Hierbij worden ook voor kinderen alledaagse bezigheden als met elkaar overleggen, iets opzoeken op het internet, een *rekenmachine* gebruiken of iets aan iemand vragen die er verstand van heeft, als oplossingsstrategie gehanteerd. De resultaten van de gehanteerde oplossingsstrategie worden aan de klasgenoten gepresenteerd. Hierbij wordt voornamelijk gebruik gemaakt van nieuwe media.
Herkenbare problemen, de “hands-on”werkwijze, het bewust gebruik van elkaars kennis en vaardigheden en het doelgericht gebruik van nieuwe media zorgen ervoor dat de leerlingen een veel grotere motivatie ontwikkelen voor het vak rekenen en dat zij bewust kiezen voor een type leerstrategie dat is gekoppeld aan een type probleem (Haagse Onderwijs Portal /Digitaal Leren, 2003).

De zakrekenmachine is niet meer weg te denken uit onze maatschappij. In kantoren en bedrijven wordt dagelijks gebruik gemaakt van dit hulpmiddel. Op het middelbaar onderwijs hebben de leerlingen de zakrekenmachine standaard in de tas zitten. Hoe liggen de zaken in het basisonderwijs? De niet-gebruikers worden steeds kleiner in aantal. De vooroordelen tegen de zakrekenmachine zijn langzaam aan het verdwijnen. De niet-gebruikers verwachten negatieve effecten van het apparaat op de rekenprestaties van leerlingen. Volgens Edelenbos (1992) is dit een misvatting en heeft rekenen met de zakrekenmachine in de basisschool positieve effecten op rekenprestaties.
Bij de invoering van moderne realistische rekenmethodes in de basisschool kwam ook de rekenmachine mee. De zakrekenmachine is er in deze methoden ook voor om het veelvuldig oefenen van lange cijfersommen tegen te gaan. De rekenmethoden besteden vooral veel aandacht aan het gebruik van de zakrekenmachine als snelle rekenaar. Met de rekenmachine moeten de leerlingen kale sommen (268 x 344) en toepassingsopgaven uitrekenen. Ook is er in sommige methoden veel aandacht voor schatten en hoofdrekenen als controle op het uitrekenen met de machine.
Een veel gehoorde klacht is dat het gebruik van de rekenmachine de rekenvaardigheden van kinderen zou aantasten. Ook de motivatie van leerlingen zou achteruit kunnen gaan. Edelenbos (1992) zegt dat in het rekenonderwijs geen schade ondervonden wordt van het gebruik van rekenmachines.

Verschillen in prestaties tussen wel of geen gebruik van rekenmachines valt bijna altijd uit in het voordeel van de calculatorgebruikers. Berekeningen worden beter uitgevoerd met de rekenmachines dan met pen en papier en bij het oplossen van tekstopgaven worden met de rekenmachine vaak betere prestaties geleverd.

Het instituut voor Onderwijsonderzoek (RION) van de Rijksuniversiteit Groningen heeft een experiment uitgevoerd om na te gaan of leerlingen met een zakmachineleergang vaardigheden en inzichten verwerven. Het experiment duurde twee jaar en is gehouden in de groepen 7 en 8 van de basisschool. Op alle scholen gaven de groepsleerkrachten rekenen met de methode ‘Wereld in getallen’. Op twintig scholen zijn jaarlijks ongeveer twintig zakrekenmachine-lessen gegeven en op tien scholen is op geen enkele manier aandacht besteed aan de rekenmachine. Leerlingen krijgen beter inzicht in de plaatswaarde in kommagetallen en leren beter schatten (!) mét dan zonder lessenserie. Ook het oplossen van toepassingsopgaven met behulp van de zakrekenmachine wordt door de lessen duurzaam verbeterd. Vooral op het gebied van schatten en het oplossen van toepassingsopgaven kunnen de prestaties nog aanzienlijk verbeterd worden. Deze onderdelen moeten door middel van een probleemgerichte aanpak worden behandeld, omdat het gaat om het met inzicht toepassen van (al dan niet zelf ontdekte) oplossingsstrategieën. Uit hetzelfde onderzoek bleek dat de leerlingen die les kregen met de zakrekenmachine, indien zij de som niet helemaal konden oplossen, beter in staat waren om onderdelen van een opgave te zoeken die ze wél konden oplossen. De andere leerlingen vervielen vaker in de ‘trial and error’ aanpak. Edelenbos (1992) wijst op een aantal knelpunten, die een doelmatig gebruik van de rekenmachine niet bevorderen. Als eerste noemt hij het feit dat weinig leerlingen er toe komen om zelfstandig een opgave op te lossen. Snelle leerlingen werken vaak al zelfstandig vooruit in de leergang. De overige leerlingen vragen vaak om hulp. Als tweede noemt hij het feit dat zwakke leerlingen problemen met de positiewaarde van cijfers hebben en met het schatten(!) van uitkomsten van sommen. Voor het rekenen met de calculator zijn kennis van de positiewaarde van getallen en het schatten twee belangrijke voorwaardelijke vaardigheden. Als derde vormt het lezen en interpreteren van ingewikkelde tekstopgaven een probleem, waarbij met de rekenmachine wordt gerekend. Door het gebruik van een stappenschema zou dit probleem enigszins ondervangen kunnen worden. Als laatste knelpunt noemt Edelenbos de vertaalslag van een rekenopgave naar het intypen van de som op de rekenmachine. Voor het begin van het rekenonderwijs met de zakrekenmachine moet worden nagegaan in hoeverre leerlingen aan een aantal rekenvoorwaarden voldoen, zoals voldoende kennis van basisautomatismen, inzicht in de plaatswaarde van getallen en de beheersing van het cijferen. De zakrekenmachine is een uitstekend hulpmiddel om ingewikkelde sommen uit te rekenen. Het klakkeloos gebruik van de rekenmachine voor iedere opgave is niet nodig. Edelenbos pleit ervoor de kinderen de sommen eerst uit het hoofd te laten uitrekenen of te schatten, voordat de rekenmachine wordt gebruikt. De combinatie van hoofdrekenen en schatten enerzijds en het rekenen met de rekenmachine anderzijds kan het inzichtelijk gebruik van de machine bevorderen.

Eind jaren tachtig kwam de onderzoeksgroep van den Brink (1988) met een aantal conclusies met betrekking tot het gebruik van rekenmachines in het basisonderwijs, zoals bijvoorbeeld dat zonder rekenkennis de rekenmachine niet zinvol te gebruiken is en de zakrekenmachine de gedachtengang van de leerling kan verifiëren In de methode ‘Pluspunt’ zijn vanaf groep 6 opgaven opgenomen waarbij de (zak)rekenmachine gebruikt wordt. Een opgave met een vraagteken en met de afbeelding van de rekenmachine betekent dat de rekenmachine gebruikt *kan* worden en met een uitroepteken dat hij gebruikt *moet* worden. Er zijn dus opgaven die helemaal niet zonder de rekenmachine te maken zijn, en opgaven waarbij het gebruik van de rekenmachine een keuze is van de leerkracht (of leerling); in het laatste geval gaat het altijd om het controleren van uitgerekende antwoorden. Gravemeijer (2002) vindt dat het toenemend gebruik van computers en rekenmachines níet betekent dat we minder reken- en wiskundeonderwijs nodig hebben. Twee zaken zijn volgens hem van fundamentele betekenis voor het toekomstige reken- en wiskundeonderwijs.
In de eerste plaats zijn dat de maatschappelijke veranderingen die het gevolg zijn van de snelle groei van de informatietechnologie. In de tweede plaats zijn dat de moderne opvattingen over leren en onderwijzen. Wat heb je nodig om adequaat met de nieuwe technologie te kunnen omgaan? Veel mensen lijken rekenen te hebben geleerd als een verzameling van losse feitjes, regels en procedures. Er was weinig aandacht voor toepassingen, behalve in standaard redactiesommen. Dit type rekenonderwijs had zijn nut in een tijd waarin je nog veel met pen en papier moest uitrekenen.

Inmiddels heeft de zakrekenmachine veel van dit rekenwerk overgenomen. Mechanische rekenvaardigheid heeft zijn maatschappelijke functionaliteit verloren. Het gevolg is een gebrek aan oefening en dat kan leiden tot onzekerheid. In het moderne onderwijs worden tafels niet meer als losse feitjes geleerd. Tegenwoordig ligt de nadruk juist op samenhang. Het zwaartepunt ligt niet meer op het uit het hoofd leren, het memoriseren. In plaats daarvan ligt het accent nu op het redeneren en het leggen van verbanden. In dit kader spreekt van Hiele (1973) van getallen als knooppunten in een relatienet. Als voorbeeld van zo'n knooppunt geeft hij het getal 12. Leerlingen moeten spontaan gaan associëren. 12 = 10 + 2; 12 = 2 x 6; 12 = 3 x 4; 12 is de helft van 24; 12 = 20 – 8. Het voordeel van dit soort kennis is dat je deze naar believen kunt combineren. Greeno (1991) vergelijkt het met een omgeving waar je goed de weg weet. De stellingen van Gravemeijer, Hiele en Greeno samenvattend zou je kunnen zeggen dat de aandacht voor het ontwikkelen van een flexibel netwerk van getalrelaties een belangrijke verworvenheid is van het realistisch reken- en wiskundeonderwijs. Uiteindelijk gaat het natuurlijk wel om de toepassing.

Het moderne rekenonderwijs leidt tot meer zekerheid, meer flexibiliteit en een betere toepasbaarheid dan het eraan voorafgaande, mechanistische rekenonderwijs. Het huidige rekenonderwijs past daarmee veel beter bij de maatschappij van nu. Gravemeijer stelt dat naar mate het precieze rekenen vaker aan machines wordt overgelaten het belang van het schattend rekenen toeneemt. Al was het alleen maar om de machine globaal te kunnen controleren.
Hoofdrekenen wordt vaak aangewend om te bepalen of een antwoord verkregen met de rekenmachine wel een redelijke is. Door goed te leren hoofdrekenen ontwikkelen leerlingen getalbegrip en ontdekken zij het vinden van de kortste weg.

3.1 Participanten

Achtenveertig basisschoolleerlingen (24 jongens, 24 meisjes) uit de groepen 6 en 7 van de drie verschillende dorpsscholen, de cnbs "Windesheim" te Sibculo, de basisschool "School met de Bijbel" te Hoge Hexel en de prot. chr. basisschool "De Wiekslag" te Bruchterveld namen aan het onderzoek deel. Uit elke groep 6 en 7 werden vier goede en vier minder goede rekenaars willekeurig gekozen. Per school dus een aantal van 16 kinderen (8 jongens en 8 meisjes).

3.2 Instrument

De leerlingen kregen een test met tien sommen voorgeschoteld. Vijf 'klassieke' aftreksommen en vijf schatsommen. De 'klassieke' aftreksommen waren zo gekozen dat ze inzicht konden geven of de basisvaardigheden (strategieën) wel/niet werden beheerst. De basisvaardigheden worden in de methoden van 'Pluspunt' en 'Wis en Reken' behandeld. De schatsommen waren zo gekozen dat er meerdere strategieën aan bod konden komen. Vier van de door Dowker (1992) elf opgesomde strategieën zijn gebruikt, omdat deze ook in de methoden voor het basisonderwijs worden behandeld. Om het onderzoek niet te breed te maken is sec gekozen voor aftreksommen. Bovendien verschillen de strategieën die bij 'optellen', 'aftrekken', 'vermenigvuldigen' en 'delen' gebruikt worden niet veel van elkaar. De sommen waren op kaartjes afgedrukt. Op elk kaartje stond één som. Hieronder volgen de sommen:

Tabel 2.

Vijf klassieke aftreksommen en vijf schataftreksommen.

'Klassieke' aftreksommen	a. Aftrekken met splitsen 357 – 147 = b. Aftrekken met rijgen 76 – 28 = c. Aftrekken met een rond getal 64 – 29 = d. Aftrekken langs een rond getal 282 – 156 = e. Aftrekken naar analogie van 12.042 – 5.000 =

Schataftreksommen	a. 948 – 52 = b. 598 – 471 = c. 831 – 792 = d. 258 – 192 = e. 680 – 574 =

Bij de schatsommen werd een score toegepast (zie Appendix A).
Indien de schatting niet meer dan 10 % van het goede antwoord lag scoorde de leerling 3 punten. Indien de schatting tussen 10% en 20% van het goede antwoord lag scoorde de leerling 2 punten. Indien de schatting tussen 20% en 30% van het goede antwoord lag scoorde de leerling 1 punt. De tijd die het vergt om tot een antwoord te komen werd geregistreerd. Door tijdregistratie werd geprobeerd het precies uitrekenen te beperken. Bijkomend voordeel was de denkpauzes tussen jongens en meisjes en goede en zwakke rekenaars te vergelijken Na elke schatting werd de leerling de vraag gesteld: Hoe overtuigt ben je van je schatting? Waarom heb je het gevoel dat je ver van het goede antwoord af zit/ dichtbij het goede antwoord zit? Op een vijfpuntsschaal werd dit geregistreerd.

De leerlingen mochten de schatting met de rekenmachine narekenen. Had de rekenmachine invloed op de zekerheid/onzekerheid bij de volgende som(men)? De antwoorden werden door de observator genoteerd. De kinderen mochten geen gebruik maken van pen en papier. Na de vergelijking (geschatte en precieze antwoord) werd gekeken of de leerling meer of minder had. Vervolgens werd de vraag gesteld: Vind je dat je schatting in de buurt van het precieze antwoord zit? Het antwoord werd genoteerd. Werden kinderen zekerder/onzekerder na een goed of minder goed antwoord?

3.3 Procedure

Het experiment nam per leerling 30 minuten in beslag. De sommen werden op een kaartje aan de leerlingen getoond. Op ieder kaartje stond één som. De leerling dacht hardop (‘think aloud’) en gaf het precieze antwoord (vijf klassieke sommen) of al schattend het antwoord (vijf schatsommen) zonder gebruik te maken van pen en papier. De onderzoeker stelde - indien noodzakelijk- vragen om te achterhalen welke strategie er gebruikt was. Er werd geen feedback gegeven. Op het antwoordenblad (Appendix A) vulde de onderzoeker de vijf exacte en de vijf geschatte antwoorden in (proces en product). Na de vijf schatsommen mochten de leerlingen met de rekenmachine het exacte antwoord uitrekenen. Alvorens de leerlingen de rekenmachine gebruikten om het exacte antwoord te berekenen moesten ze op een vijfpuntsschaal aangeven hoe overtuigt ze van hun schatting waren en waarom. Ook dit werd door de onderzoeker genoteerd. De verzamelde resultaten werden daarna aan een analyse onderworpen. Na de analyse werd een aantal conclusies getrokken.

4.1 Inleiding

In dit resultatendeel zijn de uitwerkingen van de ingevoerde data te vinden. Data van 48 leerlingen uit de groepen 6 en 7 van de drie voornoemde basisscholen. De leerlingen zijn per groep in goed en minder goed verdeeld. Ook is er een evenwichtige verdeling gemaakt tussen jongens en meisjes. De leerlingen zijn verder willekeurig gekozen. De onderzoeksvragen zijn gegroepeerd naar thema.

4.2 Strategieën.

Dit onderzoek beperkte zich tot het vinden van een antwoord op de vraag welke strategieën het meest gebruikt worden
.

4.2.1 Welke strategie wordt het meest gebruikt?

De verwachting is dat de jumpstrategie oftewel de rijgstrategie het meest gebruikt wordt, omdat het honderdveld heeft plaatsgemaakt voor de getallenlijn. Op de getallenlijn springen de kinderen met tienen en enen. De (kikker)sprongen komen in veel moderne rekenmethoden aan bod.

Tabel 3.
Resultaten strategiegebruik vijf klassieke aftreksommen (in procenten, N = 48).

Strategie p-som	1.splitsen	2. rijgen	3. met rond getal	4. langs rond getal	5. naar analogie	6. eigen
P1	62,5	37,5				
P2	44,7	55,3				
P3	39,6	56,3	4,2			
P4	43,8	52,1	-	2,1	-	2,1
P5	15,2	28,3	4,3	23,9	21,7	6,5
M	41,16	45,90				

Kinderen maken weinig gebruik van eigen strategieën. Onder eigen strategieën worden niet-aangeleerde strategieën verstaan. Ze gebruiken dus vnl. de aangeleerde strategieën. Splitsen (M = 41,16) en rijgen (M = 45,90) kennen een hoog gemiddelde. De splits- en rijgstrategie worden beduidend meer gebruikt dan de anderen bij de klassieke aftreksom. De gebruikte methoden (‘Wis en Reken’en ‘Pluspunt’) leggen het accent op het steeds efficiënter en op een steeds hoger (mentaler) niveau uitvoeren van de twee basisstrategieën rijgen en splitsen.

Tabel 4.
Resultaten strategiegebruik vijf schataftreksommen (in procenten, N = 48).

Strategie s-som	1.Afrondstrategie	2.Gebruik van bekende of mooiere getallen	3.Afronden van twee getallen	4.Afronden van één getal	5.Eigen strategie
S1	91,5	4,3	2,1	-	2,1
S2	2,1	16,7	75,0	4,2	2,1
S3	-	16,7	81,3	-	2,1
S4	-	17,4	80,4	-	2,2
S5	-	12,8	2,1	83,0	2,1

Kinderen ronden bij voorkeur beide getallen af, S1, S2, S3 en S4 (Afrondstrategie en afronden van twee getallen). Het werken met een niet afgerond getal komt vrijwel niet voor. Is één getal al ‘mooi’ dan wordt nog slechts het andere getal afgerond (Afronden van één getal). Ook bij het schatten wordt nauwelijks gebruik gemaakt van eigen strategieën.

4.3 Interne factoren die het schattend rekenen beïnvloeden (geslacht, zwakke/goede rekenaar).

In dit onderzoek wordt gekeken of meisjes meer/minder/andere strategieën gebruiken dan jongens, hoe de scores tussen beide geslachten zich verhouden, of meisjes zekerder/onzekerder zijn dan jongens en of meisjes een langere/minder lange denkpauze nodig hebben dan jongens.

4.3.1 Gebruiken meisjes meer/minder strategieën? Gebruiken meisjes andere strategieën? (1, 2, 3, 4, 5, 6 zijn strategieën, zie tabel 3 en 4)

De verwachting is dat meisjes minder en andere strategieën zullen gebruiken. Meisjes zoeken meer naar zekerheden.

Tabel 5.

Resultaten strategiegebruik meisjes/jongens.

Strategieën	P1	P2	P3	P4	P5	Tot	S1	S2	S3	S4	S5	Tot
Meisjes N = 24	1,2 =2	1,2=2	1,2 =2	1,2 =2	1,2,4, 5,6 =5	13	1,2,3, 5=4	2,3 =2	2,3 =2	2,3 =2	2,4 =2	12
Jongens N = 24	1,2 =2	1,2 =2	1,2,3 =3	1,2,4, 6 =4	1,2,3, 4,5,6 =6	17	1,2 =2	1,2,3, 4,5 =5	2,3,5 =3	2,3,5 =3	2,3,4, 5=4	17

Meisjes gebruiken minder strategieën (25/34). Meisjes gebruiken vooral bij schatten een beperkt aantal strategieën. Meisjes gebruiken vrijwel nooit een eigen strategie (bij de p-som is dat 6 en bij de s-som is dat 5).

Meisjes en jongens gebruiken bij de p-sommen hoofdzakelijk strategie 1 en 2 (splitsen en rijgen).

Jongens gebruiken meerdere strategieën.

Bij de s-sommen wordt bovenstaande lijn doorgetrokken.

Beide geslachten gebruiken veelvuldig strategie 3 (afronden van twee getallen)

4.3.2 Zijn meisjes minder zeker?

De verwachting is dat meisjes minder zeker zijn.

Tabel 6.

Resultaten zekerheid meisjes/jongens.

Zekerheid (1=heel zeker, 5=totaal niet zeker)	S1	S2	S3	S4	S5	Totaal Gemid.
Mean meisjes	1,96	1,83	2,04	2,00	1,61	1,88
SD	1,55	1,11	1,43	1,45	0,84	
Mean jongens	1,36	1,92	1,56	1,62	1,36	1,56
SD	0,91	1,19	0,92	1,17	0,81	

Meisjes zijn significant minder zeker ($P < .05$) dan jongens (zie appendix B).

4.3.3 Hoe verhouden de scores tussen beide geslachten zich?

De verwachting is dat jongens een hogere score hebben dan de meisjes. Al twintig jaar achtereen scoren meisjes op het onderdeel rekenen bij de Cito-eindtoets minder dan de jongens.

Tabel 7.
Resultaten scores schatsommen meisjes/jongens.

Scores	S1	S2	S3	S4	S5	Totaal Gemid.
Mean meisjes	2,96	1,65	1,22	2,48	2,74	2,21
SD	0,21	1,47	1,28	1,04	0,75	
Mean jongens	2,92	1,88	1,44	1,50	2,84	2,11
SD	0,28	1,30	1,39	1,45	0,62	

Meisjes scoren iets hoger dan jongens. Bij schattingssom 4 scoren de meisjes veel beter. De jongens rondden hier wat ruwer af (richting honderdtal). Wordt er naar het aantal strategieën gekeken dan doen de jongens het iets beter (zie appendix C).

4.3.4 Hebben meisjes een langere denkpauze nodig?

De verwachting is dat meisjes een langere denkpauze nodig hebben. Indien uit het onderzoek blijkt dat meisjes minder strategieën gebruiken, minder zeker zijn, dan ligt het in de lijn der verwachting dat ze ook een langere denkpauze nodig hebben.

Tabel 8.
Resultaten denkpauzes meisjes/jongens.

Denkpauze in seconden	1	2	3	4
Mean meisjes	16,04	24,17	29,57	25,82
SD	11,66	14,71	23,11	18,60
Mean jongens	14,04	19,08	20,16	16,79
SD	8,30	7,21	13,64	9,00

Niveau 1 zijn de goede rekenaars. Niveau 4 zijn de zwakke rekenaars.
Meisjes blijken een beduidend langere denkpauze nodig te hebben of te nemen ($P < .05$) (zie appendix D).

In dit onderzoek wordt gekeken of zwakke rekenaars meer/minder strategieën gebruiken dan goede rekenaars en of ze sneller/minder snel rekenen en beter/slechter scoren.

4.3.5 Kiezen zwakke rekenaars voor het gebruik van minder strategieën?

De verwachting is dat zwakke rekenaars minder strategieën gebruiken.

Tabel 9.
Resultaten strategiegebruik zwakke rekenaars/goederekenaars.

Strategieën	P1	P2	P3	P4	P5	Tot	S1	S2	S3	S4	S5	Tot
Zwakke rekenaar	1 =1	1,2 =2	1,2 =2	1,2 =2	1,2,5 =3	10	1,2 =2	2,3 =2	2,3 =2	2,3 =2	2,3,4 =3	11
Sterke rekenaar	1,2 =2	1,2 =2	1,2,3 =3	1,2,4 =3	1,2,3 4,5,6 =6	16	1	1,2,3 4,5 =5	2,3,5 =3	2,3 =2	2,4,5 =3	14

Zwakke rekenaars kiezen significant ($P < .05$) minder strategieën dan goede rekenaars (21/30). Zowel bij het schatten als bij het precies rekenen gebruiken ze minder strategieën.

4.3.6 Rekenen goede rekenaars sneller en scoren ze beter?

De verwachting is dat goede rekenaars sneller rekenen en beter scoren.
Tabel 10.
Resultaten snelheid zwakke rekenaars/goede rekenaars.

Snelheid in seconden	1	2	3	4
Mean	14,78	17,54	21,98	24,58
SD	6,72	7,42	7,88	11,83

Niveau 1 zijn de goede rekenaars. Niveau 4 zijn de zwakke rekenaars.
Goede rekenaars rekenen beduidend sneller dan zwakke rekenaars ($P < .05$) (zie appendix E).

Tabel 11.
Resultaten scores zwakke rekenaars/goede rekenaars.

Score (0-3)	1	2	3	4
Mean	11,93	11,78	10,67	8,33
SD	2,96	2,22	3,42	1,94

Niveau 1 zijn de goede rekenaars. Niveau 4 zijn de zwakke rekenaars.
Er is een duidelijke tendens te ontwaren. Hoe minder het niveau, hoe minder de score ($P < .05$).

4.4 Externe factoren die het schattend rekenen beïnvloeden (methoden, rekenmachine).

In dit onderzoek worden de methoden 'Pluspunt' en 'Wis en Reken' met elkaar vergeleken wat betreft gekozen strategieën en aantal en de invloed van de rekenmachine op de zekerheid/onzekerheid van de participanten.

4.4.1 Is er verschil tussen 'Pluspunt' en 'Wis en Reken' wat betreft gekozen strategieën (en aantal) en de scores op de schattingssommen?

De verwachting is dat er weinig verschil is tussen de methoden.
De methoden zijn alle gebaseerd op de realistische visie van het reken- en wiskundeonderwijs.
Tabel 12.
Resultaten strategiegebruik en scores van de drie basisscholen.

Strategieën	P1	P2	P3	P4	P5	Tot	S1	S2	S3	S4	S5	Tot
Sibculo (Pluspunt) Hoge Hexel (Pluspunt)	1,2 =2	1,2 =2	1,2,3 =3	1,2 =2	1,3,5 6=4	13	1,2 =2	1,2 =2	2,3 =2	2,3 =2	2,3 4 =3	11
Bruchterveld (Wis en Reken)	1,2 =2	1,2 =2	1,2,3 =3	1,2,4, 6=4	1,2,3, 4,5=5	16	1,3,5 =3	3,4,5 =3	3,5 =2	2,3,5 =3	4 =1	12
Scores												Gem. score
Sibculo Hoge Hexel							2,90	1,72	1,35	1,80	2,81	9,91/5 =2,11
Bruchterveld							3,00	1,88	1,31	2,31	2,75	11.25/5 =2.25

Er is weinig verschil in het kiezen van de strategieën en de opgetelde scores tussen de scholen met de verschillende methoden ($P > .05$). Het lijkt erop dat leerlingen die werken met de methode Wis en Reken veelvuldiger gebruik maken van eigen strategieën.

4.4.2 Wat is de invloed van de rekenmachine op zekerheid/onzekerheid?

De verwachting is dat het gebruik van de rekenmachine zorgt voor meer onzekerheid en zekerheid. Bevestigt de rekenmachine de juistheid van het gegeven antwoord, dan zal de leerling zekerder worden. Bevestigt de rekenmachine de onjuistheid van het gegeven antwoord, dan zal de leerling onzekerder worden.

Tabel 13.

Resultaten invloed rekenmachine op (on)zekerheid meisjes/jongens.

In procenten.	Jongens	Meisjes
Zeker van mijn zaak	62,5%	33%
Eigen gevoel bij iedere som afzonderlijk belangrijk	8%	33%
Eigen gevoel belangrijk:Ik kan niet rekenen.	25%	16%
Rekenmachine beïnvloedt de (on)zekerheid	8%	25%

Jongens zijn wat zekerder van hun zaak. Meisjes maken op de vijfpuntsschaal veel minder vaak het eerste rondje zwart, hetgeen inhoudt dat ze niet zeker zijn dat het geschatte antwoord in de buurt van het precieze antwoord ligt.

Het gevoel is bij de meisjes belangrijker. Bij moeilijke/makkelijke sommen gaan ze op hun eigen gevoel af. Jongens doen bij de schatsommen veel minder een beroep op hun gevoel.

De moeilijkheidsgraad van de sommen lijkt geen invloed op de keuze van de jongens te hebben als het gaat om (on)zekerheid. Het gevoel ‘ik kan niet rekenen’ lijkt iets meer effect op de (on)zekerheid bij jongens dan bij meisjes te hebben. De rekenmachine beïnvloedt de meisjes meer dan de jongens. Goed of minder goed kunnen rekenen lijkt niet uit te maken. Het komt zowel bij de goede als de minder goede leerlingen voor.

5.1 Inleiding

In dit onderzoek faciliteerde het gebruik van het ‘thinking aloud interview’ de vaststelling van reken- en schattingsstrategieën die gebruikt werden door 48 leerlingen uit de groepen 6 en 7 van drie verschillende basisscholen. Vijf verschillende basisvaardigheden (strategieën) werden aan de hand van vijf klassieke aftreksommen geobserveerd en vier verschillende schattingsstrategieën werden aan de hand van vijf schataftreksommen geobserveerd.

5.2 Strategieën

De splits- en rijgstrategie worden beduidend meer gebruikt dan de anderen bij de klassieke aftreksom. Zelfs bij sommen waar men een andere strategie zou verwachten (aftrekken met een rond getal, langs een rond getal en naar analogie van) wordt meer gebruik gemaakt van het splitsen en rijgen. De gebruikte methoden (‘Wis en Reken’en ‘Pluspunt’) leggen het accent op het steeds efficiënter en op een steeds hoger (mentaler) niveau uitvoeren van de twee basisstrategieën rijgen en splitsen. Daarnaast was er regelmatig aandacht voor een derde categorie strategieën, namelijk die van de varia-strategieën (zoals compenseren: 247 + 138 = 247 + 140 =387 – 2 = 385, aanvullen en transformeren: 247 + 138 = 245 + 140 = 245 + 140 = 385). Bij de schatsom rondden de leerlingen bij voorkeur beide getallen af (transformeren valt hieronder). Wel dient te worden opgemerkt dat strategieën die slechts één keer of enkele keren werden gebruikt volledig meetelden. Er werd niet gewerkt met een ondergrens. De vraag die Timmermans (2005) stelt is heel legitiem: Is het wenselijk kinderen te laten deelnemen in een rekencurriculum waarin spontaan strategiegebruik wordt gestimuleerd door de eigen ontwikkeling van strategieën uit te lokken, of in een directief curriculum waarin één (of twee) “bewezen” strategie(ën) wordt/worden onderwezen? Uit dit onderzoek blijkt dat de leerlingen voor een beperkt aantal strategieën kiezen. Rekenopgaven die gebruikt worden om vaardigheden te oefenen en op zodanige wijze gekozen zijn dat eigen oplossingsstrategieën van kinderen worden uitgelokt sorteren weinig effect. Kinderen maken weinig gebruik van eigen strategieën. Ze gebruiken voornamelijk de veel getrainde strategieën.

5.3 Zwak/goed

Dit onderzoek bevestigt het vermoeden van Timmermans dat kinderen met rekenproblemen moeite hebben om reeds verworven rekenkennis te combineren en zo nieuwe strategieën te ontwikkelen wanneer nieuwe rekenopgaven opgelost moeten worden. Zwakke rekenaars kiezen significant minder strategieën dan goede rekenaars. Ze lijken behoefte te hebben aan houvast, aan kapstokken. Een meer traditionele aanpak, waarin slechts een enkele “bewezen”strategie wordt onderwezen, zou inderdaad wel eens geschikter kunnen zijn voor deze leerlingen. Het aanbieden van meerdere oplossingsstrategieën lijkt alleen maar tot verwarring te leiden bij de minder goede rekenaar.

Het zou wellicht wijs zijn te differentiëren met betrekking tot het aanbieden van oplossingsstrategieën tussen de goede rekenaar en de minder goede rekenaar. Leerkrachten zouden (meer) rekening moeten houden met de kennis en vaardigheden van de leerlingen. De goede rekenaar scoort ook beduidend hoger en is beduidend sneller dan de zwakke rekenaar. Bij sommen die wat gemakkelijker zijn (s1 en s5) scoren de minder goede rekenaars vrijwel optimaal. Het gebruik van geleerde strategieën (s1=transformeren, s5=aanvullen) wordt toegepast.

5.4 Sekse

Een dergelijke vergelijking kan ook gemaakt worden ten aanzien van verschillen in strategiegebruik tussen meisjes en jongens. Meisjes gebruiken minder strategieën dan jongens. Ze gebruiken vooral bij het schatten minder strategieën. Timmermans heeft geen verklaring voor het verschil tussen jongens en meisjes. Hij veronderstelt dat de meisjes zich prettiger voelen in een minder gestructureerde omgeving, zoals bij realistisch rekenen. Uit de data van dit onderzoek lijkt een tegenovergestelde conclusie te trekken. Meisjes en de zwakke rekenaars zien het aanleren van verschillende oplosssingsstrategieën eerder als een last dan als een hulpmiddel. Van den Heuvel-Panhuizen (2005) zegt dat meisjes teveel vastzitten aan geleerde oplossingstechnieken. Meisjes gebruiken in dit onderzoek inderdaad vrijwel nooit een eigen strategie. Wat er bij de schatsommen vaak mis gaat is dat meisjes naast minder lef, ook nog eens minder kennis van maten hebben. Meisjes blijken, volgens onderzoek door van den Heuvel-Panhuizen verricht, meer gericht op de kwalitatieve dan op de kwantitatieve aspecten van hun omgeving. Leerkrachten zouden moeten benadrukken dat je best van de geleerde strategieën mag afwijken en zouden regelmatig de verschillende oplossingsstrategieën moeten bespreken in de groep.

5.5 Calculator

Uit dit onderzoek blijkt dat meisjes significant minder zeker zijn dan jongens. Na elke schattingssom gaven de leerlingen op een vijfpuntsschaal aan in hoeverre ze zeker waren dat het geschatte antwoord in de buurt van het precieze antwoord lag. Ze konden het verifiëren met de rekenmachine. Het gebruik van de rekenmachine gaf voor geen van de participanten problemen. In 62,5% van de gevallen zeggen de jongens zeker van hun zaak te zijn tegenover 33% van de gevallen bij de meisjes. In 8% van de gevallen had de rekenmachine invloed op de (on)zekerheid van de jongens en in 25% van de gevallen op de (on)zekerheid van de meisjes. De rekenmachine werd hier gebruikt als controlemiddel op het schatten. Het kan echter ook omgekeerd worden gebruikt. Het schatten dient dan als controlemiddel. Er is geen onderscheid aangebracht tussen het zekerder worden na een juist antwoord en het onzekerder worden na een onjuist antwoord. Slechts de gedrags-verandering is gemeten.
Nader onderzoek zou het zekerder of juist onzekerder worden in kaart kunnen brengen. Indien uit zo'n onderzoek zou blijken dat het onzekerheid in de hand werkt, dan zou gepleit kunnen worden voor het zeer spaarzame gebruik van de calculator.

Voor meisjes is een veilige leeromgeving nog belangrijker dan bij jongens. Op scholen waar meisjes en jongens het wèl even goed doen blijken er goede sociale regels te zijn. Er wordt niet om fouten gelachen en er heerst een ordelijke sfeer. Meisjes durven in zo'n leerklimaat wel hun vinger op te steken om antwoord te geven op een vraag (van den Heuvel-Panhuizen, 2005). Meisjes blijken uit dit onderzoek ook een beduidend langere denkpauze nodig te hebben of te nemen. Het lijkt erop dat meisjes meer tijd nemen om te voorkomen dat ze met een foutief antwoord op de proppen komen. Leerkrachten zouden meisjes meer tijd moeten geven om te antwoorden. Door met tijd te werken werd voorkomen dat de leerlingen het precies gingen uitrekenen. De tijd noopte hen snel te rekenen. Meisjes scoren op de vijf schattingssommen iets hoger dan de jongens. Het verschil wordt vooral veroorzaakt door som 4 waar de jongens wat 'ruwer' hebben afgerond richting het honderdtal. Meisjes doen het naar verhouding bij het schatten goed en dat is wellicht ook te herleiden naar het minder avontuurlijke gedrag van meisjes. Ze blijven wat dichter in de buurt van de gegeven getallen en ronden wat preciezer af.

5.6 Methoden

Uit dit onderzoek blijkt dat er weinig verschil in het kiezen van de strategieën en de opgetelde scores tussen de scholen met de verschillende methoden is. De keuze voor een methode is voor het kiezen van strategieën van ondergeschikt belang, zo lijkt het. Alle moderne methoden streven hetzelfde na, namelijk dat ze leerlingen zover willen brengen dat ze (concrete) problemen en situaties kunnen oplossen met behulp van eigen strategieën en inzichten. Het verschil lijkt meer te zitten in de manier waarop de methode gehanteerd wordt. Leerlingen die werken met de methode Wis en Reken zijn gewend hun oplossingsstrategie te noteren op het zogenaamde kladblaadje (een klein kader) in hun werkschrift. Ook werken zij met 'sommenspinnen', waarbij uit een eenvoudige som allerlei moeilijkere sommen worden afgeleid. Er wordt veel tijd ingeruimd voor nabespreking van de verschillende oplossingsstrategieën in de groep. Uit de verkregen data blijkt dat de leerlingen die met 'Wis en Reken' werken meer van eigen oplossingsstrategieën gebruik maken dan de leerlingen die met 'Pluspunt'werken.

De resultaten van dit onderzoek in overweging nemend kan gesteld worden dat zwakke rekenaars gebaat zijn bij het oefenen van één (of wellicht twee) strategie(ën).
Meisjes zouden mogelijk beter renderen in een veilig leerklimaat. De vraag blijft onbeantwoord of de verschillen tussen jongens en meisjes een aangeboren kwestie is of cultuur bepaald. De invloed van de rekenmachine op de zekerheid/onzekerheid lijkt het grootst bij de meisjes. Er is weinig verschil tussen de methode ‘Pluspunt’ en de methode ‘Wis en Reken’ wat betreft gekozen strategieën en de scores op de schattingssommen. In de handleidingen van beide methoden staat dat het belangrijk voor de leerlingen is dat ze gevoel ontwikkelen voor de orde van grootte van getallen. Ze moeten steeds beter leren doorzien dat ze in veel praktijksituaties vooral geïnteresseerd zijn in globale uitkomsten en niet in heel precieze. Vanaf groep 6 wordt enerzijds aandacht besteed aan het gebruik van begrippen als ongeveer, ruim en dergelijke en anderzijds aan het afronden van getallen. Bijvoorbeeld in de context van de Elfstedentocht lenen veel getallen zich voor afronden. Als het over 16.999 toerrijders gaat, kan ook gesproken worden over bijna 17.000. Als er 13.060 toerrijders zijn kun je spreken van ruim 13.000.

5.7 Nader onderzoek

Nader en grootschaliger onderzoek is nodig om meerdere methoden met elkaar te vergelijken.
Is het allemaal eenheidsworst en gaat het alleen nog om de verpakking of zijn er wel wezenlijke verschillen tussen de verschillende moderne rekenmethoden? Ook verschillen tussen dorpsscholen en stadsscholen (bijv. in achterstandswijken) en verschillende typen onderwijs (bijv. Dalton) zouden onderwerp van onderzoek kunnen zijn. Spelen omgevingsfactoren nog een rol bij het goed of minder goed kunnen schatten? Is de mate van beheersing van de taal van invloed? Er is in dit experiment geen tweedeling gemaakt naar goed/zwak en sekse. Nader onderzoek zou zich daar eens op kunnen richten.
Oefening van strategieën en toepassing zorgen voor beter begrip. Het beste is het aan te leren met realistische problemen. Toekomstige experimenten zouden kunnen onderzoeken hoe goed kinderen schatten indien met realistische problemen wordt gewerkt.

Bokhove, J., Kuipers, K., Postema, J. (2003). Rekenrijk, reken-wiskundemethode voor het basisonderwijs. Groningen: Wolters-Noordhoff.

Braams, T. (2000). Dyscalculie, een verzamelnaam voor uiteenlopende rekenstoornissen. *Tijdschrift voor Remedial Teaching, 2000/4*, 6-11.

Brink, J. van den, Heege, H. ter, Struik, W., Sweers, W., & Vermeulen, W. (1988). De taal van de rekenmachine. Tilburg: Zwijsen.

Buijs, K., Dulk, H. den, Essers, A., Logtenberg, H., Nieuwstraten, K., Ruijssenaars, W., & Vugt, J. van (2004). Problemen in de rekenontwikkeling.
Antwerpen – Apeldoorn: Uitgeverij Garant.

Carr, M., Jessup, D.L., & Fuller, D. (1999). Gender differences in first grade mathematics strategy use: Parent and teacher contributions*. Journal for Research in Mathematics Education, 30*, 20-46.

Cathcart, W.G., Pothier, Y.M., Vance, J.H., & Bezuk, N.S. (2000). Developing fraction computation. *In learning mathematics in elementary and middle schools* (pp. 199-223).
Upper Saddle River, NJ:Merrill.

Dowker, A. (1992). Computational estimation strategies of professional mathematicians. *Journal for Research in Mathematics Education, 23 (1*), 45-55.

Edelenbos, P. (1992). De zakrekenmachine in de basisschool. *In Didaktief vol. 22 (1992), afl. 3 (maa),* pag. 14-15.

Gallagher, A.M., De Lisi, R., Holst, P.C., McGillicuddy-De Lisi, A.V. Morely, M.,& Calahan, C. (2000). Gender differences in advanced mathematical problem solving. *Journal of Experimental Child Psychology, 75,* 165-190.

Gravemeijer, K. (2002). Reken-wiskundeonderwijs. *NAW 5/3, nr. 1 maart 2002*.
Utrecht: Freudenthal Instituut.

Greeno, J.G. (1991). Number sense as situated knowing in a conceptional domain. *Journal for Research in Mathematics Education, 22,* 170-218.

Haagse Onderwijs Portal/*Digitaal Leren* (2003).

Halpern, D. (1992). *Sex differences in cognitive abilities* (2nd ed.). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Heuvel-Panhuizen, M. van den (2001). Schattend rekenen. *In Heuvel-Panhuizen, M. Van den, Buys, K., & Treffers A. Kinderen leren rekenen. Tussendoelen Annex Leerlijnen, Hele Getallen Bovenbouw Basisschool,* p. 91-121. Groningen: Wolters Noordhoff.

Hiele, P.M. van (1973). Begrip en inzicht. Purmerend: Muusses.

Kraemer, J.M., Schroot, F. van der, & Engelen, R. (2000). Balans van het reken-wiskundeonderwijs op LOM- en MLK-scholen 2 3: *Uitkomsten van de derde peiling in 1997.* Arnhem: Centraal Instituut voor Toetsontwikkeling.

Marshall, S.P., & Smith, J.D. (1987). Sex differences in learning mathematics: A longitudinal study with item and error analysis. *Journal of Educational Psychology, 76*, 194-204.

Noteboom, A., Schoot, F. van der, Janssen, J., & Veldhuizen, N. (2000). Balans van het reken-wiskundeonderwijs halverwege de basisschool 3. *Uitkomsten van de derde peiling in 1997*. Arnhem: Centraal Instituut voor Toetsontwikkeling.

Pinkse, Frans & Verstegen, Patrice (2000, april). Wiskunde avonturen met jonge kinderen; Een onderzoek naar de effecten van de cursus "Wiskunde avonturen met jonge kinderen" (doctoraalscriptie onderwijskunde). Opleiding Onderwijskunde, Katholieke Universiteit Nijmegen.

Quinn, D.M., & Spencer, S.J. (2001). The interference of stereotype threat with women's generation of mathematical problem solving strategies. *Journal of Social Issues, 57*, 55-71.

Bokhove, J., Kuipers, K. & Postema, J. (2003). Rekenrijk, reken- en wiskundemethode voor het basisonderwijs. Groningen: Wolters-Noordhoff.

Reys, R. (1986). Teaching computational estimation: Concepts and strategies. *In H.L. Schoen, & M.J. Zweng, Eds., Estimation and mental computation* (pp. 31-44). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Reys, R.E. (et al) (1991): Computational Estimation performance and strategies used by fifth and eightgrade Japanese Students, *in: Journal of Research in Mathematics Education 22, 1 (1991)* pag. 39-58.

Ruijssenaars, A.J.J.M. (1992). Rekenproblemen. Theorie, diagnostiek en behandeling. Rotterdam: Lemniscaat.

Timmermans, R.E. (2005). Addition and substraction strategies: Assessment and instruction. Nijmegen: Radboud Universiteit Nijmegen.

Trafton, P.R. (1986). Teaching computational estimation: Establishing an estimation mindset. *In H.L. Schoen, & M.J. Zweng, Eds., Estimation and mental computation* (pp. 16-30). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Treffers, A. (1992). Schattend rekenen en hoofdrekenen. *JSW (Jeugd School en Wereld) vol. 77 (1992), afl. 3 (nov.)*

Usiskin, Z. (1986). Reasons for estimating. *In H.L. Schoen, & M.J. Zweng, Eds., Estimation and mental computation* (pp. 1-15). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Wijnstra, J.H. (1988) Balans in het rekenonderwijs in de basisschool. Arnhem: Cito.

Wynn, K. (1992). Evidence against the empiricist accounts of the origins of numerical knowledge. *Mind and Language, 7,* 315-332.

Appendix A.

Antwoordenblad onderzoek schattend rekenen.

Naam :________________________________	**School:______________________________**
Groep:_______	**Niveau:___________**

Som Precies	**Antwoord**	**Strategie**
1. 357 -147 =		
2. 76 – 28 =		
3. 64 – 29 =		
4. 282 – 156 =		
5. 12.042 – 5.000 =		

Som Schatten	**Antwoord**	**Tijd**	**Strategie + waarom?**	**Zeker/Onzeker**	**Calculator/ score**
6. 948 - 52 =				**+ - 0 0 0 0 0**	
7. 598 – 471 =				**+ - 0 0 0 0 0**	
8. 831 – 792 =				**+ - 0 0 0 0 0**	
9. 258 – 192 =				**+ - 0 0 0 0 0**	
10. 680 – 574 =				**+ - 0 0 0 0 0**	

Appendix B.

Zekerheid meisjes/jongens.

0=vrouw, 1=man		1=heel zeker, 5=totaal niet zeker	ZEKER_S 2	ZEKER_S 3	ZEKER_S 4	ZEKER_S 5
0	Mean	1,96	1,83	2,04	2,00	1,61
	N	23	23	23	23	23
	Std. Deviation	1,551	1,114	1,430	1,446	,839
1	Mean	1,36	1,92	1,56	1,62	1,36
	N	25	25	25	24	25
	Std. Deviation	,907	1,187	,917	1,173	,810
Total	Mean	1,65	1,88	1,79	1,81	1,48
	N	48	48	48	47	48
	Std. Deviation	1,280	1,142	1,202	1,313	,825

Appendix C.

Scores meisjes

	N	Minimum	Maximum	Mean	Std. Deviation
S1	23	2	3	2,96	,209
_S2	23	0	3	1,65	1,465
_S3	23	0	3	1,22	1,278
_S4	23	0	3	2,48	1,039
S5	23	0	3	2,74	,752

Scores jongens

	N	Minimum	Maximum	Mean	Std. Deviation
S1	25	2	3	2,92	,277
_S2	25	0	3	1,88	1,301
_S3	25	0	3	1,44	1,387
_S4	24	0	3	1,50	1,445
_S5	25	0	3	2,84	,624

Appendix D.

Denkpauze meisjes

in seconden	N	Minimum	Maximum	Mean	Std. Deviation
S1	23	3	47	16,04	11,656
S2	23	9	61	24,17	14,714
_S3	23	4	90	29,57	23,112
_S4	22	3	64	25,82	18,600
S5	20	3	38	17,05	8,935

Denkpauze jongens

in seconden	N	Minimum	Maximum	Mean	Std. Deviation
S1	25	1	34	14,04	8,299
_S2	25	6	32	19,08	7,205
_S3	25	5	60	20,16	13,643
_S4	24	4	37	16,79	8,997
S5	24	6	61	17,50	11,587

ANOVA
GEM_TIJD

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	266,234	1	266,234	2,896	,096

Appendix E.

Denkpauze goede/minder goede rekenaars.

In seconden	Mean	N	Std. Deviation
1	14,78	13	6,716
2	17,54	7	7,422
3	21,98	12	7,879
4	24,58	9	11,829

Appendix F.

Scores goede/minder goede rekenaars.

	Mean	N	Std. Deviation
1	11,93	15	2,963
2	11,78	9	2,224
3	10,67	12	3,420
4	8,33	9	1,936

ANOVA
TOT_SCOR

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	90,671	4	22,668	2,894	,034