

Afstudeerscriptie

Een stochastisch optimalisatie model voor een robuuste dienstregeling

Een nieuwe oplosmethode

[illegible]

Wendy Stut

Universiteit Twente
Toegepaste Wiskunde
DWMP

februari - augustus 2009



Afstudeerscriptie

Een stochastisch optimalisatie model voor een robuuste dienstregeling

Een nieuwe oplosmethode

februari – augustus 2009

Student

Wendy Stut, Toegepaste Wiskunde, leerstoel DWMP, Universiteit Twente

Bedrijf

Nederlandse Spoorwegen N.V., Laan van Puntenburg 100, 3511 ER, Utrecht

Begeleiders

Prof. dr. J.L. Hurink (Universiteit Twente)

Dr. ir. G.F. Post (Universiteit Twente)

Prof. dr. L.G. Kroon (Nederlandse Spoorwegen)

Dr. D. Huisman (Nederlandse Spoorwegen)



Samenvatting

Introductie

Voor de Nederlandse Spoorwegen is het van belang dat zoveel mogelijk treinen op tijd aankomen op de stations. Het stochastisch optimalisatie model maakt een dienstregeling die zo min mogelijk last heeft van kleine verstoringen. Het doel van dit onderzoek is om het stochastisch optimalisatie model zodanig aanpassen dat het sneller een optimale oplossing geeft en grotere instanties kan oplossen.

Model

Het stochastisch optimalisatie model is een groot gemengd geheeltallig lineair programmeringsprobleem (MILP) dat uit twee delen bestaat. In het eerste deel wordt een dienstregeling gemaakt en in het tweede deel wordt gekeken hoeveel vertraging er optreedt als treinen met kleine verstoringen volgens deze dienstregeling rijden. Het laten rijden van de treinen gebeurt op verschillende onafhankelijke (realisatie)dagen en deze dagen bestaan uit verschillende uren die wel invloed op elkaar kunnen hebben. Het doel is om de totale gewogen gemiddelde vertraging te minimaliseren.

Geheeltalligheid

De aankomst- en vertrektijden in de dienstregeling moeten geheeltallig zijn. Het oplossen van een groot MILP duurt alleen erg lang. De geheeltalligheid kan echter ook bereikt worden door het model als een lineair programmeringsprobleem (LP) op te lossen en deze tijden vervolgens af te ronden. Ondanks het afronden blijven alle belangrijke planningsvoorwaarden gelden en door af te ronden blijft de doelfunctiewaarde in de buurt van het optimum.

Dantzig-Wolfe decompositie

De instanties van het stochastisch optimalisatie model zijn erg groot en daarom duurt ook het oplossen van een LP lang. Bij Dantzig-Wolfe decompositie wordt een groot LP opgedeeld

in een hoofdprobleem en onafhankelijke deelproblemen die onafhankelijk van elkaar kunnen worden opgelost. Dit is voor het stochastisch optimalisatie model gedaan op twee verschillende manieren. Bij de eerste manier is er een deelprobleem met alle planningsvoorwaarden en is er voor iedere realisatiedag een apart deelprobleem. Bij de andere manier geeft ieder treinserienummer een apart deelprobleem. Er is voor verschillende methoden gekeken of ze sneller voor een oplossing zorgen. Deze methoden zijn gebaseerd op het toevoegen van extra kolommen aan en het verwijderen van kolommen uit het hoofdprobleem.

Resultaten en conclusies

Zowel het opbouwen en vervolgens oplossen van het model in Visual C++ 2008 en CPLEX 12.1 gaat sneller dan het opbouwen van het model met OPL Studio 3.7 en het oplossen met CPLEX 9.0 waarvan het model eerder gebruik maakte. Het oplossen van een LP in plaats van een MILP gaat veel sneller en kost ook minder geheugen. Hierdoor kunnen er grotere trajecten en/of meer realisaties worden opgelost met het model. De kwaliteit van de oplossing blijft door het afronden van de aankomst- en vertrektijden min of meer hetzelfde.

Bij Dantzig-Wolfe decompositie worden het hoofdprobleem en de deelproblemen meerdere keren opgelost. Alle oplostijden van het hoofdprobleem bij elkaar is veel meer dan de oplostijd van het niet opgedeelde LP. De tweede manier van opsplitsen duurt wel korter dan de eerste manier. Het verwijderen van kolommen die meerdere keren niet in de oplossing van het hoofdprobleem voorkomen en het beginnen met een initiële oplossing zorgen voor een kortere oplostijd. Soms zorgt het toevoegen van een kolom met een tussenoplossing aan het hoofdprobleem ook voor een verkorting. Dit leidt echter niet tot een oplostijd die in de buurt komt van de oplostijd van het niet opgedeelde LP.

Aanbevelingen

Er zijn een aantal punten die nog onderzocht kunnen worden voor het oplossen van het stochastisch optimalisatie model. Om een groot traject voor veel dagen op te kunnen lossen is het misschien mogelijk om het traject op te delen in deeltrajecten en daarna via een iteratief proces de vertragingen aan de randen als importvertragingen voor de andere deeltrajecten te gebruiken. Het is ook goed om te kijken of het verzamelen van de invoergegevens geautomatiseerd kan worden. Verder kan er gekeken worden of het model oplossen met Benders decompositie tot een snellere oplostijd leidt. Deze methode wordt vaak toegepast als er meer voorwaarden dan variabelen zijn en dit is bij het stochastisch optimalisatie model het geval. Tot slot kan er onderzoek gedaan worden naar een aantal methoden die ervoor zorgen dat het convergeren naar de optimale doelfunctiewaarde bij Dantzig-Wolfe decompositie sneller gaat.

Summary

Introduction

For Netherlands Railways it is important that as many trains as possible arrive on time at the stations. The stochastic optimization model creates a timetable which is as least as possible effected by small disturbances. The objective of this research is: Adapting the stochastic optimization model in such a way that solving goes faster and greater instances can be solved.

Model

The stochastic optimization model is a large mixed integer linear programming problem (MILP) which consists of two parts. In the first part a timetable is constructed and in the second part the delays which are caused by small disturbances when trains run according to this timetable are defined. The trains operate on different independent (realization) days and these days exist of different hours which can influence each other. The aim is to minimize the total weighted average delay.

Integers

The arrival and departure times in a timetable have to be integers. Only solving a big MILP takes a very long time. Solving the model as a linear programming problem (LP) and rounding off the times afterwards is another way to get integers. All important planning constraints still hold when the times are rounded off, the objective value is near optimal.

Dantzig-Wolfe decomposition

The instances of the stochastic optimization model are very big and that is why also solving an LP takes a long time. With Dantzig-Wolfe decomposition a big LP is split in a master problem and independent subproblems. These problems can be solved independently. The stochastic optimization problem is split in two different ways. In the first case there is a

subproblem with planning constraints and there are subproblems for all realization days. In the second case there are subproblems for all train line numbers. It is investigated if it is possible to get a solution in less time by implementing several methods. These methods are based on adding extra columns to and deleting columns from the master problem.

Results and conclusions

Both building up the model in Visual C++ 2008 and solving the model with CPLEX 12.1 goes faster than with OPL Studio 3.7 and CPLEX 9.0 which the model used before. Solving an LP instead of an MILP is much faster and less memory is needed to solve the model. That is why greater parts of the railway network and/or more realizations can be solved with the model. The quality of the solution stays more or less the same by rounding off the arrival and departure times.

De kwaliteit van de oplossing blijft door het afronden min of meer hetzelfde.

The master problem and the subproblems are solved multiple times in the Dantzig-Wolfe decomposition. The summation of all computation times of the master problem is much more than the solution time of the unsplitted LP. Solving the second splitting method does take less time than the first method. Deleting columns which do not appear in the solution of the master problem for multiple times and beginning with an initial solution contribute to a shorter solution time. Sometimes adding columns with an intermediate solution to the master problem reduces the solution time. Nevertheless, these methods do not result in solution times which are close to the solution time of the unsplitted LP.

Recommendations

It is possible to do further research on solving the stochastic optimization model. Maybe it is possible to split up a big railway network in smaller parts and solve these parts in an iterative manner by taking the delays at the borders of a subnetwork as import delays in other subnetworks. It is also good to see if it is possible to automate the process of gathering all input data. Another possibility to do further research is to look if solving by Benders' decomposition can lead to a faster solution time. Benders' decomposition method will be used when there are more constraints than variables and that is the case with the stochastic optimization model. Finally, there is a possibility that the solution time of Dantzig-Wolfe decomposition can be reduced by using special methods for a faster convergence of the objective value.

Voorwoord

Voor u ligt mijn afstudeerscriptie voor mijn studie Toegepaste Wiskunde aan de Universiteit Twente. Ik heb mijn afstudeeronderzoek uitgevoerd bij de Nederlandse Spoorwegen bij de Innovatiegroep Logistiek. In mijn onderzoek heb ik gekeken of een stochastisch optimalisatie model om een robuuste dienstregeling te maken sneller gemaakt kan worden en grotere trajecten op kan lossen.

Hierbij wil ik mijn begeleiders, Leo Kroon en Dennis Huisman van de Nederlandse Spoorwegen en Johann Hurink en Gerhard Post van de Universiteit Twente bedanken voor de goede ideeën en opmerkingen tijdens mijn onderzoek. Zij hebben ervoor gezorgd dat mijn onderzoek en scriptie steeds beter zijn geworden. Verder wil ik ook de andere collega's van de innovatiegroep bedanken voor hun hulp en het zorgen voor de prettige werksfeer tijdens mijn afstudeeronderzoek.

Utrecht, augustus 2009

Wendy Stut

Inhoudsopgave

Samenvatting	v
Summary	vii
Voorwoord	ix
1 Introductie	1
1.1 Ontwikkeling stochastisch optimalisatie model	2
1.2 Doelstelling	3
1.3 Overzicht verslag	4
2 Probleembeschrijving	5
2.1 Een mogelijke dienstregeling	5
2.2 Een robuuste dienstregeling	7
3 Stochastisch optimalisatie model	9
3.1 Invoer	9
3.2 Beslissingen	11
3.2.1 Dienstregeling maken	12
3.2.2 Realisaties	18
3.3 Uitvoer	25
4 Geheeltalligheid	27
4.1 Vergelijking MILP en LP	28
4.2 Afronden niet-geheeltallige aankomst- en vertrektijden	28
4.2.1 Mogelijke schendingen planningsvoorwaarden door afronden	29
4.2.2 Resultaten afronden op het traject Utrecht-Zwolle	32
5 Een nieuwe oplosmethode	35
5.1 Beschrijving Dantzig-Wolfe decompositie	35

5.2	Dantzig-Wolfe decompositie voor het stochastisch optimalisatie model	38
5.2.1	Planning en realisaties als deelproblemen	39
5.2.2	Treinserienummers als deelproblemen	41
5.3	Implementatie Dantzig-Wolfe decompositie	41
5.3.1	Selecteren toe te voegen kolommen	43
5.3.2	Technieken voor mogelijk kortere oplostijd	43
5.3.3	Geen optimale oplossing met kortere oplostijd	52
6	Resultaten	57
6.1	Stochastisch optimalisatie model in C++	57
6.1.1	Vergelijking met OPL Studio	57
6.1.2	Vergelijking CPLEX 12.1 en 11.2	59
6.1.3	Grotere trajecten	60
6.2	Dantzig-Wolfe decompositie	62
6.2.1	Verloop doelfunctiewaarde	62
6.2.2	Oplostijden	63
	Conclusies en aanbevelingen	67
	Conclusies	67
	Aanbevelingen	68
	Bibliografie	71
	A Modelnotatie	73
	B Data traject Utrecht-Zwolle	79
	C Afronden op andere trajecten	93
	C.1 Traject Kop van Noord-Holland	93
	C.2 Traject Eindhoven-Maastricht/Heerlen	94
	D Dantzig-Wolfe decompositie	95
	D.1 Onbegrensde deelproblemen	95
	D.2 Voorbeeld	96

Hoofdstuk 1

Introductie

Iedere dag rijden er in Nederland zo'n vijfduizend treinen volgens een dienstregeling van een begin- naar een eindpunt. Een dienstregeling is een plan dat bepaalt van waar naar waar en op welke tijd treinen rijden. De dienstregeling heeft een bepaalde lijnvoering, die bestaat uit verschillende treinseries met een vast begin- en eindpunt en vaststaande tussenpunten. Deze punten worden dienstregelpunten genoemd. Dit zijn alle stations, maar ook bruggen, tunnels en plaatsen waar sporen splitsen of bij elkaar komen (aansluitingen).

De dienstregeling die gebruikt wordt door de Nederlandse Spoorwegen (NS) is cyclisch. Dit betekent dat deze gebaseerd is op een patroon dat zichzelf steeds herhaalt. Dit heeft als gevolg dat elk uur de treinen op dezelfde tijd vertrekken. Dit heeft een aantal voordelen. Zo hoeven reizigers geen ingewikkelde dienstregeling uit hun hoofd te kennen, maar is het voldoende alleen de vertrekminuten in een uur te onthouden. Ook is er een voordeel voor het plannen van de dienstregeling. Er hoeft namelijk maar een planning gemaakt te worden voor één periode. Deze kan vervolgens meerdere keren achter elkaar worden gelegd, zodat er een dienstregeling voor een dag ontstaat.

Bij het maken van een dienstregeling moet er met verschillende zaken rekening gehouden worden. Zo moet er onder andere voldoende tijd zitten tussen twee treinen die achter elkaar op hetzelfde traject rijden, moeten er reizigersaansluitingen zijn tussen bepaalde treinen en mogen treinen die elkaar moeten kruisen op een vaststaande plaats daar niet tegelijk zijn. De NS hebben een model dat een dienstregeling maakt die voldoet aan al deze voorwaarden. Dit is DONS. Voor meer informatie over DONS, zie Hooghiemstra uit 1996 en Hooghiemstra et al. uit 1999, [Hoo96] en [HKO⁺99]. Wanneer er een toegestane oplossing is gevonden, wordt deze, na door verschillende partijen goedgekeurd te zijn, ingevoerd.

De bedoeling is dat alle treinen zo goed mogelijk de dienstregeling volgen. Door verstoringen kan het echter zo zijn dat treinen vertraging krijgen. Op dit moment is punctualiteit één van de belangrijkste maatstaven voor het functioneren van de NS. Met punctualiteit wordt

het percentage treinen bedoeld dat met minder dan drie minuten vertraging aankomt op een speciaal station waar de aankomsttijden gemeten worden. Het is belangrijk om een goede punctualiteit te hebben, omdat reizigers graag op tijd op hun bestemming willen zijn en omdat er door de overheid eisen aan de punctualiteit zijn gesteld. In het Business Plan van de NS staat dat de punctualiteit in 2009 gemiddeld 87,0% moet zijn.

Een hoge punctualiteit kan alleen verkregen worden als verstoringen niet al te veel invloed hebben op het op tijd aankomen van treinen op (meet)stations. De tijden die voor deze aankomsten in de dienstregeling staan spelen hierbij een belangrijke rol. Dit onderzoek gaat over een model dat een dienstregeling maakt die zo min mogelijk vertraging als gevolg van kleine verstoringen heeft.

1.1 Ontwikkeling stochastisch optimalisatie model

Om een zo hoog mogelijke punctualiteit te behalen, is het noodzakelijk dat kleine verstoringen slechts weinig invloed hebben op de aankomst- en vertrektijden van treinen. De dienstregeling moet daarom robuust zijn. De vraag is nu hoe dit gerealiseerd kan worden.

Dit was aanleiding voor het promotieonderzoek van Vromans, [Vro05]. Het resultaat van dit onderzoek is een model dat een planningsmodel voor de dienstregeling combineert met een model dat vertragingen van treinen simuleert en deze vertragingen minimaliseert. Hierin wordt speling (extra tijd die wordt toegevoegd aan de dienstregeling om verstoringen van de rijtijd op te vangen) herverdeeld (in het huidige dienstregelingmodel wordt er gerekend met een speling van ongeveer 5% voor iedere rit tussen twee dienstregelpunten). Het gecombineerde model kreeg de naam: stochastisch optimalisatie model. Het model was op dat moment geschikt voor treinen op één bepaald traject. Er is in het onderzoek voornamelijk met het traject Haarlem-Maastricht/Heerlen gewerkt. De resultaten van het onderzoek zijn voor een gedeelte ook te vinden in Kroon et al. uit 2005, [KDV05].

Vervolgens heeft Bonekamp in 2005, [Bon05] voor zijn afstudeerscriptie gekeken naar de effecten die verschillende soorten verstoringen in het stochastisch optimalisatie model als gevolg hebben. Het onderzoekstraject was hierbij Den Helder-Nijmegen.

In 2006 heeft Mathijn Retel Helmrich voor zijn masterscriptie ook onderzoek gedaan naar het stochastisch optimalisatie model van Vromans, [Ret06]. De belangrijkste punten uit zijn onderzoek waren dat hij het model heeft uitgebreid voor een netwerk van verschillende treinlijnen (met de daarbij behorende relaties) en het heeft aangepast voor cyclische dienstregelingen. Ook heeft hij reizigersaansluitingen en aansluitingen voor het materieel toegevoegd aan het model. Het traject dat hij bekeken heeft is de Kop van Noord-Holland (Noord-Holland boven de lijn Haarlem-Amsterdam, deze verbinding zelf ook meegenomen).

Gedurende week 22 t/m 29 in 2006 is er voor de Zaanlijn (een gedeelte van de Kop van Noord-Holland) een dienstregeling ingevoerd die verkregen was met behulp van het stochastisch optimalisatie model. Dit zorgde daadwerkelijk voor een betere punctualiteit dan eerder het geval was. De gemiddelde punctualiteit van de Zaanlijn in de eerste dertien weken van 2006 was 79,4%, terwijl dit van heel Nederland toen 86,5% was. In de weken van het experiment was de gemiddelde punctualiteit van de Zaanlijn 85,4% en in heel Nederland 84,4%. Dit staat beschreven in Kroon et al. uit 2008, [KMH⁺08].

Het stochastisch optimalisatie model is ook gebruikt om het traject Gooilijn te bekijken. Hier zijn geen resultaten van gepubliceerd. Wel is de programmacode die hiervoor gebruikt is als uitgangspunt genomen voor drie verschillende trajecten die begin 2009 zijn bekeken. Dit zijn de trajecten Eindhoven-Maastricht/Heerlen, Kop van Noord-Holland en Utrecht-Zwolle. Deze programmacode is ook het uitgangspunt voor het onderzoek van deze scriptie.

1.2 Doelstelling

In de vorige sectie valt te lezen dat het stochastisch optimalisatie model in de loop der tijd verbeterd is en dat er verschillende trajecten mee geanalyseerd zijn. Er is echter nog meer onderzoek naar het model mogelijk, vandaar dit onderzoek. Het doel van dit onderzoek is:

Het huidige stochastische optimalisatie model zodanig aanpassen dat het sneller een optimale oplossing geeft en grotere instanties kan oplossen.

Het huidige model is een groot gemengd geheeltallig lineair programma (MILP) dat geprogrammeerd is in OPL Studio. Dit heeft als nadeel dat er geen grotere netwerken kunnen worden geanalyseerd. Bij veel realisaties en/of grote trajecten duurt het namelijk lang voordat er een oplossing wordt gevonden en soms er is een geheugenprobleem. Om het stochastisch optimalisatie model in de toekomst voor grotere netwerken te kunnen gebruiken zal er daarom het één en ander veranderd moeten worden.

Allereerst zal gekeken worden wat de winst in oplostijd is als het programma wordt geprogrammeerd in C++ en CPLEX wordt gebruikt om het MILP op te lossen.

Als er geen eis is dat aankomst- en vertrektijden in het model gehele getallen moeten zijn, wordt het model een lineair programmeringsprobleem (LP). Het voordeel hiervan is dat het oplossen van een LP veel sneller gaat dan het oplossen van een MILP. Het heeft echter alleen zin om het model als LP op te lossen als de aankomst- en vertrektijden mogen bestaan uit reële getallen of als afronden van de verkregen reële aankomst- en vertrektijden een dienstregeling oplevert die aan alle eisen voldoet.

Ook zal er in dit onderzoek worden gekeken of Dantzig-Wolfe decompositie als nieuwe oplosmethode gebruikt kan worden en of dit snellere oplostijden als gevolg heeft.

1.3 Overzicht verslag

In deze scriptie wordt in Hoofdstuk 2 beschreven hoe een mogelijke dienstregeling wordt gemaakt en hoe een robuuste dienstregeling met behulp van het stochastisch optimalisatie model wordt gemaakt. De invoer, de beslissingen en de uitvoer van het model staan beschreven in Hoofdstuk 3. In Hoofdstuk 4 wordt gekeken of het noodzakelijk is dat de aankomst- en vertrektijden geheeltallig zijn. Daarna wordt in Hoofdstuk 5 Dantzig-Wolfe decompositie beschreven als een nieuwe oplosmethode voor het stochastisch optimalisatie model. De resultaten van het onderzoek worden beschreven in Hoofdstuk 6. Het verslag wordt afgesloten met conclusies en aanbevelingen. In de bijlagen is de gebruikte notatie voor het model te vinden, evenals de invoer voor het model voor het traject Utrecht-Zwolle, afrondresultaten voor twee trajecten en een uitbreiding en een voorbeeld van Dantzig-Wolfe decompositie.

Hoofdstuk 2

Probleembeschrijving

In het stochastisch optimalisatie model is het de bedoeling dat er zo een robuust mogelijke dienstregeling wordt geconstrueerd voor een bepaald deel van het spoorwegnetwerk (traject). Eerst wordt er beschreven wat er allemaal van belang is bij het maken van een mogelijke dienstregeling. Daarna wordt er beschreven hoe er met het stochastisch optimalisatie model van een mogelijke dienstregeling een zo robuust mogelijke dienstregeling gemaakt kan worden.

2.1 Een mogelijke dienstregeling

Het Nederlandse spoorwegennet is onderverdeeld in verschillende dienstregelpunten. Dit zijn bijvoorbeeld stations, bruggen, tunnels en punten waarop het spoor zich splitst of samenvoegt. Het spoor tussen twee dienstregelpunten is een baanvak. Alle treinen in Nederland rijden via vaste dienstregelpunten van een beginpunt naar een eindpunt. Deze informatie is gekoppeld aan het serienummer van de trein. Het treinserienummer is hetzelfde voor zowel de heen- als de terugrichting (de trein van Enschede naar Schiphol heeft dus hetzelfde serienummer als de trein van Schiphol naar Enschede). Het kan zijn dat er meerdere keren per uur een trein met hetzelfde treinserienummer rijdt. Het verschil tussen deze treinen wordt aangegeven met een herhalingsnummer. In Nederland rijdt een treinserie maximaal twee keer per uur en is het herhalingsnummer hierdoor één of twee. (Het aangeven van een richting en een herhalingsnummer voor een trein is zoals dat in deze scriptie wordt gebruikt voor het definiëren van een trein. In werkelijkheid heeft iedere trein een uniek nummer dat gebaseerd is op het treinserienummer. Dit is een oneven nummer en een even nummer als de trein respectievelijk in zuidelijke en noordelijke richting rijdt. Het aantal dat tussen twee even of oneven treinnummers in zit geeft aan hoeveel tijd er tussen deze treinen zit. Een treinnummer van twee hoger is een trein die een half uur later rijdt.)

Voor iedere trein wordt het af te leggen traject opgedeeld in verschillende ritten met

dienstregelpunten als aankomst- en vertrekplaatsen. Al deze ritten moeten een vertrek- en een aankomsttijd hebben, zodat iedereen weet wanneer welke trein waar rijdt. Al deze vertrek- en aankomsttijden bij elkaar worden een dienstregeling genoemd. De dienstregeling van de Nederlandse Spoorwegen heeft een cyclisch karakter. Dit houdt in dat hij gebaseerd is op een zichzelf herhalend patroon. Ieder uur vertrekken de treinen op hetzelfde tijdstip. Een voordeel hiervan is dat er slechts voor één uur een dienstregeling gemaakt hoeft te worden, die vervolgens meerdere keren achter elkaar kan worden gereden. Niet op alle aankomst- en vertrekplaatsen hoeft een trein te stoppen. Als dit niet hoeft is er sprake van een doorkomst. Als een rit vertrekt of aankomt op een dienstregelpunt waar gestopt dient te worden is er sprake van respectievelijk een aankomst of een vertrek (dit is het geval op stations waar een treinserie moet stoppen). Bij een vertrek is het niet toegestaan om eerder weg te gaan dan de aangegeven vertrektijd, dit mag bij een doorkomst wel. Als een dienstregelpunt een doorkomstplaats voor een trein is, dan is er een rit van die trein met als aankomst een doorkomst en een andere rit van dezelfde trein met een doorkomst als vertrek op dat dienstregelpunt. De aankomsttijd van deze eerste rit moet gelijk zijn aan de vertrektijd van de tweede rit, want de trein stopt daar niet. Er kan een verschil zitten tussen de aankomsttijd van een rit met een aankomst op een dienstregelpunt en het vertrek van een rit van dezelfde trein vanaf hetzelfde dienstregelpunt. Dit wordt de halteertijd genoemd.

Een dienstregeling moet voldoen aan een aantal normen. Allereerst moet er minimaal een minuut zitten tussen de vertrek- en aankomsttijd van een rit. Tussen de aankomst- en vertrek-tijden van twee ritten die achter elkaar op hetzelfde baanvak rijden moet een minimale tijd zitten. Dit wordt de minimale opvolgtijd (bij aankomst of vertrek) genoemd. Hetzelfde geldt voor twee ritten die elkaar kruisen en daardoor gebruik maken van dezelfde wissel. Verder moet er rekening gehouden worden met minimale halteertijden voor treinen op verschillende stations. Deze minimale tijd hangt onder andere af van de grootte van het station. Het kan zijn dat een trein na aankomst op zijn eindpunt wordt gebruikt om in de tegenovergestelde richting te gaan rijden. Dit wordt een kering genoemd. Hiervoor gelden ook minimale tijden. Er zijn stations waarop een overstap wordt gegarandeerd van de ene treinserie op de andere, dit worden aansluitingen genoemd. Er is een minimale tijd dat de treinen tegelijk op het station moeten staan, maar er is ook een maximale tijd, want te lang wachten wordt niet gezien als een aansluiting. Een brug, die af en toe open gaat, kan ook als een rit worden gezien. In dit geval mag er niet gepland worden tijdens de openingstijden van de brug. Als er op een baanvak meerdere ritten met hetzelfde treinserienummer rijden in een uur (dus met een herhalingsnummer), dan moet er een vaststaande tijd tussen deze ritten liggen (als er twee keer zo'n rit voorkomt in een uur moet er precies 30 minuten zitten tussen de vertrek- en aankomsttijden van deze twee ritten). Alle ritten hebben een technisch minimale rijtijd.

Dit is de minimale rijtijd om van het begin- naar het eindpunt te komen. Aan deze ritten mag speling worden toegevoegd, zodat kleine verstoringen in de rijtijd opgevangen kunnen worden. Er is echter een grens aan de hoeveelheid speling die mag worden toegevoegd. In een enkel geval mag er negatieve speling zijn. Dit betekent dat er minder tijd wordt ingepland dan er technisch minimaal nodig is om een rit te rijden.

2.2 Een robuuste dienstregeling

Het stochastisch optimalisatie model heeft als doel om een zo robuust mogelijke dienstregeling te maken voor een bepaald traject. De invoer voor zo'n dienstregeling zijn alle ritten die op het traject rijden. Verder moet er ook al een dienstregeling gegeven zijn voor dit traject (voor alle ritten moet een vertrek- en aankomsttijd bekend zijn). Deze dienstregeling wordt in het vervolg de basisdienstregeling genoemd.

Deze aankomst- en vertrektijden leggen de volgorde van treinen op de verschillende baanvakken vast. In de robuuste dienstregeling die gemaakt moet worden, moet deze volgorde altijd hetzelfde blijven als in de basisdienstregeling. De halteertijden die gelden in de basisdienstregeling moeten ook in de te maken dienstregeling gelijk blijven. In de basisdienstregeling is ook vastgelegd welke trein op welk perron aankomt op een station. Deze perrons moeten ook gelijk blijven, dus treinen die achter elkaar aankomen op een perron in de basisdienstregeling moeten dit in de te maken robuuste dienstregeling ook blijven doen. Tussen het vertrek van een trein vanaf een perron en de aankomst van de trein erna op hetzelfde perron moet ook een minimale tijd zitten. Dit is een perronopvolging. Verder mag de totale negatieve en positieve speling niet groter worden dan in de basisdienstregeling. De voorwaarden met betrekking tot minimaal een minuut tussen de vertrek- en aankomsttijd van een rit, minimale opvolgtijden, kruisingen, keringen, aansluitingen, brugopeningen en vaststaande tijden tussen ritten op hetzelfde baanvak met gelijke treinserienummers die gelden voor de basisdienstregeling moeten ook nog steeds gelden in de te maken dienstregeling. Het traject waarvoor een nieuwe dienstregeling wordt bepaald, hoeft niet het volledige traject van een treinserie te zijn. Op het dienstregelpunt waar een treinserie voor het eerst op het traject komt, moet de vertrektijd gelijk blijven aan die van de basisdienstregeling. Hetzelfde geldt voor de aankomsttijden van treinseries op dienstregelpunten aan de rand van het traject die erna verder rijden. Hierdoor kunnen deze treinen buiten het traject hetzelfde blijven rijden. Ritten van andere vervoerders en goederentreinen moeten dezelfde aankomst- en vertrektijden houden als in de basisdienstregeling. Tot slot worden er eisen gesteld aan de afwijking van de nieuwe dienstregeling ten opzichte van de basisdienstregeling. Zo mag het verschil tussen de aankomst- en vertrektijd van een rit slechts met een bepaalde factor worden gereduceerd en

in sommige gevallen wordt ook het aantal minuten dat de tijden mogen schuiven beperkt.

Het doel is dat de nieuwe dienstregeling, die aan de hierboven beschreven eisen voldoet, zo robuust mogelijk is. Dit houdt in dat er als er treinen volgens deze dienstregeling rijden, zo min mogelijk vertraging op moet treden. Om deze vertragingen te bepalen moeten er realisaties uitgevoerd worden waarin treinen gaan ‘rijden’. Aan de technisch minimale rijtijd en de halteertijd van een rit worden verstoringstijden toegevoegd. Hierdoor ontstaat er voor iedere rit een minimale rijtijd om van zijn vertrek- naar zijn aankomstpunt te komen. Ook kan er worden aangegeven hoeveel vertraging een trein al heeft opgelopen op een eerder traject voordat hij op het traject komt dat wordt bekeken. Dit wordt importvertraging genoemd. Bij het ‘rijden’ moet de volgorde van de ritten blijven behouden, verder moeten ook de opvolgtijden bij aankomst en vertrek en de relaties (hier worden de perronopvolgingen, keringen, kruisingen en aansluitingen mee bedoeld) tussen ritten blijven gelden, maar deze mogen wel met een factor van de norm worden uitgevoerd. Dit houdt in dat als de minimale opvolgtijd tussen twee aankomsten in de planning drie minuten moet zijn, er in de realisaties, als bijvoorbeeld een factor 0,6 gebruikt wordt, minimaal 2,4 minuten tussen de twee aankomsten moet zitten. Zo kunnen gerealiseerde aankomst- en vertrektijden worden bepaald. De vertragingen worden bepaald door van de gerealiseerde tijden de tijden uit de dienstregeling af te trekken.

In Nederland wordt het presteren van de Nederlandse Spoorwegen mede bepaald op basis van de punctualiteit. Dit is het percentage treinen dat aankomt op een station met minder dan drie minuten vertraging. Er zijn in Nederland 35 stations waar de punctualiteit wordt gemeten. Dit zijn meetstations. Aankomstvertragingen die optreden op meetstations worden daardoor zwaar meegerekend. Aangezien er slechts een traject bekeken wordt met het stochastisch optimalisatie model, zijn er treinen die na het traject nog verder rijden. De dienstregelpunten waarop treinen het traject verlaten worden randpunten genoemd. Aankomstvertragingen op deze stations worden ook zwaarder meegeteld, omdat deze treinen verderop voor problemen kunnen zorgen. De aankomstvertraging op alle stations wordt ook meegenomen, maar wel met een minder zware belasting. Tot slot wordt ook nog de aankomstvertraging van alle ritten licht belast, zodat het te laat aankomen van alle ritten (dus ook die met een doorkomst) op een dienstregelpunt niet ongestraft blijft. Voor deze vier soorten aankomstvertraging zijn er twee verschillende waarden voor de belasting, namelijk een waarde voor vertragingen minder dan drie minuten en voor vertragingen van drie minuten en meer. Deze laatste vertragingen worden zwaarder aangerekend, omdat ze een slecht effect hebben op de punctualiteit. Om te voorkomen dat ritten extra lang wachten voordat ze vertrekken, wordt de vertrekvertraging van ritten zeer licht belast. Op basis van al deze vertragingen en de kosten die deze vertragingen met zich meebrengen kan een dienstregeling worden gemaakt die zo min mogelijk gewogen gemiddelde vertraging oplevert en dus zo robuust mogelijk is.

Hoofdstuk 3

Stochastisch optimalisatie model

Het stochastisch optimalisatie model is een toepassing van optimalisatie onder onzekerheid. Er is sprake van een *two-stage recourse* aanpak zoals beschreven staat in Birge en Louveaux uit 1997 [BL97]. Kenmerkend voor dit soort modellen is dat in de eerste fase beslissingen moeten worden genomen, voordat stochastische gebeurtenissen plaatsvinden. Deze stochastische gebeurtenissen beïnvloeden het resultaat van de beslissingen die eerder in het model zijn genomen. Deze invloeden en de daarbij behorende uitkomsten zijn de tweede fase van het model. In het stochastisch optimalisatie model wordt in de eerste fase een dienstregeling gemaakt. In de stochastische tweede fase worden de vertragingen van deze dienstregeling bepaald en belast.

In dit hoofdstuk worden de invoer, de beslissingen en de daarbij behorende uitvoer voor het stochastisch optimalisatie model beschreven. Hierbij zal uitgebreid stil worden gestaan bij alle voorwaarden waaraan voldaan moet worden. Voor de notatie van dit model is als uitgangspunt de notatie uit de afstudeerscriptie van Retel Helmrich uit 2006 gebruikt, [Ret06]. In Bijlage A staat een volledig overzicht van de notatie die in deze scriptie wordt gebruikt.

3.1 Invoer

De invoer voor het stochastisch optimalisatie model bestaat uit een traject met de ritten die op dat traject in een uur gereden worden en een bijbehorende dienstregeling. Al deze ritten zijn uniek. Er zijn verschillende soorten ritten. Een rit kan zijn van een station naar het volgende station waar gestopt wordt. Als er op een station gestopt wordt, is er een halteertijd voor deze rit. Een rit kan ook eindigen op een plaats waar niet gestopt wordt, er is dan sprake van een doorkomst. Het traject tussen twee opeenvolgende stations waar een trein stopt, wordt dan opgedeeld in verschillende ritten. Ook kan een rit bestaan uit een traject waar op meerdere stations wordt gestopt. Het aantal halteringen tussendoor wordt apart

aangegeven. Een rit met halteringen tussendoor kan zowel met een aankomst op een station als met een doorkomst eindigen.

Iedere rit $r \in R$ (met N_R het totaal aantal ritten) heeft een treinserienummer ν_r , een richting ρ_r , een herhalingsnummer ψ_r , een vertrekplaats δ_r en een aankomstplaats τ_r . De aankomst- en vertrektijd van een rit r in de gegeven dienstregeling worden respectievelijk met α_r en ϕ_r aangegeven. Verder geeft κ_r de technisch minimale rijtijd van een rit aan, is σ_r de halteertijd van een rit (deze is gelijk aan nul als er geen haltering is) en geeft $N_{H,r}$ het aantal halteringen aan dat gedurende de rit plaatsvindt. Als er in een rit tussendoor halteringen plaatsvinden, zit de tijd voor deze halteringen in de technisch minimale rijtijd.

Alle ritten $r \in R$ kunnen worden onderverdeeld in verschillende deelverzamelingen van ritten die aangeven of een rit begint met een vertrek of een doorkomst en eindigt met een aankomst of een doorkomst. Deelverzameling $R^A \subset R$ bevat alle ritten die een aankomst hebben. Voor alle ritten met een vertrek wordt de deelverzameling $R^V \subset R$ gedefinieerd. Deelverzamelingen met ritten die als aankomsttype een doorkomst hebben of als vertrektype een doorkomst hebben worden aangegeven met respectievelijk $R^{Da} \subset R$ en $R^{Dv} \subset R$.

Er zijn twee typen ritten. Ritten waarvan de aankomst in hetzelfde uur plaatsvindt als het vertrek (deze worden niet-cyclisch genoemd) en ritten die aankomen in het uur volgend op het uur waarin de rit vertrokken is (cyclische ritten). Voor cyclische ritten moet er rekening gehouden worden dat de aankomsten van de ritten aan het begin van het uur worden ingepland. Een rit is cyclisch als geldt: $\phi_r > \alpha_r$ en de deelverzameling van deze ritten is $R^C \subset R$. Een rit is niet-cyclisch als geldt: $\phi_r < \alpha_r$ en deze deelverzameling is $R^N \subset R$. Afhankelijk van of een rit cyclisch is of niet kan de plantijd (het aantal minuten dat is ingeroosterd voor een rit) T_r van de rit worden bepaald. Er geldt: $T_r = \alpha_r - \phi_r \ \forall r \in R^N$ en $T_r = \alpha_r - \phi_r + 60 \ \forall r \in R^C$. De speling ϵ_r van een rit $r \in R$ is dan: $\epsilon_r = T_r - \kappa_r$. De totale speling S in de basisdienstregeling is: $S = \sum_{r \in R} \epsilon_r$ en de totale negatieve speling S^N is: $S^N = \sum_{r \in R: \epsilon_r < 0} -\epsilon_r$.

Het te analyseren traject bestaat uit verschillende baanvakken. Voor alle baanvakken $b \in B$ wordt met δ_b de vertrekplaats en met τ_b de aankomstplaats van een baanvak gegeven. De keuze voor het traject legt ook meteen de meetstations en de randpunten vast. Voor deze dienstregelpunten vallen deelverzamelingen van ritten te definiëren die hier aankomen en die belangrijk zijn om de vertragingen te bepalen. De deelverzamelingen $R^B \subset R$ en $R^M \subset R$ bevatten alle ritten die een aankomst of een doorkomst hebben op respectievelijk een randpunt en een meetstation. In de deelverzamelingen $R^{RV} \subset R$ en $R^{RA} \subset R$ zitten alle ritten met een vertrek of doorkomst die vanaf een randpunt het traject opkomen, respectievelijk alle ritten die een aankomst (in het algemeen) hebben of met een doorkomst op een randpunt het traject verlaten. De cardinaliteit van een verzameling R^x met $x \in \{B, M, RA\}$ wordt aangegeven

met N_x , dat wil zeggen $N_x = |R^x|$.

Voor ritten waarbij de aankomst- of vertrektijden vaststaan worden respectievelijk de deelverzamelingen $R^{FA} \subset R$ en $R^{FV} \subset R$ gedefinieerd. Voor ritten die bij het begin van het traject een importvertraging kunnen hebben, wordt de deelverzameling $R^I \subset R$ geïntroduceerd.

Tussen ritten kunnen relaties (perronopvolgingen, keringen, kruisingen en aansluitingen) bestaan, die op het traject moeten gelden. Een relatie $y \in Y$ moet gelden op plaats π_y . Iedere relatie y bestaat uit twee ritten waarvan de eerste rit het eerst moet plaatsvinden. Deze ritten worden respectievelijk rit $y(1)$ en $y(2)$ genoemd, dat wil zeggen $y = (y(1), y(2))$. De minimale tijd, die tussen de twee ritten in een relatie moet zitten, wordt vastgelegd met ζ_y en als er een maximale tijd geldt, wordt dit gedefinieerd door η_y . De verzameling Y van relaties kan worden opgedeeld in verschillende deelverzamelingen. Relaties tussen twee aankomsten zitten in de deelverzameling $Y_{AA} \subset Y$, relaties tussen twee vertrekken in $Y_{VV} \subset Y$, relaties tussen een aankomst en een vertrek in $Y_{AV} \subset Y$ en relaties tussen een vertrek en een aankomst in $Y_{VA} \subset Y$. Relaties tussen een aankomst en een vertrek die een maximale tijd hebben zitten in de deelverzameling $Y_{AV}^{max} \subset Y$.

In sommige gevallen wordt er afgeweken van de minimale opvolgtijden bij aankomst en vertrek en de minimale tijden bij relaties in de gegeven dienstregeling. Alle ritten met een aankomst waarvan de opvolgtijd te klein is ten opzichte van de aankomst van de rit erna zitten in de deelverzameling $R^{Fc} \subset R$ en ritten met een vertrek met een te kleine opvolgtijd met het vertrek van de rit erna in $R^{Fx} \subset R$. Relaties met een tijd tussen de twee ritten die kleiner is dan de minimale tijd zijn vastgelegd in de deelverzameling $Y^{Fg} \subset Y$. Het aantal minuten dat de tijd te kort is in deze drie situaties wordt aangegeven met respectievelijk ζ_r^c , ζ_r^x en ζ_y^g .

In Bijlage B staan invoergegevens voor het traject Utrecht-Zwolle gegeven als voorbeeld.

3.2 Beslissingen

De bedoeling van het stochastisch optimalisatie model is om een dienstregeling te maken die aan alle planningseisen voldoet en zo robuust mogelijk is. Allereerst zullen de beslissingsvariabelen, voorwaarden en de bijdrage aan de doelfunctie worden beschreven die samenhangen met het maken van een dienstregeling. Daarna wordt er beschreven met welke beslissingsvariabelen, voorwaarden en doelfunctie ervoor wordt gezorgd dat deze dienstregeling zo robuust mogelijk wordt.

3.2.1 Dienstregeling maken

Het stochastisch optimalisatie model maakt een dienstregeling voor een traject met een basisdienstregeling als uitgangspunt.

Beslissingsvariabelen dienstregeling

Voor het maken van een dienstregeling zijn er voor iedere rit twee belangrijke beslissingsvariabelen, namelijk die voor de aankomsttijd a_r en de vertrektijd v_r . Door het cyclische karakter van de dienstregeling geldt dat de waarden van deze beslissingsvariabelen modulo 60 moeten worden genomen ($[a_r]_{60}, [v_r]_{60}$). Modulo-rekening is echter niet lineair, daarom is ervoor gekozen om de variabelen uit het interval $[-100, 100]$ te laten komen en vervolgens zelf de verkregen waarden modulo 60 te doen. De waarden van -100 en 100 zijn arbitrair gekozen en zullen nooit een beperking vormen ten opzichte van een situatie waarin modulo-rekening wordt toegepast. Er zullen namelijk slechts kleine verschillen ten opzichte van 0 en 60 optreden door de voorwaarden van het model. De waarden van a_r en v_r moeten gehele getallen zijn, want dit zijn eisen die aan een dienstregeling worden gesteld.

Verder worden er voor het maken van een dienstregeling ook nog variabelen gebruikt die de speling s_r en de negatieve speling n_r van een rit weergeven. Ook zijn er variabelen die aangeven met hoeveel minuten de minimale opvolgtijd van de aankomst of het vertrek van een rit met de rit erna wordt geschonden en met hoeveel minuten de minimale tijd van een relatie wordt geschonden. Dit zijn respectievelijk de variabelen c_r , x_r en g_y . Er moet gelden: $s_r, n_r, c_r, x_r, g_y \geq 0$. (In het geval van een heel klein traject (bijvoorbeeld één rit) kan het zijn dat er sprake is van een totale speling die negatief is in de basisdienstregeling. In zo'n geval moet er toegestaan worden dat de totale speling negatief mag zijn.)

Voorwaarden dienstregeling

Hieronder wordt beschreven aan welke voorwaarden er allemaal voldaan moet worden om een dienstregeling te maken.

Fixeren

Het fixeren van vertrek- en aankomsttijden voor ritten waarvan dat wordt vereist, staat respectievelijk in vergelijkingen 3.1 en 3.2.

$$v_r = \phi_r \quad \forall r \in R^{FV} \quad (3.1)$$

$$a_r = \alpha_r \quad \forall r \in R^{FA} \quad (3.2)$$

Voor ritten die minimale opvolgtijden bij aankomst of vertrek schenden en voor relaties

die niet voldoen aan de minimale tijden, wordt het aantal minuten van de schending gefixeerd in voorwaarden 3.3 t/m 3.5.

$$c_r = \varsigma_r^c \quad \forall r \in R^{FC} \quad (3.3)$$

$$x_r = \varsigma_r^x \quad \forall r \in R^{FX} \quad (3.4)$$

$$g_y = \varsigma_y^g \quad \forall y \in Y^{FG} \quad (3.5)$$

Geplande rijtijden

Voor alle ritten geldt dat de aankomsttijd van een rit gelijk moet zijn aan de vertrektijd van de rit plus de technisch minimale rijtijd plus de speling op de rit min de negatieve speling op de rit (de rit zal nooit tegelijk speling en negatieve speling hebben). Verder moet gelden dat er minimaal één minuut zit tussen de aankomst- en vertrektijd van een rit en dat de tijd tussen aankomst en vertrek niet kleiner wordt dan een vooraf bepaalde fractie F^L van de tijd tussen deze tijden in de basisdienstregeling. Voor niet-cyclische ritten staan deze voorwaarden in 3.6 t/m 3.8 en voor cyclische ritten (ritten die over het uur gaan) in 3.9 t/m 3.11. Verder mogen alle rijtijden slechts met een vooraf vastgestelde waarde M^T worden veranderd ten opzichte van de oorspronkelijke rijtijd, dit staat in 3.12 en 3.13.

$$a_r = v_r + \kappa_r + s_r - n_r \quad \forall r \in R^N \quad (3.6)$$

$$a_r - v_r \geq 1 \quad \forall r \in R^N \quad (3.7)$$

$$a_r - v_r \geq F^L(\alpha_r - \phi_r) \quad \forall r \in R^N \quad (3.8)$$

$$a_r = v_r + \kappa_r + s_r - n_r - 60 \quad \forall r \in R^C \quad (3.9)$$

$$a_r - v_r + 60 \geq 1 \quad \forall r \in R^C \quad (3.10)$$

$$a_r - v_r + 60 \geq F^L(\alpha_r - \phi_r + 60) \quad \forall r \in R^C \quad (3.11)$$

$$\alpha_r - \phi_r - M^T \leq a_r - v_r \quad \forall r \in R \quad (3.12)$$

$$a_r - v_r \leq \alpha_r - \phi_r + M^T \quad \forall r \in R \quad (3.13)$$

Geplande halteertijden

Twee ritten zijn van dezelfde trein als ze dezelfde treinserienummers, herhalingsnummers en richtingen hebben. Deze ritten van dezelfde trein vinden direct achter elkaar plaats als de aankomstplaats van de eerste rit gelijk is aan de vertrekplaats van de tweede rit. Voor alle opvolgende ritten van dezelfde trein wordt de volgende verzameling geïntroduceerd:

$$\Theta = \{(r_1, r_2) | r_1, r_2 \in R \wedge \nu_{r_1} = \nu_{r_2} \wedge \psi_{r_1} = \psi_{r_2} \wedge \rho_{r_1} = \rho_{r_2} \wedge \delta_{r_2} = \tau_{r_1}\} \quad (3.14)$$

Bij een haltering moet de vertrektijd van de tweede rit gelijk zijn aan de aankomsttijd van de eerste rit plus de halteertijd van de rit in de basisdienstregeling. Dit staat voor respectievelijk

niet-cyclische en cyclische ritten in vergelijkingen 3.15 en 3.16.

$$v_{r_2} = a_{r_1} + \sigma_{r_1} \quad \forall r_1 \in R^N \cap R^A, r_2 \in R^N \cap R^V : \quad (3.15)$$

$$(r_1, r_2) \in \Theta \wedge \phi_{r_2} \geq \alpha_{r_1}$$

$$v_{r_2} = a_{r_1} + \sigma_{r_1} - 60 \quad \forall r_1 \in R^C \cap R^A, r_2 \in R^C \cap R^V : \quad (3.16)$$

$$(r_1, r_2) \in \Theta \wedge \phi_{r_2} > \alpha_{r_1}$$

Geplande doorkomsten

Bij een doorkomst wordt niet gestopt, daarom moeten de aankomsttijd van de eerste rit en de vertrektijd van de tweede rit gelijk zijn, zie 3.17.

$$v_{r_2} = a_{r_1} \quad \forall r_1 \in R^{Da}, r_2 \in R^{Dv} : (r_1, r_2) \in \Theta \quad (3.17)$$

Minimale opvolgtijden

Twee treinen rijden over hetzelfde baanvak als ze dezelfde vertrek- en aankomstplaats hebben. Hiervoor wordt de volgende verzameling geïntroduceerd:

$$\Omega = \{(r_1, r_2) | r_1, r_2 \in R \wedge \delta_{r_1} = \delta_{r_2} \wedge \tau_{r_1} = \tau_{r_2}\} \quad (3.18)$$

De verzameling Γ^A bevat alle combinaties van twee ritten die op hetzelfde baanvak rijden en een aankomst direct achter elkaar in hetzelfde uur hebben. De verzameling Γ^V bevat combinaties van twee ritten die op hetzelfde baanvak rijden en een vertrek direct achter elkaar in hetzelfde uur hebben.

$$\Gamma^A = \left\{ (r_1, r_2) \in \Omega \mid \alpha_{r_1} < \alpha_{r_2} \wedge (\nexists r \in R : (r, r_1) \in \Omega \wedge \alpha_r < \alpha_{r_1} < \alpha_{r_2}) \right\} \quad (3.19)$$

$$\Gamma^V = \left\{ (r_1, r_2) \in \Omega \mid \phi_{r_1} < \phi_{r_2} \wedge (\nexists r \in R : (r, r_1) \in \Omega \wedge \phi_r < \phi_{r_1} < \phi_{r_2}) \right\} \quad (3.20)$$

In de verzameling Γ^{CA} zitten combinaties van ritten die op hetzelfde baanvak rijden en een aankomst direct achter elkaar hebben, maar niet binnen hetzelfde uur. Voor de verzameling Γ^{CV} geldt hetzelfde, maar dan voor vertrekken.

$$\Gamma^{CA} = \left\{ (r_1, r_2) \in \Omega \mid (\nexists r \in R : (r, r_1) \in \Omega \wedge \alpha_r > \alpha_{r_1}) \wedge (\nexists r^* \in R : (r^*, r_2) \in \Omega \wedge \alpha_{r^*} < \alpha_{r_2}) \right\} \quad (3.21)$$

$$\Gamma^{CV} = \left\{ (r_1, r_2) \in \Omega \mid (\nexists r \in R : (r, r_1) \in \Omega \wedge \phi_r > \phi_{r_1}) \wedge (\nexists r^* \in R : (r^*, r_2) \in \Omega \wedge \phi_{r^*} < \phi_{r_2}) \right\} \quad (3.22)$$

De minimale opvolgtijd wordt vooraf vastgesteld en is bij vertrekken ξ en bij aankomsten γ . Als niet aan de minimale opvolgtijden wordt voldaan, wordt het aantal minuten dat er

te kort is vastgelegd in de variabelen x_r en c_r voor respectievelijk vertrekken en aankomsten. Dit levert de voorwaarden op die in de vergelijkingen 3.23 t/m 3.26 staan.

$$v_{r_1} + \xi \leq v_{r_2} + x_{r_1} \quad \forall (r_1, r_2) \in \Gamma^V \quad (3.23)$$

$$a_{r_1} + \gamma \leq a_{r_2} + c_{r_1} \quad \forall (r_1, r_2) \in \Gamma^A \quad (3.24)$$

$$v_{r_1} + \xi \leq v_{r_2} + 60 + x_{r_1} \quad \forall (r_1, r_2) \in \Gamma^{CV} \quad (3.25)$$

$$a_{r_1} + \gamma \leq a_{r_2} + 60 + c_{r_1} \quad \forall (r_1, r_2) \in \Gamma^{CA} \quad (3.26)$$

Gepland 30 minuten ligging binnen een treinserie

Een treinserie die twee keer per uur rijdt, heeft ritten met herhalingsnummer één en twee. Er moet dan gelden dat tussen ritten op hetzelfde baanvak precies 30 minuten verschil zit in de planning. In de verzameling Φ zitten alle combinaties van ritten op hetzelfde baanvak, met hetzelfde treinserienummer en dezelfde richting, maar het herhalingsnummer van de tweede rit is één hoger dan van de eerste rit.

$$\Phi = \{(r_1, r_2) \in \Omega \mid \nu_{r_1} = \nu_{r_2} \wedge \rho_{r_1} = \rho_{r_2} \wedge \psi_{r_2} = \psi_{r_1} + 1\} \quad (3.27)$$

De voorwaarden voor de vertrek- en aankomsttijden voor zowel ritten waarbij de 30 minuten in hetzelfde uur vallen als in het volgende uur, staan beschreven in 3.28 t/m 3.31.

$$v_{r_2} = v_{r_1} + 30 \quad \forall (r_1, r_2) \in \Phi : \phi_{r_2} > \phi_{r_1} \quad (3.28)$$

$$v_{r_2} = v_{r_1} - 30 \quad \forall (r_1, r_2) \in \Phi : \phi_{r_2} \leq \phi_{r_1} \quad (3.29)$$

$$a_{r_2} = a_{r_1} + 30 \quad \forall (r_1, r_2) \in \Phi : \alpha_{r_2} > \alpha_{r_1} \quad (3.30)$$

$$a_{r_2} = a_{r_1} - 30 \quad \forall (r_1, r_2) \in \Phi : \alpha_{r_2} \leq \alpha_{r_1} \quad (3.31)$$

De 30 minuten ligging kan ook gelden voor twee treinen met verschillende treinserienummers op hetzelfde traject. Er gelden dan voorwaarden die vergelijkbaar zijn met die hiervoor.

Relaties

De verzamelingen Υ_x met $x \in \{AA, VV, AV, VA\}$ bevatten allemaal combinaties van een relatie $y \in Y_x$ met de twee ritten waarop de relatie betrekking heeft. Hetzelfde geldt voor de

verzameling Υ_{AV}^{max} met relaties $y \in Y_{AV}^{max}$.

$$\begin{aligned} \Upsilon_{AA} = \{ & (y, r_1, r_2) | y \in Y_{AA} \wedge r_1, r_2 \in R \wedge \nu_{r_1} = \nu_{y(1)} \wedge \rho_{r_1} = \rho_{y(1)} \wedge \\ & \psi_{r_1} = \psi_{y(1)} \wedge \nu_{r_2} = \nu_{y(2)} \wedge \rho_{r_2} = \rho_{y(2)} \wedge \psi_{r_2} = \psi_{y(2)} \wedge \pi_y = \tau_{r_1} = \tau_{r_2} \} \end{aligned} \quad (3.32)$$

$$\begin{aligned} \Upsilon_{VV} = \{ & (y, r_1, r_2) | y \in Y_{VV} \wedge r_1, r_2 \in R \wedge \nu_{r_1} = \nu_{y(1)} \wedge \rho_{r_1} = \rho_{y(1)} \wedge \\ & \psi_{r_1} = \psi_{y(1)} \wedge \nu_{r_2} = \nu_{y(2)} \wedge \rho_{r_2} = \rho_{y(2)} \wedge \psi_{r_2} = \psi_{y(2)} \wedge \pi_y = \delta_{r_1} = \delta_{r_2} \} \end{aligned} \quad (3.33)$$

$$\begin{aligned} \Upsilon_{AV} = \{ & (y, r_1, r_2) | y \in Y_{AV} \wedge r_1, r_2 \in R \wedge \nu_{r_1} = \nu_{y(1)} \wedge \rho_{r_1} = \rho_{y(1)} \wedge \\ & \psi_{r_1} = \psi_{y(1)} \wedge \nu_{r_2} = \nu_{y(2)} \wedge \rho_{r_2} = \rho_{y(2)} \wedge \psi_{r_2} = \psi_{y(2)} \wedge \pi_y = \tau_{r_1} = \delta_{r_2} \} \end{aligned} \quad (3.34)$$

$$\begin{aligned} \Upsilon_{AV}^{max} = \{ & (y, r_1, r_2) | y \in Y_{AV}^{max} \wedge r_1, r_2 \in R \wedge \nu_{r_1} = \nu_{y(1)} \wedge \rho_{r_1} = \rho_{y(1)} \wedge \\ & \psi_{r_1} = \psi_{y(1)} \wedge \nu_{r_2} = \nu_{y(2)} \wedge \rho_{r_2} = \rho_{y(2)} \wedge \psi_{r_2} = \psi_{y(2)} \wedge \pi_y = \tau_{r_1} = \delta_{r_2} \} \end{aligned} \quad (3.35)$$

$$\begin{aligned} \Upsilon_{VA} = \{ & (y, r_1, r_2) | y \in Y_{VA} \wedge r_1, r_2 \in R \wedge \nu_{r_1} = \nu_{y(1)} \wedge \rho_{r_1} = \rho_{y(1)} \wedge \\ & \psi_{r_1} = \psi_{y(1)} \wedge \nu_{r_2} = \nu_{y(2)} \wedge \rho_{r_2} = \rho_{y(2)} \wedge \psi_{r_2} = \psi_{y(2)} \wedge \pi_y = \delta_{r_1} = \tau_{r_2} \} \end{aligned} \quad (3.36)$$

Alle relaties die in de basisdienstregeling gelden, moeten blijven gelden in de nieuw te maken dienstregeling. Indien een relatie wordt geschonden, wordt het aantal minuten waarmee deze geschonden wordt aangegeven met g_y . Voor iedere soort relatie is er zowel een voorwaarde voor twee ritten waarvan de relatie in hetzelfde uur geldt als voor twee ritten waarbij de relatie in het volgende uur plaatsvindt. Alle voorwaarden voor de relaties in de planning staan beschreven in 3.37 t/m 3.46.

$$a_{r_2} \geq a_{r_1} + \zeta_y - g_y \quad \forall (y, r_1, r_2) \in \Upsilon_{AA} : \alpha_{r_2} \geq \alpha_{r_1} \quad (3.37)$$

$$a_{r_2} \geq a_{r_1} + \zeta_y - g_y - 60 \quad \forall (y, r_1, r_2) \in \Upsilon_{AA} : \alpha_{r_2} < \alpha_{r_1} \quad (3.38)$$

$$v_{r_2} \geq v_{r_1} + \zeta_y - g_y \quad \forall (y, r_1, r_2) \in \Upsilon_{VV} : \phi_{r_2} \geq \phi_{r_1} \quad (3.39)$$

$$v_{r_2} \geq v_{r_1} + \zeta_y - g_y - 60 \quad \forall (y, r_1, r_2) \in \Upsilon_{VV} : \phi_{r_2} < \phi_{r_1} \quad (3.40)$$

$$v_{r_2} \geq a_{r_1} + \zeta_y - g_y \quad \forall (y, r_1, r_2) \in \Upsilon_{AV} : \phi_{r_2} \geq \alpha_{r_1} \quad (3.41)$$

$$v_{r_2} \geq a_{r_1} + \zeta_y - g_y - 60 \quad \forall (y, r_1, r_2) \in \Upsilon_{AV} : \phi_{r_2} < \alpha_{r_1} \quad (3.42)$$

$$v_{r_2} \leq a_{r_1} + \eta_y + g_y \quad \forall (y, r_1, r_2) \in \Upsilon_{AV}^{max} : \phi_{r_2} \geq \alpha_{r_1} \quad (3.43)$$

$$v_{r_2} \leq a_{r_1} + \eta_y + g_y - 60 \quad \forall (y, r_1, r_2) \in \Upsilon_{AV}^{max} : \phi_{r_2} < \alpha_{r_1} \quad (3.44)$$

$$a_{r_2} \geq v_{r_1} + \zeta_y - g_y \quad \forall (y, r_1, r_2) \in \Upsilon_{VA} : \alpha_{r_2} \geq \phi_{r_1} \quad (3.45)$$

$$a_{r_2} \geq v_{r_1} + \zeta_y - g_y - 60 \quad \forall (y, r_1, r_2) \in \Upsilon_{VA} : \alpha_{r_2} < \phi_{r_1} \quad (3.46)$$

Eerste en laatste activiteit per baanvak moeten binnen een uur passen

De verzameling Ω^B bevat alle combinaties van een baanvak met twee ritten die op hetzelfde

baanvak rijden.

$$\Omega^B = \{(b, r_1, r_2) | b \in B \wedge r_1, r_2 \in R \wedge \delta_{r_1} = \delta_{r_2} = \delta_b \wedge \tau_{r_1} = \tau_{r_2} = \tau_b\} \quad (3.47)$$

In de verzameling Γ^{AB} zitten alle combinaties van een baanvak $b \in B$ met de rit met de eerste aankomst in het uur op het baanvak en de rit met de laatste aankomst op het baanvak in het uur. Hetzelfde maar dan voor vertrekken is het geval in de verzameling Γ^{VB} .

$$\Gamma^{AB} = \left\{ (b, r_1, r_2) \in \Omega^B \mid \left(\nexists r \in R : (r, r_1) \in \Omega \wedge \alpha_r < \alpha_{r_1} \right) \wedge \right. \quad (3.48)$$

$$\left. \left(\nexists r^* \in R : (r^*, r_2) \in \Omega \wedge \alpha_{r^*} > \alpha_{r_2} \right) \right\}$$

$$\Gamma^{VB} = \left\{ (b, r_1, r_2) \in \Omega^B \mid \left(\nexists r \in R : (r, r_1) \in \Omega \wedge \phi_r < \phi_{r_1} \right) \wedge \quad (3.49)$$

$$\left(\nexists r^* \in R : (r^*, r_2) \in \Omega \wedge \phi_{r^*} > \phi_{r_2} \right) \right\}$$

Voor alle combinaties $(b, r_1, r_2) \in \Gamma^{AB}$ en $(b, r_1, r_2) \in \Gamma^{VB}$ moet gelden dat, rekening houdende met de minimale opvolgtijden voor aankomsten en vertrekken (ξ en γ), de activiteiten binnen een uur plaatsvinden. Als tussen deze twee ritten een opvolgrelatie wordt geschonden, wordt hier rekening mee gehouden door x_r en c_r (het aantal minuten waarmee een opvolgrelatie bij respectievelijk vertrek en aankomst wordt geschonden). Deze voorwaarden staan in 3.50 en 3.51.

$$v_{r_2} - v_{r_1} \leq 60 - \xi + x_{r_2} \quad \forall (b, r_1, r_2) \in \Gamma^{VB} \quad (3.50)$$

$$a_{r_2} - a_{r_1} \leq 60 - \gamma + c_{r_2} \quad \forall (b, r_1, r_2) \in \Gamma^{AB} \quad (3.51)$$

Niet te veel (negatieve) speling

Er mag in de nieuw te maken dienstregeling niet meer speling zitten dan in de basisdienstregeling het geval is. De totale speling in de basisdienstregeling is S . Ook mag er niet meer negatieve speling in de nieuwe dienstregeling zitten dan in de basisdienstregeling. De totale negatieve speling in de basisdienstregeling is S^N . Deze voorwaarden staan in 3.52 en 3.53.

$$\sum_{r \in R} (s_r - n_r) \leq S \quad (3.52)$$

$$\sum_{r \in R} n_r \leq S^N \quad (3.53)$$

Extra voorwaarden

De planningsvoorwaarden die hierboven staan, moeten voor ieder traject gelden. Voor sommige trajecten kunnen extra voorwaarden moeten gelden. Bijvoorbeeld dat de nieuwe aankomsten en vertrektijden niet te veel mogen afwijken van die in de basisdienstregeling. Deze vooral

bepaalde marge M^S is voor alle ritten op het traject hetzelfde. Deze voorwaarden staan in 3.54 t/m 3.57.

$$v_r \geq \phi_r - M^S \quad \forall r \in R \quad (3.54)$$

$$v_r \leq \phi_r + M^S \quad \forall r \in R \quad (3.55)$$

$$a_r \geq \alpha_r - M^S \quad \forall r \in R \quad (3.56)$$

$$a_r \leq \alpha_r + M^S \quad \forall r \in R \quad (3.57)$$

Op sommige trajecten ligt een brug die op bepaalde tijden open gaat. Het is niet toegestaan dat een aankomst- of een vertrektijd bij een brug wordt gepland op het moment dat de brug open is. De voorwaarden die horen bij een brugopening beperken de mogelijkheden voor de vertrek- en aankomsttijden. Omdat deze voorwaarden trajectspecifiek zijn, worden ze hier niet vermeld.

Doelfunctie dienstregeling

In de nieuw te maken dienstregeling moet zoveel mogelijk aan alle opvolgrelaties bij aankomst en vertrek en aan de minimale tijden van relaties worden voldaan. Om hiervoor te zorgen worden de variabelen die aangeven met hoeveel minuten deze tijden worden geschonden (respectievelijk c_r, x_r, g_y) belast met de waarde $W_{c,x,g}$. Dit wordt:

$$W_{c,x,g} \left(\sum_{r \in R} (c_r + x_r) + \sum_{y \in Y} g_y \right). \quad (3.58)$$

Negatieve speling moet zoveel mogelijk voorkomen worden. Daarom wordt deze variabele ook opgenomen in de doelfunctie. Dit wordt belast met de waarde W_n . Dit wordt:

$$W_n \sum_{r \in R} n_r. \quad (3.59)$$

De totale doelfunctie voor het maken van een nieuwe dienstregeling is:

$$\min(3.58) + (3.59). \quad (3.60)$$

3.2.2 Realisaties

In de praktijk wijkt de gerealiseerde uitvoering van een dienstregeling regelmatig af van de geplande dienstregeling. Dit komt door verstoringen. Er zijn twee soorten verstoringen: primaire en secundaire. Een primaire verstoring is een verstoring die van buiten op de dienstregeling werkt en niet veroorzaakt wordt door de afhankelijkheid van treinen binnen een netwerk.

Voorbeelden van primaire verstoringen zijn: het langzamer rijden door weersomstandigheden (bijvoorbeeld tegenwind en bladeren op de rails), langzamer rijden doordat er mensen of dieren op of naast het spoor lopen, langere haltingen doordat er meer mensen in en uit stappen, enzovoort. Een secundaire verstoring is het geval als de onderlinge afhankelijkheid van treinen leidt tot de verstoring. Dit is bijvoorbeeld het geval als een trein vertraging oploopt en een andere trein vervolgens op deze trein moet wachten voordat deze bij het perron kan stoppen. De trein die hierdoor wordt vertraagd kan op zijn beurt weer andere treinen vertragen, zodat de vertragingen zich als een olievlek door het netwerk kunnen verspreiden. In het geval van een niet robuuste dienstregeling kan een kleine primaire verstoring zorgen voor veel secundaire verstoringen van andere treinen. Dit moet zoveel mogelijk voorkomen zien te worden.

Om ervoor te zorgen dat de gemaakte dienstregeling zo robuust mogelijk is, worden er realisaties uitgevoerd waarin treinen volgens die dienstregeling ‘rijden’. Aan de te rijden ritten kunnen primaire verstoringen worden toegevoegd. Door vervolgens alle ritten via de dienstregeling te laten rijden, kan bepaald worden hoeveel secundaire verstoringen dit oplevert.

Een mogelijkheid voor het uitvoeren van de realisaties kan zijn om iedere rit een groot aantal keer achter elkaar te laten rijden (dit zijn een soort uren). Ritten in een realisatie (uur) kunnen een afhankelijkheid hebben met ritten uit de realisatie ervoor. Een rit die om 20.01 uur moet vertrekken, kan dit pas doen als de rit ervoor die om 19.59 uur aan moest komen ook daadwerkelijk aangekomen is. In de praktijk gaat dit echter anders. In de praktijk kunnen ritten wel worden beïnvloed door ritten uit een vorig uur, maar ’s nachts rijden de meeste treinen niet meer. Hierdoor kan er ’s ochtends worden begonnen zonder invloeden van de vorige dag. De laatste rit van de ene dag is dus onafhankelijk van de eerste rit van de daarop volgende dag. De realisaties in het stochastisch optimalisatie model zijn daarom opgedeeld in dagen die onafhankelijk van elkaar zijn en iedere dag bevat meerdere uren die wel onderling verbanden kunnen hebben. Alle realisaties worden dus gedefinieerd door een dag $d \in D$ en een uur $u \in U$, met N_D en N_U respectievelijk het totaal aantal dagen en uren. Het uitvoeren van veel realisaties (dus veel realisatiedagen) zorgt ervoor dat de resultaten statistisch significant zijn.

De rijtijd van een rit r op dag d in uur u wordt aangegeven met $\lambda_{r,d,u}$ en wordt bepaald als: $\lambda_{r,d,u} = \kappa_r + \chi_{r,d,u}$, waarbij $\chi_{r,d,u}$ de primaire verstoring van rit r op dag d in uur u weergeeft. Deze verstoring wordt met behulp van verdelingen bepaald en bestaat uit twee verschillende componenten. Allereerst zijn er rijtijdverstoringen. Deze worden bijvoorbeeld veroorzaakt doordat een trein niet zijn maximale snelheid rijdt. Het gemiddelde van de verdeling waaruit deze verstoring wordt getrokken is een vooraf vastgesteld percentage van de technisch minimale rijtijd. Ten tweede zijn er halteerverstoringen voor haltingen tijdens

een rit. Deze verstoringen worden veroorzaakt doordat er bijvoorbeeld meer mensen in en uit de trein stappen. Voor alle haltingen gedurende de rit $N_{H,r}$ wordt een verstoring getrokken uit een verdeling met als gemiddelde een vooraf vastgestelde waarde. In de rijtijd $\lambda_{r,d,u}$ wordt geen rekening gehouden met mogelijke oponthoud onderweg door andere ritten.

De halteerverstoring van een haltering die na een rit plaatsvindt, wordt voor rit r op dag d in uur u weergegeven met $\mu_{r,d,u}$. Deze verstoring wordt ook uit een verdeling met een vooraf vastgesteld gemiddelde getrokken.

De importvertraging vanuit een eerder traject voor een rit r op dag d in uur u wordt aangegeven met $\theta_{r,d,u}$. Deze vertraging wordt uit een verdeling getrokken met als gemiddelde de vertraging die de trein in de praktijk heeft. De trein vanaf Schiphol naar Enschede heeft op station Hilversum in de praktijk gemiddeld 2,93 minuten vertraging. De importvertraging voor deze trein wordt dan dus uit een verdeling met als gemiddelde 2,93 minuten getrokken. Voor alle ritten zonder importvertraging geldt: $\theta_{r,d,u} = 0$.

Treinen rijden niet altijd de hele dag. Hierbij moet gedacht worden aan goederen- en spitstreinen. Een rit r op dag d in uur u die rijdt, wordt weergegeven met: $\varphi_{r,d,u} = 1$. Voor een rit r op dag d in uur u die niet rijdt geldt: $\varphi_{r,d,u} = 0$. Met een kans wordt bepaald of een trein wel of niet rijdt in een realisatie. Hierbij wordt rekening gehouden met het feit dat een trein het volledige traject moet afleggen.

In de realisaties moet er net als in de planning een minimale opvolgtijd tussen ritten zitten bij aankomsten en vertrekken en een minimale tijd gelden bij relaties. Deze tijden mogen in de realisaties wel korter zijn dan in de planning. De factor waarmee de minimale tijden in de planning mogen worden ingekort voor de realisaties, F^N , is vooraf vastgesteld.

In de planning moet de halteertijd van een rit gelijk zijn aan de halteertijd van de rit in de basisdienstregeling. In de realisaties mag de halteertijd korter zijn dan in de planning. De factor waarmee de geplande halteertijd mag worden ingekort voor de realisaties, F^H , is ook vooraf bepaald.

Beslissingsvariabelen realisaties

Voor alle ritten wordt in iedere realisatie een gerealiseerde aankomst- en vertrektijd vastgesteld. Deze variabelen zijn respectievelijk $b_{r,d,u}$ en $w_{r,d,u}$. Met deze variabelen en de variabelen van de aankomst- en vertrektijd in de dienstregeling kunnen de vertrekvertraging $h_{r,d,u}$, de aankomstvertraging $l_{r,d,u}$ en de aankomstvertraging boven de marge $m_{r,d,u}$ van rit r op dag d in uur u worden bepaald. Dit staat beschreven bij de voorwaarden. Voor alle variabelen geldt dat ze groter of gelijk aan nul zijn.

Voorwaarden realisaties

Hieronder worden de voorwaarden beschreven die samenhangen met de aankomst- en vertrektijden van de verschillende realisaties. In een aantal van deze voorwaarden komen ook de aankomst- en vertrektijden uit het planningsgedeelte voor. Gegeven de aankomst- en vertrektijden uit de planning en de realisaties vallen ook de voorwaarden voor de verschillende soorten vertragingen op te stellen. In de realisaties blijven alle treinen in dezelfde volgorde rijden als in de dienstregeling. Er wordt dus niet (zoals in de praktijk wel gebeurt) toegestaan dat bijvoorbeeld een stoptrein die in de dienstregeling op een traject achter een intercity rijdt bij vertraging van de intercity voor de intercity gaat rijden. Deze aanname is gemaakt, omdat het model is gebaseerd op kleine verstoringen en dan vinden volgordewisselingen slechts in beperkte mate plaats.

Gerealiseerde vertrektijden

De verzameling Γ^{VP} bevat alle ritten die aan het begin van de planningshorizon vertrekken.

$$\Gamma^{VP} = \{r \in R \mid \nexists r^* \in R : (r^*, r) \in \Theta \wedge \phi_{r^*} \leq \alpha_{r_1} \leq \phi_r\} \quad (3.61)$$

Voor alle ritten met een vertrek ($r \in R^V$) moet gelden dat de vertrektijd niet eerder is dan die in de planning. Hetzelfde geldt voor alle ritten die vanaf een randpunt het model in komen ($r \in R^{RV}$), zie 3.62 en 3.63. Verder geldt voor alle treinen aan het begin van de planningshorizon dat ze ook niet eerder mogen vertrekken dan hun geplande vertrektijd, 3.64. Tot slot mag een rit die een importvertraging heeft niet eerder vertrekken dan de vertrektijd uit de dienstregeling plus de importvertraging. Dit staat in vergelijking 3.65.

$$w_{r,d,u} \geq v_r + 60 \cdot u \quad \forall r \in R^V, d \in D, u \in U \quad (3.62)$$

$$w_{r,d,u} \geq v_r + 60 \cdot u \quad \forall r \in R^{RV}, d \in D, u \in U \quad (3.63)$$

$$w_{r,d,1} \geq v_r + 60 \quad \forall r \in \Gamma^{VP}, d \in D \quad (3.64)$$

$$w_{r,d,u} \geq v_r + 60 \cdot u + \theta_{r,d,u} \quad \forall r \in R^I, d \in D, u \in U \quad (3.65)$$

Gerealiseerde rijtijden

Voor alle ritten in de realisaties moet gelden dat de aankomsttijd, $b_{r,d,u}$, later is dan de vertrektijd, $w_{r,d,u}$, plus de van tevoren vastgestelde rijtijd van de rit ($\lambda_{r,d,u}$). Dit staat in de voorwaarden 3.66 en 3.67 voor respectievelijk niet-cyclische en cyclische ritten.

$$b_{r,d,u} \geq w_{r,d,u} + \lambda_{r,d,u} \quad \forall r \in R^N, d \in D, u \in U \quad (3.66)$$

$$b_{r,d,u+1} \geq w_{r,d,u} + \lambda_{r,d,u} \quad \forall r \in R^C, d \in D, u \in U : u < N_U \quad (3.67)$$

Gerealiseerde doorkomsten

Bij een doorkomst moet de gerealiseerde aankomsttijd van de eerste rit gelijk zijn aan de

gerealiseerde vertrektijd van de tweede rit. Dit staat in vergelijking 3.68.

$$w_{r_2,d,u} = b_{r_1,d,u} \quad \forall r_1 \in R^{Da}, r_2 \in R^{Dv}, d \in D, u \in U : (r_1, r_2) \in \Theta \quad (3.68)$$

Gerealiseerde halteertijden

Voor alle ritten die na een haltering plaatsvinden, moet gelden dat de gerealiseerde vertrektijd niet eerder mag zijn dan de gerealiseerde aankomsttijd van de rit voor de haltering plus de halteertijd in de oorspronkelijke dienstregeling (σ_r) vermenigvuldigd met de omrekenfactor van de halteertijd in de planning naar de minimale halteertijd in de realisatie, F^H , plus de halteervertraging ($\mu_{r,d,u}$). Er zijn drie verschillende scenario's waarvoor dit moet gelden: vertrek- en aankomsttijd van de eerste rit vinden plaats in hetzelfde uur als het vertrek van de tweede rit (3.69), vertrek- en aankomsttijd van de eerste rit vinden plaats in hetzelfde uur, maar het vertrek van de tweede rit in het uur erna (3.70) en vertrek en aankomst van de eerste rit liggen in twee opeenvolgende uren en het vertrek van de tweede rit ligt in hetzelfde uur als de aankomst van de eerste rit (3.71).

$$w_{r_2,d,u} \geq b_{r_1,d,u} + \sigma_{r_1} \cdot F^H + \mu_{r_1,d,u} \quad \forall r_1 \in R^A, r_2 \in R^V, d \in D, u \in U : \quad (3.69)$$

$$(r_1, r_2) \in \Theta \wedge \phi_{r_1} \leq \alpha_{r_1} \leq \phi_{r_2}$$

$$w_{r_2,d,u+1} \geq b_{r_1,d,u} + \sigma_{r_1} \cdot F^H + \mu_{r_1,d,u} \quad \forall r_1 \in R^A, r_2 \in R^V, d \in D, u \in U : \quad (3.70)$$

$$(r_1, r_2) \in \Theta \wedge \phi_{r_1} \leq \alpha_{r_1} \wedge$$

$$\phi_{r_2} < \alpha_{r_1} \wedge u < N_U$$

$$w_{r_2,d,u+1} \geq b_{r_1,d,u+1} + \sigma_{r_1} \cdot F^H + \mu_{r_1,d,u} \quad \forall r_1 \in R^A, r_2 \in R^V, d \in D, u \in U : \quad (3.71)$$

$$(r_1, r_2) \in \Theta \wedge \phi_{r_1} > \alpha_{r_1} \wedge$$

$$\alpha_{r_1} \leq \phi_{r_2} \wedge u < N_U$$

Gerealiseerde minimale opvolgtijden

Voor alle ritten die achter elkaar op hetzelfde baanvak worden gereden, moet gelden dat de gerealiseerde vertrektijd (aankomsttijd) van de tweede rit minimaal gelijk is aan de gerealiseerde vertrektijd (aankomsttijd) van de eerste rit plus de minimale opvolgtijd vermenigvuldigd met de omrekenfactor van de norm in de planning naar de norm in de uitvoering (F^N). De voorwaarden zijn er zowel voor ritten die elkaar binnen het uur opvolgen (3.72 en 3.73) als voor

ritten die elkaar in het volgende uur opvolgen (3.74 en 3.75).

$$w_{r_1,d,u} + F^N \cdot \xi \leq w_{r_2,d,u} \quad \forall (r_1, r_2) \in \Gamma^V, d \in D, u \in U : \varphi_{r_1,d,u} \cdot \varphi_{r_2,d,u} > 0 \quad (3.72)$$

$$b_{r_1,d,u} + F^N \cdot \gamma \leq b_{r_2,d,u} \quad \forall (r_1, r_2) \in \Gamma^A, d \in D, u \in U : \varphi_{r_1,d,u} \cdot \varphi_{r_2,d,u} > 0 \quad (3.73)$$

$$\begin{aligned} w_{r_1,d,u} + F^N \cdot \xi \leq w_{r_2,d,u+1} \quad & \forall (r_1, r_2) \in \Gamma^{CV}, d \in D, u \in U : \\ & u < N_U \wedge \varphi_{r_1,d,u} \cdot \varphi_{r_2,d,u} > 0 \end{aligned} \quad (3.74)$$

$$\begin{aligned} b_{r_1,d,u} + F^N \cdot \gamma \leq b_{r_2,d,u+1} \quad & \forall (r_1, r_2) \in \Gamma^{CV}, d \in D, u \in U : \\ & u < N_U \wedge \varphi_{r_1,d,u} \cdot \varphi_{r_2,d,u} > 0 \end{aligned} \quad (3.75)$$

Gerealiseerde relaties

Alle ritten die gereden worden, moeten voldoen aan de relaties. Voor alle relaties geldt dat de gerealiseerde vertrek- of aankomsttijd van de tweede rit groter moet zijn dan de gerealiseerde aankomst- of vertrektijd van de eerste rit van de relaties plus de minimale tijd tussen de twee activiteiten in de planning (ζ_y) vermenigvuldigd met de omrekenfactor van de norm in de planning naar de norm in de uitvoering (F^N). Voor alle soorten relaties (aankomst-aankomst, vertrek-vertrek, aankomst-vertrek en vertrek-aankomst) is er zo'n voorwaarde voor ritten waarbij de relatie in hetzelfde uur plaatsvindt en voor ritten met een relatie in opeenvolgende uren. Alle voorwaarden staan in de vergelijkingen 3.76 t/m 3.83.

$$\begin{aligned} b_{r_2,d,u} \geq b_{r_1,d,u} + F^N \cdot \zeta_y \quad & \forall (y, r_1, r_2) \in \Upsilon_{AA}, d \in D, u \in U : \\ & u < N_U \wedge \varphi_{r_1,d,u} \cdot \varphi_{r_2,d,u} > 0 \wedge \alpha_{r_2} \geq \alpha_{r_1} \end{aligned} \quad (3.76)$$

$$\begin{aligned} b_{r_2,d,u+1} \geq b_{r_1,d,u} + F^N \cdot \zeta_y \quad & \forall (y, r_1, r_2) \in \Upsilon_{AA}, d \in D, u \in U : \\ & u < N_U \wedge \varphi_{r_1,d,u} \cdot \varphi_{r_2,d,u} > 0 \wedge \alpha_{r_2} < \alpha_{r_1} \end{aligned} \quad (3.77)$$

$$\begin{aligned} w_{r_2,d,u} \geq w_{r_1,d,u} + F^N \cdot \zeta_y \quad & \forall (y, r_1, r_2) \in \Upsilon_{VV}, d \in D, u \in U : \\ & u < N_U \wedge \varphi_{r_1,d,u} \cdot \varphi_{r_2,d,u} > 0 \wedge \phi_{r_2} \geq \phi_{r_1} \end{aligned} \quad (3.78)$$

$$\begin{aligned} w_{r_2,d,u+1} \geq w_{r_1,d,u} + F^N \cdot \zeta_y \quad & \forall (y, r_1, r_2) \in \Upsilon_{VV}, d \in D, u \in U : \\ & u < N_U \wedge \varphi_{r_1,d,u} \cdot \varphi_{r_2,d,u} > 0 \wedge \phi_{r_2} < \phi_{r_1} \end{aligned} \quad (3.79)$$

$$\begin{aligned} w_{r_2,d,u} \geq b_{r_1,d,u} + F^N \cdot \zeta_y \quad & \forall (y, r_1, r_2) \in \Upsilon_{AV}, d \in D, u \in U : \\ & u < N_U \wedge \varphi_{r_1,d,u} \cdot \varphi_{r_2,d,u} > 0 \wedge \phi_{r_2} \geq \alpha_{r_1} \end{aligned} \quad (3.80)$$

$$\begin{aligned} w_{r_2,d,u+1} \geq b_{r_1,d,u} + F^N \cdot \zeta_y \quad & \forall (y, r_1, r_2) \in \Upsilon_{AV}, d \in D, u \in U : \\ & u < N_U \wedge \varphi_{r_1,d,u} \cdot \varphi_{r_2,d,u} > 0 \wedge \phi_{r_2} < \alpha_{r_1} \end{aligned} \quad (3.81)$$

$$\begin{aligned} b_{r_2,d,u} \geq w_{r_1,d,u} + F^N \cdot \zeta_y \quad & \forall (y, r_1, r_2) \in \Upsilon_{VA}, d \in D, u \in U : \\ & u < N_U \wedge \varphi_{r_1,d,u} \cdot \varphi_{r_2,d,u} > 0 \wedge \alpha_{r_2} \geq \phi_{r_1} \end{aligned} \quad (3.82)$$

$$\begin{aligned} b_{r_2,d,u+1} \geq w_{r_1,d,u} + F^N \cdot \zeta_y \quad & \forall (y, r_1, r_2) \in \Upsilon_{VA}, d \in D, u \in U : \\ & u < N_U \wedge \varphi_{r_1,d,u} \cdot \varphi_{r_2,d,u} > 0 \wedge \alpha_{r_2} < \phi_{r_1} \end{aligned} \quad (3.83)$$

Gerealiseerde vertragingen

Hieronder worden de voorwaarden met betrekking tot de vertragingen gegeven. De aankomstvertraging is minimaal de gerealiseerde aankomsttijd min de geplande aankomsttijd. Voor niet-cyclische ritten wordt deze gegeven in voorwaarde 3.84, voor cyclische ritten in alle uren behalve het laatste uur staat dit in 3.85. Voor cyclische ritten in het laatste uur van de planningshorizon is de aankomstvertraging minimaal de gerealiseerde vertrektijd plus de vooraf bepaalde rijtijd min de geplande aankomsttijd van de rit, zie 3.86. Voor alle gereden ritten is de gerealiseerde vertrekvertraging gelijk aan de gerealiseerde vertrektijd vermindert met de geplande vertrektijd van de rit (3.87). De vertraging boven de marge M van een rit in een realisatie is de gerealiseerde aankomstvertraging van de rit vermindert met de marge, zie 3.88.

$$l_{r,d,u} \geq b_{r,d,u} - a_r - 60 \cdot u \quad \forall r \in R^N, d \in D, u \in U : \varphi_{r,d,u} > 0 \quad (3.84)$$

$$l_{r,d,u} \geq b_{r,d,u+1} - a_r - 60 \cdot (u + 1) \quad \forall r \in R^C, d \in D, u \in U : \quad (3.85)$$

$$u < N_U \wedge \varphi_{r,d,u} > 0$$

$$l_{r,d,u} \geq w_{r,d,u+1} + \lambda_{r,d,u} - a_r - 60 \cdot (u + 1) \quad \forall r \in R^C, d \in D, u \in U : \quad (3.86)$$

$$u = N_U \wedge \varphi_{r,d,u} > 0$$

$$h_{r,d,u} \geq w_{r,d,u} - v_r - 60 \cdot u \quad \forall r \in R, d \in D, u \in U : \varphi_{r,d,u} > 0 \quad (3.87)$$

$$m_{r,d,u} \geq l_{r,d,u} - M \quad \forall r \in R, d \in D, u \in U : \varphi_{r,d,u} > 0 \quad (3.88)$$

Doelfunctie realisaties

Het stochastisch optimalisatie model heeft als doel om een dienstregeling te maken die zo robuust mogelijk is. Dit houdt in dat de vertragingen geminimaliseerd moeten worden.

Allereerst moeten de totale gemiddelde aankomstvertragingen en de totale gemiddelde aankomstvertragingen boven de marge van alle ritten worden geminimaliseerd. Deze worden in de doelfunctie belast met respectievelijk W_{l_R} en W_{m_R} . Deze component van de doelfunctie is:

$$\sum_{r \in R, d \in D, u \in U : \varphi_{r,d,u} = 1} \frac{W_{l_R} \cdot l_{r,d,u} + W_{m_R} \cdot m_{r,d,u}}{N_R \cdot N_D \cdot N_U}. \quad (3.89)$$

Ook moeten de totale gemiddelde aankomstvertragingen en de totale gemiddelde aankomstvertragingen boven de marge van alle ritten met een aankomst en alle ritten met een doorkomst op een randpunt worden geminimaliseerd. De belasting in de doelfunctie is res-

pectievelijk W_{l_A} en W_{m_A} . Dit wordt:

$$\sum_{r \in R^{RA}, d \in D, u \in U: \varphi_{r,d,u}=1} \frac{W_{l_A} \cdot l_{r,d,u} + W_{m_A} \cdot m_{r,d,u}}{N_{RA} \cdot N_D \cdot N_U}. \quad (3.90)$$

Verder worden alle totale gemiddelde aankomstvertragingen (onder en boven de marge) van alle ritten met aankomsten en doorkomsten op een randpunt geminimaliseerd. De doelfunctiecoëfficiënten hiervan zijn W_{l_B} en W_{m_B} . Dit deel van de doelfunctie is:

$$\sum_{r \in R^B, d \in D, u \in U: \varphi_{r,d,u}=1} \frac{W_{l_B} \cdot l_{r,d,u} + W_{m_B} \cdot m_{r,d,u}}{N_B \cdot N_D \cdot N_U}. \quad (3.91)$$

De laatste totale gemiddelde aankomstvertragingen, die voorkomen in de doelfunctie, zijn van ritten met een aankomst of een doorkomst (onder of boven de marge) op een meetpunt. Deze krijgen kosten W_{l_M} en W_{m_M} . Dit wordt:

$$\sum_{r \in R^M, d \in D, u \in U: \varphi_{r,d,u}=1} \frac{W_{l_M} \cdot l_{r,d,u} + W_{m_M} \cdot m_{r,d,u}}{N_M \cdot N_D \cdot N_U}. \quad (3.92)$$

Tot slot worden alle vertrekvertragingen in de doelfunctie belast met W_h . Dit wordt:

$$W_h \sum_{r \in R, d \in D, u \in U: \varphi_{r,d,u}=1} h_{r,d,u}. \quad (3.93)$$

De totale doelfunctie met betrekking tot de vertragingen voor het stochastisch optimalisatie model wordt dan:

$$\min(3.89) + (3.90) + (3.91) + (3.92) + (3.93). \quad (3.94)$$

3.3 Uitvoer

Minimaliseren van de totale doelfunctie ($\min(3.60) + (3.94)$) levert een dienstregeling met zo min mogelijk te korte opvolgtijden op die gegeven de verstoringen zo min mogelijk vertraging als gevolg heeft. Deze dienstregeling valt te maken met de door het model toegewezen waarden aan de variabelen voor de aankomst- en vertrektijden.

Om een inzicht te krijgen in de realisaties worden er met behulp van de variabelen voor de gerealiseerde aankomst- en vertrektijden en de gerealiseerde vertragingen bestanden gemaakt, waarin staat of ritten gehinderd worden, wat de gemiddelde vertraging van een bepaalde rit is en hoe groot de vertraging van een rit in een specifieke realisatie is.

Hoofdstuk 4

Geheeltalligheid

Het originele stochastisch optimalisatie model is een gemengd geheeltallig lineair programmeringsprobleem (MILP). De geplande aankomst- en vertrektijden moeten gehele getallen zijn en de andere variabelen mogen reële getallen zijn. Dit komt omdat de dienstregeling van de Nederlandse Spoorwegen al jarenlang gebaseerd is op gehele minuten. De dienstregeling wordt gebruikt voor het informeren van reizigers en geeft het plan voor het laten rijden van alle treinen.

Het oplossen van een MILP duurt veel langer dan het oplossen van een lineair programmeringsprobleem (LP). Daarom is het wenselijk om het stochastisch optimalisatie model te veranderen van een MILP in een LP. Op dit moment is het echter lastig om treinen te laten rijden volgens een dienstregeling die niet gebaseerd is op gehele minuten, maar dit zou in de toekomst misschien wel mogelijk gemaakt kunnen worden als dit voor een duidelijk betere dienstregeling zorgt. Voor reizigers zou er in zo'n geval gewerkt kunnen worden met een soort 'schaduwdienstregeling'. De treinen rijden dan volgens de niet afgeronde tijden, maar de reiziger krijgt wel als informatie een geheeltallige dienstregeling. De vertrektijden moeten hiervoor naar beneden worden afgerond, want anders vertrekt de trein te vroeg in de ogen van de reizigers. Voor de punctualiteit moet er dan wel nog nagedacht worden over de tijden die gebruikt worden om deze te meten.

In dit hoofdstuk wordt eerst voor het traject Utrecht-Zwolle gekeken wat de verschillen in doelfunctiewaarden en oplostijd zijn voor het oplossen van het model als een MILP en een LP. Daarna wordt er gekeken of het afronden van de aankomst- en vertrektijden uit het LP leidt tot een robuuste dienstregeling met geheeltallige tijden.

Modeltype	Oplostijd (sec.)	Doelfunctiewaarde
Basisdienstregeling		17369,0
MILP	177	16768,9
LP	57	16704,1

Tabel 4.1: Oplostijd en doelfunctiewaarde bij MILP en LP voor het traject Utrecht-Zwolle

4.1 Vergelijking MILP en LP

Het stochastisch optimalisatie model, dat tot nu toe in OPL Studio was geprogrammeerd, is hergeprogrammeerd in Visual C++ 2008 en CPLEX 12.1 is gebruikt om het model op te lossen. De resultaten die in deze sectie staan beschreven zijn op basis van het C++ model dat is uitgevoerd op een computer met een 3.0 GHz Xeon processor en het besturingssysteem is Windows XP.

Voor het traject Utrecht-Zwolle (de invoerdata van dit traject staat beschreven in Bijlage B) is gekeken wat er verandert als het model in plaats van als een MILP als een LP wordt opgelost. Dit traject heeft 316 ritten en 282 relaties. Voor iedere rit op dit traject zijn 200 realisaties uitgevoerd die verdeeld zijn in 10 dagen van 20 uur. In totaal zijn er 482.150 voorwaarden en 318.191 variabelen. De resultaten staan in Tabel 4.1.

In de basisdienstregeling worden 15 opvolgrelaties geschonden. Daarom is de doelfunctiewaarde door de vooraf vastgestelde ‘boete’ van 1000 bij het overtreden van een relatie met een minuut, bij voorbaat al 15000 (want deze worden vastgezet). De gemiddelde gewogen geminimaliseerde vertragingen bij respectievelijk het MILP en het LP zijn 1768,9 en 1704,1 (de negatieve speling wordt hier niet belast). Het oplossen van het LP zorgt dus voor 3,7% minder gewogen gemiddelde vertraging dan bij het MILP. Het oplossen van het model als een LP voor dit traject is meer dan drie keer zo snel als het oplossen van het model als MILP. Vanwege deze reductie in oplostijd is het wenselijk om het model als LP op te lossen, maar gezien de technische bezwaren voor een niet-geheeltallige dienstregeling wordt er in de volgende sectie gekeken of er door afronding een geheeltallige, robuuste dienstregeling gemaakt kan worden.

4.2 Afronden niet-geheeltallige aankomst- en vertrektijden

In deze sectie wordt er gekeken wat de gevolgen zijn als het stochastisch optimalisatie model als LP wordt opgelost en de aankomst- en vertrektijden daarna worden afgerond. Afronding van deze tijden kan de totale speling en de totale negatieve speling veranderen. Ook zal de gewogen gemiddelde vertraging anders worden. Door het afronden kan het zijn dat er aan be-

paalde planningsvoorwaarden niet meer wordt voldaan. Eerst zal er besproken worden welke voorwaarden allemaal geschonden zouden kunnen worden als de vertrek- en aankomsttijden worden afgerond.

4.2.1 Mogelijke schendingen planningsvoorwaarden door afronden

Hieronder zal voor alle planningsvoorwaarden worden bekeken of het mogelijk is dat deze door afronding niet meer gelden.

Er worden drie verschillende afrondmethoden bekeken voor aankomst- en vertrektijden die niet geheel-tallig zijn:

1. Alle tijden afronden naar beneden
2. Alle tijden afronden naar boven
3. De tijden ‘normaal’ afronden (dus kleiner dan 0,5 naar beneden en anders naar boven)

Stel, de eerste aankomst- of vertrektijd uit het LP is a en de tweede b . De resulterende afgeronde aankomst- en vertrektijden worden genoteerd met $\tilde{a}$ en $\tilde{b}$. Bij het afronden van de tijden naar beneden geldt: $\tilde{a} \in (a - 1, a)$ en voor afronden naar boven geldt: $\tilde{a} \in (a, a + 1)$. Er is steeds sprake van een open interval omdat a anders al geheel-tallig is. Bij ‘normaal’ afronden geldt: $\tilde{a} \in (a - 0,5, a + 0,5]$. Hier is de bovengrens gesloten, omdat een waarde met op het eind ,5 precies 0,5 erbij krijgt bij afronding. Uit deze intervallen volgt direct dat de voorwaarden $a \leq n$ en $a \geq n$ na afronding altijd blijven gelden als n een geheel getal is.

Als er in de oplossing van het LP aan een voorwaarde wordt voldaan van de vorm: vertrek- of aankomsttijd rit i min vertrek- of aankomsttijd rit j is groter of gelijk aan een geheel getal, dan blijft dit bij alle drie de afrondmethoden gelden. Stel, in het LP geldt: $a - b \geq n$ met $a, b \in \mathbb{R}$ en $n \in \mathbb{N}$, en na afronding geldt: $\tilde{a} - \tilde{b} < n$. Vanwege de geheel-talligheid van n is dit gelijk aan: $\tilde{a} - \tilde{b} \leq n - 1$. Het verschil tussen de afgeronde en niet afgeronde waarden is dan: $\tilde{a} - \tilde{b} - (a - b) \leq n - 1 - n \leq -1$. De vraag is dus: kan er door afronding een verschil kleiner of gelijk aan -1 ontstaan?

Het grootste negatieve verschil ontstaat als $\tilde{a}$ de kleinste waarde uit het interval krijgt en $\tilde{b}$ de grootste. Voor de drie verschillende afrondmethoden geldt:

1. $\tilde{a} > a - 1$ en $\tilde{b} < b$ geeft $\tilde{a} - \tilde{b} > a - 1 - b$ en dus $\tilde{a} - \tilde{b} - (a - b) > -1$.
2. $\tilde{a} > a$ en $\tilde{b} < b + 1$ geeft $\tilde{a} - \tilde{b} > a - (b + 1)$ en dus $\tilde{a} - \tilde{b} - (a - b) > -1$.
3. $\tilde{a} > a - 0,5$ en $\tilde{b} \leq b + 0,5$ geeft $\tilde{a} - \tilde{b} > a - 0,5 - (b + 0,5)$ en dus $\tilde{a} - \tilde{b} - (a - b) > -1$.

Bij alle afrondmethoden geldt: $\tilde{a} - \tilde{b} - (a - b) > -1$, dus er kan geen verschil kleiner of gelijk aan -1 ontstaan. De aanname $\tilde{a} - \tilde{b} \leq n - 1$ leidt dus tot een tegenspraak. Er geldt dus voor alle afrondmethoden als $a - b \geq n$, dan is ook $\tilde{a} - \tilde{b} \geq n$.

Ook als er in de oplossing van het LP aan een voorwaarde wordt voldaan van de vorm: vertrek- of aankomsttijd rit i min vertrek- of aankomsttijd rit j is kleiner of gelijk aan een geheel getal, blijft dit voor alle drie de afrondmethoden gelden. Stel, in het LP geldt: $a - b \leq n$ met $a, b \in \mathbb{R}$ en $n \in \mathbb{N}$, en na afronding geldt: $\tilde{a} - \tilde{b} > n$. Vanwege de geheeltalligheid van n is dit gelijk aan: $\tilde{a} - \tilde{b} \geq n + 1$. Het verschil tussen de afgeronde en niet afgeronde waarden is dan: $\tilde{a} - \tilde{b} - (a - b) \geq n + 1 - n \geq 1$. De vraag is dus: kan er door afronding een verschil groter of gelijk aan 1 ontstaan?

Het grootste positieve verschil ontstaat als $\tilde{a}$ de grootste waarde uit het interval krijgt en $\tilde{b}$ de kleinste. Voor de drie verschillende afrondmethoden geldt:

1. $\tilde{a} < a$ en $\tilde{b} > b - 1$ geeft $\tilde{a} - \tilde{b} < a - (b - 1)$ en dus $\tilde{a} - \tilde{b} - (a - b) < 1$.
2. $\tilde{a} < a + 1$ en $\tilde{b} > b$ geeft $\tilde{a} + 1 - \tilde{b} < a + 1 - b$ en dus $\tilde{a} - \tilde{b} - (a - b) < 1$.
3. $\tilde{a} \leq a + 0,5$ en $\tilde{b} > b - 0,5$ geeft $\tilde{a} - \tilde{b} < a + 0,5 - (b - 0,5)$ en dus $\tilde{a} - \tilde{b} - (a - b) < 1$.

Bij alle afrondmethoden geldt: $\tilde{a} - \tilde{b} - (a - b) < 1$, dus er kan geen verschil groter of gelijk aan 1 ontstaan. De aanname $\tilde{a} - \tilde{b} \geq n + 1$ leidt dus tot een tegenspraak. Er geldt dus voor alle afrondmethoden als $a - b \leq n$, dan is ook $\tilde{a} - \tilde{b} \leq n$.

Samenvattend voor de onderstaande voorwaarden geldt dat ze na afronding nog steeds gelden (a is eerste tijd, b is tweede tijd en n is een geheel getal):

$$a - b \geq n \tag{4.1}$$

$$a - b \leq n \tag{4.2}$$

$$a \geq n \tag{4.3}$$

$$a \leq n \tag{4.4}$$

Nu kan er voor alle planningsvoorwaarden uit Sectie 3.2.1 worden bekeken of deze mogelijk niet meer gelden als er wordt afgerond. Deze zullen per categorie worden nagegaan.

Fixeren

Bij het fixeren worden de aankomst- en vertrektijden van deze ritten overgenomen van de oorspronkelijke dienstregeling. Aangezien deze dienstregeling uitgaat van gehele getallen, zullen deze tijden altijd al geheeltallig zijn.

Geplande rijtijden

De voorwaarde dat de aankomsttijd van een rit gelijk is aan de vertrektijd plus de technisch minimale rijtijd plus de speling min de negatieve speling zal door afronden nog steeds blijven gelden. Wel kunnen de speling en de negatieve speling veranderen door het afronden. De voorwaarden dat er altijd een minuut tussen de aankomst- en vertrektijd van een rit moet liggen, blijft ook altijd gelden, want dit zijn voorwaarden van de vorm $a - b \geq n$. De voorwaarden dat de rit niet te veel mag worden ingekort kan wel geschonden worden. Dit is bijvoorbeeld het geval als oorspronkelijk geldt $\alpha_r = 29$ en $\phi_r = 27$, F^L is vastgesteld op 0,6 en de LP oplossing $a_r = 29$ en $v_r = 30,4$ geeft. In het LP geldt: $a_r - v_r \geq F^L(\alpha_r - \phi_r)$, want $1,4 \geq 1,2$. Als er nu normaal wordt afgerond ($\tilde{a}_r = 29$ en $\tilde{v}_r = 30$) geldt de voorwaarde niet meer, want $1 < 1,2$. Er geldt voor deze voorwaarde wel dat deze bij het maken van een oorspronkelijke dienstregeling niet bestaat, daarom is het geen groot probleem dat de voorwaarde wordt geschonden. De voorwaarden dat alle rijtijden slechts met mate M^T af mogen wijken van die van de oorspronkelijke rijtijden zijn van de vorm $a - b \geq n$ en $a - b \leq n$ en blijven dus gelden.

Geplande halteertijden en gepland 30 minuten ligging

De voorwaarden voor geplande halteertijden en gepland 30 minuten ligging zijn van de vorm $a - b = n$. Om dit te laten gelden, moeten de decimalen van a en b gelijk zijn en bij afronden gebeurt er dus met beide waarden hetzelfde, waardoor de vergelijking blijft gelden.

Geplande doorkomsten

Deze voorwaarde is van de vorm $a - b = 0$. Dit betekent dat beide getallen hetzelfde zijn en dit is bij afronden uiteraard ook het geval.

Minimale opvolgtijden, relaties en eerste en laatste activiteit per baanvak binnen een uur

De voorwaarden voor minimale opvolgtijden bestaan uit de aankomst- of vertrektijden van twee opeenvolgende ritten, een minimale opvolgtijd (geheel getal) en een variabele die een eventuele te korte opvolgtijd weergeeft. Eventuele te korte opvolgtijden worden van tevoren vastgelegd door het model en dit zijn gehele getallen. Het is in theorie mogelijk dat bij het optimaliseren een extra (niet geheeltallige) waarde wordt toegekend, maar door de hoge kosten hiervan zal dit niet gebeuren. Daarom zijn de voorwaarden voor de minimale opvolgtijden van de vorm $a - b \leq n$ en blijven deze dus gelden na afronding. Voor alle relaties met een maximale tijd en de voorwaarden dat de eerste en de laatste rit per baanvak binnen een uur moeten liggen, geldt hetzelfde. Voor alle andere relaties zijn de voorwaarden van de vorm $a - b \geq n$ en daarvoor geldt dus ook dat ze blijven gelden.

Afrondmethode	Gewogen gemiddelde vertraging	Speling	Negatieve speling
Geen (LP)	1704,1	227,1	20,9
Geen (MILP)	1768,9	227,1	20,9
Omlaag	1750,7	229,1	18,8
Omhoog	1729,1	225,1	30,0
Normaal	1709,6	227,1	27,7

Tabel 4.2: Resultaten bij wel/niet afronden aankomst- en vertrektijden

Niet te veel (negatieve) speling

De hoeveelheid speling en negatieve speling kan door het afronden gaan verschillen per rit. Hierdoor kunnen de voorwaarden voor de totale (negatieve) speling worden geschonden. Omdat er in het oplossen van het stochastisch optimalisatie model als LP wel nog rekening wordt gehouden met deze voorwaarden, zal er naar verwachting geen enorme toename van de speling zijn.

Extra voorwaarden

De voorwaarden dat de aankomst- en vertrektijden slechts in beperkte mate mogen schuiven, kunnen ook niet door afronding geschonden worden. Deze zijn van de vorm $a \geq n$ en $a \leq n$. Voorwaarden voor brugopeningen hebben dezelfde vorm en gelden dus na afronding ook nog steeds.

4.2.2 Resultaten afronden op het traject Utrecht-Zwolle

Er is op de drie hiervoor beschreven manieren afgerond om een nieuwe dienstregeling voor het traject Utrecht-Zwolle te krijgen. Dit levert de resultaten op die in Tabel 4.2 staan.

Opvallend is dat de gewogen gemiddelde vertraging in alle gevallen lager is in de afgeronde dienstregeling dan bij het MILP. Deze resultaten worden veroorzaakt door het feit dat de planningsrestrictie die aangeeft dat een rit maximaal met 40% mag worden ingekort, wordt geschonden voor sommige ritten bij alle drie de verschillende afrondmethoden.

Aangezien de restrictie die geschonden wordt geen voorwaarde is bij het maken van een originele dienstregeling, is het geen probleem dat deze geschonden wordt. Om te kijken in hoeverre afronden een verslechtering van de gewogen gemiddelde vertraging als gevolg heeft, is er gekeken wat de optimale oplossing van het stochastisch optimalisatie model is als de inkortrestrictie niet geldt. Deze resultaten staan in Tabel 4.3. De resultaten bij de

Afrondmethode	Gewogen gemiddelde vertraging	Speling	Negatieve speling
Geen (LP)	1700,8	227,1	20,9
Geen (MILP)	1711,6	227,1	20,9
Omlaag	1750,7	229,1	18,8
Omhoog	1729,1	225,1	30,0
Normaal	1709,6	227,1	27,7

Tabel 4.3: Resultaten bij wel/niet afronden als inkortrestrictie niet geldt

Afrondmethode	Gewogen gemiddelde vertraging	Speling	Negatieve speling
Geen (LP)	1697,3	227,1	27,7
Geen (MILP)	1706,3	227,1	27,7
Normaal	1709,6	227,1	27,7

Tabel 4.4: Resultaten bij LP, MILP en normaal afronden als inkortrestrictie niet geldt en de totale negatieve speling maximaal 27,7 is

verschillende afrondmethoden blijven gelijk, omdat daar de inkortrestrictie niet meer van toepassing was. Nu is te zien dat omlaag en omhoog afronden voor duidelijk meer gewogen gemiddelde vertraging zorgen dan als het model als MILP wordt opgelost. Normaal afronden geeft een waarde die ongeveer vergelijkbaar is. Het feit dat dit net iets lager uitvalt dan in de oorspronkelijke geoptimaliseerde dienstregeling als MILP wordt veroorzaakt doordat er, door meer negatieve speling in het model te stoppen op een bepaalde plaats, er op een andere plaats meer positieve speling kan worden toegevoegd om op dezelfde totale speling uit te komen. Negatieve speling bij ritten met doorkomsten (en eventuele aankomsten op niet-meetpunten) hoeft niet voor vertraging te zorgen, daarentegen kan de extra positieve speling die mag worden verdeeld aan ritten worden toegekend waarbij extra speling zorgt voor een afname van de gewogen gemiddelde vertraging.

Om een eerlijke vergelijking te krijgen voor de doelfunctiewaarde bij normaal afronden met die van het MILP en het LP is het model nogmaals uitgevoerd, maar nu met een maximale negatieve speling van 27,7 (wederom zonder inkortrestricties). Dit levert de resultaten op die in Tabel 4.4 staan. De gewogen gemiddelde vertraging in deze situatie is bij afronding slechts 0,2% hoger dan bij het oplossen van het MILP. De basisdienstregeling is een dienstregeling die in de praktijk gebruikt wordt of gebruikt kan worden. Dit is de reden dat het verschil gezien de grote verbetering van de doelfunctiewaarde ten opzichte van de basisdienstregeling te verwaarlozen is. De basisdienstregeling heeft namelijk een totale gewogen gemiddelde vertraging van 2369,0, zie Tabel 4.1.

Voor de trajecten Kop van Noord-Holland en Eindhoven-Maastricht/Heerlen is op dezelfde

manier gekeken wat de invloed is van het afronden van de aankomst- en vertrektijden. De resultaten hiervan staan in Bijlage C. Voor alle drie de trajecten is het oplossen van het stochastisch optimalisatie model als lineair programma en vervolgens het afronden van de aankomst- en vertrektijden een goede manier om tot een robuuste geheeltallige dienstregeling te komen. Op basis van deze resultaten wordt uitgegaan dat dit ook voor andere trajecten het geval is en dat er dus gezocht mag worden naar een nieuwe oplosmethode voor het stochastisch optimalisatie model als lineair programma.

Hoofdstuk 5

Een nieuwe oplosmethode

De instanties van het stochastisch optimalisatie model zijn erg groot en daarom is zelfs de rekentijd voor het oplossen van het LP behorende bij een grote instantie erg groot. Een mogelijke aanpak is, om in plaats van één groot LP op te lossen, het model op te delen in kleinere deelproblemen die onafhankelijk van elkaar kunnen worden opgelost. In dit hoofdstuk wordt besproken hoe dit kan worden gedaan met behulp van Dantzig-Wolfe decompositie.

5.1 Beschrijving Dantzig-Wolfe decompositie

In 1960 en 1961 publiceerden Dantzig en Wolfe twee artikelen waarin een decompositie algoritme wordt beschreven voor lineaire programmeringsproblemen, [DW60] en [DW61]. De beschreven methode heeft daarna de naam Dantzig-Wolfe decompositie gekregen. Hieronder wordt beschreven hoe deze methode werkt. Hiervoor is gebruik gemaakt van de beschrijving van de methode in het boek van Winston uit 2004, [Win04] en het collegedictaat van Wagelmans uit 2007, [Wag07]. Lineaire programmeringsproblemen die opgelost kunnen worden met Dantzig-Wolfe decompositie zijn op te delen in verschillende deelproblemen die allemaal voorwaarden bevatten met variabelen die niet in andere deelproblemen voorkomen. Ook is er een hoofdprobleem met voorwaarden dat alle variabelen mag bevatten. Dit ziet er als volgt uit voor een minimalisatieprobleem met n deelproblemen:

$$\begin{array}{llllllll} \min & \mathbf{c}_1\mathbf{x}_1 & + & \mathbf{c}_2\mathbf{x}_2 & + & \cdots & + & \mathbf{c}_n\mathbf{x}_n \\ \text{o.v.w.} & \mathbf{A}_1\mathbf{x}_1 & + & \mathbf{A}_2\mathbf{x}_2 & + & \cdots & + & \mathbf{A}_n\mathbf{x}_n & = & \mathbf{b}_0 \\ & \mathbf{D}_1\mathbf{x}_1 & & & & & & & = & \mathbf{b}_1 \\ & & & \mathbf{D}_2\mathbf{x}_2 & & & & & = & \mathbf{b}_2 \\ & & & & & \ddots & & & \vdots & \\ & & & & & & & \mathbf{D}_n\mathbf{x}_n & = & \mathbf{b}_n \end{array} \quad (1)$$
$$\mathbf{x}_j \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, n$$

Er wordt aangenomen dat iedere verzameling $G_j = \{\mathbf{x}_j \geq 0 : \mathbf{D}_j \mathbf{x}_j = \mathbf{b}_j\}$, $j = 1, 2, \dots, n$ begrensd is. Als dit niet het geval is, dan is er een uitbreiding nodig van de methode die hieronder staat beschreven. Dit staat kort beschreven in Appendix D. De methode van Dantzig en Wolfe is gebaseerd op twee principes. Dit zijn Stelling 1 en kolomgeneratie.

Stelling 1 *Stel dat het toegelaten gebied van een lineair programmeringsprobleem begrensd is en dat de extreme punten van het toegelaten gebied (dit zijn de toegestane basis oplossingen) $\hat{\mathbf{x}}^1, \hat{\mathbf{x}}^2, \dots, \hat{\mathbf{x}}^K$ zijn. Dan kan ieder toegestaan punt $\mathbf{x}$ geschreven worden als een convexe combinatie van de toegestane basis oplossingen, met andere woorden er bestaan $\beta^k \geq 0, k = 1, \dots, K$ met $\sum_{k=1}^K \beta^k = 1$, zodanig dat geldt:*

$$\mathbf{x} = \sum_{k=1}^K \beta^k \hat{\mathbf{x}}^k.$$

Stelling 1 kan voor iedere verzameling G_j , $j = 1, 2, \dots, n$ toegepast worden. Als de K_j extreme punten van G_j worden genoteerd met $\hat{\mathbf{x}}_j^1, \hat{\mathbf{x}}_j^2, \dots, \hat{\mathbf{x}}_j^{K_j}$, kan ieder punt $\mathbf{x}_j$ in de verzameling G_j worden geschreven als een convexe combinatie van de extreme punten: $\mathbf{x}_j = \sum_{k=1}^{K_j} \beta_j^k \hat{\mathbf{x}}_j^k$ met $\sum_{k=1}^{K_j} \beta_j^k = 1$ en $\beta_j^k \geq 0$.

Anderzijds zit ook ieder punt $\mathbf{x}_j$, dat op deze manier verkregen wordt, in G_j . Dus kunnen in het originele minimalisatieprobleem (1) de voorwaarden van de deelproblemen worden verwijderd als in de doelfunctie en in de overige voorwaarden, de $\mathbf{x}_j$'s worden vervangen door $\sum_{k=1}^{K_j} \beta_j^k \hat{\mathbf{x}}_j^k$. Er moeten wel nog convexiteitsvoorwaarden ($\sum_{k=1}^{K_j} \beta_j^k = 1$) voor alle deelproblemen worden toegevoegd. Dit leidt tot de volgende equivalente vorm van (1):

$$\begin{array}{llllllll} \min & \sum_{k=1}^{K_1} \mathbf{c}_1 \hat{\mathbf{x}}_1^k \beta_1^k & + & \sum_{k=1}^{K_2} \mathbf{c}_2 \hat{\mathbf{x}}_2^k \beta_2^k & + & \dots & + & \sum_{k=1}^{K_n} \mathbf{c}_n \hat{\mathbf{x}}_n^k \beta_n^k \\ \text{o.v.w.} & \sum_{k=1}^{K_1} \mathbf{A}_1 \hat{\mathbf{x}}_1^k \beta_1^k & + & \sum_{k=1}^{K_2} \mathbf{A}_2 \hat{\mathbf{x}}_2^k \beta_2^k & + & \dots & + & \sum_{k=1}^{K_n} \mathbf{A}_n \hat{\mathbf{x}}_n^k \beta_n^k & = & \mathbf{b}_0 \\ & \sum_{k=1}^{K_1} \beta_1^k & & & & & & & = & 1 \\ & & \sum_{k=1}^{K_2} \beta_2^k & & & & & & = & 1 \\ & & & \ddots & & & & & \vdots & \\ & & & & & & & \sum_{k=1}^{K_n} \beta_n^k & = & 1 \\ & \beta_j^k \geq 0 & \forall j, k \end{array} \quad (2)$$

De beslissingsvariabelen van dit equivalente probleem zijn de β_j^k 's, want de $\hat{\mathbf{x}}_j^k$'s zijn de extreme punten van de verzameling G_j . Het duale equivalente probleem is daarom:

$$\begin{array}{llllllll}
\max & \mathbf{b}_0 \mathbf{y}_0 & + & y_1 & + & y_2 & + & \cdots & + & y_n \\
\text{o.v.w.} & (\mathbf{A}_1 \hat{\mathbf{x}}_1^1)^T \mathbf{y}_0 & + & y_1 & & & & & = & \mathbf{c}_1 \hat{\mathbf{x}}_1^1 \\
& \vdots & & \vdots & & & & & \vdots & \\
& (\mathbf{A}_1 \hat{\mathbf{x}}_1^{K_1})^T \mathbf{y}_0 & + & y_1 & & & & & = & \mathbf{c}_1 \hat{\mathbf{x}}_1^{K_1} \\
& (\mathbf{A}_2 \hat{\mathbf{x}}_2^1)^T \mathbf{y}_0 & & & + & y_2 & & & = & \mathbf{c}_2 \hat{\mathbf{x}}_2^1 \\
& \vdots & & & & \vdots & & & \vdots & \\
& (\mathbf{A}_2 \hat{\mathbf{x}}_2^{K_2})^T \mathbf{y}_0 & & & + & y_2 & & & = & \mathbf{c}_2 \hat{\mathbf{x}}_2^{K_2} \\
& \vdots & & & & \ddots & & & \vdots & \\
& (\mathbf{A}_n \hat{\mathbf{x}}_n^1)^T \mathbf{y}_0 & & & & & + & y_n & = & \mathbf{c}_n \hat{\mathbf{x}}_n^1 \\
& \vdots & & & & & & \vdots & \vdots & \\
& (\mathbf{A}_n \hat{\mathbf{x}}_n^{K_n})^T \mathbf{y}_0 & & & & & + & y_n & = & \mathbf{c}_n \hat{\mathbf{x}}_n^{K_n} \\
& & & \mathbf{y}_0 \geq 0, y_j \geq 0 & & j = 1, \dots, n & & & &
\end{array} \tag{3}$$

Als alle extreme punten bekend zijn, kan het equivalente probleem (2) als een LP worden opgelost en kan de oplossing van (1) worden bepaald door $\mathbf{x}_j = \sum_{k=1}^{K_j} \beta_j^k \hat{\mathbf{x}}_j^k$. Voor grote problemen zal het echter moeilijk zijn om al deze extreme punten te bepalen. Hier komt het principe van kolomgeneratie aan de orde. Kolomgeneratie gaat er in dit geval van uit dat niet alle extreme punten nodig zijn om het probleem op te lossen en bepaalt de extreme punten die noodzakelijk kunnen zijn om het probleem op te lossen.

Stel dat $\bar{X}_j$, $j = 1, \dots, n$, deelverzamelingen zijn van de extreme punten van de deelproblemen, die gebruikt worden om (2) op te lossen. Kolom generatie werkt dan als volgt:

1. Begin met (initiële) verzamelingen $\bar{X}_j$, $j = 1, \dots, n$.
2. Los gegeven de initiële verzamelingen (2) op waarbij geldt $K_j = |\bar{X}_j|$ en bepaal de duale prijzen van de voorwaarden.
3. Kijk voor ieder deelprobleem j of er een extreem punten $\hat{\mathbf{x}}_j^k$ bestaat met positieve gereduceerde kosten (deze kan de doelfunctiewaarde van (2) verbeteren). Als deze bestaat, deze toevoegen aan $\bar{X}_j$ en terug naar Stap 1. Als deze niet bestaat voor alle deelproblemen is de oplossing van (2) uit de vorige stap optimaal.

Stap 1 en 2

In het begin geldt: $\bar{X}_j = \emptyset$, $j = 1, \dots, n$. Het is dan niet mogelijk om (2) op te lossen. Om toch duale prijzen voor (2) te bepalen, worden er artificiële variabelen toegevoegd aan de voorwaarden. Deze artificiële variabelen krijgen een hoge doelfunctiewaarde, waardoor ze uiteindelijk niet meer in de optimale oplossing voorkomen. De duale prijzen uit (2) zijn

gelijk aan de optimale oplossing $\mathbf{y}^* = [\mathbf{y}_0^* \ y_1^* \ y_2^* \ \dots \ y_n^*]$ van (3). Duale prijzen geven aan met hoeveel de optimale doelfunctiewaarde wordt verbeterd als de voorwaarde met één wordt versoepeld.

Stap 3

Gereduceerde kosten geven aan hoeveel de doelfunctiewaarde van een niet-basisvariabele moet verbeteren voordat deze variabele een basisvariabele wordt. In (3) is te zien dat ieder extreem punt $\hat{\mathbf{x}}_j^k$ een voorwaarde heeft van de vorm: $(\mathbf{A}_j \hat{\mathbf{x}}_j^k)^T \mathbf{y}_0 + y_j = \mathbf{c}_j \hat{\mathbf{x}}_j^k$. Dit komt overeen met een kolom $\hat{\mathbf{u}}_j^T \beta_j^k$ in (2), met $\hat{\mathbf{u}}_j = [\mathbf{A}_j \hat{\mathbf{x}}_j^k \ 0 \ \dots \ 0 \ 1 \ 0 \ \dots \ 0]$ (met de 1 op j^{de} plaats na $\mathbf{A}_j \hat{\mathbf{x}}_j^k$). Een nieuwe kolom komt in de basis van (2) als deze positieve gereduceerde kosten heeft. De gereduceerde kosten voor een kolom uit (2) zijn af te leiden uit de voorwaarden in (3) en worden gegeven door: $\mathbf{y}^* \hat{\mathbf{u}}_j^T - \mathbf{c}_j \hat{\mathbf{x}}_j^k$. Het extreme punt $\hat{\mathbf{x}}_j^k$ is echter nog niet bekend. Deze wordt bepaald door de gereduceerde kosten te maximaliseren van een punt uit de oplossingsruimte van het deelprobleem. Dit staat in het LP hieronder:

$$\begin{aligned} \max \quad & \mathbf{y}^* \mathbf{u}_j^T - \mathbf{c}_j \mathbf{x}_j \\ \text{o.v.w.} \quad & \mathbf{D}_j \mathbf{x}_j = \mathbf{b}_j \quad (4) \\ & \mathbf{x}_j \geq 0 \end{aligned}$$

Het oplossen van (4) met de simplex methode zorgt ervoor dat er alleen extreme punten als oplossing zijn. Als geldt dat de doelfunctiewaarde van (4) groter is dan nul en het deelprobleem de grootste gereduceerde kosten heeft van alle deelproblemen, dan wordt de optimale oplossing $\mathbf{x}_j^*$ als een extreem punt $\hat{\mathbf{x}}_j^k$ toegevoegd aan de deelverzameling $\bar{X}_j$. Na het toevoegen van een extreem punt moet er teruggegaan worden naar Stap 1. Als er geen extreem punt wordt toegevoegd is de oplossing van (2) uit Stap 2 optimaal.

Doordat er steeds extreme punten aan de deelverzamelingen $\bar{X}_j$, $j = 1, \dots, n$ worden toegevoegd, wordt het hoofdprobleem (2) steeds groter. De deelproblemen (4) om de extreme punten te bepalen, zijn daarentegen onafhankelijk van de grootte van $\bar{X}_j$. In Bijlage D staat een voorbeeld van een LP dat met Dantzig-Wolfe decompositie wordt opgelost.

5.2 Dantzig-Wolfe decompositie voor het stochastisch optimalisatie model

Het opdelen van het stochastisch optimalisatie model in hoofd- en deelproblemen kan op verschillende manieren worden gedaan. In dit hoofdstuk wordt een opsplitsing op basis van een planning en realisaties en een opsplitsing op basis van treinserienummers beschreven.

5.2.1 Planning en realisaties als deelproblemen

De eerste methode om het stochastisch optimalisatie model te verdelen in een hoofdprobleem en deelproblemen, plaatst alle voorwaarden die te maken hebben met de planning in één deelprobleem. Verder wordt er voor iedere realisatiedag een apart deelprobleem aangemaakt, omdat de verschillende dagen onafhankelijk van elkaar zijn. Alle voorwaarden waarin alleen gerealiseerde aankomst- en vertrektijden voorkomen als variabelen worden hierin opgenomen. In het hoofdprobleem komen dan de voorwaarden met zowel plannings- als realisatievariabelen. Dit zijn de voorwaarden ‘gerealiseerde vertragingen’ en ‘gerealiseerde vertrektijden’. De variabelen met de verschillende soorten vertragingen komen alleen voor in het hoofdprobleem. Een overzicht van deze verdeling in hoofd- en deelproblemen staat in Tabel 5.1.

In de Dantzig-Wolfe decompositie methode die beschreven staat in Sectie 5.1 is aangenomen dat alle deelproblemen een begrensde oplossingsruimte hebben. Voor het deelprobleem met de planningsvoorwaarden geldt dat de geplande aankomst- en vertrektijden sowieso al worden begrensd. De speling en negatieve speling worden begrensd door de voorwaarden 3.52 en 3.53. De variabelen die aangeven met hoeveel minuten de opvolgtijd bij vertrek of aankomst wordt geschonden kunnen worden begrensd door de minimale opvolgtijden die gelden voor aankomsten en vertrekken (γ en ξ), want met meer minuten kan de opvolgtijd niet worden geschonden. De variabelen die aangeven met hoeveel minuten relaties worden geschonden kunnen ook worden begrensd. Dit kan worden gedaan door te kijken wat de grootste minimale tijd (g_y) is van alle relaties en deze als bovengrens te nemen. Dit mag gedaan worden, omdat deze variabelen in het hoofdprobleem (waarin ze een grote doelfunctiewaarde hebben) worden geminimaliseerd. In de realisatiedeelproblemen komen als variabelen gerealiseerde vertrek- en aankomsttijden voor. Ook voor deze variabelen geldt dat ze kunnen worden begrensd, omdat ze in het hoofdprobleem worden geminimaliseerd om zo de vertragingen te minimaliseren. Deze variabelen kunnen worden begrensd door $60 \cdot (u + 2)$. Dit is het geval doordat treinen die in het eerste uur vertrekken/aankomen een tijd krijgen van minimaal $60 + \text{aankomst-/vertrektijd}$. Deze aankomst-/vertrektijd kan bijvoorbeeld 59 minuten zijn en daardoor is $60 \cdot (u + 1)$ een mogelijke grens. Er kan ook vertraging optreden voor deze laatste ritten, daarom is er nog een extra uur toegevoegd aan de maximaal toegestane tijd. Dit is voldoende omdat er gewerkt wordt met kleine verstoringen.

Aan het begin zijn de deelverzamelingen met extreme punten, $\bar{X}_j$, leeg. Om een oplossing voor het hoofdprobleem (2) te vinden worden daarom aan de voorwaarden voor de gerealiseerde vertrektijden (3.62-3.65) artificiële variabelen toegevoegd. Hetzelfde geldt voor de convexiteitsvoorwaarden voor de verschillende deelproblemen in het hoofdprobleem.

Gerealiseerde vertragingen Gerealiseerde vertrektijden		(3.84-3.88) (3.62-3.65)		
Planning: Fixeren Rijtijden Halteertijden Doorkomsten Opvolgtijden 30 minuten opvolging Relaties Activiteit baanvak binnen uur (Negatieve) speling	(3.1-3.5) (3.6-3.13) (3.15-3.16) (3.17) (3.23-3.26) (3.28-3.31) (3.37-3.46) (3.50-3.51) (3.52-3.53)			
		Realisatie $d = 1$: Rijtijden Doorkomsten Halteertijden Opvolgtijden Relaties		
			...	
				Realisatie $d = \bar{N}_D$: Rijtijden Doorkomsten Halteertijden Opvolgtijden Relaties (3.66-3.67) (3.68) (3.69-3.71) (3.72-3.75) (3.76-3.83)

Tabel 5.1: Opsplitsing van het stochastisch optimalisatie model in een hoofdprobleem en deelproblemen op basis van planning en realisaties

5.2.2 Treinserienummers als deelproblemen

Een andere manier om het stochastisch optimalisatie model te verdelen in een hoofdprobleem en deelproblemen is op basis van treinserienummers. Eerst wordt vastgesteld hoeveel verschillende treinseries er op het traject aanwezig zijn. Het totaal aantal treinseries wordt aangegeven met N_S . Voor iedere treinserie wordt een deelprobleem gemaakt. In deze deelproblemen komen alle voorwaarden met alleen ritten van die treinserie. Dit zijn zowel voorwaarden voor de planning als voor de realisaties. In het hoofdprobleem komen alle voorwaarden waarin ritten met verschillende treinserienummers voorkomen. Ook dit zijn voorwaarden voor zowel de planning als de realisaties. Een overzicht van deze verdeling in hoofd- en deelproblemen staat in Tabel 5.2.

Ook voor deze opsplitsing moet gelden dat alle deelproblemen een begrensde oplossingsruimte hebben. Voor de variabelen geplande aankomst- en vertrektijden, speling, negatieve speling en gerealiseerde aankomst- en vertrektijden geldt hetzelfde als in Sectie 5.2.1. De variabelen voor de gerealiseerde vertragingen, vertrekvertragingen en vertragingen boven de marge zijn afhankelijk van de geplande en gerealiseerde aankomst- en vertrektijden. Aangezien deze tijden begrensd zijn, zijn de variabelen voor de verschillende vertragingen dit ook.

Ook hier zijn aan het begin de deelverzamelingen van extreme punten, $\bar{X}_j$, leeg en kan het hoofdprobleem (2) niet worden opgelost. Daarom worden er artificiële variabelen toegevoegd aan de convexiteitsvoorwaarden, de voorwaarden voor de geplande minimale opvolgtijden in hetzelfde uur, de relatievoorwaarden behalve die voor de maximale tijd, de voorwaarden voor de gerealiseerde minimale opvolgtijden en de gerealiseerde relaties.

5.3 Implementatie Dantzig-Wolfe decompositie

De twee verschillende opsplitsingen in een hoofdprobleem en deelproblemen uit de vorige sectie zijn geïmplementeerd in C++. De deelproblemen en het hoofdprobleem worden door CPLEX 12.1 opgelost. In deze sectie wordt beschreven welke aanpassingen ten opzichte van de beschreven methode in Sectie 5.1 zijn aangebracht. Allereerst wordt de methode beschreven waarmee kolommen worden toegevoegd aan het hoofdprobleem. Deze methode wordt in de rest van het onderzoek telkens gebruikt. Daarna worden vier technieken beschreven die mogelijk een kortere oplostijd als gevolg hebben. Tot slot worden twee methoden beschreven die een kortere oplostijd als gevolg hebben, maar geen optimale oplossing van het probleem geven.

		Fixeren tekorte opvolgtijden	(3.3-3.5)
		Geplande opvolgtijden	(3.23-3.26)
		Geplande relaties	(3.37-3.46)
		Activiteit baanvak binnen uur	(3.50-3.51)
		(Negatieve) speling	(3.52-3.53)
		Gerealiseerde opvolgtijden	(3.72-3.75)
		Gerealiseerde relaties	(3.76-3.83)
	Treinserie 1:		
	Fixeren	(3.1-3.2)	
	Gepl. rijtijden	(3.6-3.13)	
	Gepl. halteertijden	(3.15-3.16)	
	Gepl. doorkomsten	(3.17)	
	30 minuten opvolging	(3.28-3.31)	
	Ger. vertrektijden	(3.62-3.65)	
	Ger. rijtijden	(3.66-3.67)	
	Ger. doorkomsten	(3.68)	
	Ger. halteertijden	(3.69-3.71)	
	Ger. vertragingen	(3.84-3.88)	
		...	
			Treinserie N_S :
			Fixeren (3.1-3.2)
			Gepl. rijtijden (3.6-3.13)
			Gepl. halteertijden (3.15-3.16)
			Gepl. doorkomsten (3.17)
			30 minuten opvolging (3.28-3.31)
			Ger. vertrektijden (3.62-3.65)
			Ger. rijtijden (3.66-3.67)
			Ger. doorkomsten (3.68)
			Ger. halteertijden (3.69-3.71)
			Ger. vertragingen (3.84-3.88)

Tabel 5.2: Opsplitsing van het stochastisch optimalisatie model in een hoofdprobleem en deelproblemen op basis van treinserienummers

5.3.1 Selecteren toe te voegen kolommen

In de methode van Sectie 5.1 staat dat alle deelproblemen worden opgelost en er vervolgens wordt gekeken welk deelprobleem de grootste positieve gereduceerde kosten heeft. Deze oplossing wordt dan als kolom aan het hoofdprobleem toegevoegd waarna het hoofdprobleem opnieuw wordt opgelost. Deze manier gaat uit van de grootste verbetering. Dit heeft als gevolg dat voor iedere kolom die wordt toegevoegd eerst alle deelproblemen moeten worden opgelost en vervolgens het hoofdprobleem weer moet worden opgelost. Voor het toevoegen van een kolom moeten dus in totaal $N_D + 2$ LP's worden opgelost (het hoofdprobleem, één voor iedere realisatiedag en de planning). Dit kost veel tijd.

Ieder deelprobleem met positieve gereduceerde kosten kan zorgen voor een verbetering van de doelfunctiewaarde van het hoofdprobleem. Als er bij het oplossen van de deelproblemen positieve gereduceerde kosten worden gevonden, kan deze kolom worden toegevoegd aan het hoofdprobleem. Vervolgens kan weer het hoofdprobleem worden opgelost en hetzelfde worden gedaan. Deze manier gaat uit van de eerste verbetering. Dit heeft als gevolg dat er voor het toevoegen van een kolom minimaal twee en maximaal $N_D + 2$ LP's moeten worden opgelost. Uit testen blijkt dat dit minder tijd kost dan de methode van de beste verbetering.

In de bovenstaande twee methoden wordt na het toevoegen van een kolom steeds het hoofdprobleem opnieuw opgelost. Er kan ook worden gekozen om voor alle deelproblemen met positieve gereduceerde kosten de kolom toe te voegen en daarna pas het hoofdprobleem opnieuw op te lossen. Deze methode gaat dus uit van alle verbeteringen. In het slechtste geval worden er $N_D + 2$ deelproblemen opgelost om één kolom toe te voegen (hetzelfde als bij de andere methoden) en in het beste geval worden er bij hetzelfde aantal LP's $N_D + 1$ kolommen toegevoegd. Uit de testresultaten blijkt dat deze methode zorgt voor een snellere oplossing en daarom is deze methode gebruikt voor dit onderzoek.

5.3.2 Technieken voor mogelijk kortere oplostijd

In deze sectie worden vier verschillende manieren besproken die ervoor zouden kunnen zorgen dat sneller de optimale oplossing van het hoofdprobleem wordt bereikt. Deze technieken zijn gebaseerd op twee verschillende principes.

1. Het uitbreiden van het aantal punten in $\bar{X}_j$

Aan de deelverzamelingen $\bar{X}_j$ worden alleen extreme punten van de deelproblemen toegevoegd. Er kunnen echter ook andere punten uit de oplossingsruimte van het deelprobleem worden toegevoegd. Alle punten in de oplossingsruimte zijn volgens Stelling 1 te schrijven als een convexe combinatie van extreme punten. Aangezien er in het hoofdprobleem (2) sprake is van een convexe combinatie van extreme punten, kan er

ook in plaats van een extreem punt een ander punt dat al een convexe combinatie van extreme punten is, worden toegevoegd.

2. Het verwijderen van punten uit $\bar{X}_j$

Kolomgeneratie zorgt ervoor dat de deelverzamelingen $\bar{X}_j$ steeds groter worden en het hoofdp probleem daardoor ook. Slechts een gedeelte van de (extreme) punten uit de deelverzamelingen wordt gebruikt in de optimale oplossing van het hoofdp probleem (2). Daarom kunnen er punten uit de deelverzamelingen worden verwijderd.

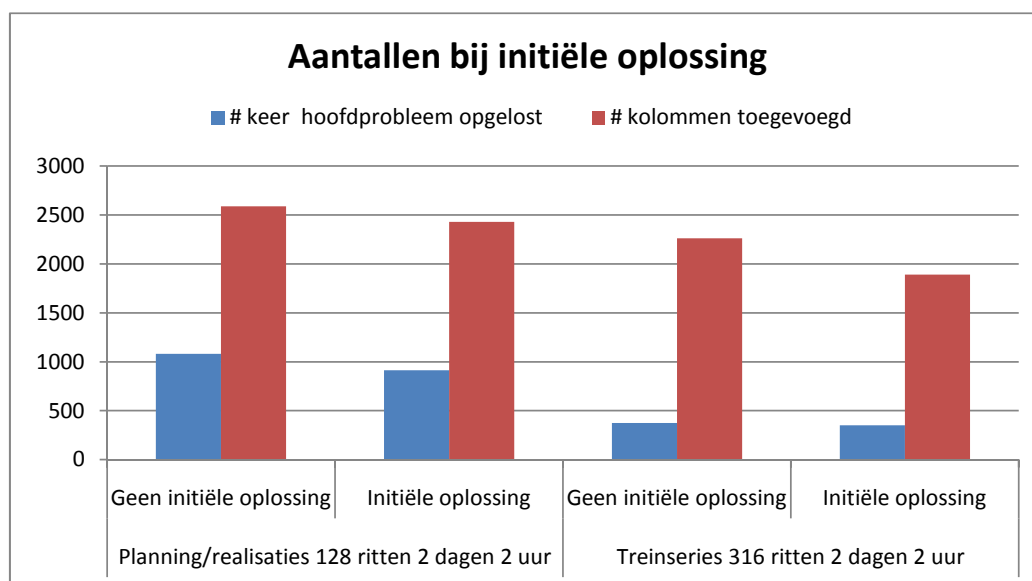
Na de uitleg van iedere techniek wordt gekeken of deze techniek zorgt voor een kortere oplostijd. Voor beide opsplitsingen is gekeken naar het traject Utrecht-Zwolle voor 2 dagen en 2 uur. Voor de splitsing in planning en realisaties wordt er slechts gekeken naar 128 ritten (treinseries 500, 700, 12500, 12700 en 5600). Doordat dit niet het volledige traject is, kan er in een redelijke tijd een oplossing worden verkregen. Voor de opsplitsing in treinserienummers wordt er voor alle ritten op het traject in een redelijke tijd een oplossing verkregen.

Initiële oplossing

Aan het begin zijn de deelverzamelingen met (extreme) punten, $\bar{X}_j$, leeg. Om duale prijzen te kunnen bepalen, worden daarom artificiële variabelen toegevoegd aan het hoofdp probleem. In plaats van deze artificiële variabelen kan er ook vooraf aan iedere deelverzameling $\bar{X}_j$ een punt worden toegevoegd. Dit hoeft geen extreem punt te zijn. Er is dan sprake van een initiële oplossing.

Voor de opsplitsing in planning en realisaties is de puntenverzameling $\bar{X}_1$ van het planningsdeelp probleem en zijn de verzamelingen $\bar{X}_2, \dots, \bar{X}_{N_D+1}$ van de realisatiedeelp problemen. Het punt dat aan $\bar{X}_1$ wordt toegevoegd, is het punt uit de oplossingsruimte van het planningsdeelp probleem dat overeenkomt met de basisdienstregeling. Aan de realisatiedeelp problemen worden de voorwaarden van de gerealiseerde vertrektijden toegevoegd. In deze voorwaarden zijn de aankomst- en vertrektijden vastgezet en deze hebben de waarden uit de basisdienstregeling. Hierdoor wordt de oplossingsruimte van de realisatiedeelp problemen verkleind. Het punt dat uit de kleinere oplossingsruimte van realisatiedag d wordt toegevoegd aan $\bar{X}_{d+1}$ is het punt met de kleinste gerealiseerde vertrektijden. Door deze initiële oplossing zijn er geen artificiële variabelen meer nodig.

Bij de opsplitsing in treinserienummers, wordt voor ieder treinseriedeelp probleem een initieel punt bepaald dat aan $\bar{X}_j$, $j = 1, \dots, N_S$ wordt toegevoegd. In de voorwaarden van deelp probleem j worden de geplande vertrek- en aankomsttijden vastgelegd door de tijden in de basisdienstregeling. Het punt met de kleinste gerealiseerde vertrektijden in deze oplossingsruimte wordt toegevoegd aan de verzameling $\bar{X}_j$. Door deze initiële oplossing zijn er



Figuur 5.1: Aantal hoofdp roblemen opgelost, aantal kolommen toegevoegd bij een initiële oplossing

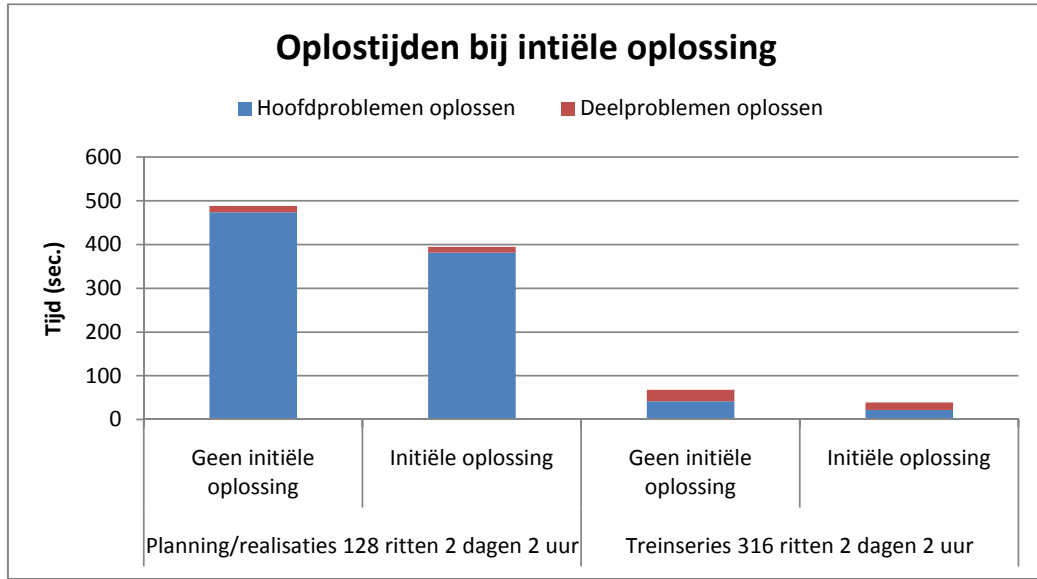
geen artificiële variabelen nodig in de planningsvoorwaarden van het hoofdp robleem.

In Figuur 5.1 is te zien dat het toevoegen van een initiële oplossing aan het hoofdp robleem zorgt voor een afname van het aantal kolommen dat aan het hoofdp robleem wordt toegevoegd ten opzichte van de situatie zonder initiële oplossing. Ook hoeft het hoofdp robleem minder vaak opgelost te worden. De oplostijden voor alle hoofdp roblemen bij elkaar en alle deelproblemen bij elkaar zijn daardoor ook kleiner dan in de situatie zonder initiële oplossing, zie Figuur 5.2.

Toevoegen extra kolommen

In de deelproblemen worden de gereduceerde kosten gemaximaliseerd en als deze positief zijn, wordt de oplossing aan de verzameling $\bar{X}_j$ van het deelprobleem toegevoegd. Het is echter niet zo dat dit de enige oplossing is die een verbetering van de hoofddoelfunctiewaarde als gevolg kan hebben. Iedere oplossing van een deelprobleem met positieve gereduceerde kosten kan een verbetering als gevolg hebben. Voor ieder deelprobleem j met positieve gereduceerde kosten kunnen daarom meerdere oplossingen aan $\bar{X}_j$ worden toegevoegd.

Als de maximale gereduceerde kosten van een deelprobleem j positief zijn en groter zijn dan een vooraf vastgestelde drempelwaarde p , wordt er naast de optimale oplossing een extra oplossing toegevoegd aan $\bar{X}_j$. De maximale gereduceerde kosten moeten groter zijn dan p , omdat het toevoegen van een andere oplossing anders bijna geen verschil uitmaakt bij het



Figuur 5.2: Oplostijden bij een initiële oplossing

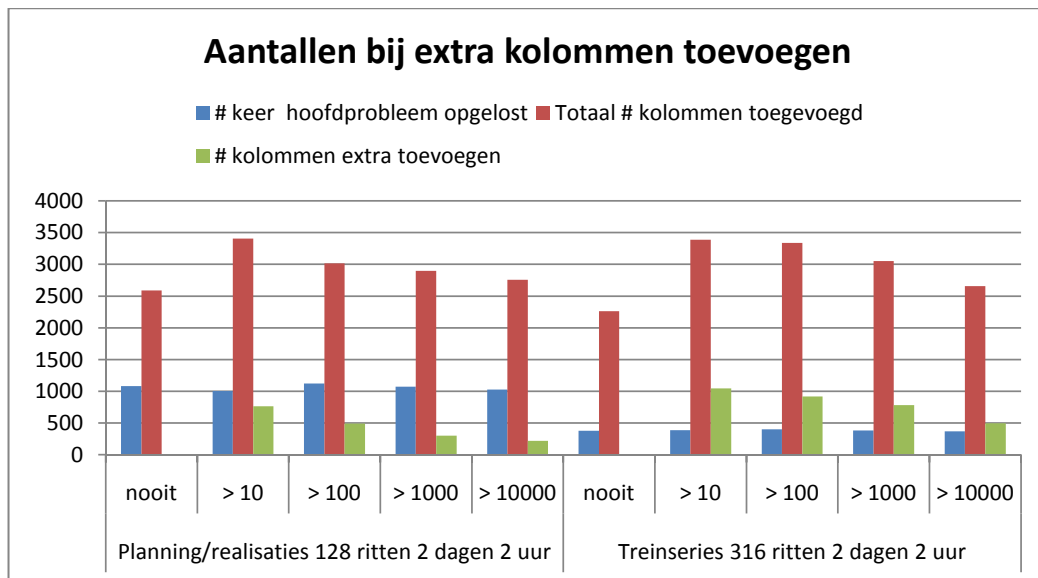
oplossen van het hoofdprobleem.

De gereduceerde kosten van de extra oplossing moeten groter dan nul zijn om een verbetering van de doelfunctiewaarde als gevolg te kunnen hebben. In een poging de zoekruimte groot te houden (en dus geen oplossing toe te voegen die veel lijkt op de optimale oplossing van het deelprobleem), wordt er gezocht naar een oplossing waarvan de gereduceerde kosten kleiner zijn dan de helft van de maximale gereduceerde kosten. Door deze voorwaarden toe te voegen aan de voorwaarden van het deelprobleem ontstaat een kleinere oplossingsruimte. Ieder punt uit deze nieuwe oplossingsruimte kan worden toegevoegd aan $\bar{X}_j$, maar dit wordt slechts met één oplossing gedaan. De oplossing die aan $\bar{X}_j$ wordt toegevoegd is de oplossing die CPLEX geeft bij het oplossen van het volgende LP:

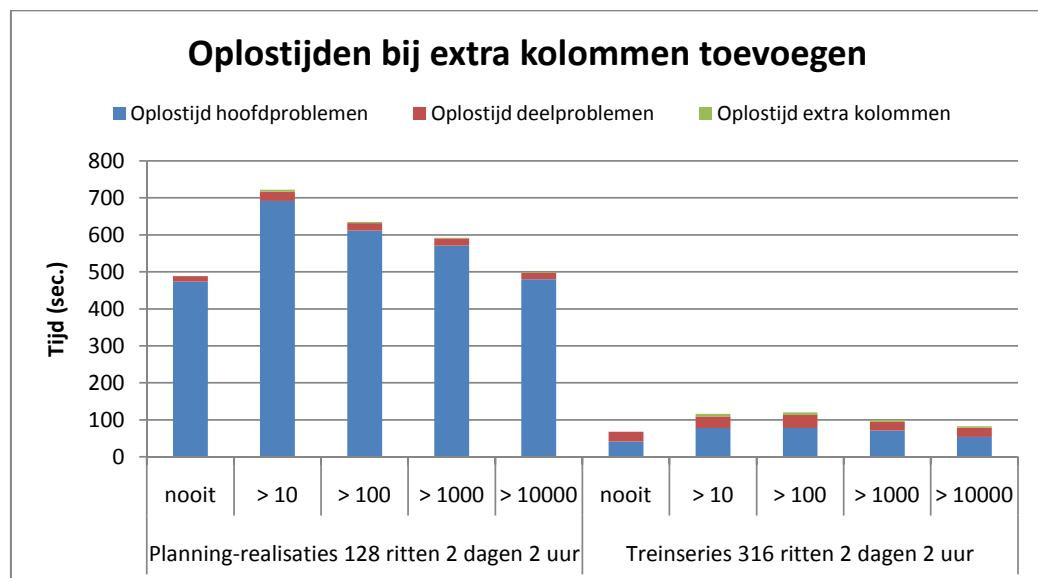
$$\begin{aligned}
 \max \quad & 0 \\
 \text{o.v.w.} \quad & \mathbf{D}_j \mathbf{x}_j = \mathbf{b}_j \\
 & \mathbf{y}^* \mathbf{u}_j^T - \mathbf{c}_j \mathbf{x}_j > 0 \\
 & \mathbf{y}^* \mathbf{u}_j^T - \mathbf{c}_j \mathbf{x}_j < \frac{\mathbf{y}^* \mathbf{u}_j^{*T} - \mathbf{c}_j \mathbf{x}_j^*}{2} \\
 & \mathbf{x}_j \geq 0
 \end{aligned} \tag{5}$$

De doelfunctie van het LP is gelijk aan nul, omdat iedere oplossing uit de oplossingsruimte gekozen mag worden.

Voor verschillende drempelwaarden p voor de optimale gereduceerde kosten is gekeken wat het effect is op het aantal kolommen dat in totaal wordt toegevoegd, het aantal kolommen dat extra wordt toegevoegd door het oplossen van (5), het aantal keer dat het hoofdpro-



Figuur 5.3: Aantal hoofdp problemen opgelost, totaal aantal kolommen toegevoegd en aantal extra kolommen toegevoegd bij toevoegen extra kolom bij verschillende optimale doelfunctiewaarden deelprobleem



Figuur 5.4: Oplostijden bij het toevoegen van extra kolommen bij verschillende waarden van de optimale doelfunctiewaarde van het deelprobleem

bleem wordt opgelost en de totale oplostijden van de hoofdproblemen, deelproblemen en extra deelproblemen, zie Figuur 5.3 en Figuur 5.4. Om duidelijke verschillen te zien tussen de verschillende drempelwaarden is ervoor gekozen om de drempelwaarde steeds een factor tien groter te maken.

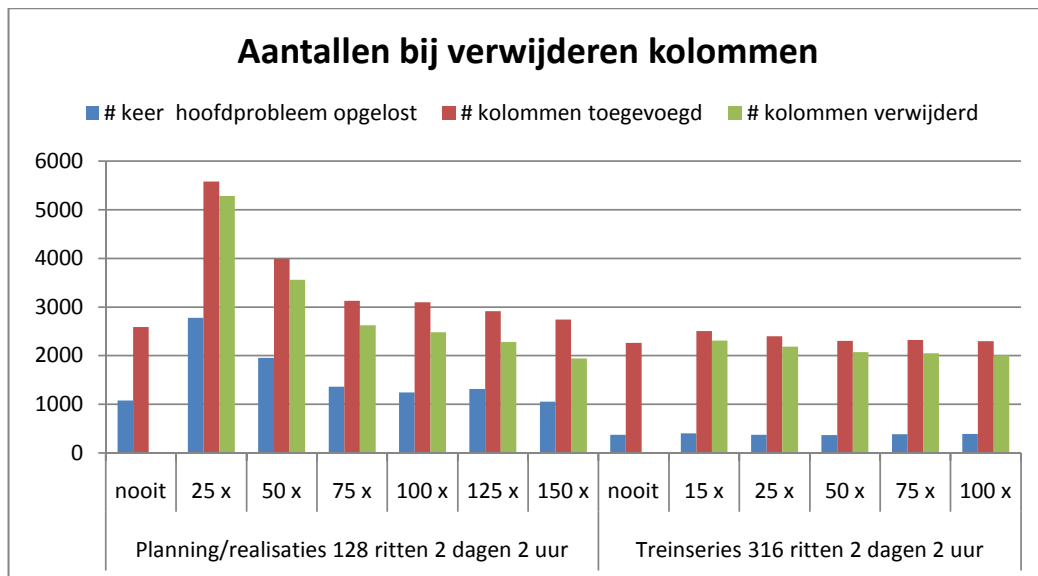
Naarmate de drempelwaarde p hoger wordt, worden er minder extra kolommen toegevoegd en is het totaal aantal kolommen ook kleiner. In alle gevallen dat er extra kolommen worden toegevoegd, zijn er aan het einde in totaal meer kolommen aan het hoofdprobleem toegevoegd dan in het geval dat er geen extra kolommen worden toegevoegd. Het aantal keer dat het hoofdprobleem wordt opgelost, blijft ongeveer gelijk.

De oplostijd van het hoofdprobleem is bij het toevoegen van extra kolommen altijd langer dan als er geen extra kolommen worden toegevoegd, omdat er een groter hoofdprobleem ontstaat en het langer duurt om deze op te lossen. Er wordt door het toevoegen van de extra kolommen nooit een in totaal kortere oplostijd bereikt dan zonder extra kolommen. Er geldt dat door zo min mogelijk extra kolommen toe te voegen (in dit geval bij $p > 10000$) de kortste totale oplostijd wordt bereikt.

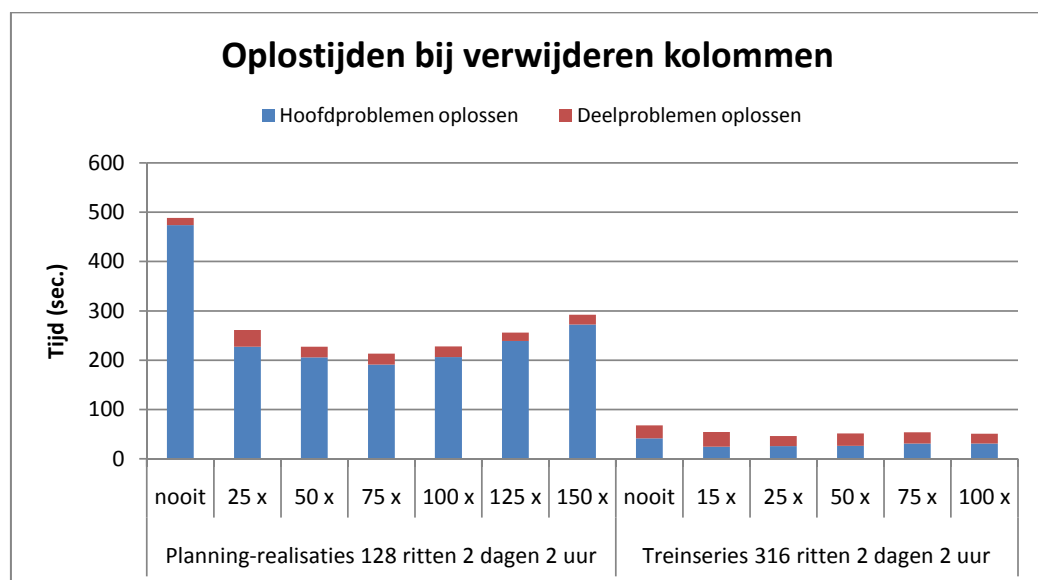
Verwijderen kolommen

Het oplossen van het hoofdprobleem duurt steeds langer, doordat er steeds meer kolommen aan het hoofdprobleem worden toegevoegd. Om dit te voorkomen kunnen kolommen die meerdere keren achter elkaar niet tot de optimale oplossing behoren uit het hoofdprobleem (dus uit de verzameling $\bar{X}_j$) worden verwijderd. Het kan zijn dat er later blijkt dat een verwijderde kolom toch noodzakelijk is om tot de optimale oplossing te komen, maar de methode zorgt er door middel van het oplossen van de deelproblemen vanzelf voor dat deze kolom weer wordt toegevoegd. Als er te snel kolommen worden verwijderd heeft dit als gevolg dat er veel kolommen dubbel moeten worden toegevoegd en dit kost extra tijd. Daarentegen als er pas na heel veel keer een kolom wordt verwijderd, wordt het hoofdprobleem alsnog erg groot en duurt het oplossen van het hoofdprobleem langer. Per probleem is er een ‘optimaal’ aantal keer waarna een kolom moet worden verwijderd voor een zo kort mogelijke oplostijd.

In de Dantzig-Wolfe methode voor het stochastisch optimalisatie model wordt bijgehouden hoeveel keer geleden het is dat een kolom tot de optimale oplossing van het hoofdprobleem behoorde. Als dit meer dan een vooraf vastgesteld aantal q is, wordt de kolom uit het hoofdprobleem verwijderd. Voor verschillende aantallen q is gekeken wat het effect is op het totaal aantal keer dat het hoofdprobleem is opgelost, het aantal kolommen dat is toegevoegd, het aantal kolommen dat is verwijderd en de totale oplostijden van de hoofd- en deelproblemen, zie Figuur 5.5 en Figuur 5.6. Het aantal q is per deelprobleem zo bepaald dat er een ‘optimaal’ aantal te zien is voor een zo kort mogelijke oplostijd.



Figuur 5.5: Aantal hoofdproblemen opgelost, aantal kolommen toegevoegd en aantal kolommen verwijderd bij het verwijderen van kolommen na een aantal keer achter elkaar niet in de optimale oplossing van het hoofdprobleem voor te komen



Figuur 5.6: Oplostijden bij het verwijderen van kolommen uit het hoofdprobleem na een aantal keer achter elkaar niet in de optimale oplossing van het hoofdprobleem voor te komen

Naarmate q groter wordt, worden er minder kolommen verwijderd. Het totaal aantal kolommen dat wordt toegevoegd aan het hoofdprobleem neemt daarentegen af. In alle gevallen is het wel zo dat er zonder het verwijderen van kolommen de minste kolommen worden toegevoegd aan het hoofdprobleem. Het aantal keer dat het hoofdprobleem moet worden opgelost, is vrijwel altijd meer dan in de situatie zonder het verwijderen van kolommen. Dit aantal neemt meestal af naarmate er minder kolommen worden verwijderd.

Het verwijderen van kolommen zorgt in alle gevallen voor een afname van de oplostijd van het hoofdprobleem en meestal voor een kleine toename van de oplostijd van de deelproblemen (vanwege het feit dat sommige kolommen meerdere keren moeten worden toegevoegd). In alle gevallen is de totale oplostijd van het hoofdprobleem en de deelproblemen kleiner dan als er geen kolommen worden verwijderd. Voor de opdeling in planning/realisaties is de minimale oplostijd bij het verwijderen van kolommen bij ongeveer $q = 75$. Voor de opsplitsing in treinserienummers is dit het geval bij $q = 25$.

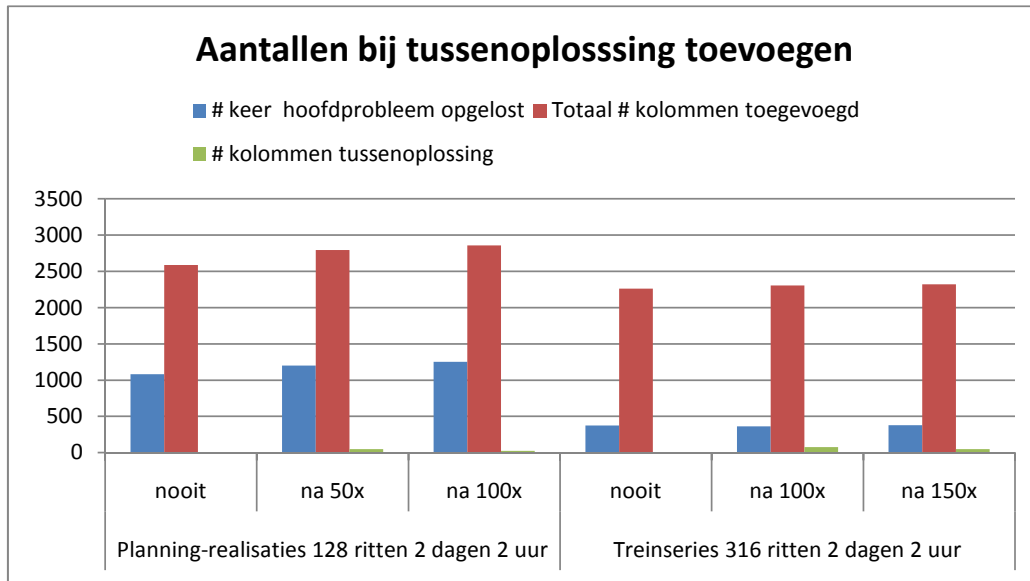
Kolommen tussenoplossing toevoegen

Na het oplossen van het hoofdprobleem (2), is het mogelijk de geplande aankomst- en vertrektijden te bepalen die bij deze oplossing horen. Gegeven deze aankomst- en vertrektijden kunnen de gerealiseerde aankomst- en vertrektijden worden bepaald. Dit principe wordt gebruikt om kolommen met een tussenoplossing aan het hoofdprobleem (dus punten aan de deelverzamelingen $\bar{X}_j$) toe te voegen.

Het bepalen van de geplande aankomst- en vertrektijden uit het hoofdprobleem gebeurt na een veelvoud van een vooraf vastgesteld aantal keer r het hoofdprobleem te hebben opgelost. Dit aantal r moet niet te klein zijn, want er is nog geen toegelaten dienstregeling als de artificiële variabelen in de planningsvoorwaarden een positieve waarde hebben. Het bepalen van de tussenoplossingen die vervolgens worden toegevoegd lijkt op de methode voor het bepalen van de initiële punten in het geval van een initiële oplossing.

Voor de opsplitsing in planning en realisaties is de puntenverzameling van het planningsdeelprobleem $\bar{X}_1$ en zijn de verzamelingen van de realisatiedeelproblemen $\bar{X}_2, \dots, \bar{X}_{N_D+1}$. Uit het hoofdprobleem wordt een planning bepaald, daarom hoeft er voor het planningsdeelprobleem geen punt aan de verzameling toegevoegd te worden. Aan de realisatiedeelproblemen worden de voorwaarden van de gerealiseerde vertrektijden toegevoegd. In deze voorwaarden zijn de aankomst- en vertrektijden vastgezet en deze hebben de waarden die bepaald zijn uit het hoofdprobleem. Hierdoor wordt de oplossingsruimte van de realisatiedeelproblemen verkleind. Het punt dat uit de kleinere oplossingsruimte van realisatiedag d wordt toegevoegd aan $\bar{X}_{d+1}$ is het punt met de kleinste gerealiseerde vertrektijden.

Bij de opsplitsing in treinserienummers, wordt voor ieder treinseriedeelprobleem een tus-

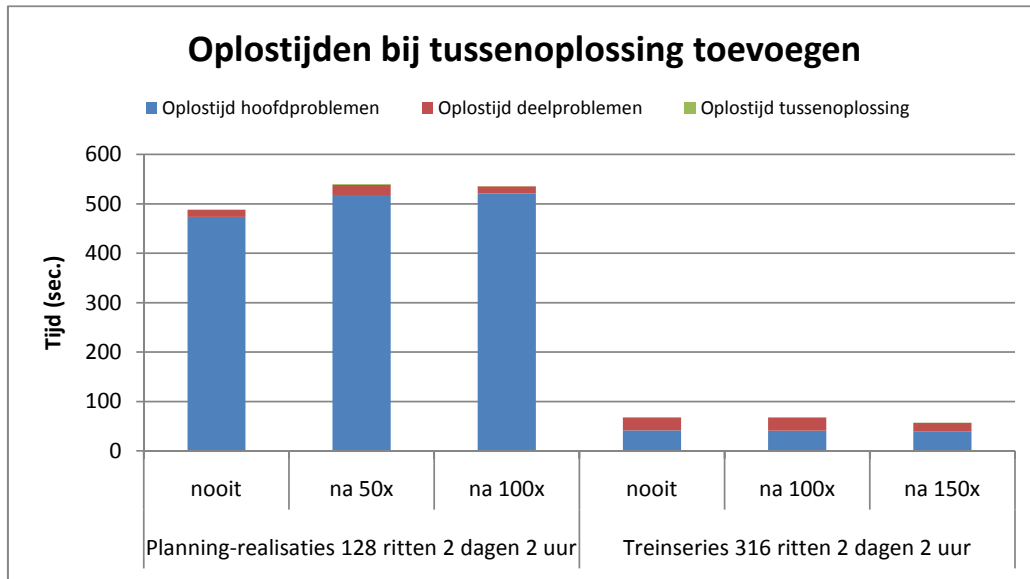


Figuur 5.7: Aantal hoofdp problemen opgelost, totaal aantal kolommen toegevoegd en aantal kolommen door tussenoplossing toegevoegd bij het toevoegen van een tussenoplossing na een aantal keer het hoofdp probleem te hebben opgelost

senoplossing bepaald die aan $\bar{X}_j$, $j = 1, \dots, N_S$ wordt toegevoegd. In de voorwaarden van deelprobleem j worden de geplande vertrek- en aankomsttijden vastgelegd door de uit het hoofdp probleem bepaalde tijden. Het punt met de kleinste gerealiseerde vertrektijden in deze oplossingsruimte wordt toegevoegd aan de verzameling $\bar{X}_j$.

Voor verschillende waarden van r is gekeken wat het effect is op het aantal kolommen dat in totaal wordt toegevoegd, het aantal kolommen dat door de tussenoplossing wordt toegevoegd, het aantal keer dat het hoofdp probleem wordt opgelost en de totale oplostijden van de hoofdp problemen, deelproblemen en tussenoplossingen, zie Figuur 5.7 en Figuur 5.8. De aantallen $r = 50$ en $r = 100$ bij de opsplitsing in planning en realisaties zijn gekozen om verschillen te kunnen zien, maar er wel voor te zorgen dat er nog steeds een aantal keer een tussenoplossing wordt toegevoegd. Voor de opsplitsing in treinserienummers was er bij $r = 50$ een tekort aan geheugen, daarom is hier gekozen voor $r = 100$ en $r = 150$.

Als r kleiner is (er wordt vaker een tussenoplossing toegevoegd), zijn er meer kolommen die extra worden toegevoegd. Het toevoegen van een tussenoplossing zorgt voor het toevoegen van meer kolommen in vergelijking met de situatie zonder tussenoplossingen. Het aantal kolommen dat met een tussenoplossing wordt toegevoegd in verhouding tot het totaal aantal kolommen is erg klein. Als er minder tussenoplossingen worden toegevoegd, worden er in totaal meer kolommen toegevoegd. In het geval van opsplitsing in planning en realisaties neemt



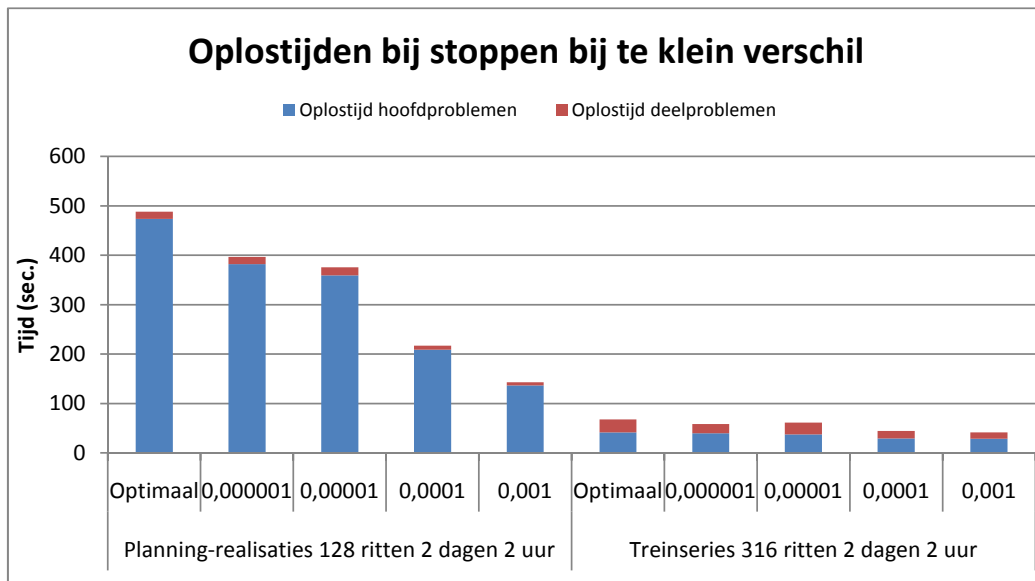
Figuur 5.8: Oplostijden bij het toevoegen van een tussenoplossing na een aantal keer het hoofdprobleem te hebben opgelost

het aantal keer dat het hoofdprobleem wordt opgelost toe als er minder tussenoplossingen worden toegevoegd. Dit aantal is ook groter dan zonder het toevoegen van een tussenoplossing. Bij de verdeling per treinserienummer, neemt het aantal keer dat het hoofdprobleem wordt opgelost ook toe als er minder tussenoplossingen zijn. Hier is echter het aantal keer bij $r = 100$ lager dan zonder het toevoegen van een tussenoplossing.

Bij de splitsing in planning en realisaties duurt het oplossen van de hoofdproblemen bij het toevoegen van tussenoplossingen langer dan als dit niet gebeurt. De totale oplostijd bij het toevoegen van een tussenoplossing is groter dan in de situatie zonder tussenoplossing. De tijd om de tussenoplossingen te bepalen is in verhouding tot de overige tijden erg klein. Als er toch een tussenoplossing moet worden toegevoegd, levert zo min mogelijk toevoegen van tussenoplossingen de laagste oplostijd op. In het geval van deelproblemen per treinserienummer is zowel de oplostijd van de hoofdproblemen als de oplostijd van de deelproblemen kleiner bij het toevoegen van een tussenoplossing. Bij $r = 100$ is de totale oplostijd net iets groter dan in de situatie zonder toevoegen. Bij $r = 150$ is de totale oplostijd kleiner.

5.3.3 Geen optimale oplossing met kortere oplostijd

Het is mogelijk om de oplostijd te reduceren door genoeg te nemen met een oplossing die niet optimaal is. Hieronder worden twee manieren beschreven waarop dit gedaan kan worden.



Figuur 5.9: Oplostijden bij stoppen bij een te kleine verbetering van de doelfunctiewaarde

Afkappen bij te kleine verbetering doelfunctiewaarde

Bij Dantzig-Wolfe decompositie wordt de doelfunctiewaarde van het hoofdprobleem steeds kleiner en deze waarde convergeert naar de optimale waarde. Uit testresultaten blijkt dat er in eerste instantie grote sprongen worden gemaakt met betrekking tot de verbetering van de doelfunctiewaarde en op het einde slechts hele kleine. Als er hele kleine stappen worden gemaakt, betekent dit dat de optimale oplossing in de buurt moet liggen van de huidige waarde.

Voor beide opsplitsingen in deelproblemen voor het stochastisch optimalisatie model is gekeken wat de invloed is op de oplostijd en de doelfunctiewaarde als er na een te geringe verbetering van de doelfunctiewaarde van het hoofdprobleem (een verbetering kleiner dan s) wordt gestopt, zie Figuur 5.9 en Tabel 5.3. De waarden voor s zijn zodanig gekozen dat er verschil te zien is in de resultaten.

De oplostijd van het hoofdprobleem wordt kleiner bij een grotere waarde van s . Dit komt omdat er minder kolommen aan het hoofdprobleem worden toegevoegd en dat het hoofdprobleem minder vaak opgelost hoeft te worden. De oplostijd van de deelproblemen wordt bijna altijd kleiner bij een grotere waarde van s , alleen bij $s < 0,00001$ bij de opsplitsing in treinseries is een onverwachte toename zichtbaar. In alle gevallen (behalve het hiervoor beschreven geval) geldt dat de totale oplostijd kleiner wordt bij een grotere s -waarde. De totale oplostijd is altijd kleiner dan in het geval dat er een optimale oplossing bereikt moet worden.

Vershil kleiner dan	Planning-realisaties 128 ritten 2 dagen 2 uur	Treinseries 316 ritten 2 dagen 2 uur
Optimaal	745,41	1623,8
0,000001	745,43	1623,8
0,00001	745,43	1623,8
0,0001	745,63	1623,9
0,001	746,11	1623,9

Tabel 5.3: Doelfunctiewaarden bij stoppen bij een te kleine verbetering van de doelfunctiewaarde

Gereduceerde kosten groter dan	Planning-realisaties 128 ritten 2 dagen 2 uur	Treinseries 316 ritten 2 dagen 2 uur
0	745,41	1623,8
0,01	745,41	1623,8
0,05	745,42	1623,9
0,1	745,43	1624,1

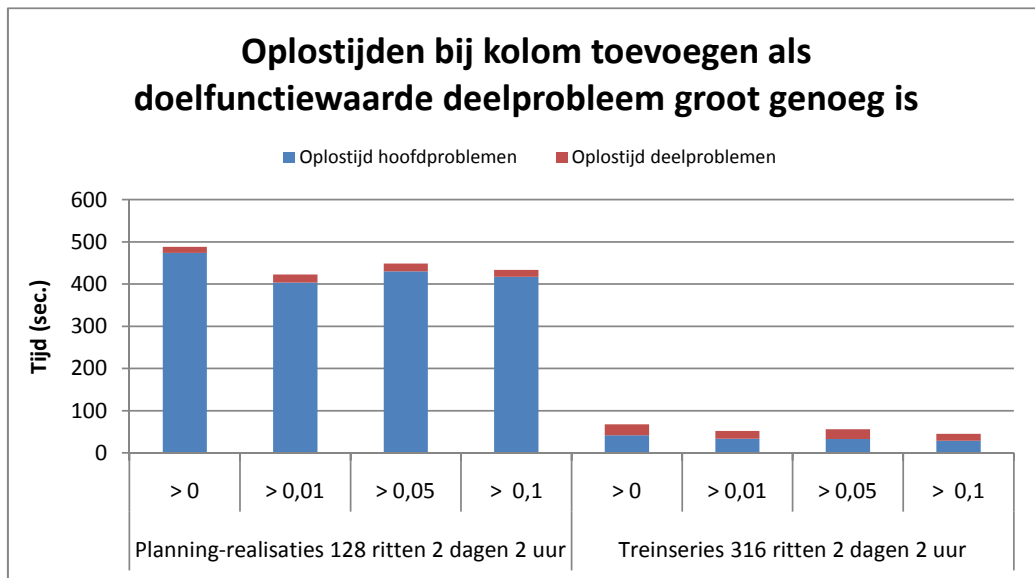
Tabel 5.4: Doelfunctiewaarden bij het toevoegen van een kolom als de gereduceerde kosten van het deelprobleem groot genoeg zijn

Door eerder te stoppen met oplossen treedt bij de opsplitsing in treinserienummers slechts een kleine (of geen) verslechtering van de doelfunctiewaarde op. Bij de splitsing in planning en realisaties is dit verschil groter. Deze verschillen vallen te verwaarlozen als gekeken wordt naar de doelfunctiewaarden in het geval van de basisdienstregeling. Deze zijn voor de opsplitsingen in planning en realisaties en de opsplitsing in treinserienummers respectievelijk 2439,99 en 2399,2.

Alleen kolommen toevoegen met doelfunctiewaarde deelprobleem groot genoeg

Bij Dantzig-Wolfe decompositie voor het stochastisch optimalisatie model wordt er een kolom toegevoegd aan het hoofdprobleem als de gereduceerde kosten groter zijn dan nul. Voor beide opsplitsingen is gekeken wat de invloed is op de oplostijd en de doelfunctiewaarde als de gereduceerde kosten van deelprobleem j groter dan t moeten zijn voordat de oplossing wordt toegevoegd aan $\bar{X}_j$, zie Figuur 5.10 en Tabel 5.4. De waarden van t zijn zodanig gekozen dat er verschillen te zien zijn.

Als t groter wordt, worden er minder kolommen worden toegevoegd. De totale oplostijden (en de oplostijd van de hoofdproblemen) zijn altijd lager dan in de normale situatie. Voor de opsplitsing in planning en realisaties zijn de oplostijden van de deelproblemen steeds iets



Figuur 5.10: Oplostijden bij het toevoegen van een kolom als de doelfunctiewaarde van het deelprobleem groot genoeg is

groter dan in de originele situatie, met als laagste tijd als geldt $t > 0,1$. De oplostijd voor de hoofdproblemen is bij $t > 0,05$ het hoogst en bij $t > 0,01$ het laagst. De laagste totale oplostijd is bij $t > 0,01$. Bij de splitsing in treinserienummers zijn de oplostijden van de deelproblemen steeds lager dan in de oorspronkelijke situatie. De grootste tijd is bij $t > 0,05$ en de kleinste bij $t > 0,1$. De oplostijd van de hoofdproblemen is het hoogst bij $t > 0,01$ en het laagst bij $t > 0,1$. De totale oplostijd is het kleinst bij $t > 0,1$.

Door minder snel een kolom toe te voegen, treedt een klein verschil op ten opzichte van de optimale doelfunctiewaarde. Dit verschil valt te verwaarlozen als gekeken wordt naar de doelfunctiewaarden van de basisdienstregeling.

Als er een kleine afwijking ten opzichte van de optimale doelfunctiewaarde mag zijn, dan kan met betrekking tot de oplostijd het beste gekozen worden voor het stoppen als de doelfunctiewaardeverbetering niet groot genoeg is. In de rest van deze scriptie wordt telkens uitgegaan van het feit dat de doelfunctiewaarde wel optimaal moet zijn.

Hoofdstuk 6

Resultaten

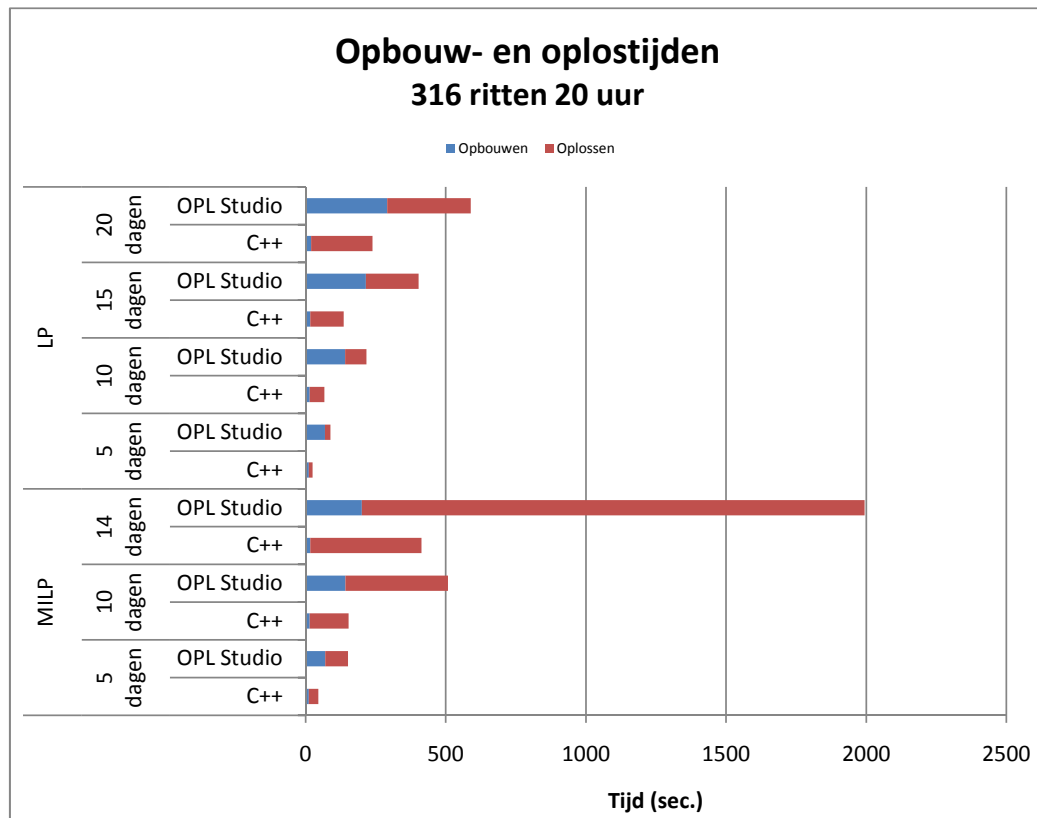
In dit hoofdstuk worden de resultaten van het omzetten van het stochastisch optimalisatie model van OPL Studio naar C++ en de resultaten van het oplossen van het model met Dantzig-Wolfe decompositie beschreven .

6.1 Stochastisch optimalisatie model in C++

Het stochastisch optimalisatie model is als een groot (MI)LP zonder Dantzig-Wolfe decompositie geprogrammeerd in Visual C++ 2008. CPLEX 12.1 is gebruikt om het probleem op te lossen. Alle resultaten zijn uitgevoerd op een computer met een 3.0 GHz Xeon processor en het besturingssysteem is Windows XP. In deze sectie worden de opbouw- en oplostijden van het C++ programma vergeleken met die uit OPL Studio, wordt er gekeken wat de veranderingen zijn met betrekking tot de oplostijden van verschillende aantallen realisatiedagen in verschillende versies van CPLEX en wordt er gekeken in hoeverre grotere trajecten opgelost kunnen worden. Aangezien in Hoofdstuk 4 is geconcludeerd dat afronding van de aankomst- en vertrektijden een goede manier is om een robuuste dienstregeling te krijgen, wordt er zowel gekeken naar de resultaten voor het oplossen van een groot MILP als een groot LP. In deze sectie wordt tenzij anders staat vermeld gebruik gemaakt van de data van het traject Utrecht-Zwolle (zie Bijlage B). Dit zijn 316 ritten en 282 relaties.

6.1.1 Vergelijking met OPL Studio

Het stochastisch optimalisatie model dat het uitgangspunt was voor deze scriptie is geschreven in OPL Studio 3.7. CPLEX 9.0 wordt hierin gebruikt om de (MI)LP's op te lossen. Er zijn dus twee factoren die verschillen tussen het model in C++ en het oude model. Dit zijn de opbouwtijd van het model (de tijd die nodig is om alle voorwaarden op te stellen) en de



Figuur 6.1: Opbouw- en oplostijden voor MILP en LP bij C++ met CPLEX 12.1 en OPL Studio 3.7 met CPLEX 9.0 voor 316 ritten, 20 uur en verschillende aantallen dagen

oplostijd. In Figuur 6.1 is voor verschillende aantallen realisatiedagen (iedere dag bestaat uit 20 uur) de opbouw- en oplostijd te zien voor zowel een LP als een MILP.

Zowel het opbouwen als het oplossen van het model (LP en MILP) duurt langer als er meer realisatiedagen zijn. Dit komt omdat het aantal voorwaarden en variabelen toeneemt waardoor het probleem groter wordt. Hier is nogmaals te zien dat het oplossen van een MILP langer duurt dan het oplossen van een LP van dezelfde grootte. Het opbouwen van het model duurt in OPL Studio veel langer dan in C++. De factor van dit verschil wordt groter naarmate het aantal dagen groter wordt. Bij 5 dagen is C++ ruim 6 keer sneller dan OPL Studio en bij 20 dagen bijna 15 keer. CPLEX 9.0 uit OPL Studio is een oudere versie dan CPLEX 12.1 dat gebruikt wordt in het C++ programma. Het was daarom te verwachten dat de oplostijden van het C++ model beter zouden zijn. Het oplossen van LP's voor verschillende dagen met CPLEX 12.1 is ongeveer 1,4 keer zo snel als met CPLEX 9.0. De grootte van het model is hierbij niet echt van belang. Dit is echter wel van belang bij het oplossen van MILP's. De verschilfactor in oplostijd wordt groter naarmate het probleem

Aantal dagen	Aantal voorwaarden	Aantal variabelen	Doelfunctie- waarde		Oplostijd (sec.)			
					CPLEX 12.1		CPLEX 11.2	
			LP	MILP	LP	MILP	LP	MILP
5	242911	160191	16428,5	16471,3	13	34	14	35
10	482150	318191	16704,1	16768,9	53	139	54	175
15	719943	476191	17010,0	17091,4	119	u.g.	139	490
20	957929	634191	17241,5		219	u.g.	217	u.g.
25	1196592	792191	17627,6		355	u.g.	373	u.g.
30	1434059	950191			u.g.	u.g.	u.g.	u.g.

u.g. = Uit het geheugen gelopen

Tabel 6.1: Oplostijden traject Utrecht-Zwolle

groter wordt. Zo is CPLEX 12.1 bij het oplossen van een MILP met 5 dagen bijna 2,4 keer sneller en bij een MILP met 14 dagen ruim 4,5 keer.

Zowel doordat het stochastisch optimalisatie model nu wordt opgebouwd door C++ in plaats van door OPL Studio en het dat CPLEX 12.1 in plaats van CPLEX 9.0 wordt gebruikt om het model op te lossen is er een grote verbetering van de oplostijd behaald.

6.1.2 Vergelijking CPLEX 12.1 en 11.2

In het begin van dit onderzoek was CPLEX 11.2 de meest recente versie, maar tijdens het onderzoek kwam CPLEX 12.1 uit. Alle resultaten in deze scriptie zijn dan ook op basis van de oplostijden van versie 12.1. In deze sectie worden de oplostijden en mogelijkheden met betrekking tot het aantal realisaties vergeleken van CPLEX 12.1 en 11.2. Deze resultaten staan in Tabel 6.1.

Voor CPLEX 12.1 is het maximale aantal dagen dat kan worden opgelost voor het LP 29 en voor het MILP 14 (voor meer dagen wordt er meer dan 2GB geheugen gebruikt en dit staat Windows niet toe). CPLEX 11.2 kan als LP 25 en als MILP 18 dagen oplossen. De nieuwe versie gebruikt voor het oplossen van het LP dus minder geheugen en is meestal iets sneller. Voor het MILP wordt er in de nieuwe versie meer geheugen gebruikt en dit leidt meestal sneller tot de optimale oplossing (voor bijvoorbeeld 14 dagen is 11.2 sneller). In CPLEX 12.1 is het mogelijk om een MILP op meerdere cores op te laten lossen, dit kost echter extra geheugen waardoor het model voor minder realisatiedagen kan worden opgelost. Als het MILP voor 10 dagen wordt opgelost met twee cores is de totale oplostijd langer dan als deze op één core wordt opgelost. Dit komt omdat er nu wel de mogelijkheid wordt geboden

Aantal dagen	Aantal voorwaarden	Aantal variabelen	Doelfunctie- waarde		Oplostijd (sec.)	
			LP	MILP	LP	MILP
5	436612	277724	24629,6	24653,8	30	60
10	865518	551724	25163,7		116	u.g.
15	193082	825724	25662,4		277	u.g.
20	1721871	1099724			u.g.	u.g.

u.g. = Uit het geheugen gelopen

Tabel 6.2: Oplostijden voor de combinatie van de trajecten Utrecht-Zwolle en Kop van Noord-Holland

door CPLEX om met meerdere cores te rekenen, maar dit is nog niet geoptimaliseerd om een zo kort mogelijke oplostijd te krijgen. In de toekomst kan dit wel het geval zijn.

Het oplossen van een LP gaat in CPLEX 12.1 voor 5 en 10 dagen ongeveer 2,6 keer sneller dan het oplossen van een MILP. Voor 14 dagen is dit meer dan 3,7 keer. CPLEX 11.2 is 2,5; 3,2 en 3,5 keer sneller met het oplossen van een LP in vergelijking met een MILP voor respectievelijk 5, 10 en 15 dagen. Als het aantal realisaties toeneemt (dus het probleem groter wordt) gaat het oplossen van een LP in verhouding tot het oplossen van een MILP sneller.

De meeste realisaties zijn op te lossen als het model als LP wordt opgelost met CPLEX 12.1. Dit oplossen gaat ook het snelst wanneer er gekozen kan worden tussen als MILP of LP oplossen en CPLEX 12.1 of 11.2 gebruiken. De verwachting is dat bij nieuwere versies van CPLEX de oplostijden nog korter zullen worden. In hoeverre dit ten koste gaat van de grootte van de problemen die opgelost kunnen worden, is af te wachten.

6.1.3 Grotere trajecten

Uit de vorige secties blijkt dat het stochastisch optimalisatie model oplossen met C++ en CPLEX 12.1 (meestal) het snelste gaat. Daarom is er voor deze combinatie gekeken in hoeverre grotere trajecten kunnen worden geanalyseerd. Er is zowel gekeken naar de combinatie van de trajecten Utrecht-Zwolle en Kop van Noord-Holland als naar de combinatie van deze twee trajecten met het traject Eindhoven-Maastricht/Heerlen. Deze resultaten staan in Tabel 6.2 en Tabel 6.3.

Als het traject groter wordt gemaakt, neemt het aantal variabelen en het aantal voorwaarden toe. Daardoor wordt het aantal realisatiedagen waarvoor een oplossing verkregen kan worden kleiner. Voor de combinatie van de trajecten Utrecht-Zwolle en Kop van Noord-Holland is het maximale aantal realisatiedagen dat met een MILP kan worden opgelost 7

Aantal dagen	Aantal voorwaarden	Aantal variabelen	Doelfunctie- waarde		Oplostijd (sec.)	
			LP	MILP	LP	MILP
5	569210	371904	32638,9	32665,9	59	121
10	1125641	738904	33253,3		214	u.g.
15	1684210	1105904			u.g.	u.g.

u.g. = Uit het geheugen gelopen

Tabel 6.3: Oplostijden voor de combinatie van de trajecten Utrecht-Zwolle, Kop van Noord-Holland en Eindhoven-Maastricht/Heerlen

en met het oplossen van een LP 16. Wanneer het traject wordt uitgebreid met Eindhoven-Maastricht/Heerlen neemt dit aantal dagen voor respectievelijk een MILP en LP af tot 6 en 12.

Het aantal variabelen in het model is gegeven het aantal ritten N_R , het aantal relaties N_Y , het aantal dagen N_D en het aantal uur N_U te berekenen met: $6N_R + N_Y + 5N_RN_DN_U + 13$. Er is een verband tussen het aantal variabelen en het aantal voorwaarden. Voor het traject Utrecht-Zwolle is het aantal voorwaarden 1,5 keer meer dan het aantal variabelen, voor het traject Kop van Noord-Holland is dit 1,6 en voor Eindhoven-Maastricht/Heerlen 1,4. Voor de trajecten Utrecht-Zwolle en Kop van Noord-Holland samen is dit 1,6 en als Eindhoven-Maastricht/Heerlen hier nog bij komt 1,5. Om een indicatie te krijgen van het aantal voorwaarden is dus een factor 1,5 te gebruiken.

Omdat er een relatie tussen het aantal variabelen en voorwaarden aanwezig is, is het mogelijk om te kijken of voor de variabelen en voorwaarden samen aangegeven kan worden wat wel en niet opgelost kan worden. Hiervoor wordt het aantal variabelen en het aantal voorwaarden van het maximale aantal realisatiedagen dat kan worden opgelost bij elkaar opgeteld voor afzonderlijk een LP en een MILP. Dit wordt ook gedaan voor het minimale aantal realisatiedagen dat niet kan worden opgelost. Hiertussen zit het totale aantal waarbij het probleem niet meer kan worden opgelost. Dit is gedaan voor de situaties Utrecht-Zwolle afzonderlijk, Utrecht-Zwolle en de Kop van Noord-Holland en Utrecht-Zwolle, de Kop van Noord-Holland en Eindhoven-Maastricht/Heerlen samen. Het maximale aantal dat opgelost kan worden, wordt vergeleken met het minimale aantal dat niet opgelost kan worden. Dit resulteert voor het LP in een maximaal totaal aantal variabelen en voorwaarden dat tussen 2.304.921 en 2.384.250 ligt en voor het MILP ligt dit tussen 1.125.444 en 1.136.851. Voor een LP kan er dus een groter traject worden geanalyseerd dan voor een MILP.

Bij het oplossen van het stochastisch optimalisatie model als een LP zijn de oplostijden

heel klein. Het probleem bij het oplossen ligt bij het feit dat de geheugengrens van 2 GB per proces in Windows wordt overschreden. Dit gebeurt in de onderzochte gevallen in de ‘preprocessing’ stap van CPLEX. In deze stap wordt het aantal variabelen en voorwaarden gereduceerd. Het zelf uitvoeren van ‘preprocessing’ stappen zal dit probleem waarschijnlijk niet oplossen, omdat het geheugen dat gebruikt wordt voor het oplossen van een LP na de ‘preprocessing’ stap alleen nog maar toeneemt.

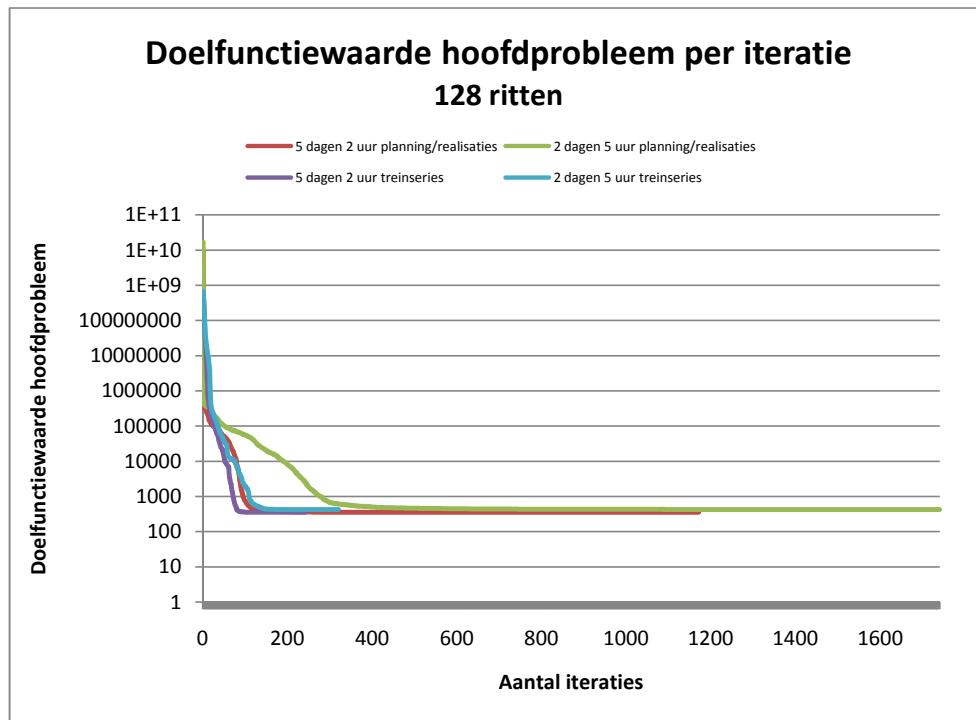
6.2 Dantzig-Wolfe decompositie

Het stochastisch optimalisatie model is op twee verschillende manieren opgesplitst in een hoofdprobleem en verschillende deelproblemen om vervolgens met Dantzig-Wolfe decompositie opgelost te worden. De eerste splitsing is op basis van een planningsdeelprobleem en per realisatiedag een deelprobleem. In de andere splitsing krijgt ieder treinserienummer een eigen deelprobleem. In deze sectie worden deze twee methoden, die in C++ zijn geprogrammeerd en CPLEX 12.1 gebruiken om de hoofd- en deelproblemen op te lossen, met elkaar vergeleken. Allereerst wordt er gekeken hoe de doelfunctiewaarden van de hoofdproblemen convergeren naar de optimale waarde. Daarna wordt er gekeken naar de oplostijden.

6.2.1 Verloop doelfunctiewaarde

In Figuur 6.2 is het verloop van de doelfunctiewaarde van het hoofdprobleem, afhankelijk van het aantal keer dat het hoofdprobleem is opgelost, weergegeven. Voor beide splitsingsmethoden is dit gedaan voor 128 ritten (treinserienummers 500, 12500, 700, 12700 en 5600) van het traject Utrecht-Zwolle en voor zowel 2 realisatiedagen van 5 uur als voor 5 realisatiedagen van 2 uur. Dit aantal ritten en realisaties is genomen, omdat er dan voor beide splitsingen in een redelijke tijd een oplossing wordt verkregen. De twee verschillende samenstellingen van het aantal realisaties is gekozen om het effect van de verdeling over uren en dagen te kunnen bekijken.

In Figuur 6.2 is goed te zien dat de doelfunctiewaarde van het hoofdprobleem in het begin erg groot is en dat deze in eerste instantie snel kleiner wordt en daarna steeds langzamer convergeert naar de optimale doelfunctiewaarde. Bij de opsplitsing op basis van planning en realisaties convergeert de doelfunctiewaarde langzamer naar zijn optimum dan bij de opsplitsing op basis van treinserienummers. Het hoofdprobleem moet dus veel vaker worden opgelost. Voor beide opsplitsingen zijn er twee verschillende combinaties van realisatie-aantallen bekeken, namelijk in beide gevallen tien realisaties, maar de ene keer zijn er 5 dagen van 2 uur en de andere keer 2 dagen van 5 uur. Voor de opsplitsing in treinserienummers blijft het aantal deelproblemen hierdoor hetzelfde. Voor de opsplitsing in planning en realisaties is in

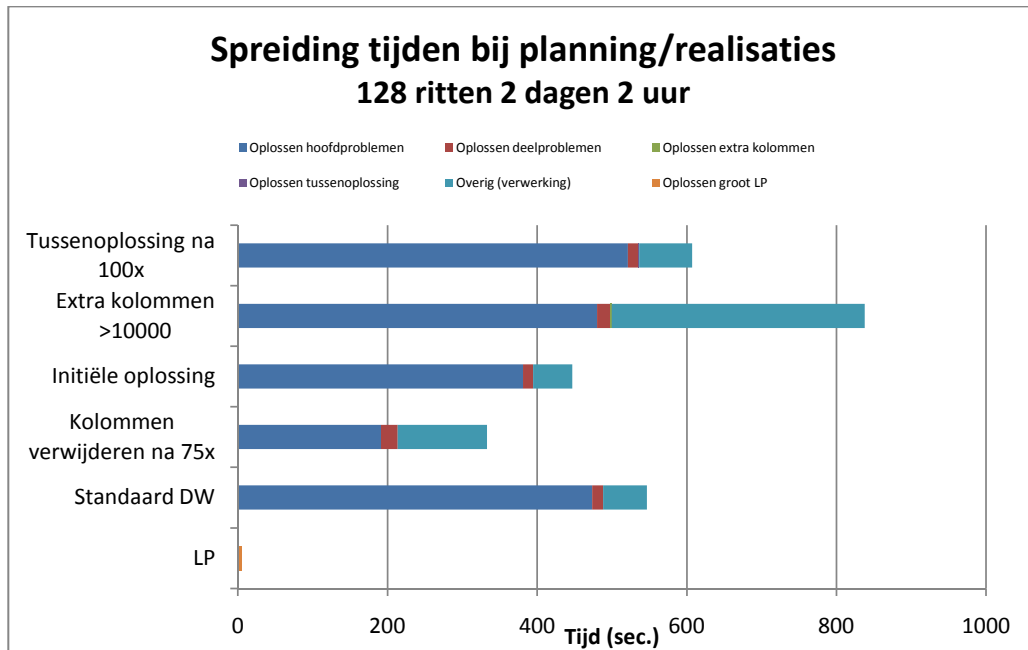


Figuur 6.2: Doelfunctiewaarde hoofdpbleem per iteratie

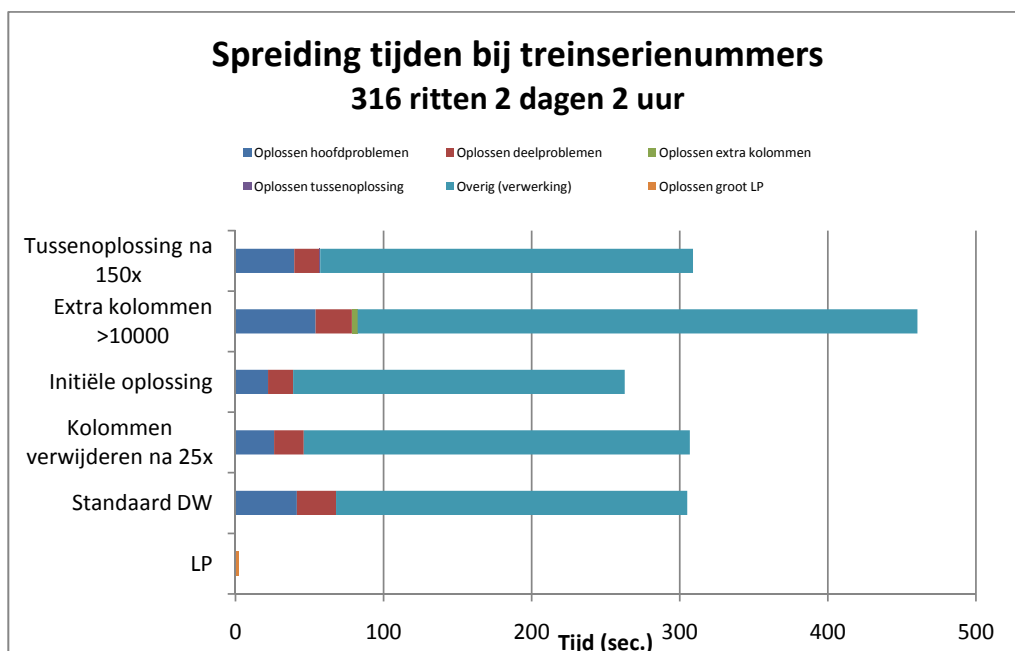
het eerste geval sprake van 6 deelproblemen en in het andere geval van 3 deelproblemen. De optimale doelfunctiewaarde is voor 2 dagen van 5 uur iets groter dan voor 5 dagen van 2 uur, dit komt doordat er meer ritten afhankelijk zijn van elkaar (ritten in opeenvolgende uren zijn afhankelijk van elkaar en ritten op verschillende dagen niet). Door deze grotere afhankelijkheid moet het hoofdpbleem voor beide opsplitsingen vaker worden opgelost. In het geval van de opsplitsing in planning en realisaties en 2 dagen van 5 uur is de optimale oplossing niet bereikt vanwege een overschrijding van het maximale geheugen dat gebruikt mag worden door Windows. Wel was de oplossing al lange tijd zo goed als optimaal.

6.2.2 Oplostijden

Bij Dantzig-Wolfe decompositie bestaat de totale oplostijd uit alle oplostijden van de hoofdpblemen, alle oplostijden van de deelproblemen en extra tijd voor het vaststellen van de doelfunctiewaarden van de deelproblemen en het toewijzen van waarden van variabelen aan de juiste voorwaarden. Het oplossen van de hoofd- en deelproblemen gebeurt met CPLEX. De oplostijden voor de opsplitsing in planning en realisaties voor 128 ritten en 2 dagen van 2 uur staan in Figuur 6.3. Hierin staan ook de oplostijden voor de beste situaties voor de mogelijke verkortingen van de oplostijd die beschreven staan in Sectie 5.3.2. Er is voor dit



Figuur 6.3: Spreading van tijden bij verschillende oplostechnieken voor opsplitsing planning/realisaties met 128 ritten, 2 dagen, 2 uur



Figuur 6.4: Spreading van tijden bij verschillende oplostechnieken voor opsplitsing treinseries met 316 ritten, 2 dagen, 2 uur

aantal ritten en realisaties gekozen, omdat er dan in een redelijke tijd een optimale oplossing wordt bereikt. In Figuur 6.4 staat hetzelfde voor de opsplitsing in treinserienummers met 316 ritten en 2 dagen van 2 uur. Ook hier is vanwege de oplostijden gekozen voor dit aantal realisaties en ritten. De tijd die bij overig staat is zeker bij de opsplitsing in treinserienummers te verbeteren. Dit komt omdat er niet overal even efficiënt geprogrammeerd is. Voor het vergelijken van de oplostijden worden daarom alleen de oplostijden die verkregen zijn door de verschillende problemen in CPLEX op te lossen bekeken.

In het geval van de opsplitsing in planning en realisaties wordt er als er alleen naar de oplostijden gekeken wordt een tijdwinst geboekt ten opzichte van de standaard Dantzig-Wolfe methode bij het verwijderen van kolommen en het beginnen met een initiële oplossing. Wanneer deze twee technieken worden gecombineerd wordt de oplostijd nog korter, namelijk 172 seconden voor het oplossen van de hoofdproblemen en 18 seconden voor het oplossen van de deelproblemen. Bij de oorspronkelijke Dantzig-Wolfe methode waren dit respectievelijk 474 en 15 seconden.

Bij opsplitsing in deelproblemen voor de verschillende treinserienummers wordt er bij zowel een initiële oplossing, het verwijderen van kolommen en het toevoegen van een tussenoplossing een kortere oplostijd verkregen dan bij de standaard Dantzig-Wolfe methode. Ook hier zorgt het combineren van een initiële oplossing en het verwijderen van kolommen voor een afname van de oplostijd. De oplostijden voor respectievelijk de hoofdproblemen en deelproblemen zijn dan 13 en 20 seconden, waar deze eerst 41 en 26 seconden waren. Het toevoegen van een tussenoplossing in combinatie met een initiële oplossing en het verwijderen van kolommen levert voor de oplostijden van de hoofd- en deelproblemen ongeveer dezelfde tijden op. Omdat er ook nog een kleine seconde zit in het oplossen van de tussenproblemen, is deze combinatie niet sneller dan de combinatie van alleen een initiële oplossing met het verwijderen van kolommen.

Het oplossen van het stochastisch optimalisatie model als een groot LP met CPLEX gaat veel sneller dan het oplossen met Dantzig-Wolfe decompositie. Het oplossen van de hiervoor beschreven situaties voor Dantzig-Wolfe decompositie als een groot LP in CPLEX duurt namelijk minder dan een seconde. Het oplossen van de hoofdproblemen zal altijd met CPLEX blijven gebeuren en aangezien de totale oplostijd van alle hoofdproblemen bij elkaar al veel langer is dan de oplostijd van het grote LP zal Dantzig-Wolfe decompositie in dit geval altijd langzamer zijn. Het eventueel op een slimmere manier oplossen van de deelproblemen en een snellere verwerking van de gegevens kunnen de totale oplostijd van de methode natuurlijk wel nog verminderen.

Een ander voordeel van een groot LP oplossen is dat er minder geheugen nodig is dan als Dantzig-Wolfe decompositie wordt gebruikt voor het oplossen. Er hoeft namelijk niet

opgeslagen te worden welke variabelen uit de deelproblemen in welke voorwaarden van het hoofdprobleem voor moeten komen. Echter, wanneer het oplossen van de deelproblemen en het hoofdprobleem op verschillende computers gebeurt, is er voor iedere computer minder geheugen noodzakelijk. Dit gecombineerd met een efficiëntere manier van het verwijzen van de variabelen uit de deelproblemen naar het hoofdprobleem kan er misschien voor zorgen dat er grotere instanties opgelost kunnen worden dan in het geval van een ongesplitst LP.

Het oplossen van het stochastisch optimalisatie model als één groot LP met CPLEX gaat erg snel. CPLEX herkent naar alle waarschijnlijkheid de speciale structuur van het probleem. Om CPLEX te verslaan moeten kolommen op een snelle manier worden toegevoegd. Dit alleen is echter niet genoeg, want het aantal keer dat het hoofdprobleem met CPLEX moet worden opgelost, wordt hier niet minder van en de oplostijd dus ook niet. Er moeten dus op een snelle manier een heleboel kolommen aan het hoofdprobleem worden toegevoegd die vrijwel meteen de optimale oplossing geven. Alleen als dit het geval is, kan er geconcentreerd worden met het oplossen van een groot LP met CPLEX wat betreft de oplostijd. Voor de verschillende deelproblemen kunnen verschillende cores (of computers) worden gebruikt om de kolommen toe te voegen, hierdoor neemt de tijd voor het toevoegen van de kolommen af.

Conclusies en aanbevelingen

Het stochastisch optimalisatie model is een model dat gebruikt wordt om een robuuste dienstregeling te maken. Door de aankomst- en vertrektijden uit een bestaande dienstregeling in geringe mate aan te passen, kan een dienstregeling gemaakt worden die minder last heeft van kleine verstoringen. Voorafgaand aan dit onderzoek was dit model geschreven in OPL Studio. De doelstelling van deze opdracht was:

Het stochastische optimalisatie model zodanig aanpassen dat het sneller een optimale oplossing geeft en grotere instanties kan oplossen.

Conclusies

De dienstregeling van de Nederlandse spoorwegen is gebaseerd op geheeltallige aankomst- en vertrektijden. Daarom is het oorspronkelijke model een gemengd geheeltallig lineair programmeringsprobleem (MILP). Er is gekeken of er door het oplossen van het model als een lineair programmeringsprobleem (LP) en het daarna afronden van de aankomst- en vertrektijden ook een robuuste dienstregeling ontstaat. Bij het afronden van niet gehele aankomst- en vertrektijden worden geen belangrijke voorwaarden voor het maken van een dienstregeling geschonden. De dienstregeling die door afronding ontstaat voldoet dus aan alle eisen. Hierbij maakt het niet uit of alle tijden omlaag, omhoog of normaal worden afgerond. De verschillende afrondmethoden hebben wel gevolgen voor de verandering van de doelfunctiewaarde. Het beste kan er normaal worden afgerond. Er is dan nauwelijks een verslechtering van de doelfunctiewaarde. Het oplossen van een LP in plaats van een MILP heeft twee grote voordelen. Allereerst kost het oplossen veel minder tijd. Ten tweede is er ook minder geheugen nodig om het probleem op te lossen waardoor er grotere trajecten en/of meer realisatiedagen met het model kunnen worden opgelost.

Het stochastisch optimalisatie model is in plaats van in OPL Studio 3.7 in Visual C++ 2008 geschreven. Dit heeft twee voordelen. Allereerst duurt het opbouwen van het model in C++ aanzienlijk korter dan in OPL Studio. Ten tweede wordt er nu gebruik gemaakt van

CPLEX 12.1 in plaats van CPLEX 9.0 waarvan OPL Studio gebruik maakte. De nieuwe versie van CPLEX zorgt voor een kortere oplostijd. Vooral het oplossen van MILP's gaat steeds sneller in de nieuwere versies van CPLEX. Dit blijkt ook uit een vergelijking tussen de versies 12.1 en 11.2.

Bij Dantzig-Wolfe decompositie wordt een groot LP opgedeeld in een hoofdprobleem met verschillende onafhankelijke deelproblemen. Dit opsplitsen is op twee verschillende manieren gedaan. Bij de eerste manier is er een deelprobleem voor de planning en zijn er deelproblemen voor alle realisatiedagen. Voor de andere manier is er voor ieder treinserienummer een deelprobleem. Deze tweede manier van opsplitsen heeft een kortere oplostijd. De oplostijd kan bij beide opsplitsingen gereduceerd worden door kolommen te verwijderen en te starten met een initiële oplossing. In sommige gevallen kan ook het toevoegen van een tussenoplossing leiden tot een kortere oplostijd. Echter is de totale oplostijd van de hoofdproblemen veel groter dan het oplossen van een groot LP met CPLEX, ook kost het meer geheugen om het probleem op te lossen.

Kortom, doordat het model nu is geprogrammeerd in C++ en wordt opgelost met de nieuwste versie van CPLEX is het model zowel voor het opbouwen als het oplossen sneller geworden. Doordat vertrek- en aankomsttijden niet geheeltallig meer hoeven te zijn, kan het model in plaats van als MILP als LP worden opgelost. Dit zorgt voor een kortere oplostijd en het oplossen kost minder geheugen waardoor er grotere trajecten en/of meer realisatiedagen kunnen worden opgelost. Vanwege het geheugenlimiet van Windows van 2 GB per proces is het helaas nog niet mogelijk om een heel groot traject (bijvoorbeeld heel Nederland) voor een groot aantal realisatiedagen in één groot model op te lossen.

Aanbevelingen

Het stochastisch optimalisatie model zoals dat nu als één groot (MI)LP geprogrammeerd is in C++ en dat opgelost wordt met CPLEX 12.1 kan voor alle mogelijke trajecten worden gebruikt. Het traject en/of het aantal realisatiedagen kan alleen niet al te groot zijn, omdat er dan te weinig geheugen is. Het is dus niet mogelijk om voor een redelijk aantal realisatiedagen een robuuste dienstregeling met het model te maken voor heel Nederland. Als dit toch gewenst is, moet het spoorwegennet verdeeld worden in verschillende trajecten. Er kan onderzoek gedaan worden of het mogelijk is om via een iteratief proces een robuuste dienstregeling voor het hele land te krijgen als de vertragingen aan de randen van het ene traject als importvertragingen voor andere trajecten gelden. Deze verschillende trajecten zouden tegelijk op meerdere cores (of computers) kunnen worden opgelost. Als het model gebruikt

gaat worden voor grote trajecten is het ook goed om te kijken of het verzamelen van de invoergegevens geautomatiseerd kan worden. Dit wordt nu namelijk met de hand gedaan, maar dit kost redelijk veel tijd.

Dantzig-Wolfe decompositie is gebaseerd op het opdelen van een lineair programma in een hoofdprobleem en deelproblemen. De deelproblemen worden met behulp van de duale prijzen uit het hoofdprobleem opgelost en deze oplossingen worden als kolommen aan het hoofdprobleem toegevoegd. Deze methode wordt meestal gebruikt als er meer variabelen dan voorwaarden zijn. Bij het stochastisch optimalisatie model is dit echter niet het geval. Een methode waarbij een (gemengd geheeltallig) lineair programmeringsprobleem ook wordt opgedeeld in een hoofdprobleem en deelproblemen, maar waarbij de deelproblemen voorwaarden toevoegen aan het hoofdprobleem is Benders decompositie. Deze methode staat beschreven in het artikel van Benders uit 1962, [Ben62]. Deze methode wordt meestal gebruikt als er meer voorwaarden dan variabelen zijn. Benders decompositie kan ook gebruikt worden voor een gemengd geheeltallig lineair programma, dus voor het stochastisch optimalisatie model zouden bijvoorbeeld de aankomst- en vertrektijden als gehele getallen kunnen worden bepaald. Naar Benders decompositie voor het stochastisch optimalisatie model kan verder onderzoek naar worden gedaan. Dit kan zowel voor het oplossen van een MILP als een LP worden gedaan, maar aangezien afronden ook een goede dienstregeling geeft, moet de nadruk liggen op het oplossen van een LP.

Bij het oplossen van het stochastisch optimalisatie model met Dantzig-Wolfe decompositie bleek dat de doelfunctiewaarde aan het eind erg langzaam convergeerde naar zijn optimale oplossing. Het is bekend dat problemen die met kolomgeneratie worden opgelost langzaam kunnen convergeren. Dit kan komen doordat de nieuwe duale oplossing veel kan verschillen van de huidige oplossing, zelfs als deze bijna optimaal is. Er zijn methoden om dit soort problemen te verminderen. In het artikel van du Merle et al. uit 1999, [dVDH99] staat zo'n methode beschreven. Er kan onderzoek gedaan worden naar de invloed van dit soort methodes op de oplostijd van het stochastisch optimalisatie model dat met Dantzig-Wolfe decompositie wordt opgelost.

Bibliografie

- [Ben62] J.F. Benders. Partitioning procedures for solving mixed-variables programming problems. *Numerische Mathematik*, 4:238–252, 1962.
- [BL97] J.R. Birge en F. Louveaux. *Introduction to Stochastic Programming*. Springer, 1997.
- [Bon05] B. Bonekamp. Een verbeterde dienstregeling voor de NS: Het herverdelen van speling, door middel van een stochastisch optimalisatie model. Master’s thesis, Vrije Universiteit Amsterdam, 2005.
- [dVDH99] O. du Merle, D. Villeneuve, J. Desrosiers, en P. Hansen. Stabilized column generation. *Discrete Mathematics*, 194:229–237, 1999.
- [DW60] G.B. Dantzig en P. Wolfe. Decomposition principle for linear programs. *Operations Research*, 8(1):101–111, 1960.
- [DW61] G.B. Dantzig en P. Wolfe. The decomposition algorithm for linear programs. *Econometrica*, 29(4):767–778, 1961.
- [HKO⁺99] J.S. Hooghiemstra, L.G. Kroon, M.A. Odijk, M. Salomon, en P.J. Zwaneveld. Decision Support Systems support the search for win-win solutions in railway network design. *Interfaces*, 29(2):15–32, 1999.
- [Hoo96] J.S. Hooghiemstra. Design of regular interval timetables for strategic and tactical railway planning. In *Computers in Railways V*, volume 1, pagina 393–402. WIT Press, 1996.
- [KDV05] L.G. Kroon, R. Dekker, en M.J.C.M. Vromans. Cyclic railway timetabling: a stochastic optimization approach. Technical Report ERS-2005-051-LIS, Erasmus Research Institute of Management, 2005.

- [KMH⁺08] L.G. Kroon, G. Maróti, M. Retel Helmrich, M.J.C.M. Vromans, en R. Dekker. Stochastic improvement of cyclic railway timetables. *Transportation research Part B*, 42:553–570, 2008.
- [Ret06] M. Retel Helmrich. Improving robustness of a railway timetable through stochastic optimisation of supplementary times. Master’s thesis, Erasmus Universiteit Rotterdam, 2006.
- [Vro05] M.J.C.M. Vromans. *Reliability of Railway Systems*. PhD thesis, Erasmus Universiteit Rotterdam, 2005.
- [Wag07] A.P.M. Wagelmans. Advanced mathematical programming lecture notes 2007-2008. Econometric Institute Erasmus University Rotterdam, 2007.
- [Win04] W.L. Winston. *Operations Research: Applications and Algorithms*. Duxbury, fourth edition, 2004.

Bijlage A

Modelnotatie

Hieronder staat een overzicht van de verschillende verzamelingen, beslissingsvariabelen en parameters die in deze scriptie zijn gebruikt voor het beschrijven van het stochastisch optimalisatie model.

Verzamelingen

B	Verzameling van alle baanvakken.
D	Verzameling van alle dagen.
R	Verzameling van alle ritten.
R^A	Verzameling van alle ritten met een aankomst.
R^B	Verzameling van alle ritten met een aankomst op een randpunt of een doorkomst op een randpunt.
R^C	$= \{r \in R : \phi_r > \alpha_r\}$ de verzameling van alle cyclische ritten (ritten die aankomen in het volgende uur).
R^{Da}	Verzameling van alle ritten met als aankomsttype een doorkomst.
R^{Dv}	Verzameling van alle ritten met als vertrectype een doorkomst.
R^{FA}	Verzameling van alle ritten met een gefixeerde aankomsttijd.
R^{Fc}	Verzameling van alle ritten in oorspronkelijke dienstregeling met een tijd onder de minimale opvolgtijd van aankomsten erna.
R^{FV}	Verzameling van alle ritten met een gefixeerde vertrektijd.
R^{Fx}	Verzameling van alle ritten in oorspronkelijke dienstregeling met een tijd onder de minimale opvolgtijd van vertrekken erna.
R^I	Verzameling van alle ritten met een importvertraging.
R^M	Verzameling van alle ritten met een aankomst op een meetplaats of een doorkomst op een meetplaats.

R^N	$= \{r \in R : \phi_r < \alpha_r\}$ de verzameling van alle niet-cyclische ritten (ritten die aankomen in hetzelfde uur als dat ze zijn vertrokken).
R^{RA}	Verzameling van alle ritten met een aankomst in het algemeen of met een doorkomst op een randpunt het traject verlaten.
R^{RV}	Verzameling van alle ritten met een vertrek of een doorkomst die vanaf een randpunt het model in komen.
R^V	Verzameling van alle ritten met een vertrek.
U	Verzameling van alle uren.
Y	Verzameling van alle relaties.
Y_{AA}	Verzameling van alle aankomst-aankomst relaties.
Y_{AV}	Verzameling van alle aankomst-vertrek relaties.
Y_{AV}^{max}	Verzameling van alle aankomst-vertrek relaties met een maximale tijd.
Y_{VA}	Verzameling van alle vertrek-aankomst relaties.
Y_{VV}	Verzameling van alle vertrek-vertrek relaties.
Y^{Fg}	De verzameling van alle relaties in oorspronkelijke dienstregeling met een tijd onder de minimale opvolgtijd.
Γ^A	Verzameling van alle combinaties van twee ritten die op hetzelfde baanvak rijden en een aankomst direct achter elkaar in hetzelfde uur hebben.
Γ^{AB}	Verzameling van alle combinaties van een baanvak met een rit met de eerste aankomst in het uur op het baanvak en een rit met de laatste aankomst op het baanvak in het uur.
Γ^{CA}	Verzameling van alle combinaties van twee ritten die op hetzelfde baanvak rijden en een aankomst direct achter elkaar hebben, maar niet in hetzelfde uur.
Γ^{CV}	Verzameling van alle combinaties van twee ritten die op hetzelfde baanvak rijden en een vertrek direct achter elkaar hebben, maar niet in hetzelfde uur.
Γ^V	Verzameling van alle combinaties van twee ritten die op hetzelfde baanvak rijden en een vertrek direct achter elkaar in hetzelfde uur hebben.
Γ^{VB}	Verzameling van alle combinaties van een baanvak met een rit met de eerste vertrek in het uur op het baanvak en een rit met de laatste vertrek op het baanvak in het uur.
Γ^{VP}	Verzameling van alle ritten die aan het begin van de planningshorizon vertrekken.
Θ	Verzameling van alle combinaties van twee opvolgende ritten van dezelfde trein.

Υ_{AA}	Verzameling van alle combinaties van een relatie $y \in Y_{AA}$ met de twee ritten waarop deze relatie betrekking heeft.
Υ_{AV}	Verzameling van alle combinaties van een relatie $y \in Y_{AV}$ met de twee ritten waarop deze relatie betrekking heeft.
Υ_{AV}^{max}	Verzameling van alle combinaties van een relatie $y \in Y_{AV}^{max}$ met de twee ritten waarop deze relatie betrekking heeft.
Υ_{VA}	Verzameling van alle combinaties van een relatie $y \in Y_{VA}$ met de twee ritten waarop deze relatie betrekking heeft.
Υ_{VV}	Verzameling van alle combinaties van een relatie $y \in Y_{VV}$ met de twee ritten waarop deze relatie betrekking heeft.
Φ	Verzameling van alle combinaties van twee ritten die op hetzelfde baanvak rijden met dezelfde treinserienummers en richtingen en waarvan het herhalingsnummer van de tweede rit 1 hoger is dan die van de eerste rit.
Ω	Verzameling van alle combinaties van twee ritten met dezelfde aankomst- en vertrekplaats.
Ω^B	Verzameling van alle combinaties van een baanvak met twee ritten die op dat baanvak rijden.

Beslissingsvariabelen

a_r	Geplande aankomsttijd van rit r .
$b_{r,d,u}$	Gerealiseerde aankomsttijd van rit r op dag d in uur u .
c_r	Geplande tijd onder de minimale opvolgtijd van aankomsten na rit r .
g_y	Geplande tijd onder de minimale opvolgtijd van relatie y .
$h_{r,d,u}$	Gerealiseerde vertrekvertraging van rit r op dag d in uur u .
$l_{r,d,u}$	Gerealiseerde aankomstvertraging van rit r op dag d in uur u .
$m_{r,d,u}$	Gedeelte van de aankomstvertraging van rit r op dag d in uur u dat groter is dan de marge M .
n_r	Geplande negatieve rijtijdspeling van rit r .
s_r	Geplande rijtijdspeling van rit r .
v_r	Geplande vertrektijd van rit r .
$w_{r,d,u}$	Gerealiseerde vertrektijd van rit r op dag d in uur u .
x_r	Geplande tijd onder de minimale opvolgtijd van vertrekken na rit r .

Parameters

α_r	Oorspronkelijke aankomsttijd van rit r .
γ	Minimale tijd tussen aankomsten in planning.
δ_b	Vertrekplaats van baanvak b .
δ_r	Vertrekplaats van rit r .

ϵ_r	Rijtijdspeling van rit r in de oorspronkelijke dienstregeling.
ζ_y	Minimale tijd tussen activiteit 1 en 2 in relatie $y \in Y$ in de planning.
η_y	Maximale tijd tussen activiteit 1 en 2 in relatie $y \in Y_{AV}^{max}$ in de planning.
$\theta_{r,d,u}$	Importvertraging van rit r op dag d in uur u (wordt van tevoren bepaald door een stochastisch proces).
κ_r	Technisch minimale rijtijd van rit r .
$\lambda_{r,d,u}$	Rijtijd voor rit r op dag d in uur u (wordt van tevoren bepaald door een stochastisch proces).
$\mu_{r,d,u}$	Verstoring op het station aan het einde van rit r op dag d in uur u (wordt van tevoren bepaald door een stochastisch proces).
ν_r	Treinserienummer van rit r .
ξ	Minimale tijd tussen vertrekken in planning.
π_y	Plaats waar relatie y geldt.
ρ_r	Richting van rit r .
σ_r	Halteertijd voor rit r in oorspronkelijke dienstregeling.
ς_r^c	Aantal minuten te korte opvolgtijd in oorspronkelijke dienstregeling voor aankomsten na rit r .
ς_r^x	Aantal minuten te korte opvolgtijd in oorspronkelijke dienstregeling voor vertrekken na rit r .
ς_y^g	Aantal minuten te korte opvolgtijd in oorspronkelijke dienstregeling voor relatie y .
τ_b	Aankomstplaats van baanvak b .
τ_r	Aankomstplaats van rit r .
ϕ_r	Oorspronkelijke vertrektijd van rit r .
$\varphi_{r,d,u}$	$= \{0, 1\}$: 1 als rit r op dag d in uur u rijdt, 0 anders.
$\chi_{r,d,u}$	Primaire verstoring van rit r op dag d in uur u .
ψ_r	Treinserie herhalingsnummer van rit r (het nummer geeft aan of het de eerste of tweede (of meer) keer is in het uur dat de treinserie rijdt).
F^H	Omrekenfactor van halteertijd in de planning naar minimale halteertijd in de realisatie.
F^L	Factor waarmee de rijtijd van een oorspronkelijke rit maximaal mag worden ingekort.
F^N	Omrekenfactor van norm in de planning naar norm in de uitvoering.
M	Marge waarin een vertraging niet geldt als een vertraging voor de punctualiteit.
M^S	Mate waarin de aankomst- en vertrektijden mogen worden veranderd (plus en min).

M^T	Mate waarin rijtijden veranderd mogen worden (plus en min).
N_B	Aantal ritten dat eindigt met een aankomst op een randpunt of een doorkomst op een randpunt.
N_D	Aantal dagen.
$N_{H,r}$	Aantal halteringen gedurende rit r .
N_M	Aantal ritten dat eindigt met een aankomst op een meetpunt of een doorkomst op een meetpunt.
N_R	Totaal aantal ritten.
N_{RA}	Aantal ritten dat eindigt met een aankomst in het algemeen of een doorkomst op een randpunt.
N_S	Aantal verschillende treinserienummers.
N_U	Aantal uur.
N_Y	Aantal relaties.
S	Totale rijtijdspeling in de oorspronkelijke dienstregeling.
S^N	Totale negatieve speling in de oorspronkelijke dienstregeling.
T_r	Plantijd van rit r in oorspronkelijke dienstregeling.
$W_{c,x,g}$	Gewicht voor c_r en x_r en g_y (geplande tijd onder minimale tijd van respectievelijk opvolgtijden aankomsten, vertrekken en relaties).
W_h	Gewicht voor gerealiseerde vertrekvertraging $h_{r,d,u}$.
W_{l_A}	Gewicht voor de gemiddelde vertraging voor ritten met een aankomst (in het algemeen) of een doorkomst op een randpunt.
W_{l_B}	Gewicht voor de gemiddelde vertraging voor ritten met een aankomst op een randpunt of een doorkomst op een randpunt.
W_{l_M}	Gewicht voor de gemiddelde vertraging voor ritten met een aankomst op een meetpunt of een doorkomst op een meetpunt.
W_{l_R}	Gewicht voor de gemiddelde vertraging voor alle ritten.
W_{m_A}	Gewicht voor de gemiddelde vertraging groter dan de marge M voor ritten met een aankomst (in het algemeen) of een doorkomst op een randpunt.
W_{m_B}	Gewicht voor de gemiddelde vertraging groter dan de marge M voor ritten met een aankomst op een randpunt of een doorkomst op een randpunt.
W_{m_M}	Gewicht voor de gemiddelde vertraging groter dan de marge M voor ritten met een aankomst op een meetpunt of een doorkomst op een meetpunt.
W_{m_R}	Gewicht voor de gemiddelde vertraging groter dan de marge M voor alle ritten.
W_n	Gewicht voor negatieve rijtijdspeling n_r .

Bijlage B

Data traject Utrecht-Zwolle

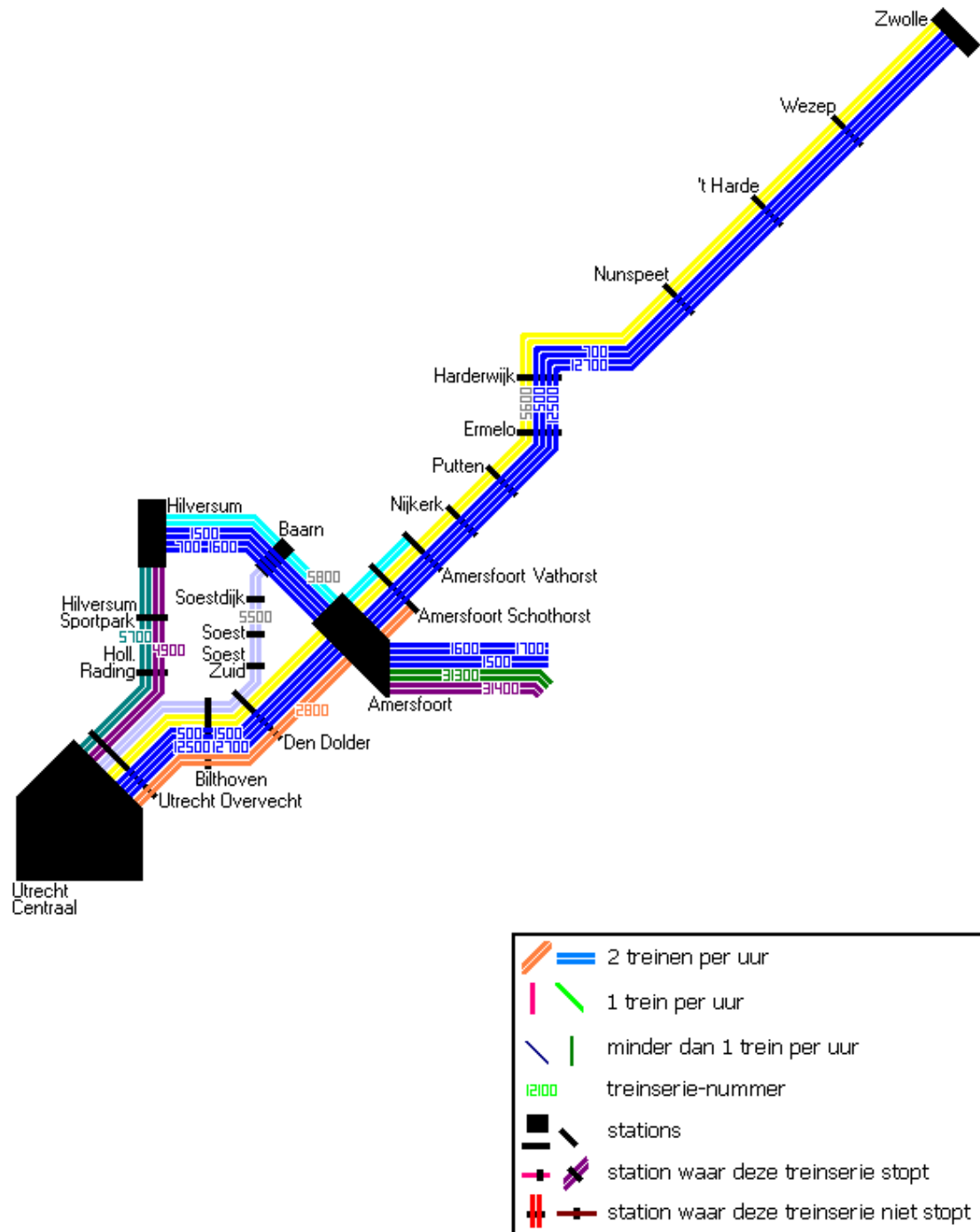
Het traject Utrecht-Zwolle is gebruikt om de verschillende versies van het stochastisch optimalisatie model met elkaar te vergelijken. In deze bijlage staat de benodigde invoer (zoals vermeld staat in sectie 3.1) voor dit traject beschreven. Een overzicht van alle treinseries voor reizigers op dit traject staat in Figuur B.1. Alle dienstregelpunten hebben een vaste afkorting die ook in de beschrijving van het traject voorkomt. Daarom staan in Tabel B.1 de afkortingen voor de dienstregelpunten die gebruikt worden op het traject Utrecht-Zwolle. Wanneer er een 1 achter een afkorting staat, betekent dit dat er meerdere sporen gebruikt kunnen worden op dat baanvak. Door de toevoeging wordt aangegeven welke trein over welk spoor rijdt.

Ritten

Op het traject Utrecht-Zwolle rijden zowel treinen voor reizigers als goederentreinen. De goederentreinenritten hebben treinserienummers 420 tot en met 429. De ritten met treinserienummers 31300 en 31400 zijn geen treinen van de Nederlandse Spoorwegen, maar van Connexxion. Een overzicht van alle ritten $r \in R$ met de treinserienummers ν_r , richtingen ρ_r , herhalingsnummers ψ_r , vertrekplaatsen δ_r , aankomstplaatsen τ_r , vertrektijden ϕ_r , aankomsttijden α_r , technisch minimale rijtijden κ_r , type vertrekken TV_r , type aankomsten TA_r , halteertijden σ_r en aantal tussentijdse haltingen $N_{H,r}$ staat in Tabel B.2.

Relaties

Tussen de verschillende ritten op het traject moeten vooraf vastgestelde relaties $y \in Y$ gelden. Voor alle relaties is de plaats π_y , het type van de eerste rit $T_{y(1)}$, het treinserienummer van de eerste rit $\nu_{y(1)}$, de richting van de eerste rit $\rho_{y(1)}$, het herhalingsnummer van de eerste rit $\psi_{y(1)}$, het type van de tweede rit $T_{y(2)}$, het treinserienummer van de tweede rit $\nu_{y(2)}$, de richting van



Figuur B.1: Treinseries traject Utrecht-Zwolle

Afk.	Dienstregelpunt	Afk.	Dienstregelpunt
Ut	Utrecht Centraal	Eml	Ermelo
Uto	Utrecht Overvecht	Hd	Harderwijk
Blw	Blauwkapel West Aansluiting	Ns	Nunspeet
Bloa	Aansluiting hoge sporen Blauwkapel Oost	Hde	't Harde
Bhv	Bilthoven	Wz	Wezep
Dld	Den Dolder	Ijbrzl	IJsselbrug Zwolle
Amf	Amersfoort	Zl	Zwolle
Ama	Amersfoort Aansluiting	Hvs	Hilversum
Amfs	Amersfoort Schothorst	Bnva	Barneveld Aansluiting
Avat	Amersfoort Vathorst	St	Soest
Nkk	Nijkerk	Brn	Baarn
Pt	Putten		

Tabel B.1: Afkortingen voor dienstregelpunten op het traject Utrecht-Zwolle

de tweede rit $\rho_{y(2)}$, het herhalingsnummer van de tweede rit $\psi_{y(2)}$, de minimale tijd tussen de twee activiteiten ζ_y en de maximale tijd tussen de twee activiteiten η_y weergegeven in Tabel B.3.

Baanvakken

De baanvakken die gebruikt worden op het traject staan beschreven in Tabel B.4. De vertrekplaats van een baanvak wordt weergegeven met δ_b en de aankomstplaats met τ_b .

Stations met meet- en randpunten

Het traject heeft stations die meetpunt zijn en dienstregelpunten (voornamelijk stations) als randpunt. Deze dienstregelpunten staan in Tabel B.5. Niet alle treinserienummers worden gemeten voor de punctualiteit in de analyses die zijn uitgevoerd voor dit traject. Dit gebeurt alleen voor de treinserienummers: 500, 12500, 700, 12700, 1500, 2800, 5600, 5800, 1700 en 1600.

Fixeren treinen

De vertrek- en aankomsttijden van treinen die voor het traject Utrecht-Zwolle al rijden en/of erna nog rijden moeten worden gefixeerd bij de randpunten. Deze plaatsen en treinserienummers staat in Tabel B.6. Verder worden alle ritten met de treinserienummers 31300 en 31400

vastgelegd, want dit zijn geen treinen van de Nederlandse Spoorwegen. Ook mogen alle tijden van goederentreinen niet veranderen.

Importvertragingen

Treinen die vanaf een ander traject op het traject Utrecht-Zwolle komen te rijden kunnen een vertraging meenemen die in het eerdere stuk is veroorzaakt. Dit wordt importvertraging genoemd. De gemiddelde importvertragingen in minuten die gebruikt worden in het model voor ritten met treinserienummer ν_r , richting ρ_r , herhalingsnummer ψ_r en vertrekplaats δ_r staan in Tabel B.7.

Brugopening

Vlak voor station Zwolle is er een brug die af en toe opengaat. Deze brug kan opengaan tussen minuut 24 en 30 en minuut 54 en 60 in ieder uur. Op deze tijden mag er geen aankomst en/of vertrek vanaf deze plaats gepland worden.

Te korte opvolgtijden

Het is mogelijk om het model te korte opvolgtijden voor aankomsten, vertrekken en relaties te laten weergeven voor de situatie waarin de vertrek- en aankomsttijden allemaal vast staan. Deze te korte opvolgtijden kunnen vervolgens als invoer gebruikt worden voor tijdens het optimaliseren. De te korte opvolgtijden bij aankomst staat in Tabel B.8 en bij vertrek in Tabel B.9. Er zijn geen te korte opvolgtijden voor de relaties.

ν_r	ρ_r	ψ_r	δ_r	τ_r	ϕ_r	α_r	κ_r	TV _r	TA _r	σ_r	$N_{H,r}$
500	H	1	Ut	Bloa	20	25	3,9	V	D	0	0
500	H	1	Bloa	Bhv	25	27	1,5	D	D	0	0
500	H	1	Bhv	Dld	27	29	1,3	D	D	0	0
500	H	1	Dld	Amf	29	34	5,6	D	A	4	0
500	H	1	Amf	Ama	38	40	2	V	D	0	0
500	H	1	Ama	Amfs	40	41	0,6	D	D	0	0
500	H	1	Amfs	Avat	41	43	1,2	D	D	0	0
500	H	1	Avat	Zl	43	14	28,6	D	A	0	0
12500	H	1	Ut	Bloa	17	22	3,9	V	D	0	0
12500	H	1	Bloa	Bhv	22	24	1,5	D	D	0	0
12500	H	1	Bhv	Dld	24	26	1,3	D	D	0	0
12500	H	1	Dld	Amf	26	31	5,6	D	A	3	0
12500	H	1	Amf	Ama	34	36	2	V	D	0	0
12500	H	1	Ama	Amfs	36	37	0,6	D	D	0	0
12500	H	1	Amfs	Avat	37	39	1,2	D	D	0	0
12500	H	1	Avat	Zl	39	11	28,6	D	A	0	0
12700	H	1	Ut	Bloa	47	52	3,9	V	D	0	0
12700	H	1	Bloa	Bhv	52	54	1,5	D	D	0	0
12700	H	1	Bhv	Dld	54	56	1,3	D	D	0	0
12700	H	1	Dld	Amf	56	1	5,6	D	A	3	0
12700	H	1	Amf	Ama	4	6	2	V	D	0	0
12700	H	1	Ama	Amfs	6	7	0,6	D	D	0	0
12700	H	1	Amfs	Avat	7	9	1,2	D	D	0	0
12700	H	1	Avat	Zl	9	41	28,6	D	A	0	0
5600	H	1	Ut1	Uto	19	24	4	V	A	0	0
5600	H	1	Uto	Blw	24	25	0,9	V	D	0	0
5600	H	1	Blw	Bloa	25	28	1	D	D	0	0
5600	H	1	Bloa	Bhv	28	30	3,6	D	A	0	0
5600	H	1	Bhv	Dld	30	35	3	V	A	0	0
5600	H	1	Dld	Amf	35	41	6,2	V	A	1	0
5600	H	1	Amf	Ama	42	44	1	V	D	0	0
5600	H	1	Ama	Amfs	44	46	2,3	D	A	0	0
5600	H	1	Amfs	Avat	46	49	3	V	A	0	0
5600	H	1	Avat	Nkk	49	54	4,4	V	A	0	0
5600	H	1	Nkk	Pt	54	0	5,1	V	A	0	0
5600	H	1	Pt	Eml	0	4	3,6	V	A	0	0
5600	H	1	Eml	Hd	4	8	4,7	V	A	0	0
5600	H	1	Hd	Ns	8	16	6,9	V	A	0	0
5600	H	1	Ns	Hde	16	22	5,3	V	A	0	0

ν_r	ρ_r	ψ_r	δ_r	τ_r	ϕ_r	α_r	κ_r	TV_r	TA_r	σ_r	$N_{H,r}$	ν_r	ρ_r	ψ_r	δ_r	τ_r	ϕ_r	α_r	κ_r	TV_r	TA_r	σ_r	$N_{H,r}$
5600	H	1	Hde	Wz	22	28	5,7	V	A	0	0	5600	T	1	Bloa	Uto	28	31	3,3	D	A	0	0
5600	H	1	Wz	Ijbrzl	28	32	3,4	V	D	0	0	5600	T	1	Uto	Utl	31	36	3,5	V	A	0	0
5600	H	1	Ijbrzl	Zl	32	37	3,4	D	A	0	0	5600	T	2	Zl	Ijbrzl	49	52	2,7	V	D	0	0
5600	H	2	Utl	Uto	49	54	4	V	A	0	0	5600	T	2	Ijbrzl	Wz	52	55	3,9	D	A	0	0
5600	H	2	Uto	Blw	54	55	0,9	V	D	0	0	5600	T	2	Wz	Hde	55	1	6,5	V	A	0	0
5600	H	2	Blw	Bloa	55	58	1	D	D	0	0	5600	T	2	Hde	Ns	1	7	5,8	V	A	0	0
5600	H	2	Bloa	Bhv	58	0	3,6	D	A	0	0	5600	T	2	Ns	Hd	7	15	7,3	V	A	0	0
5600	H	2	Bhv	Dld	0	5	3	V	A	0	0	5600	T	2	Hd	Eml	15	19	3,9	V	A	0	0
5600	H	2	Dld	Amf	5	11	6,2	V	A	1	0	5600	T	2	Eml	Pt	19	23	3,8	V	A	0	0
5600	H	2	Dld	Ama	12	14	1	V	D	0	0	5600	T	2	Pt	Nkk	23	29	5,2	V	A	0	0
5600	H	2	Ama	Amfs	14	16	2,3	D	A	0	0	5600	T	2	Nkk	Avat	29	34	4,2	V	A	0	0
5600	H	2	Amfs	Avat	16	19	3	V	A	0	0	5600	T	2	Avat	Amfs	34	38	3	V	A	0	0
5600	H	2	Avat	Nkk	19	24	4,4	V	A	0	0	5600	T	2	Amfs	Ama	38	40	1	V	D	0	0
5600	H	2	Nkk	Pt	24	30	5,1	V	A	0	0	5600	T	2	Ama	Amf	40	43	2	D	A	1	0
5600	H	2	Pt	Eml	30	34	3,6	V	A	0	0	5600	T	2	Amf	Dld	44	51	7,1	V	A	0	0
5600	H	2	Eml	Hd	34	38	4,7	V	A	0	0	5600	T	2	Dld	Bhv	51	56	3,5	V	A	0	0
5600	H	2	Hd	Ns	38	46	6,9	V	A	0	0	5600	T	2	Bhv	Bloa	56	58	2	V	D	0	0
5600	H	2	Ns	Hde	46	52	5,3	V	A	0	0	5600	T	2	Bloa	Uto	58	1	3,3	D	A	0	0
5600	H	2	Hde	Wz	52	58	5,7	V	A	0	0	5600	T	2	Uto	Utl	1	6	3,5	V	A	0	0
5600	H	2	Wz	Ijbrzl	58	2	3,4	V	D	0	0	5600	T	2	Uto								
5600	H	2	Ijbrzl	Zl	2	7	3,4	D	A	0	0	5800	T	1	Avat	Amfs	22	26	3,3	V	A	0	0
5800	H	1	Hvs	Amf	10	25	12,9	V	A	2	1	5800	T	1	Amfs	Ama	26	27	0,9	V	D	0	0
5800	H	1	Amf	Ama	27	29	2	V	D	0	0	5800	T	1	Ama	Amf	27	30	2,4	D	A	5	0
5800	H	1	Ama	Amfs	29	31	1,3	D	A	0	0	5800	T	1	Amf	Hvs	35	48	12,9	V	A	0	1
5800	H	1	Amfs	Avat	31	35	3	V	A	0	0	5800	T	2	Avat	Amfs	52	56	3,3	V	A	0	0
5800	H	2	Hvs	Amf	40	55	12,9	V	A	2	1	5800	T	2	Amfs	Ama	56	57	0,9	V	D	0	0
5800	H	2	Amf	Ama	57	59	2	V	D	0	0	5800	T	2	Ama	Amf	57	0	2,4	D	A	5	0
5800	H	2	Ama	Amfs	59	1	1,3	D	A	0	0	5800	T	2	Amf	Hvs	5	18	12,9	V	A	0	1
5800	H	2	Amfs	Avat	1	5	3	V	A	0	0	5800	T	2	Amfs	Ama	34	35	1,1	V	D	0	0
2800	H	1	Ut	Bloa	31	35	3,8	V	D	0	0	2800	T	1	Amfs	Ama	35	38	2,6	D	A	2	0
2800	H	1	Bloa	Bhv	35	37	1,6	D	D	0	0	2800	T	1	Ama	Amf	40	46	5,9	V	D	0	0
2800	H	1	Bhv	Dld	37	39	1,3	D	D	0	0	2800	T	1	Amf	Dld	46	48	1,3	D	D	0	0
2800	H	1	Dld	Amf	39	45	5,6	D	A	6	0	2800	T	1	Bhv	Bloa	48	50	1,2	D	D	0	0
2800	H	1	Amf	Ama	51	54	2,2	V	D	0	0	2800	T	1	Bloa	Ut	50	59	4,5	D	A	0	0
2800	H	1	Ama	Amfs	54	56	1,3	D	A	0	0	2800	T	1	Amfs	Ama	4	5	1,1	V	D	0	0
2800	H	2	Ut	Bloa	1	5	3,8	V	D	0	0	2800	T	2	Amfs	Amf	5	8	2,6	D	A	2	0
2800	H	2	Bloa	Bhv	5	7	1,6	D	D	0	0	2800	T	2	Ama	Amf	10	16	5,9	V	D	0	0
2800	H	2	Bhv	Dld	7	9	1,3	D	D	0	0	2800	T	2	Amf	Dld	16	18	1,3	D	D	0	0
2800	H	2	Dld	Amf	9	15	5,6	D	A	6	0	2800	T	2	Dld	Bhv							

ν_r	ρ_r	ψ_r	δ_r	τ_r	ϕ_r	α_r	κ_r	TV_r	TA_r	σ_r	$N_{H,r}$
2800	H	2	Amf	Ama	21	24	2,2	V	D	0	0
2800	H	2	Ama	Amfs	24	26	1,3	D	A	0	0
5500	H	1	Ut1	Uto	5	9	4,1	V	A	0	0
5500	H	1	Uto	Blw	9	10	0,9	V	D	0	0
5500	H	1	Blw	Bloa	10	13	1	D	D	0	0
5500	H	1	Bloa	Bhv	13	16	3,1	D	A	0	0
5500	H	1	Bhv	Dld	16	21	2,9	V	A	1	0
5500	H	1	Dld	St	22	29	6,5	V	A	1	1
5500	H	1	St	Brn	30	38	6,8	V	A	0	1
5500	H	2	Ut1	Uto	35	39	4,1	V	A	0	0
5500	H	2	Uto	Blw	39	40	0,9	V	D	0	0
5500	H	2	Blw	Bloa	40	43	1	D	D	0	0
5500	H	2	Bloa	Bhv	43	46	3,1	D	A	0	0
5500	H	2	Bhv	Dld	46	51	2,9	V	A	1	0
5500	H	2	Dld	St	52	59	6,5	V	A	1	1
5500	H	2	St	Brn	0	8	6,8	V	A	0	1
5700	H	1	Hvs	Blw	31	44	11,8	V	D	0	2
5700	H	1	Blw	Uto	44	46	1,6	D	A	0	0
5700	H	1	Uto	Ut1	46	51	3,6	V	A	0	0
5700	H	2	Hvs	Blw	1	14	11,8	V	D	0	2
5700	H	2	Blw	Uto	14	16	1,6	D	A	0	0
5700	H	2	Uto	Ut1	16	21	3,6	V	A	0	0
4900	H	1	Hvs	Blw	44	55	9,6	V	D	0	1
4900	H	1	Blw	Uto	55	57	1,6	D	A	0	0
4900	H	1	Uto	Ut1	57	2	3,5	V	A	0	0
4900	H	2	Hvs	Blw	14	25	9,6	V	D	0	1
4900	H	2	Blw	Uto	25	27	1,6	D	A	0	0
4900	H	2	Uto	Ut1	27	32	3,5	V	A	0	0
1700	H	1	Ut	Bloa	50	55	4	V	D	0	0
1700	H	1	Bloa	Bhv	55	57	1,4	D	D	0	0
1700	H	1	Bhv	Dld	57	59	1,3	D	D	0	0
1700	H	1	Dld	Amf	59	4	5,6	D	A	6	0
1700	H	1	Amf	Amal	10	12	2	V	D	0	0
1700	H	1	Amal	Bnva	12	20	6,7	D	A	0	0
1500	H	1	Hvs	Amf	19	32	11,8	V	A	4	0
1500	H	1	Amf	Amal	36	38	2,7	V	D	0	0
1500	H	1	Amal	Bnva	38	46	6,5	D	A	0	0
1500	H	2	Hvs	Amf	49	2	11,8	V	A	4	0
1500	H	2	Amf	Amal	6	8	2,7	V	D	0	0

ν_r	ρ_r	ψ_r	δ_r	τ_r	ϕ_r	α_r	κ_r	TV _r	TA _r	σ_r	$N_{H,r}$	ν_r	ρ_r	ψ_r	δ_r	τ_r	ϕ_r	α_r	κ_r	TV _r	TA _r	σ_r	$N_{H,r}$
1500	H	2	Amal	Bnva	8	16	6,5	D	A	0	0	1500	T	2	Amf	Hvs	28	40	10,9	V	A	0	0
1600	H	1	Hvs	Amf	22	35	11,1	V	A	6	0	1600	T	1	Bnva	Amal	13	21	7,1	V	D	0	0
1600	H	1	Amf	Amal	41	43	2	V	D	0	0	1600	T	1	Amal	Amf	21	23	2	D	A	2	0
1600	H	1	Amal	Bnva	43	51	6,7	D	A	0	0	1600	T	1	Amf	Hvs	25	37	10,6	V	A	0	0
700	H	1	Hvs	Amf	52	5	11,1	V	A	3	0	700	T	1	Zl	Avat	16	47	28,4	V	D	0	0
700	H	1	Amf	Ama	8	10	2	V	D	0	0	700	T	1	Avat	Amfs	47	49	1,3	D	D	0	0
700	H	1	Ama	Amfs	10	11	0,6	D	D	0	0	700	T	1	Amfs	Ama	49	50	0,5	D	D	0	0
700	H	1	Amfs	Avat	11	12	1,2	D	D	0	0	700	T	1	Ama	Amf	50	53	2,2	D	A	2	0
700	H	1	Avat	Zl	12	44	28,6	D	A	0	0	700	T	1	Amf	Hvs	55	7	10,6	V	A	0	0
31300	H	1	Amf	Amal	45	48	1,9	V	D	0	0	31300	T	1	Bnva	Amal	23	31	7,1	D	D	0	0
31300	H	1	Amal	Bnva	48	56	7,7	D	D	0	0	31300	T	1	Amal	Amf	31	35	2,1	D	A	0	0
31300	H	2	Amf	Amal	15	18	1,9	V	D	0	0	31300	T	2	Bnva	Amal	53	1	7,1	D	D	0	0
31300	H	2	Amal	Bnva	18	26	7,7	D	D	0	0	31300	T	2	Amal	Amf	1	5	2,1	D	A	0	0
31400	H	1	Amf	Amal	0	2	1,9	V	D	0	0	31400	T	1	Bnva	Amal	8	18	7,1	D	D	0	0
31400	H	1	Amal	Bnva	2	12	7,7	D	D	0	0	31400	T	1	Amal	Amf	18	20	2,1	D	D	0	0
31400	H	2	Amf	Amal	30	32	1,9	V	D	0	0	31400	T	2	Bnva	Amal	38	48	7,1	D	D	0	0
31400	H	2	Amal	Bnva	32	42	7,7	D	D	0	0	31400	T	2	Amal	Amf	48	50	2,1	D	D	0	0
420	H	1	Ut	Bloa	4	10	6,3	D	D	0	0	424	H	1	Hde	Avat	36	9	30,2	D	D	0	0
420	H	1	Bloa	Bhv	10	13	2,6	D	D	0	0	424	H	1	Avat	Amfs	9	11	1,8	D	D	0	0
420	H	1	Bhv	Dld	13	15	2	D	D	0	0	424	H	1	Amfs	Ama	11	13	0,7	D	D	0	0
420	H	1	Dld	Amf	15	24	7,9	D	D	0	0	424	H	1	Ama	Amf	13	16	3,1	D	A	16	0
420	H	1	Amf	Ama	24	27	2,8	D	D	0	0	424	H	1	Amf	Dld	32	41	8,6	V	D	0	0
420	H	1	Ama	Amfs	27	28	0,8	D	D	0	0	424	H	1	Dld	Bhv	41	44	2	D	D	0	0
420	H	1	Amfs	Avat	28	30	2,4	D	D	0	0	424	H	1	Bhv	Bloa	44	47	2	D	D	0	0
420	H	1	Avat	Pt	30	42	11,6	D	D	0	0	424	H	1	Bloa	Ut	47	56	7,2	D	D	0	0
421	H	1	Ut	Bloa	34	40	5,8	D	D	0	0	425	H	1	Bnva	Amal	33	43	8,9	D	D	0	0
421	H	1	Bloa	Bhv	40	43	2,2	D	D	0	0	425	H	1	Amal	Amf	43	46	3,1	D	A	16	0
421	H	1	Bhv	Dld	43	45	2	D	D	0	0	425	H	1	Amf	Dld	2	11	8,6	V	D	0	0
421	H	1	Dld	Amf	45	54	7,5	D	D	0	0	425	H	1	Dld	Bhv	11	14	2	D	D	0	0
421	H	1	Amf	Amal	54	57	2,6	D	D	0	0	425	H	1	Bhv	Bloa	14	17	2	D	D	0	0
421	H	1	Amal	Bnva	57	6	9,4	D	D	0	0	425	H	1	Bloa	Ut	17	26	7,2	D	D	0	0
422	H	1	Hvs	Amf	3	19	15,1	D	D	0	0	426	H	1	Bnva	Amal	25	37	12,6	D	D	0	0
422	H	1	Amf	Amal	19	22	2,8	D	D	0	0	426	H	1	Amal	Amf	37	40	2,7	D	D	0	0
422	H	1	Amal	Bnva	22	33	11,1	D	D	0	0	426	H	1	Amf	Hvs	40	56	15	D	D	0	0
423	H	1	Hvs	Amf	33	49	15,1	D	D	0	0	427	H	1	Bnva	Amal	57	7	9,9	D	D	0	0
423	H	1	Amf	Amal	49	52	2,8	D	D	0	0	427	H	1	Amf	Hvs	10	26	15	D	D	0	0
423	H	1	Amal	Bnva	52	4	11,1	D	D	0	0	427	H	1	Amal	Amf	7	10	2,8	D	D	0	0
428	H	1	Zl	Hde	29	48	16,5	D	A	18	0	429	H	1	Hvs	Amf	3	19	15,1	D	D	0	0
428	H	1	Hde	Avat	6	39	34,1	V	D	0	0	429	H	1	Amf	Ama	19	22	2,7	D	D	0	0

ν_r	ρ_r	ψ_r	δ_r	τ_r	ϕ_r	α_r	κ_r	TV _r	TA _r	σ_r	$N_{H,r}$
428	H	1	Avat	Amfs	39	42	2,1	D	D	0	0
428	H	1	Amfs	Ama	42	43	0,7	D	D	0	0
428	H	1	Ama	Amf	43	46	3,1	D	A	24	0
428	H	1	Amf	Hvs	10	26	15,6	V	D	0	0

Tabel B.2: Alle ritten op het traject Utrecht-Zwolle

π_y	$T_{y(1)}$	$\nu_{y(1)}$	$\rho_{y(1)}$	$\psi_{y(1)}$	$T_{y(2)}$	$\nu_{y(2)}$	$\rho_{y(2)}$	$\psi_{y(2)}$	ζ_y	η_y
Amf	A	1700	H	1	V	700	H	1	2	7
Amf	A	700	H	1	V	1700	H	1	2	7
Amf	A	500	H	1	V	1600	H	1	2	7
Amf	A	1600	H	1	V	500	H	1	2	7
Amf	A	1500	H	2	V	12700	H	1	2	7
Amf	A	12700	H	1	V	1500	H	2	2	7
Amf	A	1500	H	1	V	12500	H	1	2	7
Amf	A	12500	H	1	V	1500	H	1	2	7
Amf	A	1500	T	2	V	12500	T	1	2	7
Amf	A	12500	T	1	V	1500	T	2	2	10
Amf	A	1500	T	1	V	12700	T	1	2	7
Amf	A	12700	T	1	V	1500	T	1	2	10
Amf	A	1600	T	1	V	500	T	1	2	7
Amf	A	500	T	1	V	1600	T	2	2	5
Amf	A	700	T	1	V	1700	T	1	2	5
Amf	A	1700	T	1	V	700	T	1	2	5
Avat	A	5800	H	2	V	5800	T	1	15	59
Avat	A	5800	H	1	V	5800	T	2	15	59
Avat	V	5600	T	1	A	424	H	1	3	59
Avat	A	424	H	1	A	12500	T	1	3	59
Avat	V	5600	T	1	A	12500	T	1	3	59
Avat	A	12500	T	1	A	500	T	1	3	59
Avat	A	500	T	1	A	5600	T	2	3	59
Avat	V	5600	T	2	A	428	H	1	3	59
Avat	A	428	H	1	A	12700	T	1	3	59
Avat	V	5600	T	2	A	12700	T	1	3	59
Avat	A	12700	T	1	A	700	T	1	3	59
Avat	A	700	T	1	A	5600	T	1	3	59
Avat	A	12700	H	1	A	700	H	1	3	59
Avat	A	700	H	1	A	5600	H	2	3	59

π_y	$T_{y(1)}$	$\nu_{y(1)}$	$\rho_{y(1)}$	$\psi_{y(1)}$	$T_{y(2)}$	$\nu_{y(2)}$	$\rho_{y(2)}$	$\psi_{y(2)}$	ζ_y	η_y	π_y	$T_{y(1)}$	$\nu_{y(1)}$	$\rho_{y(1)}$	$\psi_{y(1)}$	$T_{y(2)}$	$\nu_{y(2)}$	$\rho_{y(2)}$	$\psi_{y(2)}$	ζ_y	η_y
Avat	V	5600	H	2	A	429	H	1	3	59	Ut	V	2800	H	2	V	500	H	1	9	59
Avat	A	429	H	1	A	420	H	1	3	59	St	A	5500	H	1	V	5500	T	1	1	59
Avat	A	420	H	1	A	5800	H	1	3	59	St	A	5500	H	2	V	5500	T	2	1	59
Avat	V	5600	H	2	A	420	H	1	3	59	Amf	V	12700	H	1	V	1500	H	2	2	59
Avat	V	5600	H	2	A	12500	H	1	3	59	Amf	V	12500	H	1	V	1500	H	1	2	59
Avat	V	429	H	1	A	12500	H	1	3	59	Amf	V	500	H	1	V	1600	H	1	2	59
Avat	A	12500	H	1	A	500	H	1	3	59	Amf	V	422	H	1	V	2800	H	2	2	59
Avat	A	500	H	1	A	5600	H	1	3	59	Amf	V	423	H	1	V	2800	H	1	2	59
Avat	V	5600	H	1	A	12700	H	1	3	59	Amf	A	12700	H	1	A	700	H	1	3	59
Amfs	A	2800	H	1	V	2800	T	2	8	59	Amf	A	700	H	1	V	2800	T	2	3	59
Amfs	A	2800	H	2	V	2800	T	1	8	59	Amf	A	700	H	1	A	5600	H	2	3	59
Amfs	V	5600	T	1	A	424	H	1	3	59	Amf	A	1600	H	1	A	5600	H	1	3	59
Amfs	A	424	H	1	A	12500	T	1	3	59	Amf	V	12500	T	1	A	5800	H	1	1	59
Amfs	V	5600	T	1	A	12500	T	1	3	59	Amf	V	12700	T	1	A	5800	H	2	1	59
Amfs	A	12500	T	1	A	500	T	1	3	59	Amf	A	5800	H	1	V	500	T	1	0	59
Amfs	A	500	T	1	A	5800	T	1	3	59	Amf	V	500	T	1	V	1500	T	2	3	59
Amfs	V	5800	T	1	A	5600	T	2	3	59	Amf	A	12500	H	1	A	1600	H	1	3	59
Amfs	V	5600	T	2	A	428	H	1	3	59	Amf	A	1600	H	1	V	2800	T	1	3	59
Amfs	A	428	H	1	A	12700	T	1	3	59	Amf	A	5800	H	2	V	1700	T	1	0	59
Amfs	V	5600	T	2	A	12700	T	1	3	59	Amf	V	1700	T	1	V	1500	T	1	3	59
Amfs	A	12700	T	1	A	700	T	1	3	59	Amf	A	5800	H	1	A	12500	H	1	3	59
Amfs	A	700	T	1	A	5800	T	2	3	59	Amf	A	5800	H	2	A	12700	H	1	3	59
Amfs	V	5800	T	2	A	5600	T	1	3	59	Amf	A	5600	H	2	A	422	H	1	3	59
Amfs	V	5800	H	2	A	12700	H	1	3	59	Amf	A	5600	H	2	A	429	H	1	4	59
Amfs	A	12700	H	1	A	700	H	1	3	59	Amf	A	422	H	1	V	12500	T	1	2	59
Amfs	A	700	H	1	A	5600	H	2	3	59	Amf	A	429	H	1	V	12500	T	1	2	59
Amfs	V	5600	H	2	A	429	H	1	3	59	Amf	A	5600	H	1	A	423	H	1	3	59
Amfs	A	429	H	1	A	420	H	1	3	59	Amf	A	423	H	1	V	12700	T	1	2	59
Amfs	A	420	H	1	A	5800	H	1	3	59	Amf	A	422	H	1	V	500	T	1	3	59
Amfs	V	5600	H	2	A	420	H	1	3	59	Amf	A	429	H	1	V	500	T	1	3	59
Amfs	V	5600	H	2	A	5800	H	1	3	59	Amf	A	423	H	1	V	1700	T	1	3	59
Amfs	A	429	H	1	A	5800	H	1	3	59	Amf	A	1500	H	1	V	424	H	1	0	59
Amfs	V	5800	H	1	A	12500	H	1	3	59	Amf	V	424	H	1	V	5800	T	1	3	59
Amfs	A	12500	H	1	A	500	H	1	3	59	Amf	A	1500	H	2	V	425	H	1	0	59
Amfs	A	500	H	1	A	5600	H	1	3	59	Amf	V	425	H	1	V	5800	T	2	3	59
Amfs	V	5600	H	1	A	5800	H	2	3	59	Zl	A	5600	H	2	A	12500	H	1	3	59
Brn	A	5500	H	2	V	5500	T	1	13	59	Zl	A	5600	H	1	A	12700	H	1	3	59
Brn	A	5500	H	1	V	5500	T	2	13	59	Zl	V	700	T	1	V	5600	T	1	3	59
Hvs	V	1500	T	1	A	5800	T	2	3	59	Zl	V	500	T	1	V	5600	T	2	3	59

π_y	$T_{y(1)}$	$\nu_{y(1)}$	$\rho_{y(1)}$	$\psi_{y(1)}$	$T_{y(2)}$	$\nu_{y(2)}$	$\rho_{y(2)}$	$\psi_{y(2)}$	ζ_y	η_y	π_y	$T_{y(1)}$	$\nu_{y(1)}$	$\rho_{y(1)}$	$\psi_{y(1)}$	$T_{y(2)}$	$\nu_{y(2)}$	$\rho_{y(2)}$	$\psi_{y(2)}$	ζ_y	η_y
Hvs	V	5800	T	2	A	428	H	1	3	59	Zl	A	429	H	1	A	5600	H	1	3	59
Hvs	V	5800	T	2	A	427	H	1	3	59	Zl	V	5600	T	1	V	428	H	1	3	59
Hvs	A	428	H	1	A	1500	T	2	3	59	Dld	A	5600	T	1	V	5500	H	1	1	59
Hvs	A	427	H	1	A	1500	T	2	3	59	Dld	A	5600	T	2	V	5500	H	2	1	59
Hvs	V	5800	T	2	A	1500	T	2	3	59	Dld	A	1700	T	1	A	5500	T	2	3	59
Hvs	V	1500	T	2	A	5800	T	1	3	59	Dld	A	500	T	1	A	5500	T	1	3	59
Hvs	V	5800	T	1	A	426	H	1	3	59	Dld	A	5500	T	2	A	425	H	1	3	59
Hvs	A	426	H	1	A	1500	T	1	3	59	Dld	A	5500	T	1	A	424	H	1	3	59
Hvs	V	5800	T	1	A	1500	T	1	3	59	Bloa	V	1700	T	1	V	5500	T	2	3	59
Hvs	V	700	T	1	A	4900	T	2	3	59	Bloa	V	5500	T	2	V	425	H	1	3	59
Hvs	V	4900	T	2	A	5700	T	2	3	59	Bloa	V	5500	T	2	V	2800	T	2	3	59
Hvs	V	5700	T	2	A	1600	T	1	3	59	Bloa	V	500	T	1	V	5500	T	1	3	59
Hvs	V	1600	T	1	A	4900	T	1	3	59	Bloa	V	5500	T	1	V	424	H	1	3	59
Hvs	V	4900	T	1	A	5700	T	1	3	59	Bloa	V	5500	T	1	V	2800	T	1	3	59
Hvs	V	5700	T	1	A	700	T	1	3	59	Bloa	V	2800	T	2	V	5600	T	1	3	59
Hvs	V	5800	H	1	A	1500	H	1	3	59	Bloa	V	5600	T	1	V	12500	T	1	3	59
Hvs	V	1500	H	1	A	5800	H	2	3	59	Bloa	V	2800	T	1	V	5600	T	2	3	59
Hvs	V	5800	H	2	A	1500	H	2	3	59	Bloa	V	5600	T	2	V	12700	T	1	3	59
Hvs	V	1500	H	2	A	5800	H	1	3	59	Bloa	V	2800	H	2	V	5500	H	1	3	59
Hvs	A	429	H	1	A	4900	H	2	3	59	Bloa	V	2800	H	1	V	5500	H	2	3	59
Hvs	A	422	H	1	A	4900	H	2	3	59	Dld	V	5500	T	2	V	2800	T	2	3	59
Hvs	V	4900	H	2	A	1600	H	1	3	59	Dld	V	5500	T	1	V	2800	T	1	3	59
Hvs	V	1600	H	1	A	423	H	1	3	59	Dld	V	2800	H	2	V	5500	H	1	3	59
Hvs	A	423	H	1	A	4900	H	1	3	59	Dld	V	2800	H	1	V	5500	H	2	3	59
Hvs	V	1600	H	1	A	4900	H	1	3	59	Bhvs	V	5500	T	2	V	2800	T	2	3	59
Hvs	V	4900	H	1	A	700	H	1	3	59	Bhvs	V	5500	T	1	V	2800	T	1	3	59
Hvs	V	700	H	1	A	429	H	1	3	59	Bhvs	V	2800	H	2	V	5500	H	1	3	59
Hvs	V	700	H	1	A	422	H	1	3	59	Bhvs	V	2800	H	1	V	5500	H	2	3	59
Hvs	V	700	H	1	A	4900	H	2	3	59	Ut	V	421	H	1	A	12500	T	1	0	59
Zl	V	12700	T	1	V	700	T	1	5	59	Ut	V	420	H	1	A	12700	T	1	0	59
Zl	V	700	T	1	V	12500	T	1	5	59	Ut	A	2800	T	2	V	2800	H	1	2	59
Zl	V	12500	T	1	V	500	T	1	5	59	Ut	A	2800	T	1	V	2800	H	2	2	59
Zl	V	500	T	1	V	12700	T	1	5	59	Ut	A	500	T	1	V	12700	H	1	3	59
Zl	V	500	H	1	A	429	H	1	3	59	Ut	A	1700	T	1	V	12500	H	1	3	59
Zl	A	429	H	1	A	700	H	1	3	59	Ut	V	500	H	1	A	425	H	1	0	59
Zl	V	700	H	1	A	500	H	1	3	59	Ut	V	1700	H	1	A	424	H	1	0	59
Zl	A	5600	H	2	V	5600	T	1	8	59	Ut	V	500	H	1	A	2800	T	2	0	59
Zl	A	5600	H	1	V	5600	T	2	8	59	Ut	V	1700	H	1	A	2800	T	1	0	59
Amf	A	427	H	1	A	424	H	1	3	59	Ut1	A	5600	T	1	V	5700	T	1	2	59

π_y	$T_{y(1)}$	$\nu_{y(1)}$	$\rho_{y(1)}$	$\psi_{y(1)}$	$T_{y(2)}$	$\nu_{y(2)}$	$\rho_{y(2)}$	$\psi_{y(2)}$	ζ_y	η_y	π_y	$T_{y(1)}$	$\nu_{y(1)}$	$\rho_{y(1)}$	$\psi_{y(1)}$	$T_{y(2)}$	$\nu_{y(2)}$	$\rho_{y(2)}$	$\psi_{y(2)}$	ζ_y	η_y
Amf	V	424	H	1	A	426	H	1	3	59	Utl	A	5600	T	2	V	5700	T	2	2	59
Amf	A	426	H	1	A	425	H	1	3	59	Utl	A	5500	T	1	V	4900	T	2	3	59
Amf	V	425	H	1	A	427	H	1	3	59	Utl	A	5500	T	2	V	4900	T	1	3	59
Amf	V	5800	T	2	A	5600	T	1	3	59	Utl	V	5600	H	1	A	5500	T	2	0	59
Amf	V	5600	T	1	A	1600	T	1	3	59	Utl	V	5600	H	2	A	5500	T	1	0	59
Amf	V	1600	T	1	A	5800	T	1	3	59	Hvs	V	5800	H	1	A	4900	T	2	0	59
Amf	V	5800	T	1	A	5600	T	2	3	59	Hvs	A	4900	T	2	V	1500	H	1	3	59
Amf	V	5600	T	2	A	700	T	1	3	59	Hvs	V	1600	H	1	A	5700	T	2	0	59
Amf	V	700	T	1	A	5800	T	2	3	59	Hvs	A	5700	T	2	V	423	H	1	3	59
Amf	V	2800	T	2	A	500	T	1	3	59	Hvs	V	5800	H	2	A	4900	T	1	0	59
Amf	V	500	T	1	A	2800	T	1	3	59	Hvs	A	4900	T	1	V	1500	H	2	3	59
Amf	V	2800	T	1	A	1700	T	1	3	59	Hvs	V	700	H	1	A	5700	T	1	0	59
Amf	V	1700	T	1	A	2800	T	2	3	59	Hvs	A	5700	T	1	V	422	H	1	3	59
Amf	V	1500	H	2	A	1500	T	2	3	59	Hvs	A	5700	T	1	V	429	H	1	3	59
Amf	V	1500	T	2	A	1500	H	1	3	59	Amf	V	1500	H	2	V	700	H	1	2	59
Amf	V	1500	H	1	A	1500	T	1	3	59	Amf	A	31400	T	1	V	31400	H	2	10	59
Amf	V	1500	T	1	A	1500	H	2	3	59	Amf	A	31400	T	2	V	31400	H	1	10	59
Amf	V	12700	H	1	A	5600	H	2	3	59	Amf	A	31300	T	1	V	31300	H	1	10	59
Amf	V	5600	H	2	A	12500	T	1	3	59	Amf	A	31300	T	2	V	31300	H	2	10	59
Amf	V	12500	T	1	A	12500	H	1	3	59	Amf	V	31300	H	2	A	12500	T	1	3	59
Amf	V	12500	H	1	A	5600	H	1	3	59	Amf	A	12500	T	1	A	31300	T	1	3	59
Amf	V	5600	H	1	A	12700	T	1	3	59	Amf	V	31300	H	1	A	12700	T	1	3	59
Amf	V	12700	T	1	A	12700	H	1	3	59	Amf	A	12700	T	1	A	31300	T	2	3	59
Amf	V	700	H	1	A	422	H	1	3	59	Amf	A	1500	T	2	A	31400	T	1	2	59
Amf	V	700	H	1	A	429	H	1	3	59	Amf	A	1500	T	1	A	31400	T	2	2	59
Amf	A	422	H	1	A	5800	H	1	3	59	Amf	V	31400	H	2	V	1500	H	1	3	59
Amf	A	422	H	1	A	5800	H	1	3	59	Amf	V	31400	H	1	V	1500	H	2	3	59
Amf	V	700	H	1	A	5800	H	1	3	59	Amf	V	31400	H	1	A	31300	T	2	1	59
Amf	V	5800	H	1	A	1600	H	1	3	59	Amf	V	31400	H	2	A	31300	T	1	1	59
Amf	V	1600	H	1	A	423	H	1	3	59	Amf	A	31300	T	2	V	1500	H	2	1	59
Amf	A	423	H	1	A	5800	H	2	3	59	Amf	A	31300	T	1	V	1500	H	1	1	59
Amf	V	1600	H	1	A	5800	H	2	3	59	Amf	V	5600	H	2	V	31300	H	2	2	59
Amf	V	5800	H	2	A	700	H	1	3	59	Amf	V	5600	H	1	V	31300	H	1	2	59

Tabel B.3: Alle relaties op het traject Utrecht-Zwolle

δ_b	τ_b	δ_b	τ_b	δ_b	τ_b	δ_b	τ_b
Ut1	Uto	Uto	Ut1	Hd	Ns	Ns	Hd
Uto	Blw	Blw	Uto	Ns	Hde	Hde	Ns
Blw	Bloa	Bloa	Blw	Hde	Wz	Wz	Hde
Bloa	Bhv	Bhv	Bloa	Wz	Ijbrzl	Ijbrzl	Wz
Bhv	Dld	Dld	Bhv	Ijbrzl	Zl	Zl	Ijbrzl
Dld	Amf	Amf	Dld	Hvs	Amf	Amf	Hvs
Amf	Ama	Ama	Amf	Amf	Ama1	Ama1	Amf
Ama	Amfs	Amfs	Ama	Ama1	Bnva	Bnva	Ama1
Amfs	Avat	Avat	Amfs	Dld	St	St	Dld
Avat	Nkk	Nkk	Avat	St	Brn	Brn	St
Nkk	Pt	Pt	Nkk	Ut	Bloa	Bloa	Ut
Pt	Eml	Eml	Pt	Hvs	Blw	Blw	Hvs
Eml	Hd	Hd	Eml			Bloa	Uto

Tabel B.4: Baanvakken op het traject Utrecht-Zwolle

Plaats	Meetpunt	Randpunt	Plaats	Meetpunt	Randpunt
Hvs	0	1	Zl	1	1
Ut	1	1	Amf	1	0
Ut1	1	1	Bnva	0	1

Tabel B.5: Stations met eventuele meet- en randpunten op het traject Utrecht-Zwolle

Treinserienummer	Plaats	Treinserienummer	Plaats
1700	Bnva	500	Zl
1500	Bnva	12500	Zl
1600	Bnva	700	Zl
1500	Hvs	12700	Zl
1600	Hvs	500	Ut
700	Hvs	12500	Ut
5800	Hvs	1700	Ut
5700	Hvs	12700	Ut
4900	Hvs		

Tabel B.6: Treinserienummers die aan het begin en/of eindpunt gefixeerd moeten worden

ν_r	ρ_r	ψ_r	δ_r	Imp.	Vtg.	ν_r	ρ_r	ψ_r	δ_r	Imp.	Vtg.
2800	H	1	Ut	1,61		1500	H	2	Hvs	3	
2800	H	2	Ut	1,61		1500	T	1	Bnva	2,76	
500	H	1	Ut	2,47		1500	T	2	Bnva	2,76	
12500	H	1	Ut	2,05		1600	H	1	Hvs	2,93	
1700	H	1	Ut	2,33		1600	T	1	Bnva	0,16	
12700	H	1	Ut	2,14		700	H	1	Hvs	3,36	
500	T	1	Zl	1,63		421	H	1	Ut	1	
12500	T	1	Zl	1,19		422	H	1	Hvs	1	
700	T	1	Zl	0,99		423	H	1	Hvs	1	
12700	T	1	Zl	0,54		425	H	1	Bnva	1	
5800	H	1	Hvs	1,65		426	H	1	Bnva	1	
5800	H	2	Hvs	1,65		427	H	1	Bnva	1	
5700	H	1	Hvs	1,49		428	H	1	Zl	1	
5700	H	2	Hvs	1,49		429	H	1	Hvs	1	
4900	H	1	Hvs	0,79		31300	T	1	Bnva	0	
4900	H	2	Hvs	0,79		31300	T	2	Bnva	0	
1700	T	1	Bnva	0,37		31400	T	1	Bnva	0	
1500	H	1	Hvs	3		31400	T	2	Bnva	0	

Tabel B.7: Gemiddelde importvertragingen voor ritten

Plaats	Treinserienummer	Richting	Herhalingsnummer	Te korte opvolgtijd
Amfs	2800	H	2	1
Amf	1500	T	1	1
Amf	1500	T	2	1
Ama	420	H	1	1
Bnva	423	H	1	1
Ama1	425	H	1	1
Amf	425	H	1	1
Ama	429	H	1	1

Tabel B.8: Te korte opvolgtijden bij aankomst

Plaats	Treinserienummer	Richting	Herhalingsnummer	Te korte opvolgtijd
Bnva	1500	T	1	1
Bnva	1500	T	2	1
Ama	420	H	1	1
Ama1	425	H	1	1
Amf	429	H	1	1
Ama	429	H	1	1
Bnva	31300	T	1	1

Tabel B.9: Te korte opvolgtijden bij vertrek

Bijlage C

Afronden op andere trajecten

In deze bijlage wordt voor de trajecten Kop van Noord-Holland en Eindhoven-Maastricht/Heerlen op dezelfde manier als in Sectie 4.2.2 gekeken wat de invloed is van het afronden van de aankomst- en vertrektijden.

C.1 Traject Kop van Noord-Holland

In Tabel C.1 staan de resultaten van het afronden van de vertrek- en aankomsttijden op het traject Kop van Noord-Holland voor 10 dagen en 20 uur (dit zijn 232 ritten en 141 relaties).

De laagste afgeronde gewogen gemiddelde vertraging wordt bereikt bij het normaal afronden. Aangezien bij de afgeronde tijden de planningsrestricties voor het inkorten van een rit met maximaal 40% en de restrictie voor de totale negatieve speling geschonden (mogen) worden, staan in Tabel C.2 de resultaten als deze restricties in de oorspronkelijke situatie ook anders zijn. De inkortrestrictie geldt dan niet en de voorwaarde van de totale negatieve speling wordt aangepast aan de totale negatieve speling in het geval van normaal afronden. De gewogen gemiddelde vertraging in deze situatie is bij afronding gelijk aan die van het oplossen van het MILP.

Afrondmethode	Gewogen gemiddelde vertraging	Speling	Negatieve speling
Geen (LP)	1756,04	223,6	10,2
Geen (MILP)	1762,88	223,6	10,2
Omlaag	1763,54	227,6	12,0
Omhoog	1783,21	221,6	11,6
Normaal	1761,23	223,6	10,8

Tabel C.1: Resultaten bij wel/niet afronden aankomst- en vertrektijden op traject Kop van Noord-Holland

Afrondmethode	Gewogen gemiddelde vertraging	Speling	Negatieve speling
Geen (LP)	1755,75	223,6	10,8
Geen (MILP)	1761,23	223,6	10,8
Normaal	1761,23	223,6	10,8

Tabel C.2: Resultaten bij LP, MILP en normaal afronden als inkortrestrictie niet geldt en de negatieve speling maximaal 10,8 is voor het traject Kop van Noord-Holland

Afrondmethode	Gewogen gemiddelde vertraging	Speling	Negatieve speling
Geen (LP)	1209,62	103,1	17,0
Geen (MILP)	1236,92	103,1	16,0
Omlaag	1246,10	101,1	21,6
Omhoog	1256,13	105,1	22,4
Normaal	1242,93	101,1	23,8

Tabel C.3: Resultaten bij wel/niet afronden aankomst- en vertrektijden voor het traject Eindhoven-Maastricht/Heerlen

C.2 Traject Eindhoven-Maastricht/Heerlen

Ook voor het traject Eindhoven-Maastricht/Heerlen is gekeken wat de afronding van de vertrek- en aankomsttijden voor gevolgen heeft. Deze resultaten staan in Tabel C.3 voor 10 dagen van 20 uur (dit zijn 186 ritten en 64 relaties).

Wederom wordt de laagste afgeronde gewogen gemiddelde vertraging bereikt bij het normaal afronden. Ook nu wordt er gekeken wat het verschil in doelfunctiewaarde is bij afronding ten opzichte van die bij het oplossen van het MILP zonder de inkortrestrictie en een maximale totale negatieve speling van 23,8 en een maximale totale speling van 101,1. Deze resultaten staan in Tabel C.4. De gewogen gemiddelde vertraging in deze situatie is bij afronding slechts 0,4% hoger dan bij het oplossen van het MILP. Dit verschil is te verwaarlozen gezien de grote verbetering van de doelfunctiewaarde ten opzichte van de basisdienstregeling.

Afrondmethode	Gewogen gemiddelde vertraging	Speling	Negatieve speling
Geen (LP)	1216,00	101,1	23,8
Geen (MILP)	1237,50	101,1	23,8
Normaal	1242,93	101,1	23,8

Tabel C.4: Resultaten bij LP, MILP en normaal afronden als inkortrestrictie niet geldt en de negatieve speling maximaal 23,8 en de speling maximaal 101,1 zijn voor het traject Eindhoven-Maastricht/Heerlen

Bijlage D

Dantzig-Wolfe decompositie

In deze bijlage wordt beschreven hoe Dantzig-Wolfe decompositie werkt als de deelproblemen onbegrensd zijn. Ook wordt er een voorbeeld gegeven van een minimalisatieprobleem dat wordt opgelost met Dantzig-Wolfe decompositie.

D.1 Onbegrensde deelproblemen

In Sectie 5.1 staat beschreven hoe Dantzig-Wolfe decompositie in zijn werk gaat als alle deelproblemen een begrensde oplossingsruimte hebben. Dit is echter niet altijd het geval. De methode kan worden uitgebreid voor deelproblemen met een onbegrensde oplossingsruimte. Dit wordt hieronder beschreven.

Als de oplossingsruimte van een deelprobleem begrensd is, kan deze beschreven worden door al zijn extreme punten. Als de oplossingsruimte echter onbegrensd is, zijn de extreme punten alleen niet voldoende. Er zijn dan ook lijnen noodzakelijk die richtingen worden genoemd. Voor een convexe verzameling X geldt dat $\mathbf{y}$ een richting van de verzameling is als voor iedere $x_0 \in X$ geldt dat $x_0 + \lambda \mathbf{y}, \lambda \geq 0$ ook in X zit. Voor een verzameling X die wordt bepaald door $\mathbf{Ax} \leq \mathbf{b}, \mathbf{x} \geq 0$ geldt dat een niet negatieve vector $\mathbf{y}$ een richting is dan en slechts dan als $\mathbf{Ay} \leq 0$ en $\mathbf{y} \geq 0$. Een richting wordt extreem genoemd als de vector $\mathbf{y}$ niet te schrijven is als een convexcombinatie van twee andere richtingen $\mathbf{y}_1$ en $\mathbf{y}_2$. Stelling 1 kan worden uitgebreid. Dit gebeurt in Stelling 2.

Stelling 2 *Stel dat het toegelaten gebied van een lineair programmeringsprobleem onbegrensd is. Stel verder dat $\hat{\mathbf{x}}^1, \hat{\mathbf{x}}^2, \dots, \hat{\mathbf{x}}^K$ en $\hat{\mathbf{y}}^1, \hat{\mathbf{y}}^2, \dots, \hat{\mathbf{y}}^L$ respectievelijk de extreme punten en extreme richtingen zijn. Dan kan ieder toegelaten punt $\mathbf{x}$ worden geschreven als*

$$\mathbf{x} = \sum_{k=1}^K \beta^k \hat{\mathbf{x}}^k + \sum_{i=1}^L \mu^i \hat{\mathbf{y}}^i$$

met $\sum_{k=1}^K \beta^k = 1, \beta^k \geq 0, k = 1, \dots, K$ en met $\mu_i \geq 0$ voor $i = 1, \dots, L$.

Met Stelling 2 kan het originele LP worden omgeschreven tot:

$$\begin{array}{llllll}
 \max & \sum_{k=1}^{K_1} \mathbf{c}_1 \mathbf{x}_1^k \beta_1^k & + \sum_{i=1}^{L_1} \mathbf{c}_1 \hat{\mathbf{y}}_1^i \mu_1^i & + \dots & + \sum_{k=1}^{K_n} \mathbf{c}_n \hat{\mathbf{x}}_n^k \beta_n^k & + \sum_{i=1}^{L_n} \mathbf{c}_n \hat{\mathbf{y}}_n^i \mu_n^i \\
 \text{o.v.w.} & \sum_{k=1}^{K_1} \mathbf{A}_1 \hat{\mathbf{x}}_1^k \beta_1^k & + \sum_{i=1}^{L_1} \mathbf{A}_1 \hat{\mathbf{y}}_1^i \mu_1^i & + \dots & + \sum_{k=1}^{K_n} \mathbf{A}_n \hat{\mathbf{x}}_n^k \beta_n^k & + \sum_{i=1}^{L_n} \mathbf{A}_n \hat{\mathbf{y}}_n^i \mu_n^i & = \mathbf{b}_0 \\
 & \sum_{k=1}^{K_1} \beta_1^k & & & & & = 1 \\
 & & & \ddots & & & \vdots \\
 & & & & \sum_{k=1}^{K_n} \beta_n^k & & = 1 \\
 & & & & \beta_j^k \geq 0, \forall j, k & & \\
 & & & & \mu_j^i \geq 0, \forall i, j & &
 \end{array}$$

Deze formulering kan altijd worden gebruikt, ook als bepaalde deelproblemen wel begrensd zijn. In die gevallen geldt dan: $L_j = 0$. De beslissingsvariabelen zijn hier: β_j^k en μ_j^i . $\hat{\mathbf{x}}_j^k$ en $\hat{\mathbf{y}}_j^i$ zijn de extreme punten en richtingen van de deelproblemen die met kolom generatie kunnen worden bepaald. Het oplossen van dit model gaat op dezelfde manier als beschreven staat in Sectie 5.1.

D.2 Voorbeeld

In Sectie 5.1 staat beschreven hoe Dantzig-Wolfe decompositie werkt. Hieronder staat een voorbeeld om dit te verduidelijken. Het voorbeeld is een minimalisatieprobleem en de variabele x_1 komt niet in het hoofdprobleem, maar wel in een deelprobleem voor. Dit is ook het geval in het stochastisch optimalisatie model.

$$\begin{array}{llllll}
 \min & 3x_1 & + & 5x_2 & + & 7x_3 & + & 9x_4 \\
 \text{o.v.w.} & & & x_2 & + & 2x_3 & + & x_4 & \geq & 12 \\
 & x_1 & + & 5x_2 & & & & & \geq & 6 \\
 & & & & & 3x_3 & + & 6x_4 & \geq & 9
 \end{array}$$

$$0 \leq x_i \leq 20, i = 1, 2, 3, 4$$

Dit probleem wordt in twee deelproblemen onderverdeeld. Het eerste deelprobleem bevat de variabelen x_1 en x_2 en het tweede deelprobleem x_3 en x_4 . Het equivalente probleem ziet er voor aanvang van het toevoegen van variabelen β_j^k als volgt uit (a_1 , a_2 en a_3 zijn artificiële variabelen die een coëfficiënt van 1000 krijgen in de doelfunctie):

$$\begin{array}{llll}
\min & 1000a_1 & + & 1000a_2 & + & 1000a_3 \\
\text{o.v.w.} & a_1 & & & & \geq 12 \\
& & & a_2 & & = 1 \\
& & & & & a_3 = 1 \\
& & & & & a_i \geq 0, i = 1, 2, 3 \\
& & & & & \beta_j^k \geq 0, \forall k, j = 1, 2
\end{array}$$

De oplossing van dit probleem is: $a_1 = 12$, $a_2 = a_3 = 1$. De duale prijzen voor de voorwaarden zijn respectievelijk: 1000, 1000, 1000. Voor deelprobleem 1 wordt de doelfunctie:

$$\begin{bmatrix} 1000 & 1000 & 1000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} - (3x_1 + 5x_2) = 1000 - 3x_1 + 995x_2.$$

Voor deelprobleem 2 wordt dit:

$$\begin{bmatrix} 1000 & 1000 & 1000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2x_3 + x_4 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} - (7x_3 + 9x_4) = 1000 + 1993x_3 + 991x_4.$$

De twee maximalisatie deelproblemen die opgelost moeten worden zijn:

$$\begin{array}{ll}
\max & 1000 - 3x_1 + 995x_2 \\
\text{o.v.w.} & x_1 + 5x_2 \geq 6 \\
& 0 \leq x_i \leq 20, i = 1, 2
\end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{ll}
\max & 1000 + 1993x_3 + 991x_4 \\
\text{o.v.w.} & 3x_3 + 6x_4 \geq 9 \\
& 0 \leq x_i \leq 20, i = 3, 4
\end{array}
\right.$$

Deze hebben als optimale waarde respectievelijk: 20900 en 60680. De doelfunctiewaarde van het tweede deelprobleem is groter, daarom wordt de oplossing ($x_3 = x_4 = 20$) toegevoegd in het hoofdprobleem. Dit gebeurt door middel van de vector:

$$\mathbf{A}_2 \hat{\mathbf{x}}_2^1 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 20 \\ 20 \end{bmatrix} = 60$$

De doelfunctiewaarde voor het hoofdprobleem die behoort bij deze variabele wordt: $7 \cdot 20 + 9 \cdot 20 = 320$. Het nieuwe hoofdprobleem wordt nu:

$$\begin{array}{llllll}
\min & 1000a_1 & + & 1000a_2 & + & 1000a_3 & + & 320\beta_2^1 \\
\text{o.v.w.} & a_1 & & & & & + & 60\beta_2^1 \geq 12 \\
& & & a_2 & & & & = 1 \\
& & & & & a_3 & + & \beta_2^1 = 1 \\
& & & & & & & a_i \geq 0, i = 1, 2, 3 \\
& & & & & & & \beta_j^k \geq 0, \forall k, j = 1, 2
\end{array}$$

Na het oplossen worden de nieuwe duale prijzen voor de voorwaarden: 320, 0, 1000. De doelfuncties van de twee deelproblemen worden daardoor:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1000 & 320 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} - (3x_1 + 5x_2) = 1000 - 3x_1 - 5x_2$$

en

$$\begin{bmatrix} 0 & 1000 & 320 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2x_3 + x_4 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} - (7x_3 + 9x_4) = 320 - 7x_3 - 9x_4.$$

Wanneer de deelproblemen worden geoptimaliseerd met deze doelfuncties, zijn de doelfunctiewaarden: 994 en 306,5. De waarde van het eerste deelprobleem is groter en daarom wordt deze oplossing toegevoegd. De bijbehorende vector voor het hoofdprobleem wordt:

$$\mathbf{A}_1 \hat{\mathbf{x}}_1^1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1,2 \end{bmatrix} = 1,2$$

en de doelfunctiecoëfficiënt: $3 \cdot 0 + 5 \cdot 1,2 = 6$. Het nieuwe hoofdprobleem wordt nu:

$$\begin{array}{llllllll} \min & 1000a_1 & + & 1000a_2 & + & 1000a_3 & + & 320\beta_2^1 & + & 6\beta_1^1 \\ \text{o.v.w.} & a_1 & & & & & & + & 60\beta_2^1 & + & 1,2\beta_1^1 & \geq & 12 \\ & & & a_2 & & & & & & + & \beta_1^1 & = & 1 \\ & & & & & a_3 & + & \beta_2^1 & & & & = & 1 \\ & & & & & & & & & & a_i \geq 0, i = 1, 2, 3 \\ & & & & & & & & & & \beta_j^k \geq 0, \forall k, j = 1, 2 \end{array}$$

Dit proces blijft op deze manier doorgaan, totdat het hoofdprobleem optimaal is. In Tabel D.1 staan de belangrijkste waarden voor de verschillende iteraties. In de zesde iteratie zijn de doelfunctiewaarden van de deelproblemen allebei 0, dit betekent dat de oplossing van het hoofdprobleem op dat moment optimaal is. Het hoofdprobleem ziet er dan als volgt uit (de artificiële variabelen zijn weggelaten, omdat deze niet meer worden gebruikt):

$$\begin{array}{llllllll} \min & 320\beta_2^1 & + & 6\beta_1^1 & + & 13,5\beta_2^2 & + & 140\beta_2^3 & + & 21\beta_2^4 \\ \text{o.v.w.} & 60\beta_2^1 & + & 1,2\beta_1^1 & + & 1,5\beta_2^2 & + & 40\beta_2^3 & + & 6\beta_2^4 & \geq & 12 \\ & & & \beta_1^1 & & & & & & & = & 1 \\ & \beta_2^1 & & & & + & \beta_2^2 & & + & \beta_2^3 & + & \beta_2^4 & = & 1 \\ & & & & & & & & & & a_i \geq 0, i = 1, 2, 3 \\ & & & & & & & & & & \beta_j^k \geq 0, \forall k, j = 1, 2 \end{array}$$

Iteratie	Duale prijzen	Waarden doelfuncties deelproblemen	$\mathbf{A}_j \hat{\mathbf{x}}_j^k$	Doelfunctie- coëfficiënt
1	1000 1000 1000	20900; 60680	60	320
2	0 1000 320	994 ; 306,5	1,2	6
3	0 6 320	0; 306,5	1,5	13,5
4	5,24 -0,29 5,64	4,50; 75,21	40	140
5	3,29 2,06 8,57	0; 7,29	6	21
6	3,5 1,8 0	0; 0	-	-

Tabel D.1: Verschillende iteraties voorbeeld Dantzig-Wolfe decompositie

De optimale oplossing van dit probleem is 43,8 en de daarbij behorende variabelen zijn:

$$\beta_1^1 = 1, \beta_2^1 = 0, \beta_2^2 = 0, \beta_2^3 = 0, 1412, \beta_2^4 = 0, 8588$$

Als deze oplossing wordt omgezet naar de oorspronkelijk variabelen met $\mathbf{x}_j = \sum_{k=1}^{K_j} \beta_j^k \hat{\mathbf{x}}_j^k$, wordt dit:

$$\mathbf{x}_1 = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \beta_1^1 \hat{\mathbf{x}}_1^1 = 1 \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1, 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1, 2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{x}_2 = \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \beta_2^1 \hat{\mathbf{x}}_2^1 + \beta_2^2 \hat{\mathbf{x}}_2^2 + \beta_2^3 \hat{\mathbf{x}}_2^3 + \beta_2^4 \hat{\mathbf{x}}_2^4 = 0 \cdot \begin{bmatrix} 20 \\ 20 \end{bmatrix} + 0 \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1, 5 \end{bmatrix} + 0, 1412 \cdot \begin{bmatrix} 20 \\ 0 \end{bmatrix} + 0, 8588 \cdot \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5, 4 \\ 0 \end{bmatrix}$$

