

Enschede, 29 augustus 2008

Supporting Data Interpretation and Model Evaluation during Scientific Discovery Learning

Bachelorthese Frank Leenaars

Eerste begeleider: Dr. W.R. van Joolingen

Tweede begeleider: Dr. A.H. Gijlers

Universiteit Twente

Supporting Data Interpretation and Model Evaluation during Scientific Discovery Learning

Frank Leenaars

f.a.j.leenaars@student.utwente.nl

ABSTRACT

Scientific discovery learning has proven to be a useful application of constructivist theory to science education, but students encounter many difficulties in the process and need support. This paper describes research concerning the problems learners experience during the data interpretation and model evaluation phases of scientific discovery learning. Students tried to solve a number of problems that required both data interpretation and model evaluation. Their reasoning steps were recorded using both verbal reports and written answers. The results of this experiment gave an indication of the sort of reasoning steps with which students had the most difficulties. These results were used to provide suggestions for cognitive tools that could support the learner during these tasks.

Keywords

Data Interpretation, Model Evaluation, Scientific Discovery Learning, Cognitive Tools.

1. INTRODUCTION

1.1 Constructivism

Since the second half of the twentieth century the constructivist view of knowledge has become popular among cognitive scientists. The essence of the constructivist model is that knowledge is constructed in the mind of the learner (Bodner, 1986). Knowledge, as the term is used by constructivists, does not refer to a representation of the real world. Instead it is seen as a “collection of conceptual structures that [...] are viable within the knowing subject’s range of experience” (Von Glasersfeld, 1989, p.125). Knowledge in this sense does not have to match reality, but it has to fit it; in the way a key fits a lock (Bodner, 1986); it has to be compatible with it.

An acceptance of the constructivist view of knowledge has important implications for education. Von Glasersfeld (1989) differentiates between training and teaching. Examples of the former are such activities as getting students to throw a ball in a specific way or to perform a multiplication algorithm, whereas the latter has to do with getting students to understand a certain concept. Von Glasersfeld argues that classical instruction methods such as rote learning and repeated practice are useful in training, but will not bring about the understanding in students that teaching aims to effect. While critics have much to say about the problems of constructivism as a theory, even they acknowledge the value of its applications in education. Staver (1998) presents a summary of the criticisms of constructivist theory and counters the critics’ arguments.

The constructivist approach to education seems especially well suited to science education. Bodner (1986) shows how the misconceptions that students bring with them to new science classes can be explained by the constructivist model. This paper deals with a specific application of constructivist theory to science education: scientific discovery learning.

1.2 Scientific discovery learning

Scientific discovery learning, also known as inquiry learning, refers to a form of learning where students are “exposed to

particular questions and experiences in such a way that they “discover” for themselves the intended concepts” (Hammer, 1997, p.489). De Jong & Van Joolingen (1998) describe several problems students encounter when engaging in scientific discovery learning. They categorize these problems based on the stage of the discovery learning process in which they occur: hypothesis generation, design of experiments, interpretation of data or regulation of learning. De Jong & Van Joolingen subsequently discuss a number of methods of supporting the learners that have been researched. Possible support methods are discussed for all of the stages in the discovery learning process, except for the data interpretation stage. Learners have however been found to experience difficulty in this stage, e.g. while interpreting and comparing graphs (Linn, Layman, and Nachmias, 1987 cited in De Jong & Van Joolingen, 1998). This paper will describe research concerning the difficulties students have during the closely related tasks of data interpretation and model evaluation.

1.3 Computer modeling and simulations

Computers can be used by students during scientific discovery learning to enable them to create models of the situation or concept they are learning about. Students can then use these models to run simulations and compare the results with “real world” data either gathered from experiments or provided by teachers. Used in this way, computers enable students to create models and test their validity relatively easily. Van Joolingen, De Jong, and Dimitrakopoulout (2007) discuss several ways in which computers can be used to assist students during the process of discovery learning. One of these ways is to offer tools that help the learner analyze the data, specifically graphs, generated by running simulations. Based on the results of the research concerning students’ difficulties with data interpretation and model evaluation, suggestions for computer assistance during these tasks will be done.

1.4 Data interpretation

The data to be interpreted in scientific discovery learning tasks is usually available in tables and graphs, e.g. in the Co-Lab environment, Van Joolingen, De Jong, Lazonder, Savelsberg, and Manlove (2005). This article will focus on data that is displayed in the form of graphs.

Quite a lot of research on graph interpretation has already been done. Friel, Curcio, and Bright (2001) describe the critical factors that influence graph comprehension: the purpose for using graphs, task characteristics, discipline characteristics, and reader characteristics. Shah, Mayer, and Hegarty (1999) and Shah & Hoeffner (2002) discuss problems students have with the interpretation of graphs in texts, particularly in social textbooks. The result of their research is a list of implications for the design of textbook graphs and data displays, such as whether to use line or bar graphs, which colors to use and what scales to use for the axes. These findings are useful for designing the layout and style of graphs generated by computer simulations during the scientific discovery learning process. However, students also face other problems when interpreting

graphs, e.g. when contrasting the results of an experiment with predictions based on simulations of a model.

Research by Leinhardt, Zalavsky, and Stein (1990) might be more relevant for the sorts of graph interpretations tasks students have to do during inquiry learning. They describe four typical tasks when working with graphs:

- Prediction (e.g. where will other points, not explicitly plotted, be located?)
- Classification (e.g. what sort of function does a graph describe?)
- Translation (e.g. how would a time-distance graph of a function described by a time-speed graph look?)
- Scaling (e.g. what does a unit on each axes represent?)

These tasks are then classified based on four properties:

- Action (interpretation or construction of the graph)
- Situation (setting and context of the graph)
- Variables used (categorical, ordinal or interval)
- Focus (either on local or global features of the graph)

Furthermore, they discuss the problems that students experience during graph interpretation and find that the most important problems fall into three categories: (1) a desire for regularity; (2) a point wise focus (as opposed to a more global focus); and (3) difficulty with abstractions of the graphical world. These are the sort of problems students are likely to run into during graph interpretation in the context of discovery learning.

Beichner (1994) has developed a test that assesses students' proficiency in working with kinematics graphs and has used it to find a list of common difficulties students experience when working with this sort of graphs. These difficulties were classified as follows:

- Graph as picture errors (the graph is considered to be a photograph of the situation)
- Variable confusion (no distinction is made between distance, velocity and acceleration)
- Nonorigin slope errors (students have difficulty determining the slope of a line that does not pass through the origin)
- Area ignorance (the meaning of areas under kinematic graph curves is not recognized)
- Area/slope/height confusion (axis values are used or slopes are calculated when the area under the graph is relevant)

It is worthy of note that all of the research done so far on graphs of functions has focused on interpreting a single graph at a time. No research seems to have been done yet on comparing two different graphs, an action that is integral in scientific discovery learning. This means that such a test will have to be developed specifically for this research.

1.5 Model evaluation

The value of dynamic modeling in education is widely recognized. Sins, Savelsbergh & Van Joolingen (2005) give an overview of the many different ways in which models are considered useful in an educational setting.

In a scientific discovery learning setting, model evaluation is closely related to data interpretation. Sins et al. (2005) describe students as engaging in model evaluation when they "determine whether their model is consistent with their own beliefs, with data obtained from experiments and/or with descriptions of behavior about the phenomenon being modeled. The second part of this description, determining whether their model is consistent with data obtained from experiments, requires data

interpretation. Hogan & Thomas (2001) describe this part of model evaluation as model interpretation.

Although the value of dynamic models in education is recognized by many, until recently no research had been done which examines how students would systematically test their models (Doerr, 1996). Since then Löhner, Van Joolingen, Savelsbergh, and Van Hout-Wolters (2005) have analyzed students' reasoning during inquiry modeling tasks. However, even in recent research the amount of attention the model evaluation part of a modeling task has received, has been rather low.

1.6 Scaffolding or distributed intelligence

Before design of a supporting tool can begin, an important question has to be answered: is this tool intended to be a scaffold or a part of a distributed intelligence network? Or as Salomon, Perkins & Globerson (1991) state this distinction: are the effects *of* the tool or *with* the tool most important? If the former is the case, the support the tool offers should fade as the learners become more skilled at interpreting and comparing graphs. The goal of this tool is primarily to help teach students the skill of interpreting graphs and evaluating models. If the tool is regarded as part of a distributed intelligence network, consisting of the student and a number of cognitive tools, its primary goal is different. In this situation the most important task of the tool is to help the learner with the task of data interpretation and model evaluation. This should result in the learner being more skilled at interpreting graphs and evaluating models *with the tool's assistance*. The student does not necessarily become better at these tasks in the absence of the tool's support.

Because graph interpretation and model evaluation are useful skills in many different contexts, the primary goal of the tool should eventually be to teach these skills to the learner. Therefore the tool will be regarded a scaffold; its assistance fading as the learner becomes more proficient at the skills of interpreting graphs and evaluating models. However, before a lot of time is invested in the design of such a tool, an experiment should be done to find out what sort of difficulties are experienced by students during graph interpretation and model evaluation. This is the goal of the experiment described in this paper.

1.7 Research questions

The aim of the research described in this paper is to answer two questions:

1. *What sort of problems do students experience when interpreting graphs and evaluating models during an inquiry learning task?*
2. *What sort of assistance can a cognitive tool offer students during the tasks of graph interpretation and model evaluation?*

2. METHOD

2.1 Participants

Eighteen students (average age 21.2 years; 11 men and 7 women), following 15 different academic majors, participated in the experiment. All participants completed physics courses in high school, which was a requirement for participation in the experiment, because some of the tasks required a basic knowledge of physics.

2.2 Materials

The participants used a laptop to view web pages. The experiment was divided into two parts. The first part consisted of 21 multiple choice questions in the mechanics domain. The

second part of the experiment introduced a simple modeling language that students used to solve a number of problems similar to those encountered during inquiry learning situations. This is the same modeling language that is used in the Co-Lab learning environment discussed in Van Joolingen et al. (2005). The materials used in both parts of the experiment are discussed below and can be found in the appendices.

2.2.1 Multiple choice questions

The multiple choice questions used in the experiment were those created by Beichner (1994) for the Test of Understanding Graphs in Kinematics (TUG-K). All questions were translated from English to Dutch and presented on a single webpage, this allowed participants to easily go back to previously answered questions and change their answers if they wished. When they were done, their answers were saved in a database. The web page with these translated questions can be found in appendix A.

2.2.2 Models and simulations

The second part of the experiment began with an introduction which makes clear to the participant what can be expected. Next the simple modeling language used during the second part was introduced and the different symbols were shown in the context of an example and their meanings were explained. After this explanation two example cases were shown, which were structured in the same way as the real cases. Finally the five real cases were shown to the participant. Participants were asked to think aloud during the cases and audio recording software was used to record their speech.

All cases dealt with the data interpretation and model evaluation phase of the scientific discovery learning process and were structured in the same basic way: (1) a situation was described; (2) a (correct or incorrect) model of this situation was presented; (3) the results of a simulation with this model were shown in a graph; and (4) a specific task was given. In the two example cases this task was replaced with a conclusion. All of the web pages used in the second part of the experiment can be found in appendix B. Answer forms, used by participants for drawing model implementations and doing calculations, are included in appendix C.

The following subsections discuss design considerations and goals of the model explanation and the different cases.

2.2.2.1 Explanation

The different symbols and arrows that make up the modeling language were introduced in a simple example. A legend provided the names and meanings of these symbols and shortly described their use in the example model.

A second model, and the results of a simulation with this model, showed how a constant acceleration leads to linearly increasing speed and quadratically growing distance.

2.2.2.2 First example case

A simple situation and an extremely simple, but incorrect, model of this situation were described. The error in the model was obvious and the goal of this example was mainly to reiterate the meanings of all the different symbols and arrows in the modeling language.

2.2.2.3 Second example case

The main goal of the second example case was to show that 'invisible' errors can exist in a model. This is possible when constants have wrong values (as is the case in the example) or when variables are incorrectly calculated from correct inputs.

Both example cases also served to familiarize the participants with thinking aloud and the situation-model-simulation-task structure used in the 'real' cases.

2.2.2.4 First case

The model used in this first real case contains one fairly obvious error. This error could be discovered by comparing the model with the described situation or by comparing the results of a simulation with this model to data from the described situation.

2.2.2.5 Second case

Participants were asked to answer three questions about the results of a simulation, which required them to read and interpret a graph with two different plots. An important goal of this case was to familiarize participants with different properties of a rubber band (length, elasticity constant and length when in a relaxed position), because the same rubber bands were used in the third and fourth cases.

2.2.2.6 Third case

Although the model in this case was more complicated than those the participants had encountered thus far, it was expected the participants would be able to understand it, because they had already worked with parts of the model in previous cases. To successfully complete the task in this case, participants had to combine their knowledge of the situation, the model and the results of a simulation with the model.

2.2.2.7 Fourth case

The situation and model used were the same as those in the third case. The only difference was in the results of the simulation.

2.2.2.8 Fifth case

The last case was unique, because no situation was described. Therefore participants would have to reason about the model without being able to use specific domain knowledge about the situation being modeled.

2.3 Procedure

Participants sat down in front of a laptop and were given a short explanation of what they could expect during the experiment. Before the experiment started they answered questions about their age, their sex and their academic major.

During the first part of the experiment, the multiple choice questions, there was no interaction between the participant and the experimenter. Participants were asked to notify the experimenter when they had answered all the questions and were ready to continue.

The experimenter sat next to the participant during the second part of the experiment and monitored his/her progress. Before the participant began with the first example case, the audio recording software was turned on. To stimulate the participant to think out loud, the experimenter repeated the suggestion in the introduction to read the texts out loud and further suggested that participants described the things they noticed or looked for when studying models or graphs. When participants were silent for more than a minute, the experimenter reminded them to think out loud by asking what they were thinking. When participants indicated they did not know how to proceed with a task or were not making progress for more than a few minutes, the experimenter provided helpful hints to help them complete the task. A list of these hints was available for each case and can be found in appendix D.

2.4 Analysis

For each case, in the second part of the experiment, a list of observations and reasoning steps necessary to complete the task was created. The necessity of most of these steps followed from the available information and the nature of the task. For instance, to calculate the (constant) speed of an object based on its distance-time graph, it is necessary to find the slope of this graph. During the experiment some participants found unexpected ways to successfully complete certain tasks. In these

cases their solutions were added to the lists as alternative steps. These lists can be found in appendix E.

Each observation or reasoning step was also classified according to the scientific reasoning activities distinguished by Löhner et al. (2005). Because participants did not have to hypothesize or design their own experiments during this experiment, the only categories used were data interpretation, model evaluation and model implementation. To be able to classify steps more precisely, subcategories were created. For data interpretation these subcategories were observation, calculation and conclusion. For model evaluation, they were based on domain knowledge, based on modeling knowledge and based on mathematical knowledge.

The audio recordings of the participants, in combination with the calculations and answers they wrote down on their answer sheets, were used to score each participant on each reasoning step. There were 4 possible scores:

- 1 point, if they used a step correctly;
- 0.5 points, if they used a step incorrectly (e.g. made a mistake in a calculation);
- 0.25 points, if they used a step, but only after the experimenter gave a hint (e.g. ‘Which forces are in balance when the car has come to a halt?’ in case 3);
- 0 points, if they completely failed to use a step or the experimenter had to explicitly inform them of a step (e.g. ‘When the car is no longer moving, the force exerted by its motor and by the rubber band are equal.’).

It was hypothesized that participants’ score on the multiple choice questions (Test of Understanding Graphs in Kinematics) would be a better predictor of their score on the reasoning steps that were classified as ‘data interpretation’ than of their score on the other items. To test this hypothesis a ‘data interpretation score’ was calculated for each participant by summing the scores for all the data interpretation items and a ‘modeling score’ was calculated by summing the scores for the model evaluation and model implementation steps. The Pearson correlation of both of these scores and the score on the multiple choice test was then calculated.

To get an indication of the type of steps participants had the most difficulty with, the score of each participant was summed per step to generate a ‘step score’. The ten steps with the lowest scores were then examined.

3. RESULTS

3.1 Predictive power of the TUG-K

The mean score of the participants on the Test of Understanding Graphs in Kinematics was 17 out of a maximum of 21. The Pearson correlation between participants’ score on the TUG-K and their data interpretation score was $\rho = 0.555$ ($p < 0.05$). The Pearson correlation between their score on the TUG-K and their modeling score was $\rho = 0.508$ ($p < 0.05$).

3.2 The most problematic steps

Table 1 shows the ten steps with the lowest scores and their classification. The maximum step score is 18, which would mean every participant correctly used the step. A description of these steps can be found in appendix E. A closer look at these ten steps is taken in the following sections.

Table 1. Scores and classifications of the most difficult steps.

Step	Score	Classification
3.3	4.0	Data interpretation (observation)
3.4	7.75	Model evaluation (domain knowledge)
3.6	5.5	Model evaluation (domain knowledge)
4.5	2.0	Data interpretation (observation)
4.6a	2.5	Model evaluation (domain knowledge)
4.6b	3.25	Model evaluation (domain knowledge)
5.1	2.25	Model evaluation (modeling knowledge)
5.2	6.75	Model evaluation (modeling knowledge)
5.3	8.5	Data interpretation (observation)
5.5	6.5	Model evaluation (mathematical knowledge)

3.2.1 Data interpretation steps

All of the data interpretation steps that scored in the ‘bottom 10’ were sub classified as observation steps. Looking at these steps (see appendix E), it is clear that the steps are not difficult per se. Step 3.3 consists of noticing that two graphs have equal values for the first few seconds of a simulation, step 4.5 consists of noticing that one graph has an asymptote above another graph and step 5.3 consists of noticing that the decrease of a graph accelerates at the start of the simulation, then slows down and the graph eventually starts to increase.

The problem with these steps seems to be that it was not apparent to most participants that these features of the graphs were important for the problem they were solving. This is in stark contrast with data interpretation steps with higher scores, such as those in the second case. It was clear to almost all participants what features of a graph were relevant when a slope had to be calculated or a value of a graph at a certain time had to be found. These findings indicate that knowing which features of a graph are important during a certain task is an important skill in scientific discovery learning.

3.2.2 Model evaluation steps

Most of the difficult model evaluation steps were sub classified as model evaluation based on domain knowledge. A closer look at these steps (appendix E) reveals that the domain knowledge required is quite modest for students that have completed physics courses in high school. During the experiment, when these steps were explained to participants that did not successfully use them on their own, almost all responded with phrases like ‘ah yes’ and ‘of course’. This indicates that most participants did in fact possess the necessary domain knowledge, but were not able to use it at the appropriate time during the task.

Step 5.1 and 5.2 were classified as model evaluation using modeling knowledge. Very few participants successfully used these steps on their own. A likely explanation for the problems participants had with these steps is their inexperience with dynamic modeling in general and the specific modeling language used in particular. The majority of the participants reasoned at first that M (step 5.2, also see appendix B) remained either constant or increased linearly, because it was only dependent on a constant. This was somewhat surprising, because participants had no problem recognizing in earlier models that distance increased quadratically, even though it was only dependent on a constant acceleration. The lack of a domain in which to place the different parts of the model seems to be partially responsible for this mistake. After participants were

asked to draw diagrams for a, K, L & M, all except one figured out the effects of the integration steps in the model. It seems likely that most participants would not have had as much difficulty with steps 5.1 and 5.2 if they had had more experience with this dynamic modeling language.

The final step that many participants found difficult, step 5.5, is sub classified as model evaluation based on mathematical knowledge. This step is not straightforward and requires some mathematical intuition, so it is not surprising that many participants struggled with this step.

4. CONCLUSION

4.1 More than understanding graphs

The average score of participants on the TUG-K, 17 out of 21, was very high. The most common difficulties Beichner (1994) describes (graphs as picture errors, variable confusion, nonorigin slope errors, area ignorance and area/slope/height confusion) seemed to cause few problems for most participants. These findings show that most participants were quite good at reading and understanding graphs in the kinematics domain. Despite these high scores on the TUG-K, many participants encountered problems during the data interpretation steps in the second part of the experiment.

It was found that the correlation of participants' TUG-K scores with their data interpretation scores was hardly stronger than the correlation between their TUG-K scores and their modeling scores. This rather surprising finding indicates that the data interpretation steps in the scientific discovery learning process are not particularly similar to the reasoning steps required during the more classical graph comprehension tasks in the TUG-K.

These results suggest that more is required from students during the data interpretation stage of scientific discovery learning than 'just' normal graph comprehension abilities.

4.2 Difficulties during data interpretation

The most difficult data interpretation steps were those sub classified as observation steps. These consisted of noticing and recognizing as important a certain feature of a graph or a certain difference between two graphs. The steps in the other two subclasses of data interpretation, calculation and conclusion, caused very few problems for the participants. It seems clear that for many students the most difficult aspect of data interpretation is knowing which features of a graph are relevant for the task at hand.

4.3 Difficulties during model evaluation

Model evaluation based on domain knowledge was the subclass that caused the most difficulties. A common theme in these difficulties was that participants did not lack the domain knowledge necessary to successfully complete the steps, but failed to use this knowledge. They did not recognize this knowledge as being relevant for the task they were performing. It is understandable that the 'based on domain knowledge' subclass caused the most problems, because it required participants to integrate knowledge about the model, knowledge about the results and knowledge about the domain during a reasoning step.

Most of the problems participants experienced with the 'based on modeling knowledge' steps seem to be due to inexperience with the dynamic modeling language used. It is likely that these problems would occur less frequently as students become more familiar with the modeling language.

4.4 Suggestions for cognitive tools

The research described in this paper clearly shows two aspects of data interpretation and model evaluation that students find difficult: (1) recognizing which features of graphs are important during data interpretation; and (2) using domain knowledge at the right time during model evaluation. The following sections offer suggestions for support during these tasks that could help students with these two problems.

4.4.1 Support for data interpretation

One of the most common data interpretation tasks during scientific discovery learning is comparing results from a simulation with experimental results, usually both displayed in a graph. Tools could be developed that recognize differences between the two graphs and point these out to the student, but as models become more complicated it will be very hard for automated tools to give meaningful feedback about the differences between two graphs. Moreover, this would only help students interpret data with the tools support; there would be an effect *with* the cognitive tool's support, but no effect *of* the tool as Salomon et al. (1991) describe it.

Quintana et al. (2004) provide a number of scaffolding guidelines, of which the fourth, 'provide structure for complex tasks and functionality', is especially relevant for the task of data interpretation. A cognitive tool could structure the task of comparing two graphs, for example by asking the learner a set of questions about the differences between the graphs. This could teach learners to think of graph comparison as a structured process and help them find the relevant differences between two graphs.

4.4.2 Support for model evaluation

The biggest problem during model evaluation was that many participants did not use the domain knowledge they possessed at the appropriate times. This result is in line with the finding by Sins et al. (2005) that students constructed better models when they used their own knowledge and that scaffolds should encourage learners to activate their prior knowledge, both before and during the modeling task.

Although it would be difficult to develop a cognitive tool that could assist learners in activating domain knowledge exactly when needed, it seems plausible that a tool could at least activate some prior knowledge. Such a tool would encourage the learner to think more deeply about the different components and relations in their model and the relation between their model and the real world.

5. DISCUSSION

5.1 Explorative nature of this research

Because little prior research had been done regarding data interpretation and model evaluation in the context of scientific discovery learning, the nature of this research was very explorative. Therefore the results of the experiment, a number of difficulties students experience in a specific scientific discovery learning setting, should be regarded as pointers in the direction of possibly valuable further research rather than a definitive list of difficult aspects of data interpretation and model evaluation.

5.2 Ceiling effect on TUG-K scores

The average score of the participants on the TUG-K was so close to the maximum possible score, that the spread of scores was likely restricted by the ceiling effect. It is possible that this had consequences for the correlations between participants' TUG-K score and data interpretation and modeling scores. In

further research with equally skilled participants a more challenging test for the understanding of graphs should be used.

5.3 Possible problems with verbal reports

Although verbal reports were used as an indication of the reasoning steps participants used when trying to solve the cases in the second part of the experiment, strict guidelines were not used for participant-experimenter interaction. Ericsson & Simon (1980) caution that verbalizing can change the cognitive processes of participants, when verbalization of information that would not otherwise be attended to is required. During the experiment participants were specifically asked to mention the features of models or graphs they noticed and it is possible that this affected their reasoning.

The other side of this problem is that some features of graphs or models were perhaps noticed by participants but not explicitly verbalized. This could cause the scores on the data interpretation (observation) steps to be lower than they should be.

5.4 Suggestions for further research

The research described in this paper gives an indication of some of the problems experienced by many learners during data interpretation and model evaluation. Further research could focus on characteristics of learners that successfully overcome these problems and the methods they use. This could give insight into new ways of supporting students during these tasks.

The suggestions for cognitive tools in this paper are very general and abstract. It would be interesting to further specify the requirements and goals of these tools and develop prototypes. These could be used with the material created for this experiment and their effectiveness could be examined.

Perhaps most important of all, more quantitative research should be done to study the cause of the difficulties the learners experience. This will hopefully confirm that the causes for the difficulties found in the explorative, qualitative research described here are in fact important and significant.

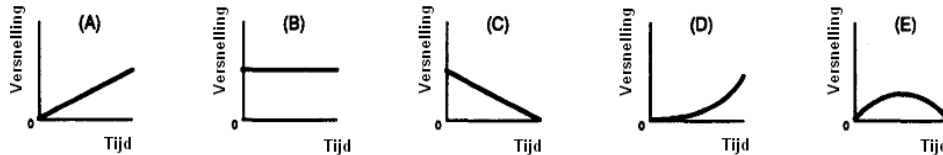
REFERENCES

- Beichner, R. (1994). Testing student interpretation of kinematics graphs. *American Journal Of Physics*, 62, 750-762.
- Bodner, G.M. (1986). Constructivism: a theory of knowledge. *Journal of Chemical Education*, 63 (10), 873-878.
- De Jong, T. & Van Joolingen, W.R. (1998). Scientific discovery learning with computer simulations of conceptual domains. *Review of Educational Research*, 68 (2), 179-201.
- Doerr, H.M., (1996). STELLA ten years later: a review of the literature. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 1, 201-224.
- Ericsson, K.A. & Simon, H.A. (1980). Verbal reports as data. *Psychological Review*, 87 (3), 215-251.
- Friel, S.N., Curcio, F.R. & Bright, G.W. (2001). Making sense of graphs: critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32 (2), 124-158.
- Hammer, D. (1997). Discovery learning and discovery teaching. *Cognition and Instruction*, 15 (4), 485-523.
- Hogan, K. & Thomas, D. (2001). Cognitive comparisons of students' systems modeling in ecology. *Journal of Science Education and Technology*, 10, (4), 319-345.
- Leinhardt, G., Zalavsky, O. & Stein, M.K. (1990). Functions, graphs, and graphing: tasks, learning, and teaching. *Review of Educational Research*, 60 (1), 1-64.
- Linn, M.C., Layman, J. & Nachmias, R. (1987). Cognitive consequences of micro-computer-based laboratories: Graphing skills development. *Journal of Contemporary Educational Psychology*, 12, 244-253.
- Löhner, S., Van Joolingen, W.R., Savelsbergh, E.R., & Van Hout-Wolters, B. (2005). Student's reasoning during modeling in an inquiry learning environment. *Computers in human Behavior*, 21, 441-461.
- Quintana, C., Reiser, B.J., Davis, E.A., Krajcik, J., Fretz, E., Duncan, R.G., Kyza, E., Edelson D. & Soloway, E. (2004). A scaffolding design framework for software to support science inquiry. *Journal of the Learning Sciences*, 13 (3), 337-386.
- Salomon, G., Perkins, D.N. & Globerson, T. (1991). Partners in Cognition: Extending Human Intelligence with Intelligent Technologies. *Educational Researcher*, 20 (3), 2-9.
- Shah, P. & Hoeffner, J. (2002). Review of graph comprehension research: implications for instruction. *Educational Psychology Review*, 14 (1), 47-69.
- Shah, P., Mayer, R.E. & Hegarty, M. (1999). Graphs as aids to knowledge construction: signaling techniques for guiding the process of graph comprehension. *Journal of Educational Psychology*, 91 (4), 690-702.
- Sins, P.H.M., Savelsbergh, E.R. & Van Joolingen, W.R. (2005). The difficult process of scientific modelling: an analysis of novices' reasoning during computer-based modelling. *International Journal of Science Education*, 27 (14), 1695-1721.
- Staver, J.R. (1998). Constructivism: sound theory for explicating the practice of science and science teaching. *Journal of Research in Science Teaching*, 35 (5), 501-520.
- Van Joolingen, W.R., De Jong, T., Lazonder, A.W., Savelsbergh, E.R. & Manlove, S. (2005). Co-Lab: research and development of an online learning environment for collaborative scientific discovery learning. *Computers in Human Behavior*, 21 (21), 671-688.
- Van Joolingen, W.R., De Jong, T. & Dimitrakopoulou, A. (2007). Issues in computer supported inquiry learning in science. *Journal of Computer Assisted Learning*, 23 (2), 111-119.
- Von Glasersfeld (1989). Cognition, construction of knowledge, and teaching. *Synthese*, 80 (1), 121-140.

Appendix A

Deel 1: meerkeuzevragen

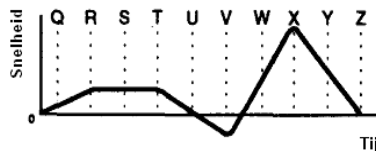
- 1 Hieronder staan vijf versnelling versus tijd grafieken. Alle assen hebben dezelfde schaal. Welk object had de grootste verandering in snelheid tijdens het interval?



A B C D E

- 2 Wanneer is de versnelling het meest negatief?

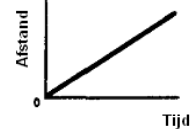
- (A) R naar T
(B) T naar V
(C) V
(D) X
(E) X naar Z



A B C D E

- 3 Rechts staat een grafiek van de beweging van een object. Welke zin is de beste interpretatie?

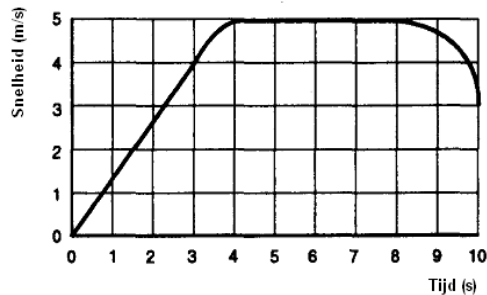
- (A) Het object beweegt met een constante versnelling, ongelijk aan 0.
(B) Het object beweegt niet.
(C) Het object beweegt met een uniform toenemende snelheid.
(D) Het object beweegt met een constante snelheid.
(E) Het object beweegt met een uniform toenemende versnelling.



A B C D E

- 4 Een lift beweegt van de begane grond naar de tiende verdieping van een gebouw. De massa van de lift is 1000 kg en hij beweegt zoals getoond in de snelheid-tijd grafiek hieronder. Hoe ver beweegt de lift tijdens de eerste drie seconden?

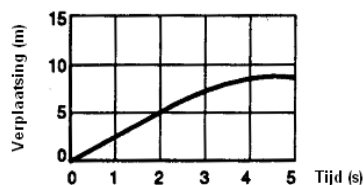
- (A) 0.75 m
(B) 1.33 m
(C) 4.0 m
(D) 6.0 m
(E) 12.0 m



A B C D E

- 5 De snelheid op het 2 seconde punt is:

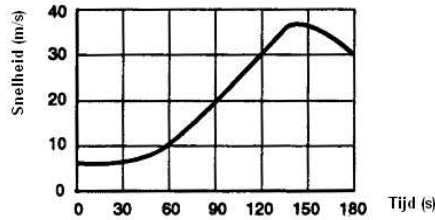
- (A) 0.4 m/s
(B) 2.0 m/s
(C) 2.5 m/s
(D) 5.0 m/s
(E) 10.0 m/s



A B C D E

- 6 Deze grafiek toont snelheid als een functie van tijd voor een auto met een massa van 1500 kg. Wat was de versnelling na 90 seconden?

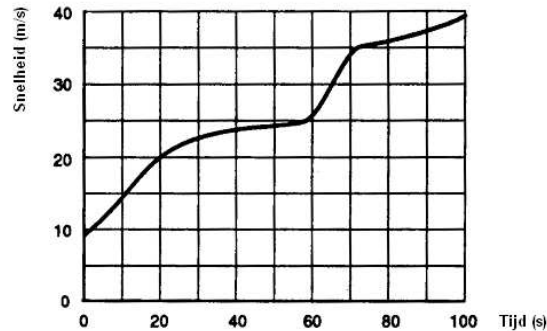
- (A) 0.22 m/s/s
 (B) 0.33 m/s/s
 (C) 1.0 m/s/s
 (D) 9.8 m/s/s
 (E) 20 m/s/s



- A B C D E

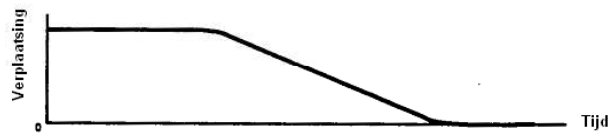
- 7 De beweging van een object dat in een rechte lijn beweegt is gerepresenteerd in de volgende grafiek. Op tijdstip $t = 65$ s is de versnelling het dichtst bij:

- (A) 1 m/s/s
 (B) 2 m/s/s
 (C) 9.8 m/s/s
 (D) 30 m/s/s
 (E) 34 m/s/s



- A B C D E

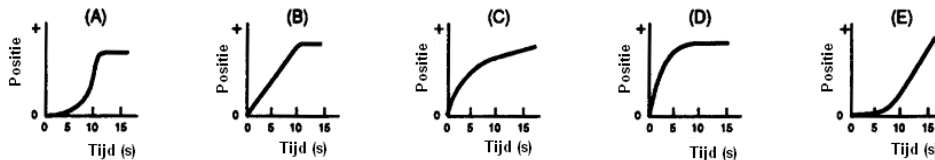
- 8 Hier is een grafiek van de beweging van een object. Welke zin is een correcte interpretatie?



- (A) Het object rolt over een plat oppervlak. Dan rolt het vooruit van een heuvel en uiteindelijk stopt het.
 (B) Het object beweegt eerst niet. Daarna rolt het vooruit van een heuvel en stopt uiteindelijk.
 (C) Het object beweegt met een constante snelheid. Dan vertraagt het en stopt het.
 (D) Het object beweegt eerst niet. Daarna beweegt het achteruit en uiteindelijk stopt het.
 (E) Het object beweegt over een vlak gebied, beweegt achteruit van een heuvel en beweegt dan verder.

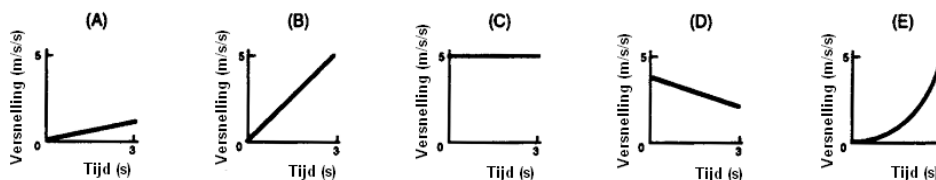
- A B C D E

- 9 Een object begint uit rust en ondergaat een positieve, constante versnelling gedurende tien seconden. Daarna gaat het verder met een constante snelheid. Welk van de volgende grafieken beschrijft deze situatie correct?



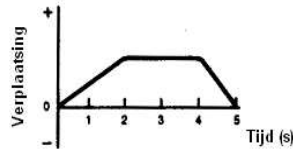
- A B C D E

- 10 Vijf objecten bewegen volgens de volgende versnelling versus tijd grafieken. Welk object heeft de kleinste verandering in snelheid tijdens het drie seconden durende interval.

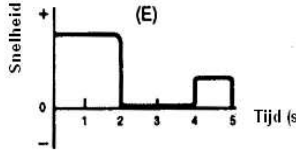
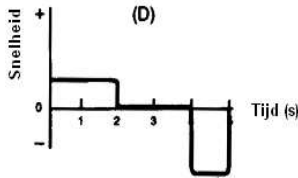
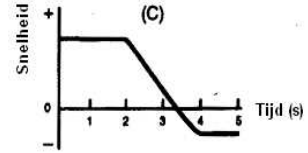
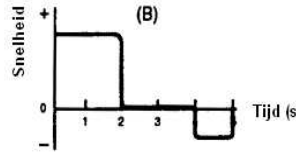
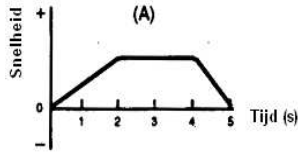


- A B C D E

11 Het volgende is een verplaatsing-tijd grafiek voor een object gedurende een 5 s tijdsinterval.

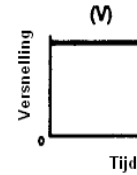
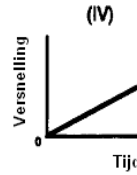
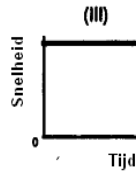
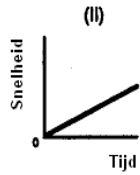
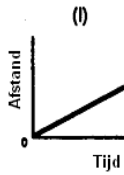


Welk van de volgende snelheid versus tijd grafieken zou de beweging van het object tijdens hetzelfde tijdsinterval het best representeren?



A B C D E

12 Bekijk de volgende grafieken. Let daarbij op de verschillende assen.

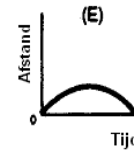
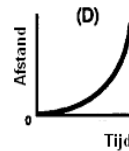
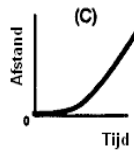
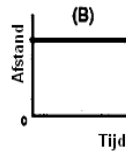
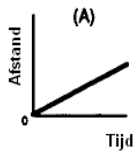


Welk(e) van deze grafieken represente(ert)ren beweging met constante snelheid?

- (A) I, II en IV
- (B) I en III
- (C) II en V
- (D) alleen IV
- (E) alleen V

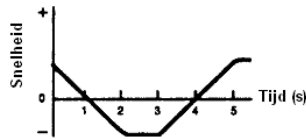
A B C D E

13 Afstand versus tijd grafieken voor vijf objecten zijn hieronder te zien. Alle assen hebben dezelfde schaal. Welk object heeft de hoogste maximale snelheid tijdens dit interval?

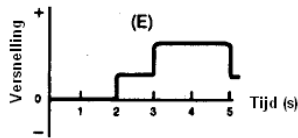
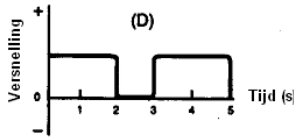
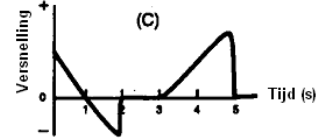
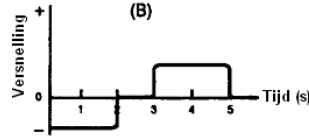
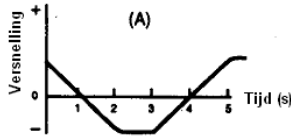


A B C D E

- 14 Het volgende representeert een snelheid-tijd grafiek voor een object tijdens een 5 s tijdsinterval.

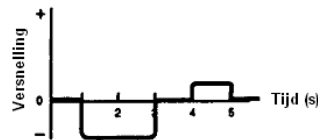


Welk van de volgende grafieken van versnelling versus tijd zou het best de beweging van het object representeren tijdens hetzelfde tijdsinterval?

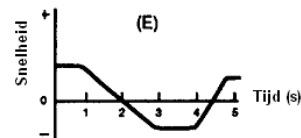
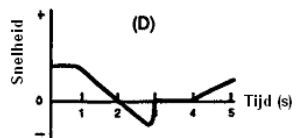
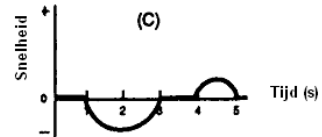
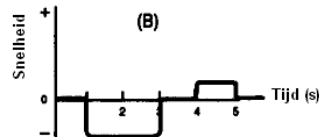
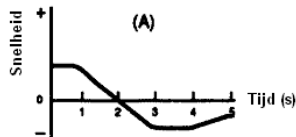


A B C D E

- 15 Het volgende representeert een versnellingsgrafiek voor een object gedurende een 5 s tijdsinterval.

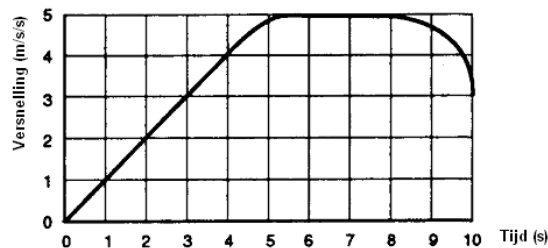


Welk van de volgende grafieken van snelheid versus tijd zou het best de beweging van het object gedurende hetzelfde tijdsinterval representeren?



A B C D E

- 16 Een object beweegt volgens de grafiek hieronder:



De verandering van de snelheid van het object tijdens de eerste drie seconden was:

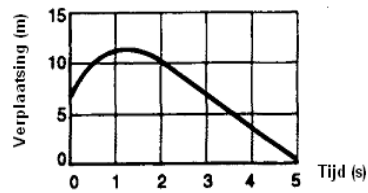
- (A) 0.66 m/s
 (B) 1.0 m/s
 (C) 3.0 m/s
 (D) 4.5 m/s
 (E) 9.8 m/s

A B C D E

17

De snelheid op het 3 seconde punt is ongeveer:

- (A) -3.3 m/s
- (B) -2.0 m/s
- (C) -0.67 m/s
- (D) 5.0 m/s
- (E) 7.0 m/s

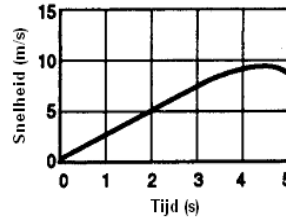


- A B C D E

18

Als je de afgelegde afstand tijdens het interval van $t = 0$ s tot $t = 2$ s met deze grafiek wilde bepalen, zou je:

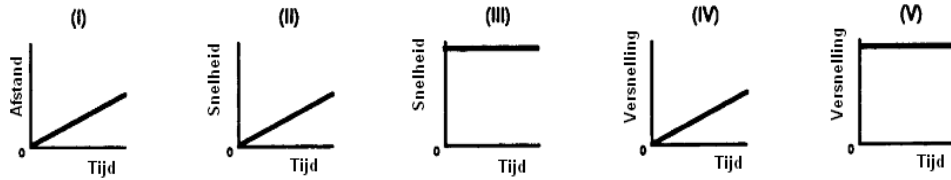
- (A) Direct 5 van de verticale as aflezen.
- (B) Het oppervlak tussen dat lijnsegment en de tijdsas bepalen door $(5 \times 2)/2$ uit te rekenen.
- (C) De helling van dat lijnsegment berekenen door 5 te delen door 2.
- (D) De helling van dat lijnsegment berekenen door 15 te delen door 5.
- (E) Er is niet genoeg informatie om antwoord te geven.



- A B C D E

19

Bekijk de volgende grafieken. Let daarbij op de verschillende assen.

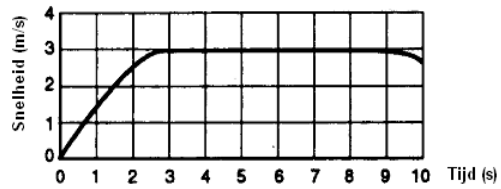


Welk(e) van deze grafieken represente(ert/ren) beweging met een constante acceleratie, ongelijk aan nul?

- (A) I, II en IV
- (B) I en III
- (C) II en V
- (D) alleen IV
- (E) alleen V

- A B C D E

- 20 Een object beweegt volgens de grafiek hieronder:



Hoever beweegt het tijdens het interval van $t = 4$ s tot $t = 8$ s?

- (A) 0.75 m
- (B) 3.0 m
- (C) 4.0 m
- (D) 8.0 m
- (E) 12.0 m

A B C D E

- 21 Rechts staat een grafiek van de beweging van een object. Welke zin is de beste interpretatie?

- (A) Het object beweegt met een constante versnelling.
- (B) Het object beweegt met een uniform afnemende versnelling.
- (C) Het object beweegt met een uniform toenemende snelheid.
- (D) Het object beweegt met een constante snelheid.
- (E) Het object beweegt niet.



A B C D E

Klik op 'verder' om door te gaan naar het tweede deel van het onderzoek.

Verder

Appendix B

Deel 2: casussen

[Inleiding](#)

[Uitleg](#)

[Voorbeeld 1](#)

[Voorbeeld 2](#)

[Casus 1](#)

[Casus 2](#)

[Casus 3](#)

[Casus 4](#)

[Casus 5](#)

[Afsluiting](#)

Inleiding deel 2

Dit gedeelte van het onderzoek heeft als doel inzicht te krijgen in de manier waarop mensen relaties leggen tussen grafieken en modellen. Om dit te onderzoeken zal een eenvoudige modelleertaal worden geïntroduceerd.

Nadat een korte uitleg is gegeven over de gebruikte modellen, zullen twee voorbeeldcasussen besproken worden. Deze voorbeelden zullen duidelijk maken wat de bedoeling is in de casussen die hierop volgen. Voor het onderzoek is het belangrijk dat je hardop nadenkt terwijl je met de casussen bezig bent. Op deze manier wordt duidelijk hoe je de beschikbare informatie gebruikt. Om te wennen aan het hardop nadenken kun je de tekst hardop lezen, dan voelt het daarna niet vreemd om ineens hardop je gedachten te verwoorden. Als je op enig moment niet precies begrijpt wat de bedoeling is, of iets niet helemaal snapt, kun je altijd een vraag stellen.

Klik nu in het menu aan de linkerkant op 'Uitleg' om verder te gaan.

Deel 2: casussen

[Inleiding](#)

[Uitleg](#)

[Voorbeeld 1](#)

[Voorbeeld 2](#)

[Casus 1](#)

[Casus 2](#)

[Casus 3](#)

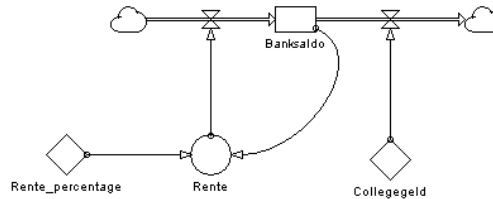
[Casus 4](#)




[Casus 5](#)

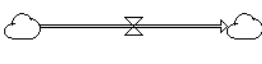
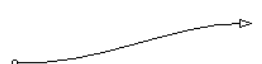
[Afsluiting](#)

Uitleg modellen en simulaties

In de volgende voorbeelden en casussen wordt steeds gebruik gemaakt van modellen om bepaalde situaties te beschrijven. Hieronder staat een voorbeeld van een dergelijk model. De symbolen die in dit model gebruikt worden, worden toegelicht.

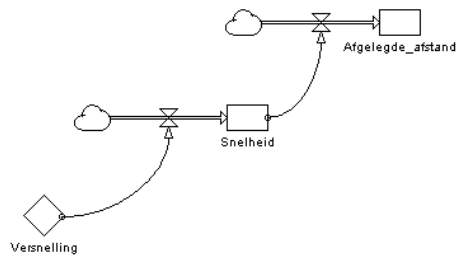


Symbol	Naam en betekenis	Voorbeeld
 Banksaldo	<i>Voorraadgrootheid</i> Deze grootheid kan in de loop van de tijd van waarde veranderen. Er kan steeds iets bijkomen of iets vanaf gaan.	Het banksaldo kan elke maand toenemen of afnemen
 Rente	<i>Rekengrootheid</i> Deze grootheid wordt berekend op basis van andere grootheden.	De rente is afhankelijk van het banksaldo en het rentepercentage.
 Collegegeld	<i>Constante</i> Deze grootheid verandert in de loop van de tijd niet van waarde.	Het collegegeld en het rentepercentage zijn iedere maand gelijk.

Pijl	Naam en betekenis
	<i>Stroompijl</i> Een stroompijl begint en/of eindigt altijd in een voorraadgrootheid. Deze pijl geeft aan dat er iets van de grootheid afgaat of dat er iets bijkomt.
	<i>Relatiepijl</i> Een relatiepijl loopt altijd naar een rekengrootheid of stroompijl toe. De pijl begint in een andere grootheid. Dit geeft aan dat de rekengrootheid of stroompijl van deze andere grootheid afhankelijk is.

Optrekkende auto

Met behulp van een dergelijk model kan een simulatie worden uitgevoerd. Dit wordt uitgelegd aan de hand van een model van een optrekkende auto. In de onderstaande afbeelding is dit model van een versnellende auto te zien.

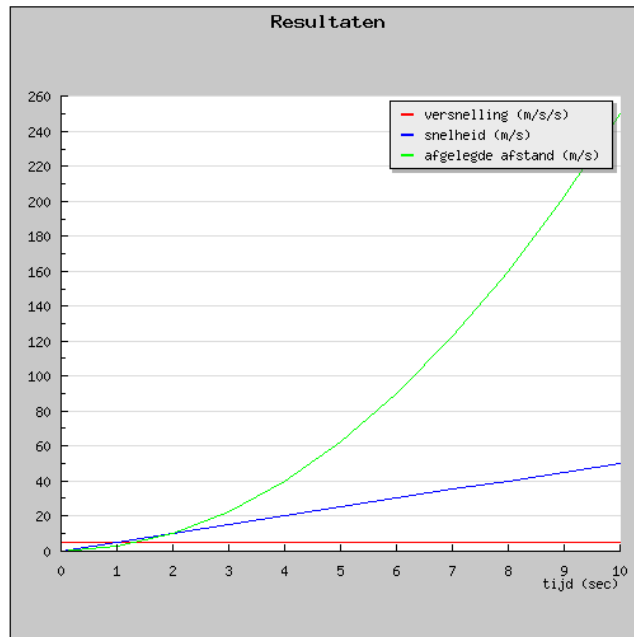


In dit model worden de meeste hierboven beschreven symbolen gebruikt. Er wordt een aantal zaken duidelijk uit dit model:

- De versnelling is constant (hoe zie je dat?)
- De snelheid is alleen afhankelijk van de versnelling (met zaken als luchtweerstand wordt dus geen rekening gehouden)
- De afgelegde afstand is alleen afhankelijk van de snelheid

Simulaties

Door een simulatie uit te voeren kan duidelijk worden hoe de verschillende grootheden met de tijd veranderen. Het uitvoeren van een simulatie levert data op die overzichtelijk in een grafiek kan worden weergegeven. Hieronder staat een grafiek met daarin de resultaten van een simulatie die gedraaid is van het model van de optrekkende auto gedurende 10 seconden.



In deze grafiek zijn een aantal zaken te zien:

- De constante versnelling is gelijk aan 5 m/s/s
- De snelheid neemt lineair toe
- De afgelegde afstand neemt steeds sneller toe

Zorg dat je begrijpt hoe deze resultaten uit het model volgen voordat je verder gaat met de voorbeelden en casussen.

Deel 2: casussen

[Inleiding](#)

[Uitleg](#)

[Voorbeeld 1](#)

[Voorbeeld 2](#)

[Casus 1](#)

[Casus 2](#)

[Casus 3](#)

[Casus 4](#)

[Casus 5](#)

[Afsluiting](#)

Voorbeeld 1

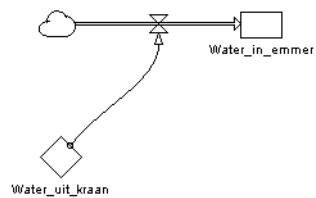
(Hardop nadenken!)

Situatie

Ruud wil het vollopen van een emmer met water modelleren. De emmer staat onder een kraan waar 0.25 liter water per seconde uitstroomt. De inhoud van de emmer is 10 liter.

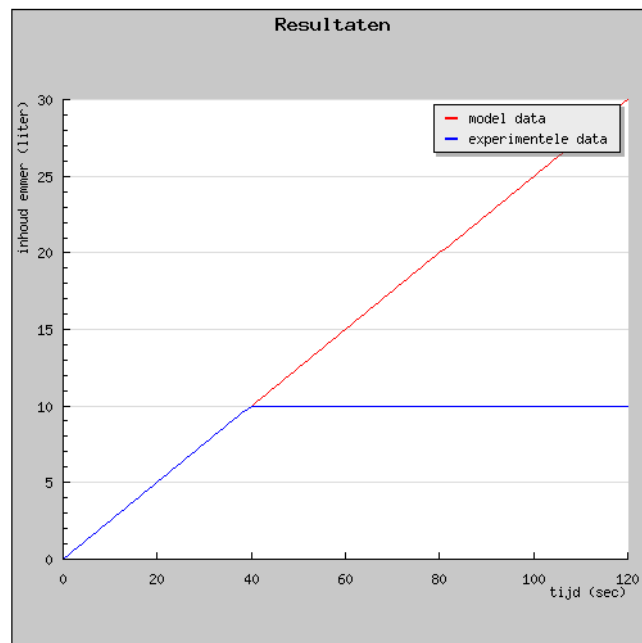
Model

Ruud modelleert deze situatie als volgt:



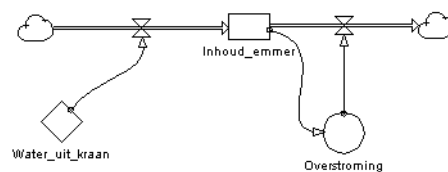
Simulatie

Ruud simuleert het vollopen van de emmer gedurende twee minuten en vergelijkt de resultaten van zijn model (model data) met een set echte meetgegevens (experimentele data). Beide sets data zijn in de onderstaande grafiek weergegeven.



Conclusie

Op basis van deze meetresultaten bedenkt Ruud zich dat hij in zijn model vergeten is rekening te houden met overstroming van de emmer als deze volgelopen is. Hij voegt een variabele 'overstroming' toe aan zijn model. Hieronder is dit nieuwe model weergegeven.



Deel 2: casussen

[Inleiding](#)

[Uitleg](#)

[Voorbeeld 1](#)

[Voorbeeld 2](#)

[Casus 1](#)

[Casus 2](#)

[Casus 3](#)

[Casus 4](#)

[Casus 5](#)

[Afsluiting](#)

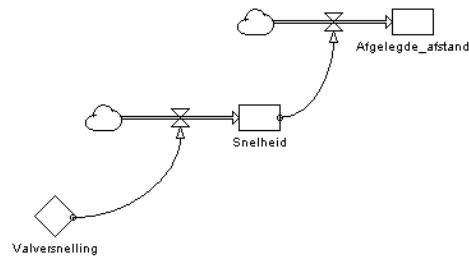
Voorbeeld 2

(Hardop nadenken!)

Situatie

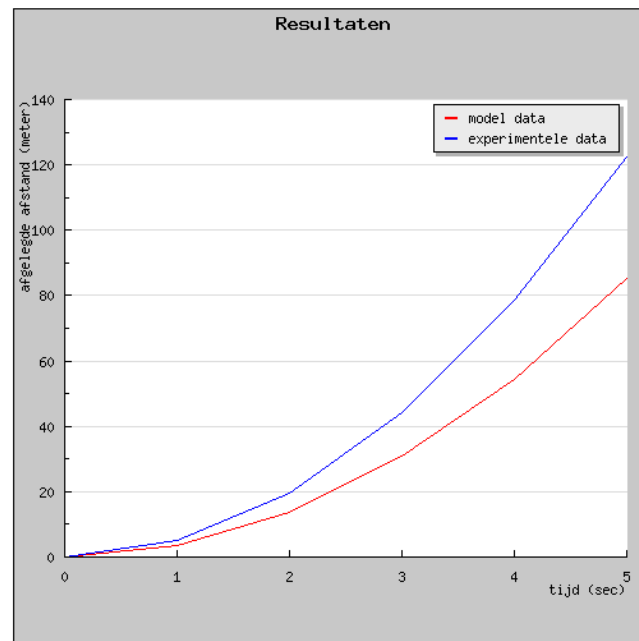
Paul is verzot op parachute-springen en besluit een model te maken om de afstand die hij in de eerste paar seconden van een sprong aflegt te bepalen. Hij houdt hierbij geen rekening met luchtweerstand.

Model



Simulatie

Zijn snelheid is volgens dit model na 5 seconden echter een stuk lager dan Paul verwacht had. Daarom besluit hij bij zijn volgende sprong een snelheidsmeter mee te nemen. De snelheid is ook volgens de snelheidsmeter een stuk hoger dan volgens het model. De resultaten zijn hieronder weergegeven:



Conclusie

Omdat de resultaten dezelfde vorm hebben, denkt Paul dat de structuur van zijn model in principe klopt. Hij vermoedt dat hij een verkeerde versnellingsconstante gebruikt heeft. Hij zoekt de juiste constante op en nadat hij deze in zijn model heeft aangepast, blijkt dat het model nu een goede beschrijving van de werkelijkheid oplevert.

Deel 2: casussen

[Inleiding](#)

[Uitleg](#)

[Voorbeeld 1](#)

[Voorbeeld 2](#)

[Casus 1](#)

[Casus 2](#)

[Casus 3](#)

[Casus 4](#)

[Casus 5](#)

[Afsluiting](#)

Casus 1

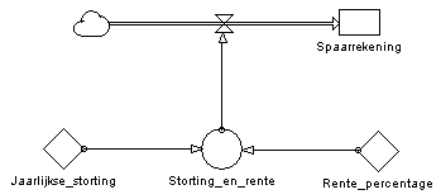
(Hardop nadenken!)

Situatie

Kees zet aan het begin van ieder jaar 250 euro op een spaarrekening. Aan het eind van ieder jaar krijgt hij 6.0% rente over het bedrag dat aan het begin van het jaar op zijn rekening staat (inclusief de storting van dat jaar).

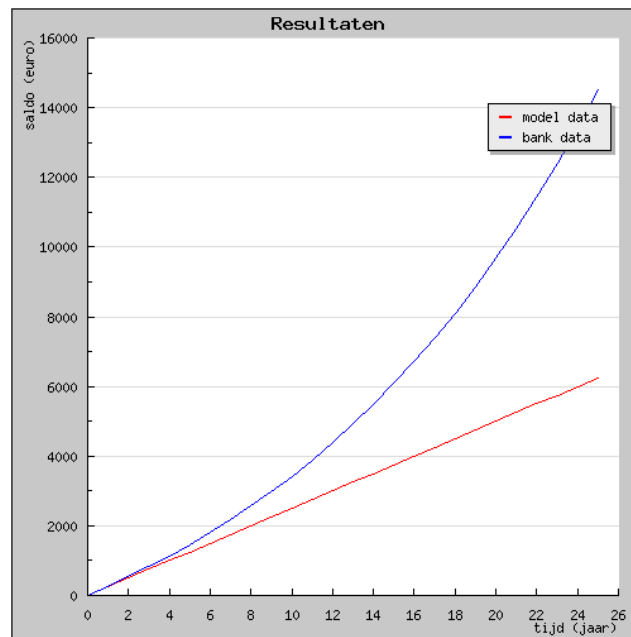
Model

In de onderstaande afbeelding is te zien hoe Kees deze situatie heeft gemodelleerd.



Simulatie

Kees blijft 25 jaar op deze manier sparen. In de onderstaande grafiek zijn zowel de werkelijke saldi (bank data) als de saldi zoals voorspeld door het dynamische model (model data) te zien.



Opdracht

Geef aan hoe het model gewijzigd kan worden zodat het de werkelijkheid beter beschrijft.

Deel 2: casussen

[Inleiding](#)

[Uitleg](#)

[Voorbeeld 1](#)

[Voorbeeld 2](#)

[Casus 1](#)

[Casus 2](#)

[Casus 3](#)

[Casus 4](#)

[Casus 5](#)

[Afsluiting](#)

Casus 2

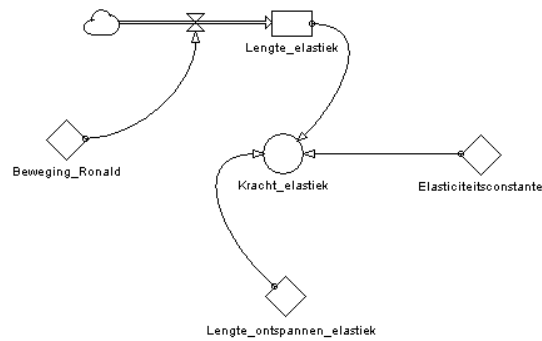
(Hardop nadenken!)

Situatie

Ronald speelt met een elastiekje en vraagt zich af hoe groot de kracht is, die nodig is om het elastiekje uit te rekken. Hij weet dat het altijd ongeveer evenveel extra kracht kost om het elastiekje 1 cm verder uit te rekken.

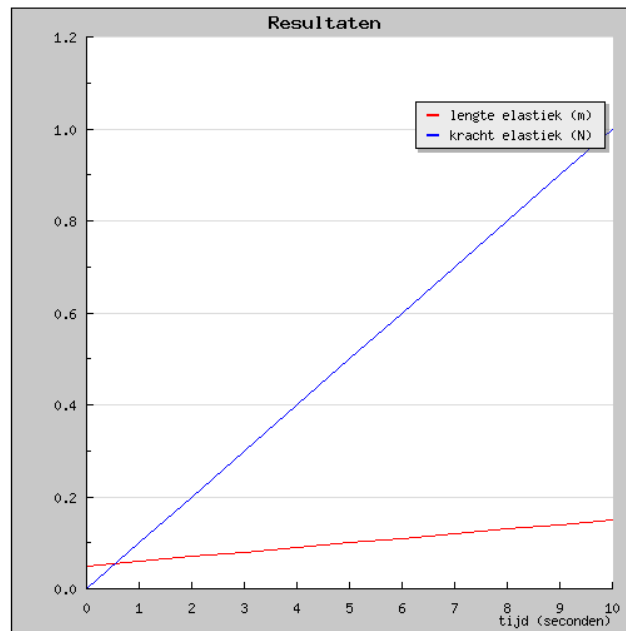
Model

Hij besluit de situatie als volgt te modelleren:



Simulatie

Wanneer Ronald het model gebruikt om een simulatie te draaien, krijgt hij de volgende resultaten:



Opdracht

Wat kun je naar aanleiding van de resultaten zeggen over:

- De snelheid waarmee Ronald het elastiek uitrekt?
- De hoeveelheid kracht die het kost om het elastiek 5 cm uit te rekken?
- De betekenis van de 'Elasticiteitsconstante' en 'Lengte_ontspannen_elastiek' in het model?

Deel 2: casussen

[Inleiding](#)

[Uitleg](#)

[Voorbeeld 1](#)

[Voorbeeld 2](#)

[Casus 1](#)

[Casus 2](#)

[Casus 3](#)

[Casus 4](#)

[Casus 5](#)

[Afsluiting](#)

Casus 3

(Hardop nadenken!)

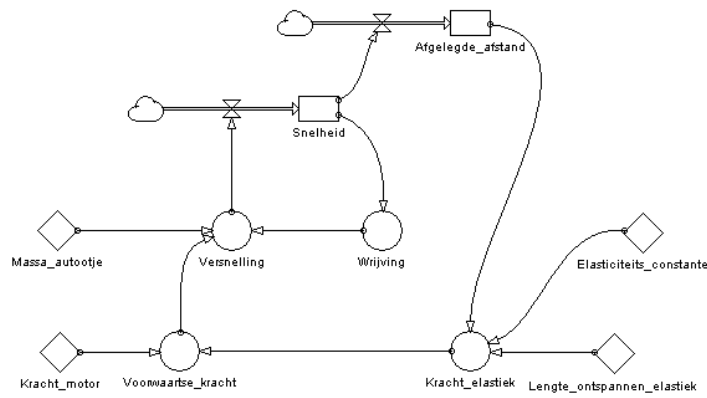
Situatie

Ronald speelt ook graag met lego en de laatste constructie die hij gebouwd heeft, bestaat uit een door een motortje aangedreven auto die met een elastiekje aan een legofort verbonden is. Wanneer de motor wordt aangezet begint de auto van het fort weg te rijden. Als het autootje begint met rijden is het elastiek nog in ontspannen toestand, maar als het autootje ver genoeg van het fort verwijderd is, zal het elastiek gespannen staan. Hoe verder het elastiek uitrekt, hoe groter de kracht die het uitoefent op het autootje.

Model

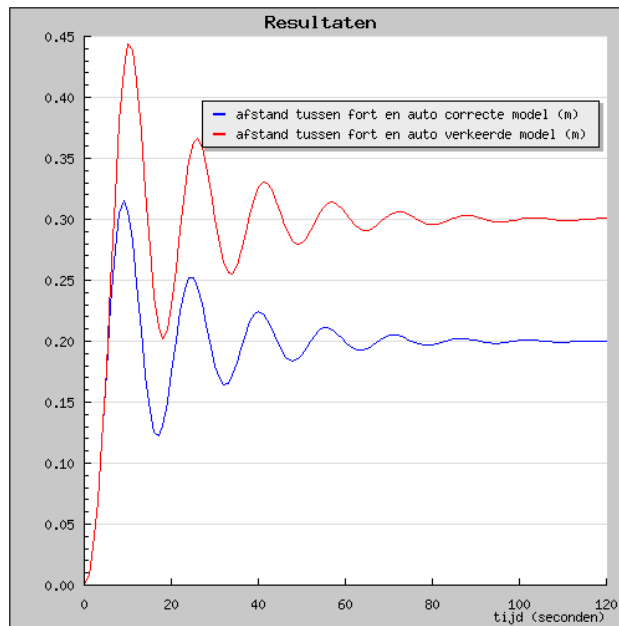
Het correcte model om deze situatie te beschrijven is hieronder weergegeven.

Dit model is ingewikkelder dan eerdere modellen die je hebt gezien, maar waarschijnlijk herken je wel bepaalde delen. Neem de tijd om dit model te bestuderen en zorg dat je het helemaal begrijpt voor je verder gaat. Stel gerust vragen als iets niet duidelijk is.



Simulatie

Voordat Ronald bij dit correcte model uitkwam, is hij een hele tijd bezig geweest. Hieronder staat het resultaat van een simulatie die gedaan is met een van Ronald's eerdere modellen. Dit model was niet helemaal correct en de resultaten verschillen dan ook van de resultaten die een simulatie met het correcte model oplevert.



Opdracht

Probeer op basis van de resultaten te berekenen op welke manier het verkeerde model afwijkt van het correcte model.

Deel 2: casussen

[Inleiding](#)

[Uitleg](#)

[Voorbeeld 1](#)

[Voorbeeld 2](#)

[Casus 1](#)

[Casus 2](#)

[Casus 3](#)

[Casus 4](#)

[Casus 5](#)

[Afsluiting](#)

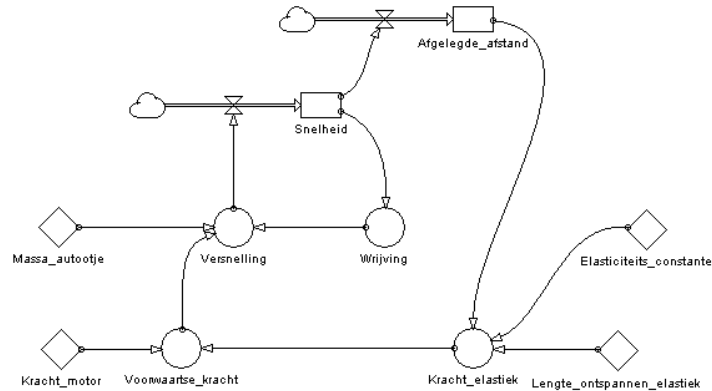
Casus 4

(Hardop nadenken!)

Situatie

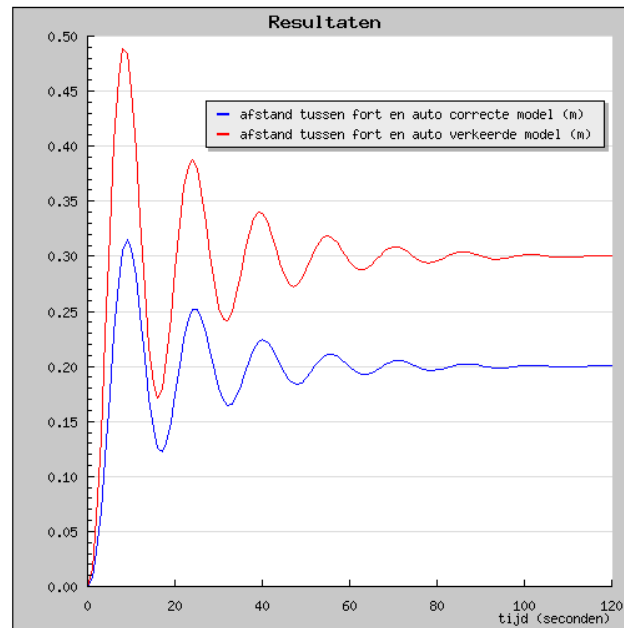
Deze casus heeft betrekking op dezelfde situatie als de vorige casus. Hieronder is nogmaals het correcte model weergegeven van de situatie.

Model



Simulatie

De resultaten in de onderstaande grafiek zijn wederom van een simulatie van een ander incorrect model en het correcte model van de situatie.



Opdracht

Probeer opnieuw op basis van de resultaten te beredeneren op welke manier het verkeerde model afwijkt van het correcte model.

Deel 2: casussen

[Inleiding](#)

[Uitleg](#)

[Voorbeeld 1](#)

[Voorbeeld 2](#)

[Casus 1](#)

[Casus 2](#)

[Casus 3](#)

[Casus 4](#)

[Casus 5](#)

[Afsluiting](#)

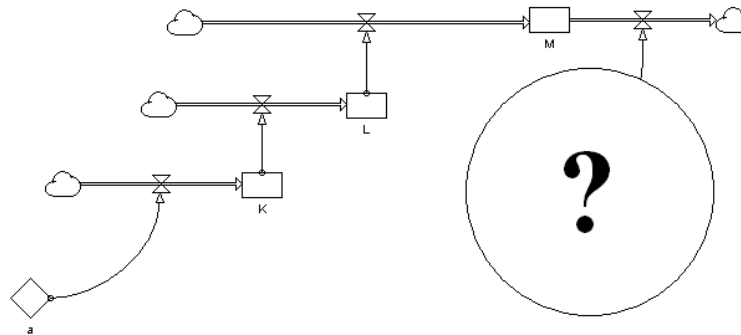
Casus 5

(Hardop nadenken!)

Situatie

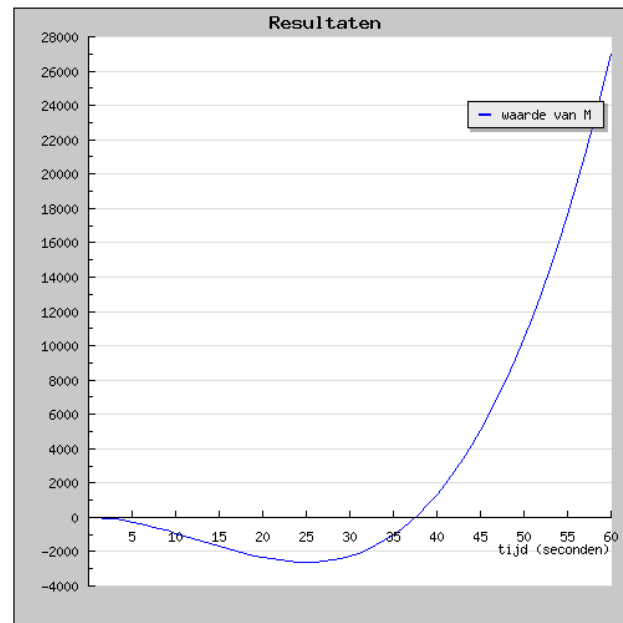
Deze laatste casus zit anders in elkaar dan de voorgaande casussen. Er wordt hier geen situatie geschetst. Er wordt alleen een (deel van een) model gegeven en het resultaat van een simulatie met dit model.

Model



Simulatie

De onderstaande grafiek is het resultaat van een simulatie met het volledige model, waarvan hierboven een deel is afgebeeld.



Opdracht

Bereideneer hoe het ontbrekende deel van het model er ongeveer uit moet zien en teken dit in het model.

Appendix C

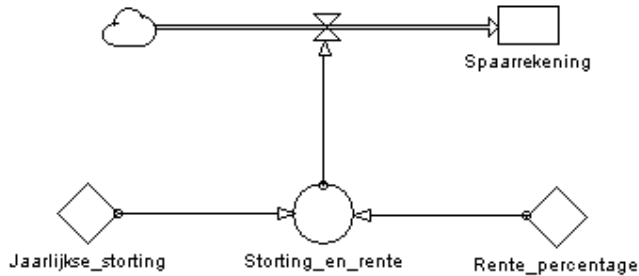
Antwoordformulier onderzoek data-interpretatie

Datum:

Tijd:

Casus 1

Geef in het onderstaande model aan hoe het gewijzigd kan worden zodat het de werkelijkheid beter beschrijft.



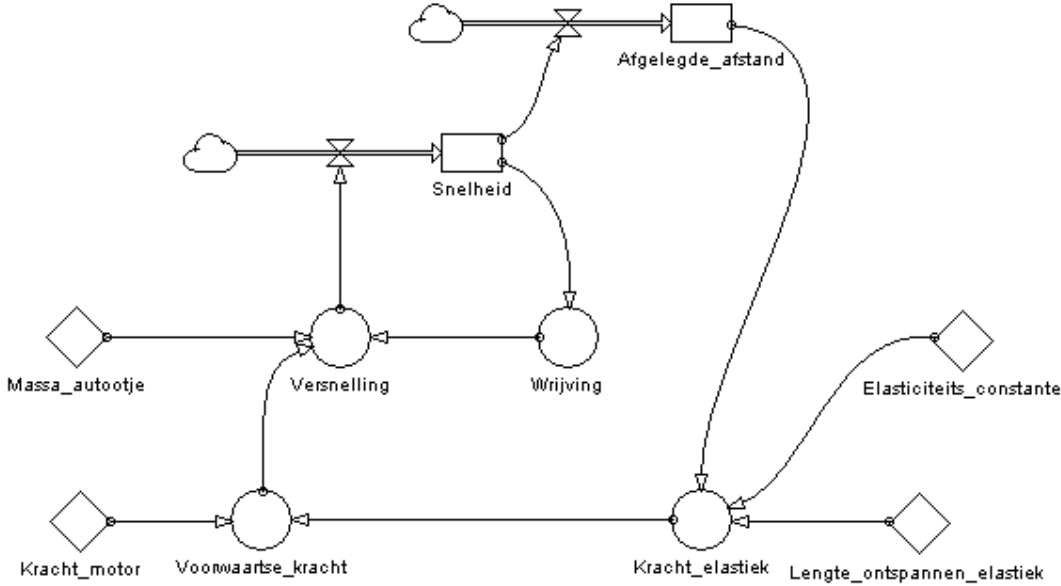
Casus 2

Wat kun je naar aanleiding van de resultaten zeggen over:

- De snelheid waarmee Ronald het elastiek uitrekt?
- De hoeveelheid kracht die het kost om het elastiek 5 cm uit te rekken?
- De betekenis van de Elasticiteitsconstante en Lengte_ontspannen_elastiek in het model?

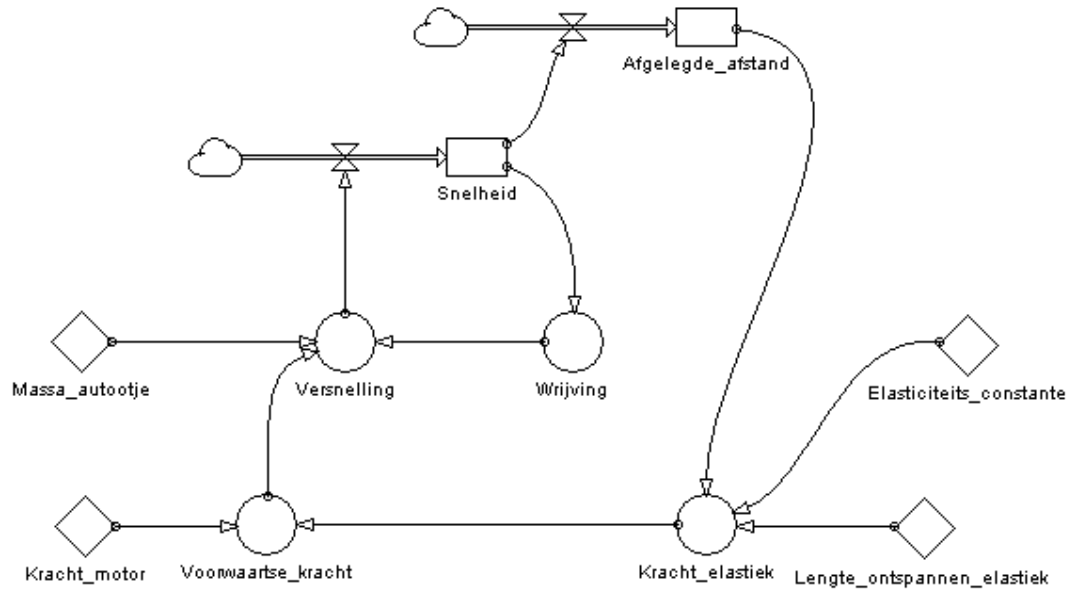
Casus 3

Geef in het onderstaande model aan op welke manier het verkeerde model afwijkt van het correcte model.



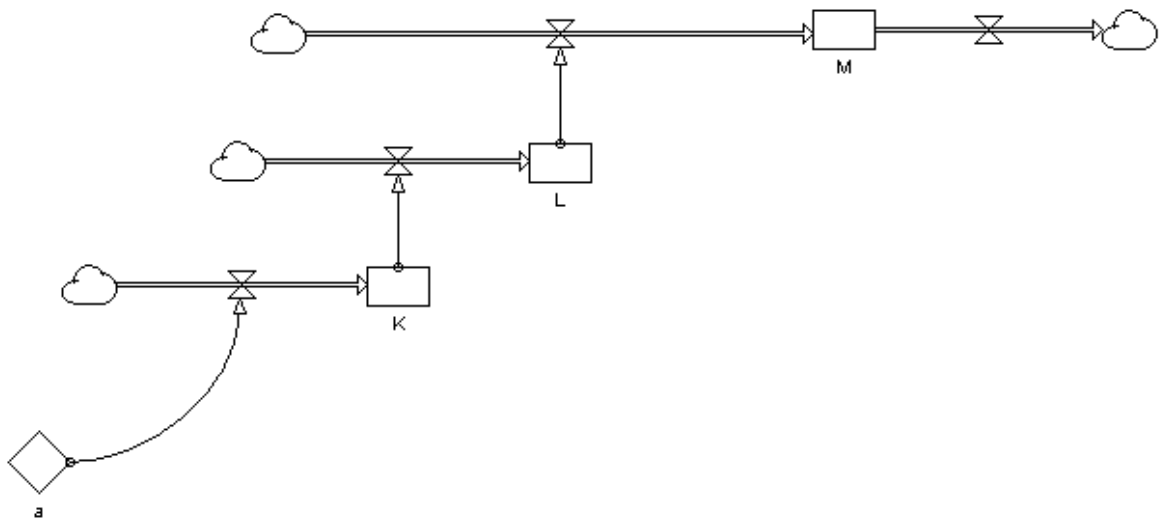
Casus 4

Geef in het onderstaande model aan op welke manier het verkeerde model afwijkt van het correcte model.



Casus 5

Teken het ontbrekende deel in het onderstaande model.



Appendix D

Hints bij casussen

--- Casus 1 ---

1. Waarvan is het bedrag dat er jaarlijks bijkomt afhankelijk?

--- Casus 2 ---

1. (Bij de eerste vraag) Hoelang is het elastiek na 0 seconden? Hoe lang is het elastiek na 10 seconden?
2. (Bij de tweede vraag) Als het elastiek in ontspannen toestand is kost het geen kracht om het uit te rekken.
Na hoeveel seconden is het elastiek 5 cm uitgerekt?
3. (Bij de derde vraag) Stel je hebt een elastiek van 20 cm lengte. Waarvan is de kracht die dit elastiek uitoefent afhankelijk?
(de 'stugheid' van het elastiek en de lengte van het ontspannen elastiek)

--- casus 3 ---

1. Tijdens de eerste paar seconden liggen de rode en blauwe grafiek op elkaar. Wat betekent dit?
2. Wat kun je zeggen over de frequenties van de beweging in het correcte en incorrecte model?
 - 2a. Welke verschillen in het model kunnen hiervan de oorzaak zijn?

--- casus 4 ---

1. De rode grafiek ligt al vanaf het begin boven de blauwe grafiek. Wat betekent dit?
 - 1a. Welke verschillen in het model kunnen hiervan de oorzaak zijn?
2. Wanneer stopt het autootje met heen en weer bewegen?
 - 2a. Welke krachten moeten in evenwicht zijn?
 - 2b. Als het autootje eenmaal stilstaat, welke onderdelen van het model hebben dan invloed op de voorwaartse kracht?
(die gelijk is aan 0)

--- casus 5 ---

1. Hoe zou de grafiek eruit zien als er niets in het gedeelte met het vraagteken stond?
 - 1a. Schets voor jezelf de grafieken van a, K, L & M
 - 1b. Kun je aangeven hoe de functies van a, K, L & M er ongeveer uit zien? Begin met a: $y=6$.
a: $y = 6$, K: $y=6t$, L: $y=3t^2$, M: $y = t^3$
2. De grafiek van M is gelijk aan de functie die je net hebt beschreven min de onbekende functie.
 - 2a. Hoe ziet deze onbekende functie eruit?
 - 2b. Hoe ziet deze functie eruit in het model?

Appendix E

Classificatie redeneerstappen

Casus 1

Stap	Opmerking / redenering	Classificatie
1	'Model data' neemt lineair toe, maar 'bank data' neemt steeds sneller toe.	Data interpretation (observation)
2	'Storting_en_rente' wordt berekend aan de hand van twee constanten en zal dus zelf ook constant zijn.	Model evaluation (based on modeling knowledge)
3a	Het bedrag dat er in een bepaald jaar bijkomt op de spaarrekening is ook afhankelijk van het huidige bedrag op de spaarrekening. Er moet dus een terugkoppeling in het model zitten.	Model evaluation (based on domain knowledge)
3b	De bank data nemen steeds sneller toe, dit betekent het bedrag wat er jaarlijks bijkomt op de spaarrekening in de loop van de tijd groter moet worden. Dit kan gerealiseerd worden door een terugkoppeling aan het model toe te voegen.	Data interpretation (conclusion)
4	Deze terugkoppeling kan worden toegevoegd door een relatiepijl toe te voegen van 'Spaarrekening' naar 'Storting_en_rente'.	Model implementation

Casus 2

Stap	Opmerking / redenering	Classificatie
1	De toename van 'lengte elastiek' is lineair, dus de snelheid waarmee Ronald het elastiek uitrekt is constant.	Data interpretation (observation & conclusion)
2	Deze snelheid is gelijk aan $(0.15 - 0.05) / 10 = 0.01$ m/s.	Data interpretation (calculation)
3	Het elastiek wordt met 0.01 m/s uitgerekt, dus na 5 seconden is het 5 cm uitgerekt.	Data interpretation (calculation)
4	Na 5 seconden is 'kracht elastiek' gelijk aan 0.5 N.	Data interpretation (observation & conclusion)
5	De 'Elasticiteitsconstante' is de kracht die nodig is om het elastiek een bepaalde afstand verder uit te rekken, hier in Newton per meter. Het kan ook gezien worden als de kracht die het elastiek uitoefent wanneer het een bepaalde afstand is uitgerekt.	Model evaluation (based on domain knowledge)
6	'Lengte_ontspannen_elastiek' is de lengte van het elastiek wanneer er geen kracht op wordt uitgeoefend. Deze waarde wordt gebruikt om te bepalen hoever het elastiek, als het een bepaalde lengte heeft, is uitgerekt.	Model evaluation (based on domain knowledge)
7	Bij 0 seconden is 'kracht elastiek' gelijk aan 0 N en lengte elastiek gelijk aan 0.05 m. Dus 'Lengte_ontspannen_elastiek' is gelijk aan 0.05 m.	Data interpretation (observation & conclusion)

Casus 3

Stap	Opmerking / redenering	Classificatie
1	De vorm van de rode grafiek lijkt op die van de blauwe grafiek.	Data interpretation (observation)
2	Omdat de rode grafiek dezelfde vorm heeft als de blauwe grafiek, is er waarschijnlijk een fout gemaakt bij één van de constanten in het model.	Data interpretation (conclusion)
3	Tijdens de eerste paar seconden van de simulatie liggen de grafieken op elkaar.	Data interpretation (observation)
4	Omdat de grafieken tijdens de eerste paar seconden gelijk zijn, kan de fout niet bij 'Kracht_motor', 'Massa_autootje' of bij de wrijving (verborgen constante) liggen. Deze constanten hebben namelijk al vanaf het begin invloed op de snelheid (en dus afgelegde afstand) van het autootje.	Model evaluation (based on domain knowledge)
5	Het autootje beweegt in het correcte model en het verkeerde model met dezelfde frequentie voor- en achteruit.	Data interpretation (observation)
6	De 'Elasticiteits_constante' heeft invloed op de frequentie waarmee het autootje heen-en-weer beweegt, dus hierin kan de fout niet zitten. De fout zit dus in 'Lengte_ontspannen_elastiek', de enige constante die overblijft.	Model evaluation (based on domain knowledge)

Casus 4

Stap	Opmerking / redenering	Classificatie
1	De vorm van de rode grafiek lijkt op die van de blauwe grafiek.	Data interpretation (observation)
2	Omdat de rode grafiek dezelfde vorm heeft als de blauwe grafiek, is er waarschijnlijk een fout gemaakt bij één van de constanten in het model.	Data interpretation (conclusion)
3	De grafieken zijn al vanaf de eerste seconde verschillend.	Data interpretation (observation)
4	Omdat de grafieken al vanaf de eerste seconde verschillend zijn, zal de fout niet in de 'Elasticiteits_constante' of 'Lengte_ontspannen_elastiek zitten'. (Als de rode grafiek onder de blauwe grafiek zou liggen, zou dit wel veroorzaakt kunnen worden doordat 'Lengte_ontspannen_elastiek' op 0 staat of vergeten is in het model).	Model evaluation (based on domain knowledge)
5	Het autootje in het verkeerde model komt op een andere afstand van het fort tot stilstand dan het autootje in het correcte model.	Data interpretation (observation)
6a	Omdat het autootje in het verkeerde model op een andere afstand van het fort tot stilstand komt dan in het correcte model, kan de fout niet in de wrijving of de massa van het autootje zitten, want de waarden hiervan hebben daar geen invloed op. Het moet dus wel aan de kracht van de motor liggen.	Model evaluation (based on domain knowledge)
6b	Een andere massa zou zorgen voor een andere periode van het voor- en achteruit bewegen van het autootje. Wanneer de wrijvingsconstante (die verborgen is in het model) niet als mogelijke oorzaak wordt meegenomen, kan hierdoor ook beredeneerd worden	Model evaluation (based on domain knowledge)

	dat het probleem bij de kracht van de motor ligt.	
--	---	--

Casus 5

Stap	Opmerking / redenering	Classificatie
1	Aan de locatie van het vraagteken is te zien dat alles wat nog ontbreekt in het model van M wordt afgetrokken en niet op een andere manier invloed heeft op a, K, L of M.	Model evaluation (based on modeling knowledge)
2	Aan de linkerkant van het model is een constante te zien die drie keer geïntegreerd wordt. M is dus een derde graads functie waar nog iets van wordt afgetrokken.	Model evaluation (based on modeling knowledge)
3	Aan de resultaten is te zien dat M eerst steeds sneller afneemt en dan minder snel gaat afnemen en tenslotte steeds sneller gaat stijgen.	Data interpretation (observation)
4	Omdat de waarde van M aan het begin steeds sneller daalt, zal het ontbrekende deel van het model aan het begin steeds sneller toenemen.	Data interpretation (conclusion)
5	Omdat het ontbrekende deel (in ieder geval aan het begin) steeds sneller toeneemt, kan het geen constante of lineaire functie zijn. Het is dus een tweede graads functie of hoger. Omdat M uiteindelijk gaat stijgen, zal het ontbrekende deel van het model geen derde graads functie of hoger zijn. Dus is het een tweede graads functie. De daling aan het begin kan verklaard worden door een grotere constante (dan a) in het ontbrekende deel van het model.	Model evaluation (based on mathematical knowledge)
6	De tweede graads functie kan gemodelleerd worden door een constante bij een voorraadgrootte op te tellen en deze voorraadgrootte van M af te trekken. (Eén stap minder dan aan de linkerkant van het model.)	Model implementation