

Natuurkunde begrijpen door analyse van eenheden



UNIVERSITEIT TWENTE.



Dr. Schötenberg'schop voor praktijkonderwijs - vnoo - havo - vbo-vmbo - atk - vbo-vmbo - vmbo-kl

Verslag Onderzoek van Onderwijs, opleiding Science Education (Physics)

Universiteit Twente, Enschede, instituut ELAN

Auteur : Jan Cor Isarin (s0187100)

Begeleiding : Henk Pol, Petra Hendrikse, Jan van der Veen

Borne, juli 2010

SAMENVATTING

Leerlingen hebben vaak moeite met het concept natuurkundige formule. Ze zien niet of nauwelijks een relatie tussen de onderdelen waaruit zo'n formule bestaat en de eenheden die erbij horen. De onderzoeksvraag luidde : in hoeverre kan analyse van eenheden (unit analysis) bijdragen aan een beter begrip van natuurkundige formules ?

Het onderzoek is gebaseerd op de ideeën van Reed die als interventie in de leer methode opdrachsets gebruikte om de vaardigheid van leerlingen in het omgaan met formules en eenheden te vergroten.

In het huidige onderzoek werd in twee vierde klassen, HAVO en VWO een interventie in de vorm van een serie opdrachten uitgevoerd die beoordeeld werden op het gebruik van eenheden en formules. Een objectieve maat (SCAN) werd hiervoor gedefinieerd.

Verbeteringen van het begrip natuurkundige formule zijn inderdaad teruggevonden, maar een tegengesteld effect is bij een aantal leerlingen eveneens waarneembaar : de methode werkt onder de gegeven omstandigheden niet voor alle leerlingen, met de kanttekening dat op deelgebieden wel verbeteringen zijn waar te nemen en dat voor een merkbaar effect een (veel) langere periode met oefeningen nodig lijkt.

De speciale kenmerken van leerlingen werden gekoppeld aan hun ontwikkeling tijdens het onderzoek. Er lijkt een verband te bestaan tussen bepaalde eigenschappen van de leerlingen en het effect van de methode. Dyslectische leerlingen scoren minder goed ; leerlingen die gestructureerd en netjes werken scoren beter. Zwakke leerlingen en leerlingen die slordig werken, hebben in enkele gevallen baat bij de meer gestructureerde aanpak van eenheidsanalyse. Sterke leerlingen laten weinig verandering zien.

De beperkte vaardigheden op het gebied van rekenen en algebra, maar mogelijk ook problemen met taalvaardigheden, vormen het grootste knelpunt bij het omgaan met natuurkundige formules. Dit is zorgelijk te noemen, aangezien deze vaardigheden in feite al op de basisschool eigen gemaakt zouden moeten zijn en bovendien zijn ze op veel meer terreinen dan alleen natuurkunde nodig.

Naar aanleiding van de uitkomsten van dit onderzoek wordt aanbevolen regelmatig oefeningen zoals hier gepresenteerd in de klas uit te voeren. Het vermoeden bestaat dat het effect vooral waarneembaar is als de oefeningen over een grotere periode worden uitgesmeerd en zo het leereffect vergroten. Voorzichtigheid bij dyslectische leerlingen lijkt geboden. Ombouwen van formules en controle van eenheden gaan kennelijk moeilijk samen met dyslexie.

INHOUDSOPGAVE

1 Inleiding	5
2 Probleemstelling, onderzoeksvraag en hypothese	6
3 Theorie, stand van zaken, literatuur	10
4 Opzet onderzoek – SCAN	15
5 Uitvoering	20
6 Resultaten	22
7 Evaluatie, conclusies en aanbevelingen	29
Bronvermelding	35
Bijlage A : Onderzoeksresultaten	38
Bijlage B : Interventiesets	40
Bijlage C : Ombouwopdrachten	47
Bijlage D : Vraagstukken	55

1 INLEIDING

De aanleiding voor dit onderzoek vormen de ervaringen als beginnend docent natuurkunde. Mede door een jaar ervaring als wiskundeleraar in zowel onder- als bovenbouw, heb ik ervaren dat leerlingen vaak moeite hebben met het concept 'natuurkundige formule' (wat stelt zo'n formule nou eigenlijk voor?) Bovendien zien ze niet of nauwelijks een relatie tussen de onderdelen waaruit zo'n formule bestaat en de eenheden die erbij horen.

Er bestaat erkenning voor dit probleem zoals uit de literatuur [9,1] is gebleken en het vormt in feite een deelaspect van het meer algemene probleem van het gebrek aan samenhang en afstemming tussen wis- en natuurkunde [5]. De voorbeelden van de problematiek die ik ben tegengekomen in de dagelijkse praktijk stemden tot nadenken en waren het waard om te gebruiken als aanleiding voor dit onderzoek.

Met dit rapport wil ik aantonen dat slecht scoren voor het vak natuurkunde vaak te maken heeft met het niet begrijpen van een formule, het niet kunnen werken met formules (en dan met name het ombouwen), maar vooral ook dat hier een gebrek aan rekenvaardigheid aan ten grondslag ligt.

Op voorhand was duidelijk dat met een beperkt onderzoek als dit en enkele 'interventies' in de gangbare lesmethode dit probleem niet uit de wereld is geholpen. Het kan wel aanleiding zijn om hier meer aandacht aan te besteden tijdens de wis- en natuurkundelessen en misschien ook al in het basisonderwijs. In elk geval zet het leerlingen aan het denken, zoals uit onderstaand voorbeeld mag blijken.

In HAVO4, na uitleg en afleiding van de formule $x = \frac{1}{2} a t^2$. "Meneer, hoe kan er nou uit zo'n formule meters komen ; er komen helemaal geen meters in voor, het is versnelling en tijd ?!"

Met analyse van eenheden werd het probleem opgelost !

2 PROBLEEMSTELLING, ONDERZOEKSVRAAG EN HYPOTHESE

Probleemstelling

In de inleiding is de problematiek in het kort geschetst. Het zgn. SALVO-project (SAmenhangend Leren in het Voortgezet Onderwijs) geeft het meest duidelijk de aansluiting met de problematiek van dit onderzoek [19,20]. Het SALVO-project maakt voorbeeldlesmateriaal voor samenhangend onderwijs in de natuurwetenschappelijke vakken en wiskunde. Het project is gestart in september 2004. Voortkomend uit de zgn. Sonate-projecten wordt binnen SALVO lesmateriaal gemaakt waarin het redeneren in verbanden samenhangend wordt aangeleerd in een langlopende leerlijn in havo/vwo.

Een ander leidend document bij het vormen van probleemstelling is het eindverslag van de 'Werkgroep afstemming Wiskunde-natuurkunde' [5]. In dit verslag worden een groot aantal concrete, gecategoriseerde aanbevelingen genoemd, die moeten leiden tot een verbeterde afstemming. Een aantal hiervan zijn in overweging genomen bij het formuleren van de probleemstelling en onderzoeksvraag :

- "De curricula voor wiskunde en natuurkunde moeten op elkaar worden afgestemd en samenhang moet worden aangebracht.
- De visiedocumenten voor wiskunde en natuurkunde zoeken de start van lange leerlijnen voor algebraïsche en rekenkundige vaardigheden in de onderbouw van het VO. Gecijferdheid begint echter in de kleuterklassen van het PO (of liever: nog eerder). Kinderen moeten van het begin af aan in het onderwijs gevormd worden met een grotere mate van gecijferdheid.
- Een cruciale rol spelen de PABO's en de nascholingen voor leraren in het PO (zoals verzorgd door het Freudenthal Instituut). Het is zeer gewenst om te streven naar een hoger niveau van gecijferdheid bij (aanstaande) leraren. Een van de middelen daarbij zijn de rekentoetsen op de PABO's. De lat zou daarbij hoger gelegd moeten worden.
- Leerlingen en leraren moeten de juiste benamingen leren gebruiken voor de bewerkingen. Wij denken (behalve aan de in het bovenstaande genoemde bewerkingen) ook aan: plus (niet: "en" of "erbij"), min (niet: "eraf"), maal (niet: "keer"), gedeeld door, tot de macht. En ook aan: term, som, verschil, factor, product, quotiënt, macht, grondtal, exponent.
- Meer inzicht in het gebruik en de betekenis van het 10-tallig stelsel is zeer gewenst. Dit ook in verband gezien met het metrieke stelsel. Daarin is het rekenen met machten van 10 zeer belangrijk (denk aan milli-, deci-, kilo-,...)
- Er moet meer aandacht komen in het (wiskunde-)onderwijs voor de betekenis en het gebruik van letters in expressies. Ook moet er een helder onderscheid gemaakt worden tussen de verschillende soorten van expressies. Het gaat om het vergroten van de *symbol sense*.

- De werkgroep beveelt aan om gestructureerd meer aandacht in de onderbouw te besteden aan het vereenvoudigen, herleiden, omvormen van expressies. Een goede mogelijkheid daarvoor biedt het bewijzen in een algebraïsche context.
- De werkgroep beveelt aan om ook bij natuurkunde weer gebruik te maken van de regels voor het differentiëren. Het zal de samenhang tussen de vakken versterken.
- De werkgroep beveelt aan om al in klas 4 de beginselen van de integraalrekening te onderwijzen. Het is op dat moment niet nodig het wiskundige notatiesysteem voor integralen te gebruiken. (De vraag : “welk alternatief bestaat hiervoor?” werpt zich dan wel op).
- Modelleren moet bij wiskunde, in samenwerking met andere exacte vakken, expliciet aandacht krijgen. Kernthema's zijn het representeren van processen of situaties door schema's en/of formules, het op eigen initiatief kiezen van passende variabelen, het redeneren aan de hand van formules en schema's. “

Deze aanbevelingen hebben uiteraard betrekking op een veel grotere scope dan in dit onderzoek aan de orde komt. Ze hebben wel richting gegeven aan het uiteindelijke doel van het onderzoek.

Uit de aanbevelingen zou geconcludeerd kunnen worden dat het probleem (het ontbreken van samenhang en afstemming tussen wis- en natuurkunde) vooral bij het vak wiskunde ligt. Dat is echter niet waarschijnlijk : het lijkt erop dat leerlingen vooral moeite hebben met het terugbrengen van ingewikkelde natuurkundige fenomenen tot wiskundige modellen : formules.

De doelstelling die eerst in termen van 'onderzoek naar een verbetering van de samenhang tussen wis- en natuurkunde' was geformuleerd, bleek te ruim en moest worden ingeperkt om een doelgericht onderzoek te kunnen uitvoeren. Daarop is geïnventariseerd of een in omvang beperkt deelonderzoek van concreet nut zou kunnen zijn. Zoals in de inleiding al aangegeven was de belangrijkste aanleiding de problemen die leerlingen ondervinden bij het werken met formules en dan met name bij het 'ombouwen'. Onder ombouwen versta ik hier het expliciet schrijven van een van de grootheden in de formule, anders dan de standaardformule die wordt geleerd. Voorbeeld : 2^e Wet van Newton, standaard : $F = m \cdot a$
Ombouwen geeft dan $a = F/m$ en $m = F/a$.

Er bestaat een directe samenhang tussen de formule en de omgebouwde varianten enerzijds, en de bijbehorende eenheden links en rechts van het = teken. Leerlingen zien zelden dit verband, zo heb ik in de dagelijkse praktijk ervaren. Voor hen is een formule vaak een black-box, die nauwelijks gerelateerd is aan de fysische grootheid en het verband met de grootheden in de formule. Ze herkennen de herkomst meestal niet. De eenheid van de berekende, expliciete grootheid lijkt dan ook uit de lucht te komen vallen. Verwonderlijk is dat niet echt, want voor een leerling is het niet logisch of te verwachten dat bij de 2^e Wet van Newton het product van massa en versnelling een kracht oplevert. Hoewel, ze kunnen zich meestal wel goed voorstellen dat de versnelling van een voorwerp afhangt van zowel massa (omgekeerd evenredig) als de uitgeoefende kracht (recht evenredig) op dat voorwerp.

Analyse van de afgeleide eenheden werkt hier niet want het is volstrekte abracadabra dat uit het product van kg en m/s^2 de eenheid N komt ! Dat verklaart mogelijk ook mede het slordige en vaak foute gebruik van eenheden. Al te vaak worden snelheden uitgedrukt in m/s^2 en versnellingen in m/s. De eenheid van versnelling geeft regelmatig aanleiding tot verwarring, hoewel ik ervaren heb dat dit juist een eenheid blijkt te zijn die zich goed leent voor het toelichten van de herkomst en het inzien van de logica van deze eenheid.

In een artikel van Reed [9] wordt onder meer ingegaan op de achtergronden en oorzaken van de geschetste problematiek. Hij refereert in dit stuk onder meer aan de onderzoeken van L. Clement en J. Sowder [3], en van P.W. Thompson [16], waarin enkele belangrijke definities worden genoemd op het gebied van metingen, grootheden en bewerkingen. Meten betekent het toekennen van een waarde aan een grootheid, waarbij een getal en (meestal) een bijbehorende eenheid worden gehanteerd. Een grootheid heeft betrekking op een voorwerp, bezit een eenheid of dimensie, heeft een bepaalde eigenschap (kwaliteit) en een manier of proces (operatie) om een numerieke waarde eraan toe te kennen. Thompson maakt hierbij onderscheid tussen een 'kwantitatieve operatie' en een 'numerieke operatie'. Een kwantitatieve operatie heeft te maken met het begrip van de onderhavige situatie en is, in tegenstelling tot de numerieke operatie, non-numeriek : het delen van 20 km door 4 uur geeft een numerieke uitkomst van 5 km/h, maar belangrijker in dit verband is, dat een juist begrip van de grootheid 'snelheid' nodig is om tot deze bewerking te komen. Dit leidt tot het inzicht dat de eenheid, behorend bij de grootheid 'snelheid', km/h moet zijn en dit leidt dan weer tot het uitvoeren van de juiste numerieke operatie : deel de afstand door de tijd.

De strekking van het stuk van Reed [9] is vervolgens dat inzicht in de eenheid van een grootheid kan leiden tot een (beter) begrip van deze grootheid en het onderliggende fysische concept. Een beter begrip van de grootheid, en daarmee de eenheid, is volgens Resnick [10] nodig om de twee betekenissen van algebra met elkaar in verband te kunnen brengen. De eerste betekenis van algebra is dat het een formeel systeem is, waarbij transformaties in de vergelijkingen (lees : formule) kunnen worden toegepast, zonder dat men zich hoeft af te vragen wat de transformaties opleveren. Bij de tweede betekenis van algebra gaat het erom dat bewerkingen 'gerechtvaardigd' dienen te worden door de manier waarop de grootheden veranderen door deze bewerkingen. Met andere woorden : levert de bewerking een (werkelijke) grootheid op met bijbehorende eenheid ?

Eenvoudige vraagstukken kunnen ook zonder algebra worden gemaakt, omdat door 'logisch nadenken' of andere niet-algebraïsche strategieën, de meer symbolische algebraïsche aanpak omzeild kan worden. Het gaat er dan om de leerlingen aan te leren de vraagstukken te vertalen naar een algebraïsche vorm, waarbij zo goed mogelijk wordt gerefereerd aan het hun vertrouwde referentiekader, van waaruit ze ook de meer eenvoudige vraagstukken weten op te lossen.

Een belangrijke oorzaak van de problematiek lijkt dus te maken te hebben met de in het algemeen beperkte rekenvaardigheid, of misschien beter gezegd : de algebraïsche vaardigheid van veel leerlingen. Om de eenheid van een berekende grootheid te analyseren of af te leiden zijn basisvaardigheden op rekengebied nodig, die lang niet altijd worden beheerst, vooral als het gaat om delingen en die komen juist zo veel voor bij het bepalen van een eenheid ! Voorbeeld : versnelling met de eenheid m/s^2 is een resultaat van een deling ($a = \Delta v / \Delta t$) nl. $(m/s) / s$. Veel leerlingen hebben moeite deze deling op de gebruikelijke manier als eenheid van versnelling te schrijven. Het feit dat het niet om concrete getallen gaat, maar om symbolen, maakt de situatie bovendien nog minder herkenbaar : getallenvoorbeelden blijken vaak wel te werken; waarom dat dan zo is kan overigens een interessant thema voor een vervolgonderzoek zijn.

De praktijk

Om de problematiek nader te inventariseren en meer concreet te maken heb ik de toetsen van de doelgroep (leerjaar 4) opnieuw beoordeeld, maar nu op een manier die aan het licht moet brengen hoe leerlingen omgaan met grootheden, eenheden, formules en berekeningen. De volgende lijst met fouten, misconcepties en gebrekkige vaardigheden komen in deze toetsen voor en zijn illustratief voor datgene wat veel leerlingen tekort komen en die uiteindelijk meestal leiden tot een lagere score voor toetsen. Lang niet alle genoemde voorbeelden hebben overigens in directe zin betrekking op de onderzoeksvraag maar hebben er dan indirect wel mee te maken :

- Niet goed lezen ; geen antwoord op vraag; te vroeg stoppen
- Niet herkennen van het concept in een nieuwe context ; verkeerde vertaalslag
- Veronderstellingen doen die niet terecht zijn ; verkeerde aannames
- Verkeerde formules; verkeerd gebruik formules; formules niet kennen
- Niet in staat tot het combineren van meerdere gegevens of meerdere formules
- Niet letten op eenheden : afstand x versnelling kan nooit een snelheid opleveren
- Door elkaar halen eenheden ; niet matchen van grootheid en eenheid
- Verkeerde eenheden gebruiken (bijv. km/h i.p.v. m/s bij formules)
- Eenheden vergeten
- 'Breien' (vergelijkingen hanteren die geen vergelijkingen zijn tijdens doorrekenen)
- Slordigheden in berekeningen
- Controle antwoord : kan dat antwoord wel ?
- Verkeerde significantie ; weinig gevoel voor grootteorde en nauwkeurigheid
- Vermenigvuldigen i.p.v. delen en andersom ; teller en noemer verwisselen
- Tussentijds afronden ; eindantwoord verkeerd afronden

Onderzoeksvraag

De onderzoeksvraag is, uitgaande van de overwegingen zoals beschreven, als volgt geformuleerd :

In hoeverre kan analyse van eenheden (unit analysis) bijdragen aan een beter begrip van natuurkundige formules ?

Deelvragen

- Begrijpen leerlingen de relatie tussen het natuurkundige verband en het model, de formule ?
- Welke problemen met de uitvoering van vraagstukken spelen hierbij een rol ? Gaat het om wiskundige en/of rekenkundige zaken, of zit het probleem meer in het niet begrijpen van het concept ? In het verlengde hiervan wordt aandacht besteed aan vaardigheden om formules te kunnen 'ombouwen', aangezien dit een veelvuldig voorkomend probleem is.
- Kan analyse van eenheden bijdragen aan het hanteren van de juiste aanpak bij het oplossen van vraagstukken ?

Hypotheses

De hypothesen vloeien voort uit de onderzoeksvragen :

- Analyse van formules met de bijbehorende grootheden en eenheden vergroot het inzicht in het natuurkundige concept
- Analyse van eenheden draagt bij aan een beter begrip van natuurkundige formules
- Vergroten van de algemene rekenvaardigheid draagt bij aan een beter begrip van formules en vergroot de vaardigheid om andere grootheden in formules expliciet te schrijven
- Bij het oplossen van vraagstukken kan analyse van eenheden helpen bij het vinden van het juiste verband tussen verschillende grootheden

3 THEORIE, STAND VAN ZAKEN, LITERATUUR

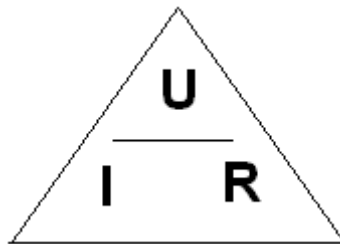
Onderzoek en concrete, aangepaste lesmethoden blijken veelal tamelijk complex van opzet en vergen veel inzet van personeel van diverse secties en daarmee ook kostbare (les)tijd [7]. Resultaten worden wel gemeld, maar niet erg objectief naar voren gebracht. Bij het lezen van het boekje over samenhangend onderwijs van SLO (Stichting Leerplan Ontwikkeling) [7] ontstaat het beeld dat initiatieven op dit gebied vooral een grote mate van samenwerking tussen en betrokkenheid van de beide secties, en ook de leiding vereisen. Het was de vraag of een dergelijke opzet past en wenselijk is binnen een Onderzoek van Onderwijs, gezien de impact en omvang die het dan krijgt. Het onderzoek moet beperkt zijn, overzichtelijk blijven en een looptijd van hooguit enkele maanden hebben. De voorbeelden die aan de orde komen zijn in feite een toevoeging aan het normale curriculum (hoe ziet het dan met de uren ? ; komt de vereiste behandeling van de stof dan nog wel aan de orde ?).

Uit "Criteria voor samenhangend (wiskunde)onderwijs" [12] komt naar voren dat het van nut is om scherp te formuleren wat precies wordt bedoeld met 'samenhangend en afstemming'. Deze termen komen veel voor, maar er wordt vaak overheen gestapt wat hier nou precies mee bedoeld wordt. Met name de volgende aspecten die in dit stuk genoemd worden, ben ik in de praktijk tegengekomen:

- Context : dezelfde concepten gebruiken bij verschillende contexten in meerdere vakken : dit is lang niet altijd het geval, bijv. bij de behandeling van de goniometrische verhoudingen.
- Chronologie : wiskundige onderwerpen behandelen voordat ze bij natuurkunde gebruikt worden : in klas 3 komt de Wet van Snellius aan de orde voordat de goniometrische verhoudingen zijn behandeld in de wiskundeles.
- Terminologie : het gebruik van dezelfde definities, termen en symbolen bij beide vakken: zo wordt het begrip richtingscoëfficiënt bij wis- en natuurkunde verschillend behandeld.
- Vaardigheid : dezelfde of vergelijkbare vaardigheden toepassen en uitwisselen.
- Bewustwording : het zien van de verbanden en onderlinge samenhang van de vakken door de leerlingen : ik heb gemerkt dat leerlingen wiskunde zien als een vak dat weinig of niets met natuurkunde te maken heeft. Ook hier weer de goniometrische verhoudingen als voorbeeld : het gebruik hiervan bij het ontbinden van krachten is voor veel leerlingen een brug te ver.

In dit verband zou je je af kunnen vragen of een dergelijk onderzoek of streven niet vooral vanuit de wiskunde en wiskundedocent zou moeten komen. Een gebrek aan vaardigheden op het gebied van rekenen en algebra lijken toch vooral de oorzaak van de problematiek te zijn. Dat is natuurlijk een nogal kortzichtig standpunt. In de natuurkunde zou bijvoorbeeld gekeken kunnen worden of het mogelijk en wenselijk is om definities en terminologie aan die uit de wiskunde aan te passen.

Dit lijkt ook een argument te zijn om de lessen toch vooral te richten op de brede toepassing van vaardigheden en te voorkomen dat je leerlingen alleen een aantal trucjes leert. De eigen ervaring leert hier weer dat dit voor de leerling wel veel overzichtelijker is en soms vragen ze er expliciet om ! Denk aan het roemruchte driehoekje om formules 'om te bouwen', zoals in onderstaand voorbeeld voor de Wet van Ohm. Handig, maar het omzeilt het begrip van de fysica.



Leerlingen zien vaak niet de relatie tussen de formule en de beschrijving van de grootte : druk is een kracht per oppervlakte-eenheid, maar dat de formule $p = F/A$ daar een logische consequentie van is, wordt meestal niet ingezien. Leerlingen leren een formule uit hun hoofd, maar zien in de eenheid (meestal) geen logische representatie voor het begrip druk. Door de eenheid te vervangen door de pascal (Pa) wordt het ogenschijnlijk eenvoudiger, maar de relatie met de grootte is nu helemaal verdwenen [14].

In het artikel van Reed [9] wordt nader ingegaan op de problematiek die onderwerp is van mijn onderzoek: rekenkundige bewerkingen behouden of veranderen juist de eenheid. Optellen en aftrekken behoudt de eenheid ; vermenigvuldigen en delen veranderen de eenheid en de grootte. Hiermee hangt het verschil samen tussen zgn. intensieve en extensieve grootheden of hoeveelheden. Een intensieve grootte kun je niet op een directe manier meten, bijv. de prijs van een liter benzine. Bij het berekenen van een intensieve grootte verandert daarom de eenheid. Dit geeft bij veel leerlingen aanleiding tot verwarring en daarmee tot fouten in termen van algebra en rekenkunde.

Fouten treden volgens Reed [9] ook op door :

- Combineren van verschillende eenheden bijv. optellen van meters en kilometers
- Getallen zonder eenheden, bijv. percentages ; niet gebruik maken van zowel intensieve als extensieve grootheden
- Maken van onnodige berekeningen
- Maken van foute berekeningen, en het gebrek aan inzicht dat de gemaakte berekening geen zinnige of een verkeerde eenheid oplevert.

Reed voerde twee experimenten uit die moesten aantonen dat analyse van eenheden een didactisch hulpmiddel kan zijn om de genoemde fouten te beperken :

Experiment 1 : elimineren van eenheden

Om een intensieve grootheid te berekenen kan het elimineren van eenheden (het 'tegen elkaar wegvallen') helpen bij het vinden van het goede antwoord. Er wordt dan gekeken of combinaties van de grootheden en bijbehorende eenheden, de juiste hoeveelheid en eenheid oplevert. Reed laat het volgende voorbeeld zien :

"Een Amerikaanse toerist tankt in Canada 60 liter brandstof voor zijn auto. De brandstofprijs bedraagt 0,50 Canadese dollars (Can\$) per liter. De wisselkoers is op dat moment Can\$ 1,49 voor US\$ 1,00. In de Verenigde Staten kost een *gallon* (1 gal = 3,79 liter) van deze brandstof US\$ 0,99. De automobilist wil de brandstofprijzen in beide landen met elkaar vergelijken om te kunnen bepalen in welk land de brandstof goedkoper is".

In Canada kost deze hoeveelheid brandstof Can\$ 30, zoals eenvoudig is te berekenen. Elimineren van eenheden kan helpen om de prijs van deze hoeveelheid brandstof in de Verenigde Staten in Canadese dollars om te rekenen :

$$\frac{\cancel{\text{US \$}} 0,99}{\cancel{1 \text{ gal}}} \times \frac{\cancel{1 \text{ gal}}}{\cancel{3,79 \text{ liter}}} \times \cancel{60 \text{ liter}} \times \frac{\text{Can \$ } 1,49}{\cancel{\text{US \$ } 1,00}} = \text{Can \$ } 23,35$$

Conclusie : 60 liter brandstof is in de Verenigde Staten goedkoper dan in Canada.

Kort samengevat leverde dit experiment niet het gewenste resultaat op, sterker nog, het effect was contraproductief. Leerlingen zijn in het algemeen niet in staat om de juiste combinaties van bewerkingen achter elkaar te plaatsen. Wel kan de methode helpen, achteraf, bij controle van de uitkomst.

Experiment 2 : werken met contrasterende (goede en foute) voorbeelden van intensieve eenheden

In de test worden steeds twee vergelijkbare bewerkingen gegeven, waarvan er slechts één een antwoord met een geldige eenheid oplevert. Dit blijkt eenvoudiger door leerlingen te begrijpen, omdat er minder (voor)kennis voor nodig is, in tegenstelling tot het opstellen van een vergelijking met symbolen, eenheden en getallen. Het zou tot meer begrip van de eenheid moeten leiden, beter dan bij het elimineren van eenheden. Het volgende voorbeeld licht de werkwijze toe :

$$3 \text{ m} \times 4 \text{ m} \qquad \text{en} \qquad 3 \text{ kg} \times 4 \text{ kg}$$

De eerste bewerking is goed :

$3 \text{ m} \times 4 \text{ m} = 12 \text{ m}^2$; dit geeft een oppervlakte in vierkante meters.

$3 \text{ kg} \times 4 \text{ kg} = 12 \text{ kg}^2$; dit is geen geldige eenheid, het resultaat heeft geen betekenis

Gebleken is dat deze methode de resultaten (sterk) verbetert. Vermoedelijk is de methode meer herkenbaar en eenvoudiger te doorzien. Een dergelijk experiment heb ik in mijn onderzoek uitgevoerd en vormt de basis voor een aantal opdrachsets onder leerlingen met als doel ze te instrueren en hun vaardigheid in het gebruik van eenheden en formules te vergroten.

4 OPZET ONDERZOEK – SCAN

Het onderzoek bestaat uit een combinatie van de ideeën van Reed die hij in beide tests heeft uitgevoerd en mijn eigen ideeën omtrent het ombouwen van formules : conditionering door te werken met de opdrachtensets uit Experiment 2 van Reed en de uitgangspunten van Experiment 1. Ondanks dat de resultaten van Reed met Experiment 1 tegenvielen, heb ik vooral de methodiek van het elimineren van eenheden als waardevol aangemerkt. Ze is m.i. namelijk bruikbaar voor de controle van de eenheid van de uitkomst van een berekening. Bovendien zou deze aanpak kunnen helpen de rekenvaardigheid bij het werken met formules te vergroten.

Uitgaande van de oorspronkelijke onderzoeksvraag komt de nadruk te liggen op het ombouwen van de formules. Tegen de achtergrond van de uitkomsten van het onderzoek van Reed is het daarom interessant om de vraagstukken zo in te kleden dat de berekeningen telkens op een andere manier uitgevoerd moeten worden, maar dat het idee van 'betekenisvolle eenheid' als doel wordt gehanteerd.

De interventies, dat wil zeggen, de methode om de vaardigheid in het werken met formules en eenheden te vergroten, bestaat uit eenvoudige opdrachtensets in de vorm van experiment 2 van Reed. Hierdoor leren leerlingen te kijken naar de eenheid van het resultaat van een berekening en te beoordelen of daar een zinnige, betekenisvolle grootte uitkomt. Ze leren dan de verkregen grootte te combineren met de juiste eenheid : een bewerking die leidt tot een eenheid die niets voorstelt, levert ook geen bestaande grootte op !

De eigenlijke sets opdrachten worden twee maal uitgevoerd : eenmaal op basis van het ombouwen van formules, en eenmaal door het oplossen van vraagstukken, waarbij formules moeten worden omgebouwd en de leerlingen gestimuleerd worden om de eenheden van de resultaten te checken.

Om een eventuele vergelijking met de resultaten van Reed mogelijk te maken, heb ik ervoor gekozen dezelfde soort vraagstukken te hanteren als in het onderzoek van Reed, hoewel hier en daar wat aangepast en wel zodanig dat omgebouwde formules gebruikt moeten worden.

Aangepaste opzet

Na overleg met de begeleider ontstond geleidelijk aan het idee dat het onderzoek van Reed vrij ongebruikelijk van opzet is geweest, omdat er in feite geen pretest (0-meting) gedaan is. Dit is opmerkelijk, gelet op de kleine groep die onderzocht is. Een argument tegen een pretest zou in dit geval kunnen zijn dat je bij een pretest in feite ook een leereffect teweeg brengt.

Daarom is besloten om de scores op de vaardigheden tijdens vorige toetsen van de betrokken klassen als pretest te gaan hanteren :

Score op Analyse van eenheden (SCAN)

Er is gezocht naar een maat om de prestaties van de leerlingen m.b.t. de doelen van dit onderzoek op een zo objectief mogelijke manier te kunnen weergeven. De opdrachten van het onderzoek en een aantal toetsen, of een deel daarvan, die dit jaar door de betrokken klassen zijn gemaakt, zijn opnieuw beoordeeld, maar nu op de volgende aspecten :

- gebruik van juiste eenheden bij het oplossen van een vraagstuk
- gebruik van juiste eenheden in het eindantwoord
- gebruik van de juiste formulering van een formule
- op een juiste wijze ombouwen van een formule, indien nodig

Deze aspecten zijn lang niet voor alle vragen relevant. Voor die vragen waar dit wel aan de orde is, kan een 1 of 0 gescoord worden, los van het al dan niet geven van het juiste antwoord op de vraag. Dit levert een maximaal te behalen score op. De beoordeling wordt dan uitgedrukt in een percentage van dit maximum. Deze score heb ik de 'Score op analyse van eenheden' (SCAN) genoemd.

De beoordeling met een 0 of 1 is weinig discriminerend, maar het moet een werkzame methode blijven en het gaat uiteraard om een indicatie. Bij de 'ombouwopdrachten' en vraagstukken is een meer discriminerende telling gehanteerd : hier konden per (deel)vraag meerdere punten worden gescoord, afhankelijk van de complexiteit van de opgave, waarbij ook weer de SCAN is uitgedrukt in het percentage van het maximaal te behalen punten. De scores zijn geregistreerd en uitgewerkt in MS-Excel™. De scores van de leerlingen zijn individueel geregistreerd ; in de weergave van de resultaten is dit uiteraard op anonieme wijze gebeurd.

Uiteindelijk is gekozen voor een zgn. 'multilevel' onderzoek, waarbij twee klassen onderzocht worden in twee fasen, waarbij in de eerste fase klas A controlegroep en klas B experimenteergroep is, en in de tweede fase dit wordt omgewisseld.

Tussen beide fasen wordt een toets afgenomen, waarbij ook weer de speciale score in kaart wordt gebracht. Na de tweede fase wordt opnieuw een toets afgenomen en de speciale score in kaart gebracht. Zie ook het schema op pagina 15.

De hypothese hierbij is dat de klas die in de eerste fase als experimentgroep dienst doet, bij de tussentijdse toets een verbetering te zien zou moeten geven, terwijl dat bij de controlegroep niet het geval is. Na de tweede fase zouden de prestaties van beide groepen weer gelijk getrokken moeten zijn.

Uitgangspunt is om de beide fasen samen te laten vallen met de behandeling van een hoofdstuk van het lopende curriculum. Het komt er dan op neer dat je in beide klassen twee

hoofdstukken behandelt met een tussentijdse toets en een eindtoets. Dit betekent dat het 'veldwerk' van het onderzoek enkele maanden in beslag neemt, aanzienlijk meer dan op voorhand was voorzien.

Onderzoeksgroep

Het onderzoek is uitgevoerd in 4HAVO en 4VWO. Dit zijn beide geen grote groepen: in totaal 42 leerlingen. Het voordeel van de multilevel opzet is o.a. dat de totale groep zowel als controle- als experimentgroep dient.

Het onderzoek is uiteindelijk alleen door mij uitgevoerd, in mijn eigen klassen, wat een voordeel is, omdat er dan geen extra invloed is in de vorm van meerdere docenten. Een nadeel is wel dat ik tegelijkertijd moet uitvoeren en observeren. Dit nadeel is echter beperkt omdat de uitvoering slechts bestaat uit een korte instructie : de eigenlijke interventie bestaat uit het maken van de opgaven door de leerlingen zelf, zodat de observatie niet of nauwelijks belemmerd wordt.

Het ging er vervolgens om de interventies en oefeningen in de normale lessen te verweven. De oefeningen met ombouwen van formules en vraagstukken zijn toegesneden op het betreffende hoofdstuk dat behandeld wordt in de periode waarin het onderzoek plaatsvond.

Procedure

- Allereerst is een 0-meting gedaan voor beide klassen. Dit houdt in dat van alle tot dan toe op school gemaakte toetsen opnieuw zijn beoordeeld, maar nu in de vorm van het bepalen van de SCAN. Het ligt voor de hand dat de SCAN en het gescoorde cijfer voor de toets sterk gerelateerd zijn, maar dat hoeft niet perse het geval te zijn.
- Vervolgens krijgt de testgroep extra, aanvullende instructies met opdrachten in de vorm van paren bewerkingen, die al dan niet een reële grootheid opleveren. Dit vormt in feite de interventie in de reguliere methode. Na deze opdrachten worden de oplossingen met uitleg gegeven, waarbij de nadruk op de verkregen eenheid wordt gelegd, zodat de leerlingen aangeleerd wordt om naar de eenheid van hun berekening te kijken en te controleren of dit een zinnig en betekenisvol antwoord oplevert.
- Vervolgens krijgt de testgroep een nieuwe set paren die beoordeeld moeten worden met daarna de oplossingen en uitleg. Deze set paren zijn iets lastiger te beoordelen dan de 1^e set, waarbij ervan uitgegaan wordt dat er een leereffect is door de 1^e set. Enkele opgaven zijn vrijwel gelijk aan die in de eerste opdrachtenset.
- De controlegroep krijgt deze interventies en uitleg niet. Overigens hebben beide groepen tijdens beide fase dezelfde hoeveelheid lestijd ontvangen : de interventies, opdrachten en besprekingen vinden plaats tijdens de reguliere lessen.
- Van beide opdrachtensets wordt de SCAN per individuele leerling bepaald
- Vervolgens worden twee sets met opgaven, zoals boven beschreven, door de testgroep en de controlegroep gemaakt. Daarbij krijgt de testgroep de uitdrukkelijke instructie

gebruik te maken van hun bevindingen in de pretest / interventiefase. De eerste set met opgaven gaat vooral over het ombouwen van formules ; de tweede set bevat gevarieerde opgaven, waarbij bij de testgroep het werken met controle van eenheden wordt benadrukt. Van beide sets wordt de SCAN bepaald.

- Na de eerste fase worden in de klassen toetsen afgenomen en wordt de SCAN bepaald
- Hierna volgt de tweede fase, waarin de gehele serie experimenten wordt herhaald, maar nu worden testgroep en controlegroep omgewisseld.
- Tot slot worden alle resultaten verzameld en geanalyseerd.

De gehele procedure is in onderstaand schema weergegeven.

Schema van de opzet van het onderzoek

4L (HAVO4)			4U (VWO4)		
0-meting (SCAN van alle voorgaande toetsen)					
Testgroep - fase 1	H3 Krachten	uitleg - doel	ombouwopgaven H4	H4 Krachten in beweging	Controlegroep - fase 1
		interventie			
		set 1			
		uitleg / toelichting 1			
		set 2	vraagstukken H4		
		uitleg / toelichting 2			
		ombouwopgaven H3			
		vraagstukken H3			
Voortgangstoets H3 - Krachten			Voortgangstoets H4 - Krachten in beweging		
Bepalen SCAN van de toets van beide klassen					
Controlegroep - fase 2	H4 Arbeid en energie	ombouwopgaven H4	uitleg - doel	H5 Arbeid en energie	Testgroep - fase 2
		vraagstukken H4	interventie		
			set 1		
			uitleg / toelichting 1		
	set 2				
	uitleg / toelichting 2				
	ombouwopgaven H3				
	vraagstukken H3				
Voortgangstoets H4 - Arbeid en energie			Voortgangstoets H5 - Arbeid en energie		
Bepalen SCAN van de toets van beide klassen					
Terugkoppeling naar leerlingen					
Evaluatie					

De onderzoeksgroepen

Het onderzoek is uitgevoerd in een VWO4 (4U) en een HAVO4-cluster (4L) van resp. 22 en 20 leerlingen op de school waar ik zelf les geef, de Christelijke Scholengemeenschap Reggesteyn, vestiging Noetselerbergweg in Nijverdal. De uiteindelijke score (SCAN) van een individuele leerling is gebaseerd op het gemiddelde van de afzonderlijke uitkomsten van de opgavensets.

4L is een groep met 13 meisjes en 7 jongens, met het profiel Natuur & Gezondheid (uitgezonderd één jongen met profiel Natuur & Techniek). Vier leerlingen zijn erkend dyslectisch ; er zijn twee rugzakleerlingen .

4U bestaat uit 8 meisjes en 14 jongens met profiel Natuur & Techniek (uitgezonderd twee meisjes met Natuur & Gezondheid). Twee leerlingen zijn erkend dyslectisch, een derde leerling maakt eveneens bij toetsen gebruik van vergrotingen ; een leerling is belast met autisme . Er zit één doublant in de groep.

Om de motivatie bij de leerlingen te vergroten en om ervoor te zorgen dat ze serieus aan het onderzoek zouden deelnemen, werd gezocht naar een mogelijkheid om een beoordeling te geven die niet in strijd was met het PTA (Programma van Toetsing en Afsluiting), waar niet van afgeweken mocht worden. In het PTA is een aantal Praktische Opdrachten (PO) opgenomen, waarvan het gemiddelde cijfer meetelt voor de overgang en bovendien een SE-cijfer vormt. Er is voor gekozen om voor beide klassen het gemiddelde van de interventiesets, onderzoeken en vraagstukken (uitgedrukt in de SCAN-waarde tussen 0 en 1) bij het gemiddelde van hun PO's op te tellen. Dat betekent dus een vermeerdering tussen 0,0 en maximaal 1,0 punt.

5 UITVOERING

0-meting

Als 0-meting is gekozen voor het bepalen van de gemiddelde SCAN van de toetsen van dit schooljaar die tot aan het onderzoek gemaakt zijn. Bij de bepaling van de SCAN werden alle relevante vragen van alle toetsen opnieuw bekeken, maar nu werd beoordeeld op het juiste gebruik van eenheden, formules en het ombouwen daarvan. De vragen werden beoordeeld met 0 of 1 : slechts als op alle aspecten van het onderzoeksthema goed werd gescoord, werd een 1 toegekend.

Interventie

De volgende instructie werd gegeven voorafgaand aan het uitvoeren van de opdrachten :

“In de natuurkunde werk je meestal met hoeveelheden die een getal en een eenheid hebben. Voorbeeld : 2 *appels* stelt een hoeveelheid voor, met 2 als getal en appels als eenheid.

Hier kun je allerlei berekeningen mee uitvoeren. Zo kun je 5 en 3 appels bij elkaar optellen. Het resultaat is het getal 8 en de eenheid is natuurlijk nog steeds ‘appels’. Maar als je 4 appels bij 6 bananen wilt optellen, lukt dat niet, want het resultaat zou het getal 10 kunnen zijn, maar wat is dan de eenheid ? Appels ? Bananen ? Banappels ??

Als je getallen met elkaar gaat *vermenigvuldigen of delen* zal de eenheid van de uitkomst meestal niet dezelfde zijn als waar je mee begon. Als je bijvoorbeeld een afstand wilt berekenen, moet je de snelheid vermenigvuldigen met de tijd. Voorbeeld : 2 uur rijden met een snelheid van 80 km/h geeft een afgelegde afstand van 160 km.

Dus : je vermenigvuldigt *kilometers per uur met uren*, en het resultaat krijg je in *kilometers* ! En kilometers is zoals je weet een goede eenheid voor afstand.

Als je berekeningen goed uitvoert en formules goed gebruikt, krijg je eenheden die in werkelijkheid ook echt iets voorstellen. Doe je dit niet goed, dan krijg je (meestal) eenheden die niets betekenen en dus ook niet goed kunnen zijn.

Als je met formules werkt, kom je ook verschillende eenheden tegen die een getal opleveren met vaak een andere eenheid. Bij het ‘ombouwen’ moet je er dan voor zorgen dat je weer de goede eenheid krijgt.

Oefening

In de volgende oefening zie je steeds twee getallen met een eenheid, waarvan er één wel goed en de ander niet goed is. Voer nu de volgende opdrachten uit :

1. Omcirkel de berekening die een getal geven met een eenheid die iets voorstelt
2. Maak de berekening
3. Zet de goede eenheid achter de uitkomst
4. Wat stelt de uitkomst voor (bijv. een snelheid of een bedrag in euro's)

Je krijgt hiervoor 25 minuten de tijd. Je mag gebruik maken van je rekenmachine."

Interventiesets

De eerste interventie was voor beide groepen gelijk ; het tweede paar opdrachten verschilden van elkaar, omdat na de 1^e set in de VWO groep bleek dat deze iets te eenvoudig was. In bijlage B staan de opdrachtensets en de bijbehorende uitwerkingen.

Ombouwopdrachten

Bij de 'ombouwopdrachten' wordt vooral een beroep gedaan op de vaardigheid om de verschillende grootheden in formules expliciet te kunnen noteren. Dit moet leiden tot een beter begrip van de formule, het op gestructureerde wijze oplossen van vraagstukken (waarbij een andere grootheid wordt gevraagd dan de grootheid die met de 'standaardformule' wordt berekend) en het vergroten van de algebraïsche vaardigheden. Bij de testgroep is meer nadruk gelegd op het analyseren van eenheden om de leerlingen te stimuleren hiervan gebruik te maken bij het ombouwen. In bijlage C staan de ombouwopgaven.

Vraagstukken

Bij de vraagstukken wordt geen speciale nadruk gelegd op het werken met analyse van eenheden, maar wordt meer impliciet hierop een beroep gedaan. Het gaat om vraagstukken die er 'normaal' uitzien, d.w.z. het zijn vraagstukken die in een toets voor zouden kunnen komen. Het doel is na te gaan of de leerlingen die de interventie-opdrachten hebben uitgevoerd, gebruik maken van het analyseren van eenheden bij het gebruik en ombouwen van formules. Zie bijlage D voor de vraagstukken.

Toetsen

Na beide fasen werden toetsen afgenomen, waarvan vervolgens de individuele SCAN werd bepaald. Afhankelijk van de aard, moeilijkheidsgraad en relevantie van de opgaven, werden

hierbij 1 of meerdere punten toegekend ; de uiteindelijke SCAN werd eenvoudig bepaald uit het percentage gescoorde punten op het totaal.

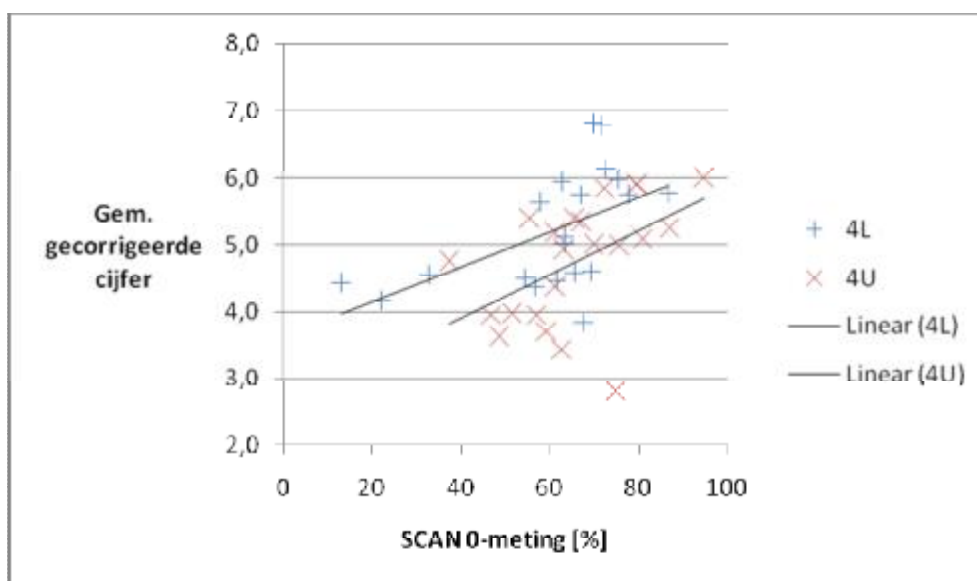
6 RESULTATEN

0-meting

In onderstaande grafiek zijn de scores van de eenheidsanalyse (SCAN) van de 0-meting vergeleken met het gemiddelde cijfer voor natuurkunde op het moment van inventarisatie. De SCAN wordt uitgedrukt in een getal / percentage tussen 0 en 100. Het gemiddelde cijfer voor natuurkunde is gecorrigeerd voor de invloed van de SCAN : het is namelijk te verwachten dat leerlingen die goed scoren op SCAN ook een hoger cijfer voor een toets scoren, omdat ze met name vraagstukken die een beroep doen op rekenvaardigheden en analyse van eenheden beter zullen kunnen oplossen. Om juist het effect van analyse van eenheden op een beter begrip van concepten en formules te kunnen nagaan is hiervoor gecorrigeerd, door ervan uit te gaan dat gemiddeld 2,0 punten extra gescoord worden, door middel van het uiteindelijk oplossen van vraagstukken, bovenop de vragen die niet van invloed zijn op SCAN. Het gecorrigeerde cijfer wordt dan als volgt berekend :

$$\text{nieuwe cijfer} = \text{oude cijfer} - 2,0 \times \text{SCAN}/100$$

In onderstaand diagram zijn de resultaten van deze analyse van beide klassen verwerkt.



Figuur 1 – Het verband tussen het cijfer voor begrip van formules en concepten als functie van SCAN

Uit deze resultaten moet de invloed blijken van het goed kunnen uitvoeren van vaardigheden die te maken hebben met eenheidsanalyse en in het bijzonder welke invloed dit heeft op het gescoorde cijfer voor toetsen. Met name in 4L volgt uit het linkergedeelte van de grafiek, dat een relatief zwak ontwikkelde SCAN, een cijfer oplevert dat hoger is. Dit is te verklaren uit het feit dat (lang) niet alle vraagstukken in een toets vaardigheden op het gebied van eenheidsanalyse vereisen. Bij een SCAN van 0,0 kan een leerling toch een aantal vragen beantwoorden en scoort (beduidend) hoger dan een 0.

In onderstaande tabel 1 zijn de belangrijkste resultaten van het onderzoek weergegeven. In bijlage A staat een tabel met alle resultaten :

Tabel 1 – Samenvatting van de resultaten van het onderzoek

4L	SCAN					cijfer natuurkunde			gecorr. cijfer			
	0-situatie		VT H3		VT H4	verschil	voor	na	verschil	voor	na	verschil
19	32,8	I n t e r v e n t i e	45,5	C o n t r o l e	80,0	47,2	5,2	5,3	0,1	4,5	3,7	-0,8
2	22,2		54,5		64,4	42,2	4,6	4,6	0,0	4,2	3,3	-0,8
5	13,3		27,3		37,8	24,5	4,7	5,6	0,9	4,4	4,8	0,4
20	58,1		45,5		82,2	24,1	6,8	6,8	0,0	5,6	5,2	-0,5
8	62,8		54,5		86,7	23,9	7,2	7,5	0,3	5,9	5,8	-0,2
6	72,8		90,9		91,1	18,3	7,6	5,4	-2,2	6,1	3,6	-2,6
17	75,6		90,9		88,9	13,3	7,5	7,1	-0,4	6,0	5,3	-0,7
1	69,7		81,2		77,8	8,1	8,2	7,2	-1,0	6,8	5,6	-1,2
7	77,8		72,7		84,4	6,6	7,3	6,6	-0,7	5,7	4,9	-0,8
13	69,4		36,4		75,6	6,2	6,0	4,2	-1,8	4,6	2,7	-1,9
9	71,9		63,6		77,8	5,9	8,2	6,8	-1,4	6,8	5,2	-1,5
3	67,8		63,6		73,3	5,5	5,2	7,9	2,7	3,8	6,4	2,6
11	65,8		63,6		71,1	5,3	5,9	5,5	-0,4	4,6	4,1	-0,5
12	54,4		9,1		53,3	-1,1	5,6	5,2	-0,4	4,5	4,1	-0,4
4	63,6		54,5		55,6	-8,0	6,3	5,9	-0,4	5,0	4,8	-0,2
15	67,2		63,6		57,8	-9,4	7,1	6,4	-0,7	5,8	5,2	-0,5
16	61,7		36,4		46,7	-15,0	5,7	5,6	-0,1	4,5	4,7	0,2
10	63,6		27,3		44,4	-19,2	6,4	5,6	-0,8	5,1	4,7	-0,4
18	86,7		63,6		66,7	-20,0	7,5	5,8	-1,7	5,8	4,5	-1,3
14	56,7		27,3		35,6	-21,1	5,5	6,2	0,7	4,4	5,5	1,1
gem.	60,7		53,6		67,6	6,9	6,4	6,1	-0,4	5,2	4,7	-0,5
4U	SCAN					cijfer natuurkunde			gecorr. cijfer			
	0-situatie		VT H4		VT H5	verschil	voor	na	verschil	voor	na	verschil
17	47,0	C o n t r o l e	83,3	I n t e r v e n t i e	88,9	41,9	4,9	3,6	-1,3	4,0	1,8	-2,1
18	37,4		66,7		77,8	40,4	5,5	6,4	0,9	4,8	4,8	0,1
11	51,5		50,0		77,8	26,3	5,0	7,6	2,6	4,0	6,0	2,1
14	57,0		83,3		82,2	25,2	5,1	5,1	0,0	4,0	3,5	-0,5
1	61,5		66,7		84,4	22,9	5,6	5,3	-0,3	4,4	3,6	-0,8
21	65,8		83,3		86,7	20,9	6,7	6,6	-0,1	5,4	4,9	-0,5
20	63,6		83,3		82,2	18,6	6,2	6,4	0,2	4,9	4,8	-0,2
16	55,8		16,7		73,3	17,5	6,5	5,5	-1,0	5,4	4,0	-1,4
19	76,0		33,3		91,1	15,1	6,5	4,9	-1,6	5,0	3,1	-1,9
4	72,3		83,3		86,7	14,4	7,3	4,6	-2,7	5,9	2,9	-3,0
6	48,6		50,0		60,0	11,4	4,6	4,2	-0,4	3,6	3,0	-0,6
9	80,0		100,0		91,1	11,1	7,5	9,4	1,9	5,9	7,6	1,7
2	61,5		50,0		66,7	5,2	6,4	4,4	-2,0	5,2	3,1	-2,1
22	79,5		100,0		82,2	2,7	7,5	6,4	-1,1	5,9	4,8	-1,2
10	63,0		53,3		57,8	-5,2	4,7	4,7	0,0	3,4	3,5	0,1
7	87,1		83,3		80,0	-7,1	7,0	6,1	-0,9	5,3	4,5	-0,8
12	70,0		16,7		62,2	-7,8	6,4	7,8	1,4	5,0	6,6	1,6
8	67,1		50,0		53,3	-13,8	6,7	9,3	2,6	5,4	8,2	2,9
13	59,4		16,7		44,4	-15,0	4,9	3,1	-1,8	3,7	2,2	-1,5
5	95,0		100,0		68,9	-26,1	7,9	9,3	1,4	6,0	7,9	1,9
3	81,0	33,3	37,8	-43,2	6,7	4,6	-2,1	5,1	3,8	-1,2		
gem.	65,7		62,1		73,1	7,4	6,2	6,0	-0,2	4,9	4,5	-0,4

Toelichting op de tabel en de resultaten

- Het bovenste gedeelte van de tabel betreft klas 4L ; het onderste gedeelte betreft 4U
- De 1^e kolom is het leerling-nummer in dit onderzoek ; vanwege de privacy van de leerlingen zijn geen namen vermeld, maar ze kunnen op deze manier wel teruggevonden worden, zodat de resultaten aan de individuele leerlingen gekoppeld kunnen worden.
- In de daarop volgende kolommen staan de SCAN-waarden van de 0-meting, van de tussentijdse toets tussen fase 1 en 2 (VT H3 resp. VT H4), en van de laatste toets (VT H4 resp. VT H5) ; tussen 0-meting en toetsen zijn de tests en opdrachten aangegeven met 'Interventie' en 'Controle conditie'
- In de kolom 'verschil' staat het verschil in SCAN-score tussen de laatste toets en de 0-meting : dit vormt in feite het resultaat van de interventie na beide fasen
- De drie kolommen 'cijfer natuurkunde' zijn achtereenvolgens : gemiddeld cijfer natuurkunde vóór onderzoek; cijfer laatste toets, na onderzoek; verschil tussen beide vorige cijfers. Laatste drie kolommen : als vorige, maar nu gecorrigeerd voor de SCAN-score (zie pag. 19)
- Leerling 15 uit 4U heeft wel de toetsen gemaakt, maar niet deelgenomen aan het onderzoek : deze leerling is verwijderd uit de tabel.
- De beide tabellen voor de beide klassen zijn gesorteerd naar grootte van het verschil in SCAN-waarde voor en na het onderzoek, met de grootste waarde bovenaan.
- Van alle opdrachtingsets en resultaten zijn ook de gemiddelde waarden van de SCAN en het cijfer bepaald, vergedrukt in de onderste rij, voor beide klassen.

Ontwikkeling van de scores op SCAN

Het meest interessant is de vraag of de SCAN verandert in de loop van het onderzoek. Er zijn gedurende het onderzoek veranderingen te zien in de gemiddelde SCAN per opgavenset ; een duidelijke toename, waarop natuurlijk de hoop is gevestigd, is niet echt waarneembaar. Er is slechts bij beide klassen gemiddeld een kleine toename te zien aan het einde van het onderzoek, na fase 2 (zie de kolom 'SCAN – verschil': 6,9 in 4L, 7,4 in 4U). Bovendien neemt de SCAN-score in 4L direct na de interventie juist met 7,1 % af. Verder zijn er per leerling grote verschillen in de ontwikkeling van de SCAN : er zijn zowel leerlingen met een grote toename, als met een grote afname van SCAN.

Verband tussen verandering van de scores op SCAN en het cijfer voor de laatste toets

Er kan geen eenduidig verband aangetoond worden tussen de verandering van SCAN (kolom 'SCAN – verschil' in de tabel) en de verandering van het cijfer voor de laatste toets, kort na de interventies : zowel een duidelijke toename als een afname is te zien bij de individuele leerlingen (kolom 'cijfer natuurkunde – verschil'). Ook wanneer uitgegaan wordt van het gecorrigeerde cijfer (kolom 'gecorr. cijfer – verschil') is geen duidelijk algemeen verband waarneembaar. Wel is het gemiddelde (gecorrigeerde) cijfer lager geworden.

Verband tussen verandering van SCAN en bepaalde kenmerken van individuele leerlingen

Vervolgens zijn de verandering van de individuele SCAN-waarden gerelateerd aan de leerlingen en hun specifieke vaardigheden en scores in het algemeen, en met hun eventuele specifieke kenmerken, zoals dyslexie en/of persoonskenmerken. Dit is uiteraard nogal speculatief en moeilijk te objectiveren, en kan hoogstens een indicatie geven over mogelijke verbanden tussen het scoren op de SCAN en de leerlingen afzonderlijk.

De resultaten hiervan zijn opmerkelijk te noemen :

- De leerlingen die bij toetsen goed scoren, geven in het algemeen weinig ontwikkeling te zien in de SCAN. Kennelijk voegen de oefeningen en de analyse van eenheden weinig toe aan hun prestaties. Zij komen bij deze beschouwing in de middenmoot terecht.
- In beide klassen is opmerkelijk dat met name enkele zwakkere leerlingen soms een grote toename vertonen in SCAN.
- Wat het meeste opvalt is echter dat vooral in 4U de dyslectische leerlingen een duidelijke afname in SCAN te zien geven. In totaal (beide klassen) neemt van 6 van de 8 dyslectische leerlingen de SCAN af. Daarbij moet bovendien worden opgemerkt dat de andere 2 dyslectische leerlingen zich in de praktijk niet als zodanig manifesteren.
- In 4U zit één doublant : deze leerling vertoont de hoogste toename in SCAN.
- Twee leerlingen in 4L, afkomstig van GTL, laten de grootste toename in SCAN zien.
- Tot slot valt op dat zowel in 4L als in 4U twee van de beste leerlingen een sterke afname van SCAN vertonen.

Overige resultaten van het onderzoek

De SCAN geeft een objectieve maat voor de vaardigheden op het gebied van analyse van eenheden en het begrip van en kunnen werken met fysische formules. Maar het zegt natuurlijk weinig tot niets over welke aspecten problematisch zijn, wat leerlingen goed en fout doen bij het werken met eenheden en evenmin geeft het een beeld van het al dan niet begrijpen van formules. Het is dan ook interessant om een overzicht te maken van zaken die aanleiding geven tot een verlaagde SCAN en aan te geven waar het mis gaat.

Wat gaat minder goed.....

Ondanks dat dit een negatieve benadering lijkt, is het natuurlijk vooral interessant om uit het gemaakte werk (ook de toetsen) te inventariseren waar het misgaat. Gelukkig gaat ook heel veel goed ! Welke fouten worden gemaakt en wat kan daarvan de oorzaak zijn ? Hierbij vallen vooral de volgende zaken op, waarbij een onderverdeling is gemaakt in fouten die te maken hebben met *eenheden*, *formules* en *rekenvaardigheden* :

Eenheden

- Eenheden vergeten te noemen bij een berekende waarde
- Verkeerde eenheid afleiden uit een formule (bijv. eenheid van kracht = $\text{kg}\cdot\text{m}/\text{s}^2$; veel leerlingen kunnen dit niet afleiden uit de formule $F = m\cdot a$)
- Verkeerde eenheden gebruiken (m/s i.p.v. m/s^2 komt veel voor). Ook totaal misplaatste eenheden, bijv. een versnelling in Newton i.p.v. m/s^2
- Analyse van eenheden / controleren eenheid : veel fouten met tegen elkaar 'wegstrepen' (beter geformuleerd : 'wegdelen') van eenheden in teller en noemer
- Bepalen van de eenheid na een bewerking : bijv. $5,0 \text{ m} / 2,5 \text{ m}/\text{s} = 2,0 \text{ s}$, maar veel leerlingen komen dan bijv. met de eenheid m of m^2/s
- Verkeerd omrekenen eenheden : bijv. $1 \text{ m}^3 = 0,001 \text{ liter}$
- Gebrek aan inzicht omtrent de betekenis van een eenheid : bijv. $3 \text{ kg} \times 4 \text{ kg} = 12 \text{ kg}^2$
- Het verkeerd benoemen van de bijbehorende grootte na een bewerking : bijv. $3,5 \text{ kg} / 2,5 \text{ m}^3 = 1,4 \text{ kg}/\text{m}^3 = \text{een inhoud}$
- Negeren van de uitkomst in termen van de eenheid : bijv. $3 \text{ kg} \times 4 \text{ kg} = 12 \text{ kg}$
- Niet herkennen eenheid ; niet kunnen koppelen aan grootte

Formules

- Algebraïsche fouten maken bij het ombouwen van formules ; constanten (bijv. $\frac{1}{2}$ of 2 vergeten mee te nemen)
- Foutieve formules gebruiken : bijv. $R = U\cdot I$ (Wet van Ohm), in plaats van $R = U/I$
- Verkeerde symbolen hanteren (bijv. a bij snelheid of v bij versnelling)
- Worteltekens toepassen op verkeerde deel van de (omgebouwde) formule. (bijvoorbeeld alleen de teller nemen, terwijl de wortel uit het gehele quotiënt genomen moet worden.)
- Het gebruik van driehoekjes bij formules waar meer dan 3 variabelen een rol spelen, of waar constanten in voorkomen. Dit is strikt genomen niet onjuist, maar het omzeilt de algebraïsche manier van formules ombouwen.
- Verwarren van symbool met eenheid : bijv. $F = m \times \text{m}/\text{s}^2$ (2^e Wet van Newton) of $N = \text{kg}\cdot a$ (ook 2^e Wet van Newton)
- Verwisselen teller en noemer in formule
- Formules niet ombouwen, maar m.b.v. de oorspronkelijke formule stapsgewijs onderdelen van de vergelijking berekenen, totdat 2 getallen worden overgehouden, die met elkaar worden vermenigvuldigd of door elkaar worden gedeeld. Dit leidt nogal eens tot rekenfouten en ook worden dan alsnog de verkeerde bewerkingen uitgevoerd (vermenigvuldigen i.p.v. delen en andersom)

Rekenvaardigheden

- Op een verkeerde manier delen : een product in de noemer na ombouwen van een formule wordt verkeerd verwerkt. Voorbeeld : het berekenen van de zwaarte-energie : $E_z = m \cdot g \cdot h$. $\Rightarrow h = E_z / (m \cdot g)$. Sommige leerlingen delen dan wel door de massa m , maar vermenigvuldigen dan weer met de valversnelling g , i.p.v. er door te delen !
- Delen i.p.v. vermenigvuldigen en andersom
- Rekenfouten maken, waarbij niet duidelijk is wat de oorzaak is
- Beperkte vaardigheden met de grafische rekenmachine
- Rendement op verkeerde wijze gebruiken : delen door η i.p.v. vermenigvuldigen en andersom. De factor 100 verkeerd gebruiken
- Omrekenen van km/h naar m/s en omgekeerd : factor 3,6 verkeerd toepassen, dus delen i.p.v. vermenigvuldigen en omgekeerd
- Verkeerd toepassen / werken met machten van 10.
- Constanten verkeerd verwerken : bijv. bij delen door 0,5 wordt soms gedeeld door 2 en andersom.
- Kwadrateren van eenheden of worteltrekken gaat niet goed : bijv $(m/s)^2 \Rightarrow m/s^2$

Aan deze opsomming kan nog worden toegevoegd dat veel leerlingen zeer slordig werken, zoals in de dagelijkse praktijk blijkt, waardoor ze het overzicht kwijt raken, wat vervolgens meestal tot een of meerdere fouten leidt. Verder wordt af en toe een antwoord gegeven op een niet gestelde vraag, bijv. een kracht berekenen waar een hoeveelheid energie wordt gevraagd. Ook viel op dat vrijwel alle leerlingen veel meer tijd nodig bleken te hebben dan vooraf werd voorzien. Voor de ombouwopdrachten en vraagstukken moest ruim meer dan een halve les, soms zelfs een hele les, worden uitgetrokken.

Veranderingen in vaardigheden gedurende en na het onderzoek

Uit het verloop van SCAN volgt dat er gemiddeld genomen geen spectaculaire veranderingen zijn geconstateerd in de vaardigheden op het gebied van formules en eenheden. Dat neemt niet weg dat er op onderdelen wel verandering zijn waar te nemen bij individuele leerlingen, die uit de individuele SCAN-scores naar voren komen, en die bovendien geconstateerd zijn door de antwoorden van de sets te vergelijken met de toetsen die gemaakt zijn vóór het onderzoek en door de aanpak van opgaven en antwoorden door leerlingen op vragen zoals die in de les voorkomen :

- Eenheden worden minder vaak vergeten
- Controleren van de eenheid van het antwoord wordt vaker uitgevoerd
- Koppelen van juiste eenheid aan grootte wordt beter gedaan
- Ombouwen gaat bij veel leerlingen een stuk beter
- Symbolen en eenheden worden in formules minder vaak met elkaar verward
- Formules worden vaker omgebouwd i.p.v. in stappen berekenen

Hierbij valt overigens ook op dat er geen verbeteringen worden waargenomen t.a.v. tekortkomingen in rekenvaardigheden !

Helaas is er bij een aantal leerlingen ook een afname in bepaalde vaardigheden waargenomen, vaak juist bij doorgaans sterke leerlingen die goed scoren op toetsen en in een aantal gevallen is deze ontwikkeling ook waarneembaar bij de dyslectische leerlingen :

- Afleiden van de eenheid van de expliciete grootte in een formule
- Analyse en controle van de eenheid
- Problemen met het ombouwen van formules
- Gebruiken van 'driehoekjes' en getalenvoorbeelden
- Formules niet ombouwen maar de expliciete grootte in stappen berekenen

In de volgende paragraaf worden de resultaten nader geëvalueerd.

7 EVALUATIE, CONCLUSIES EN AANBEVELINGEN

Beantwoording onderzoeksvraag en deelvragen

In hoeverre kan analyse van eenheden (unit analysis) bijdragen aan een beter begrip van natuurkundige formules ?

Analyse van eenheden kan voor een aantal leerlingen bijdragen aan een beter begrip van natuurkundige formules, op grond van de resultaten van dit onderzoek, onder de daarbij behorende omstandigheden. Wat vaststaat is dat een aantal leerlingen meer bewust is geworden van de betekenis van een formule en de relatie tussen datgene wat het voorstelt en de bijbehorende eenheid. De formule wordt minder gezien als een black-box, iets bijna magisch waaruit plotseling iets totaal anders tevoorschijn komt. Dit blijkt met name uit reacties tijdens de (reguliere) lessen, waarbij op vragen die te maken hebben met relaties tussen grootheden, vaker en sneller op de juiste wijze wordt geantwoord. Voorbeeld : "Wat is het verschil in kinetische energie tussen twee voorwerpen met dezelfde snelheid, maar met verschillende massa's ?" Een aantal leerlingen ziet het goede antwoord niet direct, maar een blik op de formule $E_{kin} = \frac{1}{2} mv^2$ geeft opheldering. Vervolgens zien ze zonder moeite in dat er bij de grootste massa de meeste arbeid (door middel van de wrijvingskracht) nodig is om de massa tot stilstand te brengen.

Het vergroten van het inzien van de relaties tussen de grootheden in een formule, volgt ook uit het nu soms kunnen koppelen van afgeleide eenheden uit de formule waar deze uit voorkomt, bijv. de Joule en de Newton.meter. Het is dan ook bemoedigend om te zien dat in de laatste toets door de meeste leerlingen arbeid uitgedrukt wordt in N.m en niet in Joule. Daaruit valt op te maken dat het begrip arbeid meer gezien wordt als het product van kracht en afgelegde weg en daardoor beter begrepen wordt. De stap naar het concept : 'energie bezitten betekent in staat zijn arbeid te verrichten' is dan wellicht ook makkelijker te maken, omdat het nu meer plausibel is dat de eenheden Joule en N.m hetzelfde zijn. Het is vermoedelijk een kwestie van regelmatig herhalen van oefeningen, zoals tijdens het onderzoek gedaan, om het begrip verder te vergroten.

Het feit dat in het natuurkundeonderwijs weinig aandacht wordt besteed aan de herkomst van de relaties tussen de grootheden uit de formule, maakt dat een formule vaak uit de lucht komt vallen, zodat leerlingen geen link naar de concrete situatie kunnen maken. Overigens wordt juist in de methode Systematische Natuurkunde [2] hier wel degelijk aandacht aan besteed, bijv. de herkomst van het verband tussen resulterende kracht enerzijds en de massa en versnelling anderzijds. Het concept, d.w.z. het verband tussen de in dit geval drie grootheden beklijft echter nauwelijks. Het is een concept dat moeilijk is te bevatten voor de meeste leerlingen van de onderzochte groep.

Naast het beperkte begrip van het concept 'formule' lijken toch vooral tekortkomingen in rekenkundige en algebraïsche vaardigheden een rol te spelen bij slecht scoren bij natuurkundige vraagstukken. Deze tekortkomingen staan een beter begrip in de weg.

In de praktijk, dat wil zeggen bij het oplossen van de vraagstukken van het onderzoek, maar ook bij het maken van toetsen, wordt vrijwel geen gebruik gemaakt van de analyse van de eenheid van de uitkomst om het vraagstuk aan te pakken.

Hypotheses

De gestelde hypotheses zijn deels juist :

Analyse van eenheden draagt bij aan een beter begrip van natuurkundige formules (zie beantwoording hoofdvraag), maar het is slechts in beperkte mate zichtbaar geworden : leerlingen blijken snel terug te vallen op het zien van een formule als een wiskundig concept dat louter dient om mee te rekenen. Dat blijkt bij navraag bijv. uit het feit dat ze geneigd zijn zich bij de voorbereiding van een toets te beperken tot het leren van de formules, zonder zich af te vragen wat precies de relatie is met de theorie en wat het natuurkundige fenomeen achter de formule is. Opmerkelijk is toch ook dat bij problemen met het oplossen van vraagstukken tijdens een toets in BINAS gebladerd wordt op zoek naar de reddende formule, terwijl ze de meeste formules echt wel kennen. Er is kennelijk onvoldoende koppeling tussen de essentie van het vraagstuk en de bijbehorende oplossingsstrategie en daarmee de bijbehorende formules.

Overigens blijkt dat een aantal leerlingen wel degelijk pogingen onderneemt om bijv. formules om te bouwen, maar daar vaak niet goed in slaagt, met als gevolg dat meer in plaats van minder fouten worden gemaakt.

Het vergroten van de algemene rekenvaardigheid is in feite niet aan de orde geweest ; uit het onderzoek blijkt eigenlijk alleen dat de rekenvaardigheid vaak zeer te wensen overlaat. Binnen het bestek van het onderzoek kon hier niet of nauwelijks aan gewerkt worden.

Analyse van formules met de bijbehorende grootheden en eenheden vergroot het inzicht in het natuurkundige concept enigszins, maar is nog onvoldoende aangetoond.

Bij het oplossen van vraagstukken blijkt slechts bij enkele leerlingen analyse van eenheden te helpen bij het vinden van het juiste verband tussen verschillende grootheden. Dit manifesteert zich met name bij het ombouwen van de formules : ze maken gebruik van het 'driehoekje', bouwen de formule op basis daarvan om en checken dan de eenheid. Het inzicht in de formule en de relaties tussen de grootheden lijkt daarmee niet groter te zijn geworden. Als niet expliciet om controle van de eenheid wordt gevraagd, wordt het niet of nauwelijks toegepast. Als ze het al doen, maken ze helaas de nodige fouten, zoals eerder opgemerkt.

Relatie tussen resultaten en bijzondere kenmerken leerlingen (rugzak, dyslexie, niveau e.d.)

Zowel de waargenomen vooruitgang als de achteruitgang bij individuele leerlingen vraagt om een verklaring. Het lijkt er op dat dit vooral te maken heeft met de persoonlijke capaciteiten, vaardigheden en andere karaktertrekken. De onderzoeker kent de leerlingen allemaal in meer of mindere mate en kent daarmee ook voor een belangrijk deel hun sterktes en zwaktes. Sommige talenten en tekortkomingen op het gebied van dit onderzoek liggen voor hem dan ook min of meer voor de hand en bevestigen het beeld van die bewuste leerling. Erg wetenschappelijk is dat helaas niet en de relatie tussen het een en ander is niet of nauwelijks te objectiveren, in elk geval niet binnen dit onderzoek van zeer beperkte omvang. Onderstaande is dan ook slechts een poging om mogelijke verbanden aan te geven. In feite vormen het hypotheses voor een vervolgonderzoek !

De leerlingen zijn ruwweg onderverdeeld in degenen die een verbeterde SCAN te zien geven, die ongeveer gelijk zijn gebleven en die achteruit zijn gegaan. Zie ook tabel 1 met de resultaten van het onderzoek.

Leerlingen met verhoogde SCAN

In beide groepen valt nadrukkelijk op dat in deze groep zowel de zwakste als enkele van de sterkste leerlingen zitten. Enkele van deze leerlingen vallen bovendien op, omdat ze of bijzonder netjes of juist uitermate slordig werken. Leerlingen die slordig werken 'verzuipen' mogelijk in de strategie van de analyse van eenheden en scoren daarom aanvankelijk (zeer) slecht; leerlingen die gestructureerd en netjes werken hebben daar dan juist minder moeite mee. Leerlingen die slordig werken worden vervolgens door de interventie gestimuleerd en gestuurd om verbeteringen aan te brengen, waardoor de SCAN juist toeneemt.

Leerlingen met (vrijwel) onveranderde SCAN

In 4U valt op dat de leerling met de kleinste verandering (resultaat = 2,7) de beste van de klas is. In 4L gaat het om enkele leerlingen die op andere vakken redelijk tot goed scoren, maar zwak zijn in natuurkunde. Een goede leerling die weinig verandering laat zien heeft kennelijk geen moeite met de analyse van eenheden en interventies van dit onderzoek dragen dan ook niet bij aan een verbetering op dit punt.

Leerlingen met verlaagde SCAN

Zowel in 4L als in 4U is dit een groep leerlingen die bestaat uit zowel uitgesproken goede als zwakke leerlingen. Verder valt op dat dit leerlingen zijn die niet sterk gemotiveerd zijn voor het vak natuurkunde. In 4U valt vooral op, zoals eerder geconstateerd, dat de allerzwakste en dyslectische leerlingen in deze groep zitten. Zwakke leerlingen die na de interventies nog lager scoren hebben simpelweg grote moeite met de techniek van analyse van eenheden. De verklaring waarom sommige sterke leerlingen ook slechter zijn gaan scoren heeft te maken

met het feit dat deze leerlingen stranden in hun pogingen om eenheden af te leiden en formules om te bouwen. Hier heeft de interventie dus een onvoorzien negatief effect.

Dyslectische leerlingen hebben mogelijk (sowieso) moeite met het concept formule. In [17] definieert Vernooy dyslexie als volgt :

“Dyslexie is een taalstoornis die het lezen, spellen, schrijven maar ook dikwijls de mondelinge taal beïnvloedt. Deze specifieke taalstoornis veroorzaakt problemen bij het ontwikkelen van de vaardigheid om afzonderlijke woorden nauwkeurig en vlot te decoderen.....”

Intrigerend in deze definitie is dat ‘afzonderlijke woorden’ m.i. ook betrekking kan hebben op een formule of onderdelen van een formule. Daarnaast gaat het kennelijk om de vaardigheid informatie te kunnen decoderen. Deze vaardigheid is bij het werken met formules essentieel. Het is dan ook niet zo vreemd dat met name dyslectische leerlingen de mist ingaan bij het ombouwen van formules en het afleiden van eenheden. Dit kan ook betekenen dat deze leerlingen grotere moeite hebben met het begrijpen van de fysica die de formules beschrijven. Dit is overigens ook diverse malen tijdens de reguliere lessen gebleken.

In dit verband rijst het vermoeden dat leerlingen met het aan dyslexie gerelateerde dyscalculie eveneens verminderde vaardigheden in het werken met formules hebben. In [18] zegt Verveer (die zelf dyslexie en dyscalculie heeft) hierover het volgende :

“Leerlingen met dyscalculie hebben moeite met het verwerven van bepaalde basisvaardigheden bij het rekenen, zoals: het leren van de betekenis van de getallen, hoeveelheden en symbolen, het kunnen optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen, het leren van rekenstrategieën en het ruimtelijk inzicht. Al met al kan dyscalculie zich overal in manifesteren en verschilt de mate waarin per leerling. Dit kan grote gevolgen hebben voor bijvoorbeeld klokkijken of het omgaan met geld. Persoonlijk wil ik bijvoorbeeld nog wel eens cijfers omdraaien of weglaten. Ook het ruimtelijk inzicht wil niet zo van de grond komen.”

Voor zover bekend heeft geen van de leerlingen in de onderzochte groep dyscalculie. Juist omdat dyscalculie (nog) niet algemeen erkend wordt, met name omdat de diagnostiek lastig is, kan het interessant zijn voor een vervolgonderzoek om, naast dyslexie, ook dyscalculie en de problematiek van dit onderzoek met elkaar in verband te brengen.

Terugkoppeling

De resultaten van het onderzoek zijn op een praktische manier teruggekoppeld naar de leerlingen. De interesse van hun kant bleek vooral te liggen bij de uitkomsten van de interventie-opdrachten en de ombouwopdrachten. Ombouwen vinden ze nog steeds iets magisch, terwijl ze dit vrijwel altijd nodig hebben bij het oplossen van vraagstukken.

Regelmatig komen tijdens de lessen vragen naar boven die hiermee te maken hebben. Ook na de uitleg blijken de leerlingen dit nog steeds moeilijk te vinden.

Over de SCAN van de vraagstukken en toetsen waren ze wat verbaasd, aangezien ze een veel hogere score verwachtten. Dat had natuurlijk alles te maken met het feit dat de SCAN een andere maat is dan het cijfer voor een toets. Een aantal leerlingen gaf aan baat bij de oefeningen te hebben gehad. Er wordt beter nagedacht over de eenheden en over de manier waarop die bij het gebruik van formules veranderen. Anderen vonden de opdrachten erg moeilijk of juist makkelijk, of zagen de meerwaarde er niet van in.

Conclusies - aanbevelingen

Analyse van eenheden zet leerlingen aan het denken en stimuleert ze op een andere manier met formules om te gaan. Bij een aantal leerlingen zijn vorderingen waarneembaar bij het gebruik van formules en het oplossen van vraagstukken ; bij anderen echter is een tegengesteld effect te zien. Dit laatste effect kan misschien ondergebracht worden in de categorie 'bewust onbekwaam' : ze kunnen het nog niet (goed), maar proberen het wel.

Er lijkt een verband te bestaan tussen bepaalde eigenschappen van de leerlingen en het effect van de methode. Dyslectische leerlingen scoren minder goed ; leerlingen die gestructureerd en netjes werken scoren beter. Leerlingen die slordig werken, hebben baat bij de meer gestructureerde aanpak van eenheidsanalyse. Mogelijk kunnen dyslectische leerlingen de formules minder goed verwerken en hebben ze daardoor ook meer moeite om de formules om te bouwen. Sterke leerlingen laten weinig verandering zien: ze scoren op dit gebied al voldoende. Enkele (zeer) zwakke leerlingen hebben baat bij de methode ; dit is misschien een gevolg van het feit dat ze bij de interventie gestuurd worden in een richting die ze normaal niet zouden kiezen.

De beperkte vaardigheden op het gebied van rekenen en algebra vormen het grootste knelpunt bij het omgaan met natuurkundige formules. Dit is zorgelijk te noemen, aangezien deze vaardigheden in feite al op de basisschool eigen gemaakt zouden moeten zijn en bovendien zijn ze op veel meer terreinen dan alleen natuurkunde nodig. Niet bekend is of deze beperking kenmerkend is voor de school of onderzoeksgroep, of dat dit een algemeen verschijnsel is. Rekenvaardigheid is natuurlijk al gedurende lange tijd een zorgenkind in onderwijsland, maar de onderzoeker komt in de dagelijkse praktijk wel veel bijna 'schokkende' voorbeelden tegen, ook in de examenklas HAVO van dit schooljaar.

Het gevoel dringt zich op dat deze schade in de bovenbouw nauwelijks te repareren is, getuige de vele inspanningen die nodig zijn om de meest elementaire algebra en rekenvaardigheid over te brengen. Voorbeeld : bij een energiebalans waarbij in alle termen de massa m voorkomt, kan deze geëlimineerd (weggedeeld) worden. Dit is voor veel leerlingen volstrekt nieuw, of niet herkenbaar vanuit de wiskundeles.

Naar aanleiding van de uitkomsten van dit onderzoek wordt aanbevolen regelmatig oefeningen zoals hier gepresenteerd in de klas uit te voeren. Het vermoeden bestaat dat het effect beter waarneembaar wordt als de oefeningen over een grotere periode worden uitgesmeerd en herhaald, om zo het leereffect te vergroten. Zo is in klas 4L direct na de interventie een afname in SCAN te zien, maar neemt deze vervolgens weer toe tijdens de 2^e fase. Ook bij deze methodiek is herhaling een belangrijke voorwaarde om succesvolle resultaten te kunnen boeken.

Het in dit onderzoek geïntroduceerde instrument om de score op deze vaardigheden te bepalen, de SCAN, geeft wel een goede indicatie, maar is te weinig discriminerend: individuele leerlingen kunnen op de verschillende onderdelen wisselend scores, die op deze manier echter niet duidelijk naar voren komen. Door deelscores te bepalen kan misschien een meer gedifferentieerd beeld worden verkregen.

Voorzichtigheid bij dyslectische leerlingen lijkt geboden. Ombouwen van formules en controle van eenheden gaan kennelijk moeilijk samen met dyslexie. Nader onderzoek op dit gebied wordt aanbevolen. In het onderzoek is niet gekeken naar de relatie met de algemene taalvaardigheden: hoe scoren de leerlingen bij het vak Nederlands en is er een verband met het cijfer natuurkunde of de SCAN? Hoewel dit buiten het bestek van mijn onderzoek ligt, wil ik hier toch opmerken dat veel leerlingen moeite hebben om uitwerkingen van vraagstukken netjes, duidelijk, leesbaar en begrijpelijk op papier te zetten. Dit valt met name op bij het beantwoorden van vragen, waarbij een toelichting of uitleg nodig is. In de televisie-uitzending van Nova op 17 juli 2010 kwam men met het toch wel schokkende feit dat 1,5 miljoen Nederlanders (vrijwel) analfabeten zijn! Dat moet bijna betekenen dat een deel van de rest van de Nederlandse populatie in meer of mindere mate moeite heeft met lezen en schrijven. Mijn hypothese is dat voor een leerling die slecht is in Nederlands, een toch algemeen erkend moeilijk en gecompliceerd vak als natuurkunde een probleem vormt. Dit probleem zou misschien tot nu toe over het hoofd gezien kunnen zijn.

De rekenvaardigheid, maar ook de taalvaardigheid, zou in een eerder stadium van de schoolcarrière nog meer aandacht moeten krijgen. Dit is een open deur intrappen, maar het lijkt erop dat het gebrek hieraan niet alleen het kunnen uitvoeren van alledaagse berekeningen in de weg staat, maar ook het kunnen begrijpen van natuurkundige concepten. De initiatieven op dit gebied, zoals het SALVO-project zijn dan ook zeer nuttig.

Regelmatig (informeel) overleg tussen collega's uit de secties wis-, natuur- en scheikunde, maar ook economie is nuttig, zo ervaart de onderzoeker. De docent Nederlands kan en moet misschien aan dit rijtje worden toegevoegd. Het kan inspirerend werken om voorbeelden en 'tips and tricks' uit andere vakgebieden te gebruiken, zodat leerlingen het nut van rekenvaardigheden en formules meer en breder gaan waarderen. In dit verband kan het verder nuttig zijn om Praktische Opdrachten (PO's) vakoverschrijdend te maken, zodat de samenhang letterlijk in praktijk wordt gebracht. Uiteraard ligt een gezamenlijke PO wis- en natuurkunde dan het meest voor de hand.

BRONVERMELDING

- [1] Arons, Arnold B. ; Teaching introductory physics ; 1997 ; John Wiley & Sons, Inc. ; New York ; ISBN 0-471-13707-3
- [2] Baalen, Hans van, et. al. ; Systematische Natuurkunde (edities HAVO en VWO bovenbouw leerjaren 4, 5 en 6) ; 2006, 1^e druk ; NijghVersluys, Baarn
- [3] Clement, L. , Sowder, J. ; Making connections within, among, and between unifying ideas in mathematics ; Integrated Mathematics (p. 59-72) ; Reston, VA ; 2003
- [4] Geerligs, T. , Veen, T. van der ; Lesgeven en zelfstandig leren ; 2006 ; Van Gorcum, Assen ; ISBN 90-232-3129-5
- [5] Giessen, Carel v.d , et. al ; Eindverslag van de werkgroep afstemming wiskunde – natuurkunde aan Vernieuwingscommissie Wiskunde : Ctwo en Natuurkunde : NiNa ; januari 2007
- [6] Hestenes, David ; Toward a modeling theory of physics instruction ; American Journal of Physics, 55 (5), 440 - 454 ; mei 1987
- [7] Krüger, J. , Paus, J. , Zwaart, P. van der ; Samenhangend onderwijs voor natuurkunde en wiskunde ; 2005 ; Enschede ; SLO – Enschede
- [8] Loonstra, J.H. ; Omgaan met dyslexie ; 2006, 3^e druk ; Garant uitgevers, Antwerpen
- [9] Reed, Stephen K. ; Does unit analysis help students construct equations ? ; Cognition & Instruction, 24(3), 341 – 366 ; 2006 ; Lawrence Associates, Inc.
- [10] Resnick, L.B. ; The development of mathematical intuition ; In 'Perspectives on intellectual development; The Minnesota symposia on child psychology'; vol. 19, p. 159-194 ; Mahwah, NJ ; 1986
- [11] Resnick, R. , Halliday, D. , Krane, Kenneth S. ; Physics, 5th edition ; 2002 ; John Wiley & Sons, Inc. ; New York ; ISBN 0-471-32057-9
- [12] Roorda, G. , Streun, A. van ; Criteria voor samenhangend (wiskunde)onderwijs ; z.j.
- [13] Ruijssenaars, A.J.J.M, et. al. ; Rekenproblemen en dyscalculie : theorie, onderzoek, diagnostiek en behandeling ; 2004 ; Lemniscaat, Rotterdam ; ISBN 90-5637-660-8
- [14] Smits, Th. , Tromp, R. , Geurts, H. ; Nova, Natuurkunde voor de basisvorming (3HV) ; 1999; Malmberg ; ISBN 90-208-3527-0
- [15] Stewart, J. ; Calculus, early transcendentals, 5th edition ; 2003 ; Thomson, Brooks/Cole, Belmont
- [16] Thompson, P.W. ; The development of the concept of speed and its relationship to concepts of rate ; In G. Harel & J. Confrey (Eds.) , 'The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics' (p. 179-223) ; Albany : State University of New York Press ; 1994
- [17] Vernooy, K. ; Proactieve leerlingbegeleiding en dyslexie ; uitgave CPS (www.cps.nl) ; z.j. ; z.p.

[18] Verveer, M.H. ; Dyslexie in de schoolpraktijk ; Student thesis ; Universiteit Utrecht ; 2008

Internet (CTRL + klikken voor koppeling)

[19] <http://www.cdbeta.uu.nl/subw/salvo/>

[20] <http://www.cdbeta.uu.nl/vo/sonate/>

[21] <http://www.natuurkunde.nl/artikelen/view.do?supportId=913306>

[22] <http://www.ecent.nl/servlet/supportBinaryFiles?referenceId=13&supportId=1290>

[23] <http://www.wiskundebrief.nl/212.htm>

[24] http://www.nvww.nl/media/downloads/jv2007/samenhang_wiskunde_natuurkunde.pdf

[25] <http://www.nieuwenatuurkunde.nl/about>

[26] http://www.knaw.nl/publicaties/pdf/20031059_3.pdf

[27] <http://beteronderwijsnederland.net/node/2811>

[28]

[http://www.nwo.nl/files.nsf/pages/NWOA_7TGAGS/\\$file/NdB%20Paper%20ORD%20Leuven%202009_afsluiting%20LiON-traject.pdf](http://www.nwo.nl/files.nsf/pages/NWOA_7TGAGS/$file/NdB%20Paper%20ORD%20Leuven%202009_afsluiting%20LiON-traject.pdf)

[29] <http://www.ecent.nl/servlet/supportBinaryFiles?referenceId=14&supportId=1290>

[30] <http://www.trouw.nl/onderwijs/article1669587.ece>

[31] http://www.betavak-ntl.nl/downloads/Trouw_20-08-2007.pdf/

[32] <http://www.wiskundebrief.nl/384.htm>

[33] <http://www.vervoortboeken.nl/>

[34] <http://www.durvendelendoen.nl/innovatie/SalVO-Samenhangend-Leren-het-Voortgezet-Onderwijs>

[35] <http://nl.wikipedia.org/wiki/Wikipedia:Wiki%C3%A8ta>

[36]

http://www.emmauscollege.nl/www/www/_vakken/nask/vaardighrrekenmachine%5B1%5D.pdf

[37]

http://books.google.nl/books?id=mJ8l1gFo5Z0C&pg=PA7&lpg=PA7&dq=wiskunde+natuurkunde+samenhang&source=bl&ots=sMQxPolJK8&sig=Bty3ed-EoVvhPyYYd6KBLAOCnjg&hl=nl&ei=_KYGS6K_HorS-Qbq8KHGDQ&sa=X&oi=book_result&ct=result&resnum=8&ved=0CB8Q6AEwBzg8#v=onepage&q=&f=false

[38] <http://master.utwente.nl/sec/tracks/se/>

[39] <http://www.rug.nl/ec/onderzoek/docs/samenhangendwiskundeonderwijs.pdf>

[40]

http://www.nvon.nl/nieuwsbrieven/natuurkunde_nieuwsbrief/natuurkunde_nieuwsbrief_13_10_2008

[41] <http://www.dos->

[onderwijscentrumvu.nl/opleidingsschool?school_id=555&groep_id=806&pub_id=4764](http://www.dos-onderwijscentrumvu.nl/opleidingsschool?school_id=555&groep_id=806&pub_id=4764)

[42] <http://www.kennislink.nl/>

[43] <http://www.newmancollege.nl/info/web/onderw/betaprogram.htm>

[44] <http://www.digischool.nl/wi/Wiskunde-brief/452.htm>

[45] <http://www.fi.uu.nl/ctwo/publicaties/docs/2009-02-20ConceptExamenprogrammaWiskunde2014-vwoB.pdf>

[46] http://www.nwo.nl/nwohome.nsf/pages/NWOP_6HKCZA

Bijlage A – Onderzoeksresultaten

SCAN	FASE 1						toets	FASE 2				toets	cijfer natuurkunde			gecorr. cijfer		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	
4L	0-situatie	Test1	Test2	Omb.	Vraagst.	VT H3	Test1	Test2	Omb.	VT H4	verschil	voor	na	verschil	voor	na	verschil	
19	32,8	72,5		38,8	36,7	45,5	--	--	72,5	80,0	47,2	5,2	5,3	0,1	4,5	3,7	-0,8	
2	22,2	55,0	55,6		56,7	54,5	--	--		64,4	42,2	4,6	4,6	0,0	4,2	3,3	-0,8	
5	13,3		22,2		56,7	27,3	--	--		37,8	24,5	4,7	5,6	0,9	4,4	4,8	0,4	
20	58,1	65,0	47,2	71,6	13,3	45,5	--	--	77,5	82,2	24,1	6,8	6,8	0,0	5,6	5,2	-0,5	
8	62,8	77,5		91,0	56,7	54,5	--	--	97,5	86,7	23,9	7,2	7,5	0,3	5,9	5,8	-0,2	
6	72,8	87,5			86,7	90,9	--	--	97,5	91,1	18,3	7,6	5,4	-2,2	6,1	3,6	-2,6	
17	75,6	92,5	97,2	74,6	76,7	90,9	--	--	82,9	88,9	13,3	7,5	7,1	-0,4	6,0	5,3	-0,7	
1	69,7	62,5		35,8		81,2	--	--	60,6	77,8	8,1	8,2	7,2	-1,0	6,8	5,6	-1,2	
7	77,8	85,0	88,9	82,1	83,3	72,7	--	--	95,0	84,4	6,6	7,3	6,6	-0,7	5,7	4,9	-0,8	
13	69,4		83,3	64,2	46,7	36,4	--	--	82,5	75,6	6,2	6,0	4,2	-1,8	4,6	2,7	-1,9	
9	71,9	87,5	72,2	67,2	56,7	63,6	--	--		77,8	5,9	8,2	6,8	-1,4	6,8	5,2	-1,5	
3	67,8	62,5	69,4		56,7	63,6	--	--	82,5	73,3	5,5	5,2	7,9	2,7	3,8	6,4	2,6	
11	65,8	65,0	75,0	61,2	46,7	63,6	--	--	82,5	71,1	5,3	5,9	5,5	-0,4	4,6	4,1	-0,5	
12	54,4	77,5		38,8	43,3	9,1	--	--	87,5	53,3	-1,1	5,6	5,2	-0,4	4,5	4,1	-0,4	
4	63,6	67,5	63,9	73,1	56,7	54,5	--	--	80,0	55,6	-8,0	6,3	5,9	-0,4	5,0	4,8	-0,2	
15	67,2		38,9	71,6	56,7	63,6	--	--		57,8	-9,4	7,1	6,4	-0,7	5,8	5,2	-0,5	
16	61,7	57,5	55,6	61,2	40,0	36,4	--	--	85,0	46,7	-15,0	5,7	5,6	-0,1	4,5	4,7	0,2	
10	63,6	62,5	61,1	59,7	36,7	27,3	--	--	77,5	44,4	-19,2	6,4	5,6	-0,8	5,1	4,7	-0,4	
18	86,7	62,5	44,4	61,2	50,0	63,6	--	--	92,5	66,7	-20,0	7,5	5,8	-1,7	5,8	4,5	-1,3	
14	56,7	30,0	63,9	56,7	6,7	27,3	--	--	90,0	35,6	-21,1	5,5	6,2	0,7	4,4	5,5	1,1	
gem.	60,7	68,8	62,6	63,1	50,7	53,6			84,0	67,6	6,9	6,4	6,1	-0,4	5,2	4,7	-0,5	
SCAN	FASE 1						toets	FASE 2				toets	cijfer natuurkunde			gecorr. cijfer		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	
4U	0-situatie	Test1	Test2	Omb.	Vraagst.	VT H4	Test1	Test2	Omb.	VT H5	verschil	voor	na	verschil	voor	na	verschil	
17	47,0	--	--	85,7	40,0	83,3	100,0	73,3	80,4	88,9	41,9	4,9	3,6	-1,3	4,0	1,8	-2,1	
18	37,4	--	--	87,8	30,0	66,7	90,0	86,7	65,8	77,8	40,4	5,5	6,4	0,9	4,8	4,8	0,1	
11	51,5	--	--	87,8	48,3	50,0	100,0	76,7	93,5	77,8	26,3	5,0	7,6	2,6	4,0	6,0	2,1	
14	57,0	--	--		50,0	83,3	100,0		69,6	82,2	25,2	5,1	5,1	0,0	4,0	3,5	-0,5	
1	61,5	--	--	98,0	66,7	66,7	90,0	93,3	62,5	84,4	22,9	5,6	5,3	-0,3	4,4	3,6	-0,8	
21	65,8	--	--	100,0	45,0	83,3	90,0	86,7	60,5	86,7	20,9	6,7	6,6	-0,1	5,4	4,9	-0,5	
20	63,6	--	--	85,7	45,0	83,3	100,0	83,3		82,2	18,6	6,2	6,4	0,2	4,9	4,8	-0,2	
16	55,8	--	--	91,8	23,3	16,7	100,0	80,0	97,8	73,3	17,5	6,5	5,5	-1,0	5,4	4,0	-1,4	
19	76,0	--	--	98,0	41,7	33,3	86,7	73,3		91,1	15,1	6,5	4,9	-1,6	5,0	3,1	-1,9	
4	72,3	--	--	75,5	46,7	83,3	100,0	80,0	75,0	86,7	14,4	7,3	4,6	-2,7	5,9	2,9	-3,0	
6	48,6	--	--	77,6	21,7	50,0	60,0	73,3	53,1	60,0	11,4	4,6	4,2	-0,4	3,6	3,0	-0,6	
9	80,0	--	--	91,8	60,0	100,0	96,7	100,0	87,5	91,1	11,1	7,5	9,4	1,9	5,9	7,6	1,7	
2	61,5	--	--	55,1	46,7	50,0	93,3	70,0	93,5	66,7	5,2	6,4	4,4	-2,0	5,2	3,1	-2,1	
22	79,5	--	--		48,3	100,0	86,7	86,7	70,4	82,2	2,7	7,5	6,4	-1,1	5,9	4,8	-1,2	
10	63,0	--	--	49,0	48,3	53,3	76,7	60,0		57,8	-5,2	4,7	4,7	0,0	3,4	3,5	0,1	
7	87,1	--	--	67,3	38,3	83,3	100,0	96,7	48,8	80,0	-7,1	7,0	6,1	-0,9	5,3	4,5	-0,8	
12	70,0	--	--	87,8	30,0	16,7	100,0		78,3	62,2	-7,8	6,4	7,8	1,4	5,0	6,6	1,6	
8	67,1	--	--		46,7	50,0	76,7	73,3		53,3	-13,8	6,7	9,3	2,6	5,4	8,2	2,9	
13	59,4	--	--		21,7	16,7	96,7	66,7	53,3	44,4	-15,0	4,9	3,1	-1,8	3,7	2,2	-1,5	
5	95,0	--	--	69,4	61,7	100,0	86,7	90,0		68,9	-26,1	7,9	9,3	1,4	6,0	7,9	1,9	
3	81,0	--	--	85,7	33,3	33,3	73,3	73,3	80,4	37,8	-43,2	6,7	4,6	-2,1	5,1	3,8	-1,2	
gem.	65,7			82,0	42,5	62,1	90,6	80,2	73,2	73,1	7,4	6,2	6,0	-0,2	4,9	4,5	-0,4	

Zie voor een toelichting de volgende pagina.

Toelichting op de tabel en de resultaten

- Het bovenste gedeelte van de tabel heeft betrekking op klas 4L ; het onderste gedeelte betreft 4U
- Kolom 1 is het leerling-nummer in dit onderzoek ; vanwege de privacy van de leerlingen zijn niet de namen vermeld, maar kunnen ze op deze manier wel teruggevonden worden, zodat de resultaten aan de individuele leerlingen gekoppeld kunnen worden.
- In de kolomen 2 t/m 11 staan de SCAN-waarden van de diverse opgavensets en toetsen, uitgedrukt in percentage ; kolom 12 is het verschil tussen de SCAN van de 0-meting en de laatste toets (VT H4 resp. VT H5) : deze waarde vormt het resultaat van de interventie
- Kolommen 13 t/m 18 : 13^e = gemiddeld cijfer natuurkunde vóór onderzoek, 14^e = cijfer laatste toets, na onderzoek, 15^e = verschil tussen 1^e en 2^e. Kolom 16 t/m 18 : als 13 t/m 15 maar nu gecorrigeerd voor de SCAN (zie pag. 19)
- Vanwege tijdgebrek (lesuitval en afwezigheid leerlingen) kon de laatste set opdrachten, de vraagstukken behorend bij de 2^e fase niet meer worden uitgevoerd. Ondanks het feit dat het oorspronkelijke onderzoeksplan hierdoor niet kon worden gerealiseerd, is de 'schade' beperkt omdat deze serie meer als extra oefening diende.
- Leerling 15 uit 4U heeft alleen de toetsen gemaakt, maar niet deelgenomen aan het onderzoek : deze leerling is verwijderd uit de tabel.
- De beide tabellen voor de beide klassen zijn gesorteerd naar grootte van het verschil in SCAN-waarde voor en na het onderzoek, kolom 12, met de grootste waarde bovenaan.
- Van alle opdrachtensets en resultaten zijn ook de gemiddelde waarden bepaald, vergedrukt in de onderste rij, voor beide klassen.
- Wat opvalt zijn natuurlijk de 'gaten ' in de tabel. Helaas waren niet altijd alle leerlingen aanwezig.

Bijlage B - interventieopdrachten

Interventieset 1 (4L en 4U)

- | | |
|--|--|
| 1. $3\text{ m} \times 4\text{ m}$ | $3\text{ kg} \times 4\text{ kg}$ |
| 2. $2,5\text{ m} / 0,5\text{ s}$ | $2,5\text{ m} \times 0,5\text{ s}$ |
| 3. $24\text{ uur} + 30\text{ min}$ | $180\text{ min} - 60\text{ min}$ |
| 4. $2,0\text{ m/s} \times 8\text{ s}$ | $2,0\text{ m/s} + 8\text{ s}$ |
| 5. $3,5\text{ kg} \times 2,5\text{ m}^3$ | $3,5\text{ kg} / 2,5\text{ m}^3$ |
| 6. $\text{€ } 20,- \times \text{€ } 1,42 / \text{liter}$ | $40\text{ liter} \times \text{€ } 1,42 / \text{liter}$ |
| 7. $34\text{ km} / 100\text{ km/h}$ | $34\text{ km} \times 100\text{ km/h}$ |
| 8. $5,0\text{ m} / 2,5\text{ m/s}$ | $2,5\text{ m/s} / 5,0\text{ m}$ |
| 9. 5% | $5\% \times 60\text{ leerlingen}$ |
| 10. $5,0\text{ kg} \times 12\text{ m/s}^2$ | $5,0\text{ kg} / 12\text{ m/s}^2$ |

Toelichting en uitwerking interventieset 1

1. De eerste bewerking is goed

$3\text{ m} \times 4\text{ m} = 12\text{ m}^2$; dit geeft een oppervlakte in vierkante meters.

$3\text{ kg} \times 4\text{ kg} = 12\text{ kg}^2$; dit is geen geldige eenheid, resultaat heeft geen betekenis

2. De eerste bewerking is goed

$2,5 \text{ m} / 0,5 \text{ s} = 5,0 \text{ m/s}$; dit geeft een snelheid in meters per seconde.

$2,5 \text{ m} \times 0,5 \text{ s} = 1,25 \text{ m.s}$; dit is geen geldige eenheid, resultaat heeft geen betekenis

3. De tweede bewerking is goed

$180 \text{ min} - 60 \text{ min} = 120 \text{ min}$; dit geeft een tijd in minuten.

$24 \text{ uur} + 30 \text{ min}$; verschillende eenheden die je niet kunt optellen ; resultaat heeft geen betekenis

4. De eerste bewerking is goed

$2,0 \text{ m/s} \times 8 \text{ s} = 16,0 \text{ m}$; dit geeft een afstand in meters.

$2,0 \text{ m/s} + 8 \text{ s}$; verschillende eenheden die je niet kunt optellen ; resultaat heeft geen betekenis

5. De tweede bewerking is goed

$3,5 \text{ kg} / 2,5 \text{ m}^3 = 1,4 \text{ kg/m}^3$; dit geeft een dichtheid in kilogram per kubieke meter.

$3,5 \text{ kg} \times 2,5 \text{ m}^3 = 8,75 \text{ kg.m}^3$; dit is geen geldige eenheid , resultaat heeft geen betekenis

6. De tweede bewerking is goed

$40 \text{ liter} \times \text{€} 1,42 / \text{liter} = \text{€} 56,80$; dit geeft een geldbedrag in euro's.

$\text{€} 20,- \times \text{€} 1,42 / \text{liter} = 28,4 \text{ €}^2 / \text{liter}$; dit is geen geldige eenheid , resultaat heeft geen betekenis

7. De eerste bewerking is goed

$34 \text{ km} / 100 \text{ km/h} = 0,34 \text{ km}$; dit geeft een afstand in kilometers.

$34 \text{ km} \times 100 \text{ km/h} = 3400 \text{ km}^2/\text{h}$; dit is geen geldige eenheid; resultaat heeft geen betekenis

8. De eerste bewerking is goed

$5,0 \text{ m} / 2,5 \text{ m/s} = 2,0 \text{ s}$; dit geeft een tijd in seconden.

$2,5 \text{ m/s} / 5,0 \text{ m} = 0,5 /\text{s}$; dit is (*in deze context*) geen geldige eenheid; resultaat heeft geen betekenis.

9. De tweede bewerking is goed

5 % van 60 leerlingen = 3 leerlingen ; dit geeft een aantal leerlingen.

5 % zelf heeft geen betekenis, omdat niet wordt aangegeven waarvan 5 % genomen wordt

10. De eerste bewerking is goed

$5,0 \text{ kg} \times 12 \text{ m/s}^2 = 60 \text{ kg.m/s}^2 = 60 \text{ N}$; dit geeft een kracht in newton. Je moet hier dus wel inzien dat de eenheid kg.m/s^2 gelijk is aan de newton !

$5,0 \text{ kg} / 12 \text{ m/s}^2 = 0,42 \text{ kg.s}^2/\text{m}$; dit is geen geldige eenheid; resultaat heeft geen betekenis

Interventieset 2 (4L)

- | | |
|--|---|
| 1. $3 \text{ m}^2 \times 4 \text{ m}$ | $3 \text{ m} \times 4 \text{ s}$ |
| 2. $2,5 \text{ m} \times 0,5 \text{ s}$ | $0,5 \text{ m} / 2,5 \text{ s}$ |
| 3. $24 \text{ uur} + 30 \text{ min} + 24 \text{ min}$ | $120 \text{ min} - 20 \text{ min}$ |
| 4. $2,0 \text{ m/s} \times 8,0 \text{ s}$ | $2,0 \text{ m/s} + 8,0 \text{ s}$ |
| 5. $3,5 \text{ kg} \times 2,5 \text{ m}^3$ | $3,5 \text{ kg} / 2,5 \text{ m}^3$ |
| 6. $\text{€ } 80,- \times \text{€ } 1,42 / \text{liter}$ | $80 \text{ liter} \times \text{€ } 1,42 / \text{liter}$ |
| 7. $34 \text{ km} / 100 \text{ m/s}$ | $34 \text{ km} \times 100 \text{ m/s}$ |
| 8. $7,5 \text{ m/s} / 2,5 \text{ m}$ | $7,5 \text{ m} / 5,0 \text{ m/s}$ |
| 9. $5 \% / 60 \text{ leerlingen}$ | $5 \% \times 60 \text{ leerlingen}$ |
| 10. $5,0 \text{ kg} \times 5,0 \text{ m/s}^2$ | $5,0 \text{ kg} / 5,0 \text{ m/s}^2$ |

Toelichting en uitwerking interventieset 2 (4L)

1. De eerste bewerking is goed

$3 \text{ m}^2 \times 4 \text{ m} = 12 \text{ m}^3$; dit geeft een inhoud in kubieke meters.

$3 \text{ m} \times 4 \text{ s} = 12 \text{ m.s}$; dit is geen geldige eenheid, resultaat heeft geen betekenis

2. De tweede bewerking is goed

$0,5 \text{ m} / 2,5 \text{ s} = 0,2 \text{ m/s}$; dit geeft een snelheid in meters per seconde.

$2,5 \text{ m} \times 0,5 \text{ s} = 1,25 \text{ m.s}$; dit is geen geldige eenheid, resultaat heeft geen betekenis

3. De tweede bewerking is goed

$120 \text{ min} - 20 \text{ min} = 60 \text{ min}$; dit geeft een tijd in minuten.

$24 \text{ uur} + 30 \text{ min} + 24 \text{ min}$; zelfde en verschillende eenheden, die je uiteindelijk niet kunt optellen ; resultaat heeft geen betekenis ; eerst eenheden gelijk maken, dan kan het wel !

4. De eerste bewerking is goed

$2,0 \text{ m/s} \times 8 \text{ s} = 16,0 \text{ m}$; dit geeft een afstand in meters.

$2,0 \text{ m/s} + 8 \text{ s}$; verschillende eenheden die je niet kunt optellen ; resultaat heeft geen betekenis

5. De tweede bewerking is goed

$3,5 \text{ kg} / 2,5 \text{ m}^3 = 1,4 \text{ kg/m}^3$; dit geeft een dichtheid in kilogram per kubieke meter.

$3,5 \text{ kg} \times 2,5 \text{ m}^3 = 8,75 \text{ kg} \cdot \text{m}^3$; dit is geen geldige eenheid , resultaat heeft geen betekenis

6. De tweede bewerking is goed

$80 \text{ liter} \times \text{€ } 1,42 / \text{liter} = \text{€ } 113,60$; dit geeft een geldbedrag in euro's.

$\text{€ } 20,- \times \text{€ } 1,42 / \text{liter} = 28,4 \text{ €}^2 / \text{liter}$; dit is geen geldige eenheid , resultaat heeft geen betekenis

7. Geen van beide bewerking is goed !

$34 \text{ km} / 100 \text{ m/s} = 0,34 \text{ km} \cdot \text{s/m}$; dit is geen geldige eenheid. geeft een afstand in kilometers. Als km in m , of m in km wordt omgezet, ontstaat wel een geldige eenheid, namelijk een tijd in s ! Dus :

$34 \text{ km} / 100 \text{ m/s} = 34000 \text{ m} / 100 \text{ m/s} = 340 \text{ s}$ of :

$34 \text{ km} / 100 \text{ m/s} = 34 \text{ km} / 0,1 \text{ km/s} = 340 \text{ s}$

$34 \text{ km} \times 100 \text{ m/s} = 3400 \text{ km}^2 \cdot \text{m/s}$; dit is geen geldige eenheid; resultaat heeft geen betekenis. Ook na omzetten van km in m , of m in km ontstaat geen geldige eenheid !

8. De tweede bewerking is goed

$7,5 \text{ m} / 5,0 \text{ m/s} = 1,5 \text{ s}$; dit geeft een tijd in seconden.

$7,5 \text{ m/s} / 2,5 \text{ m} = 3,0 / \text{s}$; dit is (*in deze context*) geen geldige eenheid; resultaat heeft geen betekenis

9. De tweede bewerking is goed

$5\% \text{ van } 60 \text{ leerlingen} = 3 \text{ leerlingen}$; dit geeft een aantal leerlingen.

5 % zelf heeft geen betekenis, omdat niet wordt aangegeven waarvan 5 % genomen wordt

10. De eerste bewerking is goed

$5,0 \text{ kg} \times 12 \text{ m/s}^2 = 60 \text{ kg.m/s}^2 = 60 \text{ N}$; dit geeft een kracht in newton. Je moet hier dus wel inzien dat de eenheid kg.m/s^2 gelijk is aan de newton !

$5,0 \text{ kg} / 12 \text{ m/s}^2 = 0,42 \text{ kg.s}^2/\text{m}$; dit is geen geldige eenheid; resultaat heeft geen betekenis

Interventieset 2 (4U)

- | | |
|---|--|
| 1. $3 \text{ m}^2 \times 4 \text{ m}$ | $3 \text{ m} \times 4 \text{ s}$ |
| 2. $2,5 \text{ m} \times 0,5 \text{ s}$ | $0,5 \text{ m} / 2,5 \text{ s}^2$ |
| 3. $24 \text{ uur} + 30 \text{ min} + 24 \text{ min}$ | $120 \text{ min} - 120 \text{ m} / 20 \text{ m/min}$ |
| 4. $2,0 \text{ m/s} \times 8,0 \text{ s}$ | $2,0 \text{ m/s} + 8,0 \text{ s}$ |
| 5. $3,5 \text{ kg} \times 1 / 2,5 \text{ m}^3$ | $3,5 \text{ kg} \times 2,5 \text{ m}^3$ |
| 6. $\text{€ } 80,- \times \text{€ } 1,42 / \text{liter}$ | $80 \text{ liter} \times \text{€ } 1,42 / \text{liter}$ |
| 7. $34 \text{ km} / 100 \text{ m/s}$ | $34 \text{ km} \times 100 \text{ m/s}$ |
| 8. $240 \text{ J} / 20 \text{ g} / 1 \text{ }^\circ\text{C}$ | $240 \text{ J} / 20 \text{ g} \times 1 \text{ }^\circ\text{C}$ |
| 9. $34 \text{ } \Omega \cdot \text{m} \times 2,5 \text{ m} / 0,002 \text{ m}^2$ | $34 \text{ } \Omega \cdot \text{m} / 2,5 \text{ m} \times 0,002 \text{ m}^2$ |
| 10. $5,0 \text{ kg} \times 5,0 \text{ m/s}^2 / 0,01 \text{ m}^2$ | $5,0 \text{ kg} \times 5,0 \text{ m/s}^2 \times 0,01 \text{ m}^2$ |

Toelichting en uitwerking interventieset 2 (4U)

1. De eerste bewerking is goed

$3 \text{ m}^2 \times 4 \text{ m} = 12 \text{ m}^3$; dit geeft een inhoud in kubieke meters.

$3 \text{ m} \times 4 \text{ s} = 12 \text{ m.s}$; dit is geen geldige eenheid, resultaat heeft geen betekenis

2. De tweede bewerking is goed

$0,5 \text{ m} / 2,5 \text{ s}^2 = 0,2 \text{ m/s}^2$; dit geeft een versnelling in meters per seconde-kwadraat.

$2,5 \text{ m} \times 0,5 \text{ s} = 1,25 \text{ m.s}$; dit is geen geldige eenheid, resultaat heeft geen betekenis

3. De tweede bewerking is goed

$120 \text{ min} - 120 \text{ m} / 20 \text{ m/min} = 120 \text{ min} - 6 \text{ min} = 114 \text{ min}$; dit geeft een tijd in minuten.

$24 \text{ uur} + 30 \text{ min} + 24 \text{ min}$; zelfde en verschillende eenheden, die je uiteindelijk niet kunt optellen ; resultaat heeft geen betekenis ; eerst eenheden gelijk maken, dan kan het wel !

4. De eerste bewerking is goed

$2,0 \text{ m/s} \times 8 \text{ s} = 16,0 \text{ m}$; dit geeft een afstand in meters.

$2,0 \text{ m/s} + 8 \text{ s}$; verschillende eenheden die je niet kunt optellen ; resultaat heeft geen betekenis

5. De eerste bewerking is goed

$3,5 \text{ kg} \times 1/2,5 \text{ m}^3 = 1,4 \text{ kg/m}^3$; dit geeft een dichtheid in kilogram per kubieke meter.

$3,5 \text{ kg} \times 2,5 \text{ m}^3 = 8,75 \text{ kg.m}^3$; dit is geen geldige eenheid , resultaat heeft geen betekenis

6. De tweede bewerking is goed

$80 \text{ liter} \times \text{€ } 1,42 / \text{liter} = \text{€ } 113,60$; dit geeft een geldbedrag in euro's.

$\text{€ } 80,- \times \text{€ } 1,42 / \text{liter} = 113,60 \text{ €}^2 / \text{liter}$; dit is geen geldige eenheid , resultaat heeft geen betekenis

7. Geen van beide bewerking is goed !

$34 \text{ km} / 100 \text{ m/s} = 0,34 \text{ km.s/m}$; dit is geen geldige eenheid. geeft een afstand in kilometers. Als km in m , of m in km wordt omgezet, ontstaat wel een geldige eenheid, namelijk een tijd in s ! Dus :

$34 \text{ km} / 100 \text{ m/s} = 34000 \text{ m} / 100 \text{ m/s} = 340 \text{ s}$ of :

$34 \text{ km} / 100 \text{ m/s} = 34 \text{ km} / 0,1 \text{ km/s} = 340 \text{ s}$

$34 \text{ km} \times 100 \text{ m/s} = 3400 \text{ km}^2.\text{m/s}$; dit is geen geldige eenheid; resultaat heeft geen betekenis. Ook na omzetten van km in m , of m in km ontstaat geen geldige eenheid !

8. De eerste bewerking is goed

$240 \text{ J} / 20 \text{ g} / 1 \text{ °C} = 12 \text{ J/g.°C}$; dit geeft een soortelijke warmte.

$240 \text{ J} / 20 \text{ g} \times 1 \text{ °C} = 12 \text{ J.°C/g}$; dit is geen geldige eenheid; resultaat heeft geen betekenis

9. De eerste bewerking is goed

$34 \text{ } \Omega.\text{m} \times 2,5 \text{ m} / 0,002 \text{ m}^2 = 42500 \text{ } \Omega$; dit geeft een weerstand in ohm.

$34 \text{ } \Omega.\text{m} \times 2,5 \text{ m} \times 0,002 \text{ m}^2 = 0,17 \text{ } \Omega.\text{m}^4$; heeft geen betekenis

10. De eerste bewerking is goed

$5,0 \text{ kg} \times 5,0 \text{ m/s}^2 / 0,01 \text{ m}^2 = 2500 \text{ N/m}^2 = 2500 \text{ Pa}$; dit geeft een druk in pascal

$5,0 \text{ kg} \times 5,0 \text{ m/s}^2 \times 0,01 \text{ m}^2 = 0,25 \text{ N.m}^2$; dit is geen geldige eenheid; resultaat heeft geen betekenis

Bijlage C – Ombouwopgaven

Ombouwen van formules – 4L – testgroep fase 1

Werk de volgende opgaven uit. Maak daarbij zoveel gebruik van wat je bij de eerste serie opgaven hebt geleerd : controleer of je berekeningen een hoeveelheid oplevert met een eenheid die iets werkelijk voorstelt.

1 Kracht

De tweede Wet van Newton zegt dat een kracht (F) op een voorwerp wordt berekend door de massa (m) te vermenigvuldigen met de versnelling (a) die het voorwerp daardoor krijgt. In formulevorm :

$$F = m \cdot a$$

F in N (newton) ; m in kg (kilogram) ; a in m/s² (meter per seconde kwadraat)

a) De newton is een 'verzonnen' eenheid. Wat is de eenheid zoals die volgt uit de formule ?

Een slee krijgt een versnelling van 3,0 m/s², door er met een kracht van 60 N tegen te duwen.

- b) Geef de formule waarmee je de massa berekent.
- c) Bereken de massa van de slee.
- d) Controleer de eenheid van je antwoord. Gebruik hierbij je antwoord op vraag a !

Een slee van 15 kg wordt geduwd met een kracht van 45 N.

- e) Geef de formule waarmee je de versnelling berekent.
- f) Bereken de versnelling van de slee.
- g) Controleer de eenheid van je antwoord. Gebruik hierbij je antwoord op vraag a !

2 Afstand bij versnelde beweging

De afstand (x) die een voorwerp aflegt bij een eenparig versnelde beweging wordt berekend door de versnelling (a) te delen door 2 , en te vermenigvuldigen met de tijd (t) in het kwadraat. In formulevorm :

$$x = \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

x in m (meter) ; a in m/s² (meter per seconde kwadraat) ; t in s (seconden)

Een auto rijdt vanuit stilstand gedurende 6 seconden eenparig versneld en legt dan 72 meter af.

- a) Geef de formule waarmee je de versnelling berekent.
- b) Bereken de versnelling van de auto.
- c) Controleer de eenheid van je antwoord.

Een auto rijdt vanuit stilstand met een versnelling van $3,0 \text{ m/s}^2$ en legt 96 meter af.

- d) Geef de formule waarmee je de tijd die de auto rijdt berekent.
- e) Bereken de tijd.
- f) Controleer de eenheid van je antwoord.

3 Dichtheid

De dichtheid van een materiaal (ρ) is een maat voor de hoeveelheid massa (m) per volume-eenheid (V). In formulevorm :

$$\rho = m / V$$

ρ in kg/m^3 (kilogram per kubieke meter) ; m in kg (kilogram) ; V in m^3 (kubieke meters)

Goud heeft een dichtheid van $19,3 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$. Een blok goud heeft een volume van $38,6 \text{ cm}^3$.

- a) Geef de formule waarmee je de massa van het blok berekent.
- b) Bereken het volume van het blok in m^3 .
- c) Bereken de massa van het blok.
- d) Controleer de eenheid van je antwoord.

Zuurstof heeft een dichtheid van $1,43 \text{ kg/m}^3$. Een hoeveelheid van dit gas heeft een massa van $1,0 \text{ kg}$.

- e) Geef de formule waarmee je het volume van het gas berekent.
- f) Bereken het volume van deze hoeveelheid zuurstof.
- g) Controleer de eenheid van je antwoord.
- h) Reken het antwoord bij f om in liters.

Uitwerkingen - Ombouwen van formules – 4L – testgroep fase 1

1 Kracht

- a) kg.m/s^2
- b) $m = F/a$
- c) Invullen : $m = F/a = 60 / 3,0 = 20 \text{ kg}$
- d) $[\text{kg}] = [\text{kg.m/s}^2] / [\text{m/s}^2] = \text{kg}$, klopt
- e) $a = F/m$
- f) Invullen : $a = F/m = 45/15 = 3,0 \text{ m/s}^2$

g) $[m/s^2] = [kg \cdot m/s^2] / [kg] = [m/s^2]$

2 Afstand bij versnelde beweging

- a) $a = 2x/t^2$
 b) Invullen : $a = 2.72/6^2 = 144/36 = 4,0 \text{ m/s}^2$
 c) $[m/s^2] = 2[m] / [s^2] = [m/s^2]$, klopt
 d) $t = \text{wortel}(2x/a)$
 e) Invullen : $t = \text{wortel}(2.96/3,0) = 192/3,0 = 64 \text{ s}$
 f) $[s] = \text{wortel}([2 \cdot [m] / [m/s^2]]) = \text{wortel}(s^2) = [s]$, klopt

3 Dichtheid

- a) $m = \rho \cdot V$
 b) delen door $1.10^6 = 38,6.10^{-6} \text{ m}^3$
 c) Invullen : $m = 19,3.10^3 \times 38,6.10^{-6} = 0,74 \text{ kg}$
 d) $[kg] = [kg/m^3] \times [m^3] = [kg]$, klopt

Zuurstof heeft een dichtheid van $1,43 \text{ kg/m}^3$. Een hoeveelheid van dit gas heeft een massa van $1,0 \text{ kg}$.

- e) $V = m / \rho$
 f) Invullen : $V = 1,0 / 1,43 = 0,70 \text{ m}^3$
 g) $[m^3] = [kg] / [kg/m^3] = [m^3]$, klopt
 h) Vermenigvuldigen met 100 à 699 liter

Ombouwen van formules – 4U – controlegroep fase 1

Werk de volgende opgaven uit.

1 Kracht

De tweede Wet van Newton zegt dat een kracht (F) op een voorwerp wordt berekend door de massa (m) te vermenigvuldigen met de versnelling (a) die het voorwerp daardoor krijgt. In formulevorm :

$$F = m \cdot a$$

F in N (newton) ; m in kg (kilogram) ; a in m/s² (meter per seconde kwadraat)

- a) De newton is een 'verzonnen' eenheid. Wat is de eenheid zoals die volgt uit de formule ?

Een slee krijgt een versnelling van $3,0 \text{ m/s}^2$, door er met een kracht van 60 N tegen te duwen.

- b) Geef de formule waarmee je de massa berekent.

- c) Bereken de massa van de slee.

Een slee van 15 kg wordt geduwd met een kracht van 45 N.

- d) Geef de formule waarmee je de versnelling berekent.
e) Bereken de versnelling van de slee.

2 Afstand bij versnelde beweging

De afstand (x) die een voorwerp aflegt bij een eenparig versnelde beweging wordt berekend door de versnelling (a) te delen door 2, en te vermenigvuldigen met de tijd (t) in het kwadraat. In formulevorm :

$$x = \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

x in m (meter) ; a in m/s^2 (meter per seconde kwadraat) ; t in s (seconden)

Een auto rijdt vanuit stilstand gedurende 6 seconden eenparig versneld en legt dan 72 meter af.

- a) Geef de formule waarmee je de versnelling berekent.
b) Bereken de versnelling van de auto.

Een auto rijdt vanuit stilstand met een versnelling van $3,0 m/s^2$ en legt 96 meter af.

- c) Geef de formule waarmee je de tijd die de auto rijdt berekent.
d) Bereken de tijd.

3 Dichtheid

De dichtheid van een materiaal (ρ) is een maat voor de hoeveelheid massa (m) per volume-eenheid (V). In formulevorm :

$$\rho = m / V$$

ρ in kg/m^3 (kilogram per kubieke meter) ; m in kg (kilogram) ; V in m^3 (kubieke meters)

Goud heeft een dichtheid van $19,3 \cdot 10^3 kg/m^3$. Een blok goud heeft een volume van $38,6 cm^3$.

- a) Geef de formule waarmee je de massa van het blok berekent.
b) Bereken het volume van het blok in m^3 .
c) Bereken de massa van het blok.

Zuurstof heeft een dichtheid van $1,43 kg/m^3$. Een hoeveelheid van dit gas heeft een massa van 1,0 kg.

- d) Geef de formule waarmee je het volume van het gas berekent.
e) Bereken het volume van deze hoeveelheid zuurstof.

f) Reken het antwoord bij f om in liters.

Uitwerkingen - Ombouwen van formules – 4U – controlegroep fase 1

Zie Uitwerkingen - Ombouwen van formules – 4L – testgroep fase 1

Ombouwen van formules – 4U – testgroep fase 2

Werk de volgende opgaven uit. Maak daarbij zoveel gebruik van wat je bij de eerste serie opgaven hebt geleerd : controleer of je berekeningen een hoeveelheid oplevert met een eenheid die iets werkelijk voorstelt.

1 Kinetische energie

De kinetische energie (bewegingsenergie) (E_{kin}) van een voorwerp wordt berekend door de massa (m) te delen door 2 en te vermenigvuldigen met de snelheid (v) in het kwadraat. In formulevorm :

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

E_{kin} in J (joule) ; m in kg (kilogram) ; v in m/s (meter per seconde)

a) De joule is een 'verzonnen' eenheid. Wat is de eenheid zoals die volgt uit de formule ?

Een auto heeft een snelheid van 72 km/h. Zijn kinetische energie bedraagt dan 220 kJ.

b) Geef de formule waarmee je de massa berekent.

c) Reken de snelheid van de auto om in m/s.

d) Bereken de massa van de auto.

e) Controleer de eenheid van je antwoord. Gebruik hierbij je antwoord op vraag a !

Een auto heeft een massa van 1450 kg en een kinetische energie van 652,5 kJ.

f) Geef de formule waarmee je de snelheid berekent.

g) Bereken de snelheid van de auto.

h) Controleer de eenheid van je antwoord. Gebruik hierbij je antwoord op vraag a !

2 Zwaarte-energie

De zwaarte-energie (E_z) van een voorwerp wordt berekend door massa (m), valversnelling (g) en hoogteverschil (h) met elkaar te vermenigvuldigen. In formulevorm :

$$E_z = m \cdot g \cdot h$$

E_z in J (joule) ; m in kg (kilogram) ; g in m/s^2 (meter per seconde kwadraat) ; h in m (meters)

Een appel van 204 gram valt uit een boom, waarbij zijn zwaarte-energie met 7,0 J afneemt.

- Geef de formule waarmee je de hoogte berekent.
- Bereken van welke hoogte de appel viel.
- Controleer de eenheid van je antwoord.

Een lift stijgt naar de 4^e verdieping op 10,6 m. Dit kost 1768 J.

- Geef de formule waarmee je de massa van de lift berekent.
- Bereken de massa.
- Controleer de eenheid van je antwoord.

Een astronaut laat op de maan een veertje van een hoogte van 1,50 m vallen. De veer heeft een massa van slechts 10 g. Hierbij wordt 24,5 mJ aan zwaarte-energie omgezet.

- Geef de formule waarmee je de valversnelling op de maan berekent.
- Bereken de valversnelling op de maan.
- Controleer de eenheid van je antwoord.

3 Rendement

Het rendement (η) bij omzettingen van energiesoorten is de verhouding tussen de nuttig gebruikte energie (E_{nut}) en de totale hoeveelheid omgezette energie (E_{tot}). Normaal gesproken wordt dit in een percentage uitgedrukt. In formulevorm :

$$\eta = E_{\text{nut}} / E_{\text{tot}} \times 100\%$$

η in % (verhouding in percentage uitgedrukt) ; E_{nut} en E_{tot} in J (joule)

- Wat is de eenheid van het rendement ?

Een CV-ketel heeft een rendement van 94%. De nuttig gebruikte energie in een bepaalde periode bedraagt 934 kJ.

- Geef de formule waarmee je de totaal gebruikte energie berekent.
- Bereken de totaal gebruikte energie.
- Controleer de eenheid van je antwoord.

Een energiecentrale produceert elke seconde een hoeveelheid energie van $123 \cdot 10^6$ J. Door het transport over de hoogspanningskabels gaat een klein deel van de energie verloren. Het rendement van deze centrale bedraagt 92,5 %.

- Geef de formule waarmee je de nuttig gebruikte hoeveelheid energie berekent.
- Bereken de nuttig gebruikte energie.
- Controleer de eenheid van je antwoord.

Uitwerkingen – analoog aan vorige sets

Ombouwen van formules – 4L – controlegroep fase 2

Werk de volgende opgaven uit.

1 Kinetische energie

De kinetische energie (bewegingsenergie) (E_{kin}) van een voorwerp wordt berekend door de massa (m) te delen door 2 en te vermenigvuldigen met de snelheid (v) in het kwadraat. In formulevorm :

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

E_{kin} in J (joule) ; m in kg (kilogram) ; v in m/s (meter per seconde)

- De joule is een ‘verzonnen’ eenheid. Wat is de eenheid zoals die volgt uit de formule ?

Een auto heeft een snelheid van 72 km/h. Zijn kinetische energie bedraagt dan 220 kJ.

- Geef de formule waarmee je de massa berekent.
- Reken de snelheid van de auto om in m/s.
- Bereken de massa van de auto.

Een auto heeft een massa van 1450 kg en een kinetische energie van 652,5 kJ.

- Geef de formule waarmee je de snelheid berekent.
- Bereken de snelheid van de auto.

2 Zwaarte-energie

De zwaarte-energie (E_z) van een voorwerp wordt berekend door massa (m), valversnelling (g) en hoogteverschil (h) met elkaar te vermenigvuldigen. In formulevorm :

$$E_z = m \cdot g \cdot h$$

E_z in J (joule) ; m in kg (kilogram) ; g in m/s^2 (meter per seconde kwadraat) ; h in m (meters)

Een appel van 204 gram valt uit een boom, waarbij zijn zwaarte-energie met 7,0 J afneemt.

- Geef de formule waarmee je de hoogte berekent.
- Bereken van welke hoogte de appel viel.

Een lift stijgt naar de 4^e verdieping op 10,6 m. Dit kost 1768 J.

- Geef de formule waarmee je de massa van de lift berekent.
- Bereken de massa.

Een astronaut laat op de maan een veertje van een hoogte van 1,50 m vallen. De veer heeft een massa van slechts 10 g. Hierbij wordt 24,5 mJ aan zwaarte-energie omgezet.

- a) Geef de formule waarmee je de valversnelling op de maan berekent.
- b) Bereken de valversnelling op de maan.

3 Rendement

Het rendement (η) bij omzettingen van energiesoorten is de verhouding tussen de nuttig gebruikte energie (E_{nut}) en de totale hoeveelheid omgezette energie (E_{tot}). Normaal gesproken wordt dit in een percentage uitgedrukt. In formulevorm :

$$\eta = E_{\text{nut}} / E_{\text{tot}} \times 100\%$$

η in % (verhouding in percentage uitgedrukt) ; E_{nut} en E_{tot} in J (joule)

Een CV-ketel heeft een rendement van 94%. De nuttig gebruikte energie in een bepaalde periode bedraagt 934 kJ.

- a) Geef de formule waarmee je de totaal gebruikte energie berekent.
- b) Bereken de totaal gebruikte energie.

Een energiecentrale produceert elke seconde een hoeveelheid energie van $123 \cdot 10^6$ J. Door het transport over de hoogspanningskabels gaat een klein deel van de energie verloren. Het rendement van deze centrale bedraagt 92,5 %.

- c) Geef de formule waarmee je de nuttig gebruikte hoeveelheid energie berekent.
- d) Bereken de nuttig gebruikte energie.

Uitwerkingen – analoog aan vorige sets

Bijlage D – Vraagstukken

Vraagstukken – 4U – controlegroep fase 1

1 De motor van een bepaalde auto geeft een kracht van 3000 N, waarbij de auto een versnelling krijgt van $2,7 \text{ m/s}^2$. De tegenwerkende kracht (wrijving, luchtweerstand, e.d.) bedraagt in totaal 570 N.

a) Bereken de massa van de auto.

Aan de auto wordt vervolgens een karretje vastgemaakt. De motor heeft dezelfde kracht en ook de tegenwerkende kracht is dezelfde als in opgave a). De auto met karretje krijgt nu een versnelling van $2,0 \text{ m/s}^2$.

b) Bereken de massa van het karretje.

2 Een fietser rijdt vanuit stilstand met een versnelling van $0,8 \text{ m/s}^2$ over een afstand van 220 m. Daarna rijdt hij nog gedurende 12 seconden met een versnelling van $0,6 \text{ m/s}^2$.

a) Bereken de totale afstand die de fietser aflegt

b) Bereken de totale benodigde tijd voor deze afstand.

3 De dichtheid van ijzer bedraagt $7,87 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$. Op een blok ijzer met een volume van 1,00 liter werkt een kracht van 23,6 N.

a) Leidt een formule af waarmee je de versnelling van het blok ijzer kunt berekenen uit de dichtheid, het volume en de kracht.

b) Controleer de eenheden van je formule ; toon aan dat de eenheid van versnelling m/s^2 is.

c) Bereken de versnelling van het blok ijzer uit de gegevens.

4 De dichtheid van koper bedraagt $8,96 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$. De dichtheid van zink is $7,2 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$

a) Bereken de dichtheid van een mengsel van 60 % koper en 40 % zink. vol% betekent dat het gaat om percentages van het volume !

Marije heeft 100,0 gram koper. Ze wil een mengsel van koper en zink maken, met een bepaalde dichtheid.

b) Leidt een formule af waarmee je de massa van het zink berekent.

c) Hoeveel gram zink heeft zij nodig om een mengsel te kunnen maken met een dichtheid van $8,40 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$.

Uitwerking vraagstukken – 4U – controlegroep fase 1 –

1

- a) $F_{\text{res}} = 3000 - 570 = 2430 \text{ N}$. $m = F/a = 2430 / 2,7 = 900 \text{ kg}$.
b) $F = 2430 \text{ N}$. $m = F/a = 2430 / 2,0 = 1215 \text{ kg}$. $m_{\text{kar}} = 1215 - 900 = 315 \text{ kg}$.

2

- a) $x = \frac{1}{2} at^2 + 220 = \frac{1}{2} \times 0,6 \times 12^2 + 220 = 43,2 + 220 = 263 \text{ m}$.
b) $t = \sqrt{2x/a} + 12 = \sqrt{2 \times 220 / 0,8} + 12 = 23,5 + 12 = 36 \text{ s}$.

3

- a) $F = m \cdot a$ en $\rho = m/V$. Dus: $a = F/(\rho \cdot V)$
b) $a = N/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{m}^3) = N/\text{kg} = \text{kg} \cdot \text{m}/\text{s}^2 / \text{kg} = \text{m}/\text{s}^2$
c) $a = F/(\rho/V) = 23,6 / (7,87 \cdot 10^3 \times 1 \cdot 10^{-3}) = 3,0 \text{ m}/\text{s}^2$.

4

- a) Ga uit van 1 m^3 : $m_{\text{koper}} = 0,6 \times 8,96 \cdot 10^3 = 5,38 \cdot 10^3 \text{ kg}$; $m_{\text{zink}} = 0,4 \times 7,2 \cdot 10^3 = 2,88 \cdot 10^3 \text{ kg}$.
Dus in totaal is de massa van 1 m^3 mengsel = dichtheid mengsel: $5,38 \cdot 10^3 + 2,88 \cdot 10^3 = 8,26 \cdot 10^3 \text{ kg}/\text{m}^3$.
b) $m = m_k + m_z$; $\rho = m/V = (m_k + m_z) / (V_k + V_z) = (m_k + m_z) / (m_k/\rho_k + m_z/\rho_z) \Rightarrow m_k + m_z = \rho(m_k \times \rho_k + m_z/\rho_z) \Rightarrow m_z(1 - \rho/\rho_z) = m_k(\rho/\rho_k - 1) \Rightarrow m_z = m_k(\rho/\rho_k - 1) / (1 - \rho/\rho_z)$
c) $m_z = m_k(\rho/\rho_k - 1) / (1 - \rho/\rho_z)$ invullen $\Rightarrow m_z = 38 \text{ gram}$.

Vraagstukken – 4L – testgroep fase 1

1 De motor van een bepaalde auto geeft een kracht van 3000 N, waarbij de auto een versnelling krijgt van $2,7 \text{ m/s}^2$. De tegenwerkende kracht (wrijving, luchtweerstand, e.d.) bedraagt in totaal 570 N.

a) Bereken de massa van de auto.

Aan de auto wordt vervolgens een karretje vastgemaakt. De motor heeft dezelfde kracht en ook de tegenwerkende kracht is dezelfde als in opgave a). De auto met karretje krijgt nu een versnelling van $2,0 \text{ m/s}^2$.

b) Bereken de massa van het karretje.

2 Een fietser rijdt vanuit stilstand met een versnelling van $0,8 \text{ m/s}^2$ over een afstand van 220 m. Daarna rijdt hij nog gedurende 12 seconden met een versnelling van $0,6 \text{ m/s}^2$.

a) Bereken de totale afstand die de fietser aflegt

b) Bereken de totale benodigde tijd voor deze afstand.

3 De dichtheid van ijzer bedraagt $7,87 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$. Op een blok ijzer met een volume van 1,00 liter werkt een kracht van 23,6 N.

a) Leidt een formule af waarmee je de versnelling van het blok ijzer kunt berekenen uit de dichtheid, het volume en de kracht.

b) Controleer de eenheden van je formule ; toon aan dat de eenheid van versnelling m/s^2 is.

c) Bereken de versnelling van het blok ijzer uit de gegevens.

4 De dichtheid van koper ρ_{koper} bedraagt $8,96 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$. De dichtheid van zink ρ_{zink} is $7,2 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$

a) Bereken de dichtheid van een mengsel van 60 vol% koper en 40 vol% zink. vol% betekent dat het gaat om percentages van het volume !

Marije heeft een mengsel van 50,0 gram koper en 100,0 gram zink..

b) Leidt een formule af waarmee je de dichtheid van het mengsel (ρ_{mengsel}) berekent. In de formule moeten de dichtheden van beide metalen en de massa's voorkomen.

c) Bereken de dichtheid van het mengsel.

Uitwerking vraagstukken – 4L – testgroep fase 1

1

- a) $F_{\text{res}} = 3000 - 570 = 2430 \text{ N}$. $m = F/a = 2430 / 2,7 = 900 \text{ kg}$.
b) $F = 2430 \text{ N}$. $m = F/a = 2430 / 2,0 = 1215 \text{ kg}$. $m_{\text{kar}} = 1215 - 900 = 315 \text{ kg}$.

2

- a) $x = \frac{1}{2} at^2 + 220 = \frac{1}{2} \times 0,6 \times 12^2 + 220 = 43,2 + 220 = 263 \text{ m}$.
b) $t = \sqrt{2x/a} + 12 = \sqrt{2 \times 220 / 0,8} + 12 = 23,5 + 12 = 36 \text{ s}$.

3

- a) $F = m \cdot a$ en $\rho = m/V$. Dus: $a = F/(\rho \cdot V)$
b) $a = N/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{m}^3) = N/\text{kg} = \text{kg} \cdot \text{m}/\text{s}^2 / \text{kg} = \text{m}/\text{s}^2$
c) $a = F/(\rho/V) = 23,6 / (7,87 \cdot 10^3 \times 1 \cdot 10^{-3}) = 3,0 \text{ m}/\text{s}^2$.

4

- a) Ga uit van 1 m^3 : $m_{\text{koper}} = 0,6 \times 8,96 \cdot 10^3 = 5,38 \cdot 10^3 \text{ kg}$; $m_{\text{zink}} = 0,4 \times 7,2 \cdot 10^3 = 2,88 \cdot 10^3 \text{ kg}$.
Dus in totaal is de massa van 1 m^3 mengsel = dichtheid mengsel: $5,38 \cdot 10^3 + 2,88 \cdot 10^3 = 8,26 \cdot 10^3 \text{ kg}/\text{m}^3$.
b) Dichtheid is massa gedeeld door volume, dus: $\rho_{\text{mengsel}} = (m_{\text{koper}} + m_{\text{zink}}) / (m_{\text{koper}}/\rho_{\text{koper}} + m_{\text{zink}}/\rho_{\text{zink}})$
c) $\rho_{\text{mengsel}} = 7704 \text{ kg}/\text{m}^3 = 7,7 \cdot 10^3 \text{ kg}/\text{m}^3$

De laatste serie vraagstukken zijn voor beide groepen gelijk: beide groepen hebben vergelijkbare interventie ondergaan en vergelijkbare opdrachten uitgevoerd. Dit zou betekenen dat hun vaardigheden op het gebied van het analyseren van eenheden in dezelfde mate verbeterd is.

Vraagstukken – 4L / 4U – test- en controlegroep fase 2

- Lees de opgaven goed ; let goed op wat er gevraagd wordt !
- Kies de goede formule(s) uit
- Bouw de formule op de goede manier om
- Controleer de eenheden ; Controleer of je eenheid klopt met de grootheid !

1 Een auto heeft een kinetische energie van 415,9 kJ. De snelheid van de auto is dan 99,0 km/h.

- a) Leidt een formule af waarmee je de massa van de auto berekent.
- b) Bereken de massa van de auto.

Aan de auto wordt vervolgens een karretje vastgemaakt. De kinetische energie blijkt op zeker moment weer hetzelfde te zijn als bij vraag a), maar de snelheid is dan slechts 90 km/h.

- c) Bereken de massa van het karretje.

2 Een steen valt van een hoogte van 20,4 m recht naar beneden. De luchtwrijving mag worden verwaarloosd.

- a) Leidt een formule af voor de snelheid waarmee de steen op de grond terecht komt.
- b) Bereken de snelheid waarmee de steen op de grond terecht komt in m/s.
- c) Reken de bij b) gevonden snelheid om in km/h.

In werkelijkheid is er natuurlijk wel luchtwrijving, waardoor de snelheid waarmee de steen op de grond terecht komt kleiner is, namelijk 16,0 m/s.

- d) Geef de energiebalans voor deze situatie, met daarin de kinetische energie, de zwaarte-energie en de geproduceerde warmte door de luchtwrijving.

De wrijvingskracht op de steen is gedurende de val constant en bedraagt 0,354 N.

- e) Leidt een formule af voor het berekenen van de massa van de steen
- f) Bereken de massa van de steen in grammen.

3 De motor van een Lamborghini Diablo heeft een vermogen van 362 kW. De topsnelheid bedraagt dan 338 km/h.

- a) Leidt een formule af waarmee je de motorkracht bij topsnelheid kunt berekenen.
- b) Controleer de eenheden in je formule. Toon aan dat de eenheid van kracht gelijk is aan $\text{kg}\cdot\text{m}/\text{s}^2$
- c) Bereken de motorkracht bij topsnelheid.

4 Een auto rijdt met een constante snelheid van 82,8 km/h. De motor van de auto levert een kracht (F_m) van 0,41 kN. De afstand die de auto met 1,0 liter benzine kan afleggen (x) is 20,0 km. De 'stookwaarde' (E_s) van benzine is 33 MJ/liter.

- a) Leidt een formule af waarmee je het rendement van de motor kunt berekenen. Hierin mogen alleen F_m , E_s en x voorkomen.
- b) Bereken het rendement van de motor.
- c) Bereken bij de gegeven snelheid het vermogen van de motor.

Uitwerking vraagstukken – 4L / 4U – test- en controlegroep fase 2

1

- a) $m = 2.E_{\text{kin}} / v^2$
- b) $m = 2.415,9.10^3 / (99,0/3,6)^2 = 1100 \text{ kg}$
- c) $m = 2.415,9.10^3 / (90,0/3,6)^2 = 1331 \text{ kg} \rightarrow m_{\text{kar}} = 231 \text{ kg}$

2

- a) $v = \sqrt{2gh}$
- b) Invullen : $v = 20,0 \text{ m/s}$
- c) maal 3,6 = 72 km/h
- d) $mgh = \frac{1}{2} mv^2 + Q$
- e) $m = F_w \cdot h / (gh - \frac{1}{2} v^2)$
- f) Invullen : $m = 0,10 \text{ kg} = 100 \text{ gram}$

3

- a) $F = P / v$
- b)
- c) Invullen : $F = 362.10^3 / (338/3,6) = 3,86.10^3 \text{ N}$

4

- a) $\eta = F_m \cdot x / E_s \text{ (.100\%)}$
- b) $\eta = 410.20.10^3 / 33.10^6 \times 100\% = 25 \%$
- c) $P = F \cdot v = 410.82,8/3,6 = 9430 \text{ W} = 9,4 \text{ kW}$.