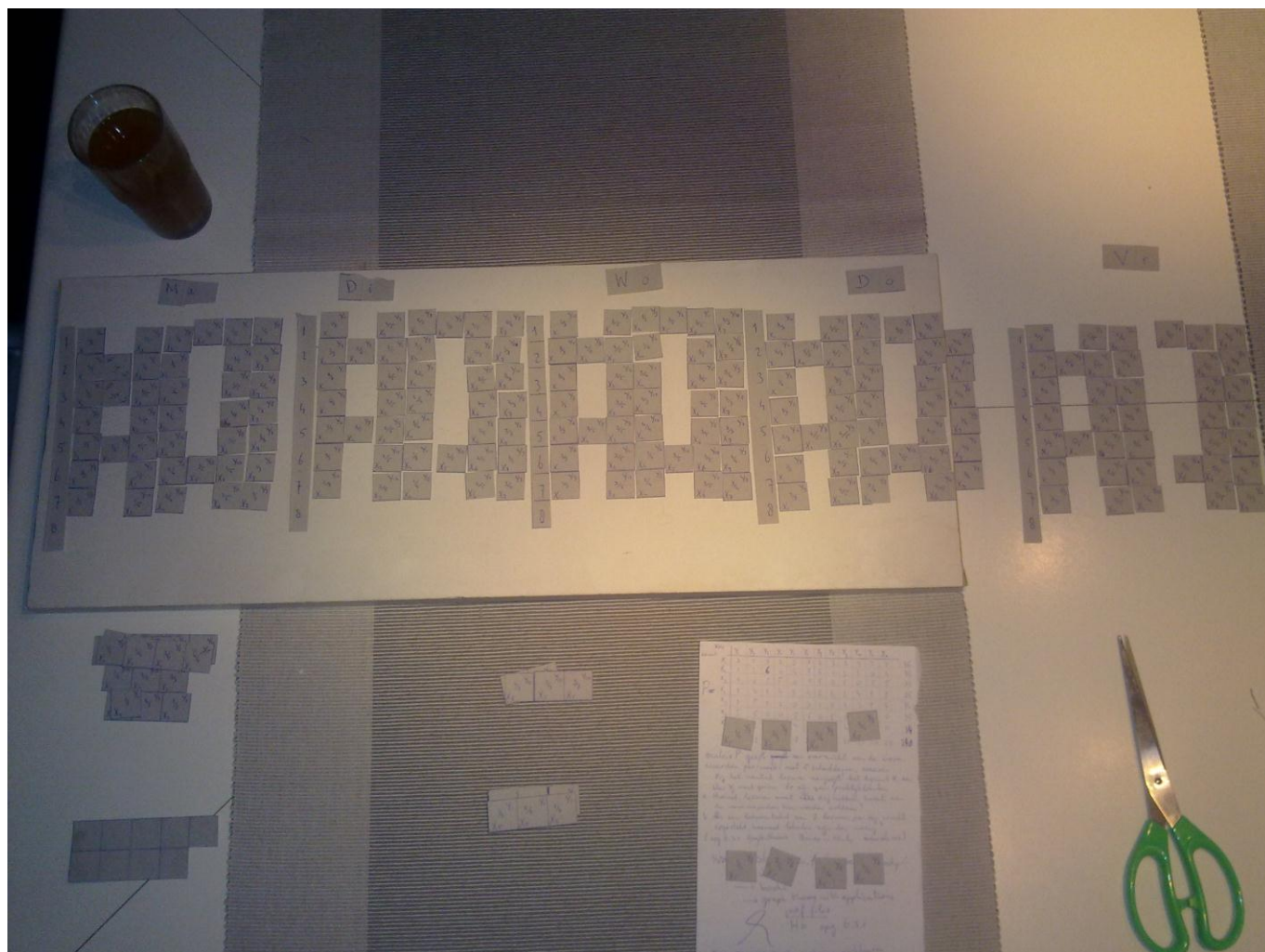


Verslag Onderzoek van onderwijs
Onderwerp Modelleren
Opleiding Master of Science Education Universiteit Twente
Studenten Wim Bökkerink en Jantien Stam
Begeleiders Nellie Verhoef en Gerard Jeurnink
Datum Juni 2011



	Pagina
Inhoud	2
H1 Inleiding	3
H2 Theorie	4
2.1 Modelleren	
2.2 Procedurele kennis versus conceptuele kennis	
2.3 Roosters	
H3 Methode	6
3.1 Deelnemers	
3.2 Onderzoeksinstrumenten	
3.3 Materiaal	
3.4 Procedure	
3.4.1 Dataverzameling	
3.4.2 Dataverwerking	
3.4.3 Data-analyse	
H4 Resultaten en conclusies	11
H5 Discussie en vervolgonderzoek	15
H6 Bijlagen	
1 Literatuurlijst	18
2 Handleiding Modelleren met roosters	19
3 Modelleren met roosters als schoolproject informatie voor studenten periode 4	37
4 Contractformulier Schoolproject Modelleren met roosters voor studenten	39
5 Modelleren, procedureel of conceptueel	41
6 Werkblad modelleren stappen	43
7 Schoolroosters nulmeting deel 1	48
8 Schoolroosters nulmeting deel 2	49
9 Modelleren, procedureel of conceptueel met voorbeelden nulmeting	52
10 Buizensysteem belastingdienst eindmeting deel 1	56
11 Buizensysteem belastingdienst eindmeting deel 2	58
12 Modelleren procedureel of conceptueel met voorbeelden eindmeting	60
13 Excel bestanden blad 1 t/m 4:	63
alles alle studenten	
stap fout weg alle studenten	
alles relevante studenten	
stap fout weg relevante studenten	
14 Uitnodiging studenten voor eerste bijeenkomst	65
15 Kennisbasis wiskunde voor de tweedegraad lerarenopleiding wiskunde, categorie 4 en 5.	66

H1 Inleiding

Dit onderzoek van onderwijs vormt een onderdeel van de masteropleiding wiskunde aan de universiteit Twente, begeleid door Nellie Verhoef en Gerard Jeurnink, uitgevoerd van december 2010 tot juni 2011 door Wim Böklerink en Jantien Stam.

Het onderzoek is uitgevoerd op de Hogeschool Utrecht met medewerking van een aantal bachelorstudenten die in het kader van een schoolproject theorieopdrachten en praktijkopdrachten in de (stage)school uitvoerden. Onderwerp van het onderzoek is 'modelleervaardigheden' en in de didactische driehoek materiaal / docent / leerlingen onderzoeken we de component 'leerlingen', in dit geval betreft het de studenten van de Hogeschool Utrecht.

Keuze modelleren

Waarom is modelleren een vaardigheid die door studenten en leerlingen geleerd moet worden? De meeste wiskundemethoden bieden de leerstof gesloten en gestructureerd aan en ook de vragen tijdens de lessen en in de toets zijn gesloten. Men wordt geacht het van tevoren bedachte pad te doorlopen waarmee aan het eind van een leerstofeenheid een techniek kan worden uitgevoerd. Voor studenten en leerlingen blijven de technieken die tijdens de wiskunde geleerd worden op zichzelf staand, zonder duidelijke toepassing bij andere vakken of in de werkelijkheid. Hierdoor zijn zij niet in staat om wiskunde goed in te zetten op het moment dat dit nodig is bij situaties die uit de werkelijkheid komen en complexer zijn. Modelleren beoogt het leren toepassen en daardoor mogelijk beter begrijpen van wiskunde, het inzien van het nut en het herkennen van wiskunde bij alledaagse problemen en het inzien van de grenzen die er zijn aan de geldigheid van modellen.

Er zijn verschillende oorzaken aan te wijzen waarom modelleren in het wiskundeonderwijs op het voortgezet onderwijs weinig aan bod komt, bv. het programma is te vol, leerlingen vinden het moeilijk, het vereist specifieke begeleiding door docenten, het kost veel tijd of het is lastig te toetsen. Hoewel er sinds 2007 meer aandacht voor modelleren is gekomen door de invoering van de vakken wiskunde D en Natuur, Leven en Technologie, zijn er nog veel leerlingen die bijna nooit kennis maken met modelleren.

Gezien het hierboven geformuleerde belang van modelleren, leek het ons goed om door middel van dit onderzoek het modelleren in de schijnwerpers zetten.

Hoe leren aankomende docenten modelleren?

Naast oefening met modelleeropdrachten moet het accent liggen op het doorzien van de modelleerstappen. Dit kun je bereiken door de verschillende fasen van het modelleren te benoemen, theorie te verstrekken over het nut en de uitvoering van een fase en de fasen apart te laten oefenen. Leren modelleren gebeurt ook door als docent modelleeropdrachten te ontwikkelen voor de eigen leerlingen.

Onderzoeksvraag

Bovenstaande leidde tot de volgende onderzoeksvraag:

Zijn de modelleervaardigheden van studenten van de hogeschool verbeterd na het uitvoeren van theoretische en praktische opdrachten bij het modelleerproces?

In de volgende hoofdstukken is te lezen hoe we deze vraag beantwoord hebben.

H2 Theorie

De literatuurstudie bij het onderzoek richt zich vooral op het modelleren.

Bij modelleren is het van belang om het begrip duidelijk te omschrijven aangezien er verschillende betekenissen worden gehanteerd in de literatuur. De werkdefinitie die in dit onderzoek gebruikt wordt, is beschreven in paragraaf 2.1.

Naast het modelleren hebben we ook materiaal over roosteren bestudeerd en een artikel over individuele verschillen in conceptuele en procedurele kennis. Het roosteren komt terug in paragraaf 3.3, de andere twee onderwerpen worden in dit hoofdstuk besproken.

2.1 Modelleren

In het Handboek Vakdidactiek Wiskunde (literatuurlijst 1) wordt nauwkeurig omschreven wat onder modelleren wordt verstaan, het belang van modelleren voor wiskundeonderwijs wordt aangegeven en er wordt ingegaan op de problematiek van het onderwijzen van modelleren.

Spandaw en Zwaneveld citeren uit het visiedocument van de Commissie Toekomst Wiskunde Onderwijs: “Modelleren is een praktisch en creatief proces waarbij realistische problemen in wiskundige vorm worden vertaald. Leerlingen worden voor een probleemsituatie geplaatst met als doel deze met wiskundige middelen op te lossen. Dit omvat het doorgronden en analyseren van het probleem, het kiezen van variabelen, het opstellen van verbanden, het bepalen van een strategie en het inzetten van wiskundige middelen.”

Volgens Spandaw en Zwaneveld is dit een deel van wat modelleren zou moeten zijn. Zij voegen er nog twee fasen aan toe: de fase van de interpretatie van de gevonden oplossing en de fase van de validatie. Zo komen zij tot vijf verschillende modelleerfasen, vijf stappen in een modelleercyclus:

Stap 1: conceptualiseren. In deze stap wordt het gestelde realistische probleem beschreven in termen van relevante concepten en aspecten die het probleem beïnvloeden.

Stap 2: mathematiseren. Binnen de wiskunde wordt gezocht naar een model dat geschikt is om het probleem te kunnen vertalen.

Stap 3: oplossen. Het model wordt geanalyseerd en opgelost.

Stap 4: interpreteren. De gevonden oplossing van stap 3, de wiskundige uitkomst, wordt terugvertaald naar het eigenlijke probleem.

Stap 5: valideren. De waarde van de gevonden uitkomsten voor het realistische probleem nagaan en vaststellen of de oplossing reëel is en voldoet aan alle gestelde eisen.

Juist door toevoeging van de laatste twee fasen wordt het modelleren een cyclisch proces. Na en door het valideren is het wellicht noodzakelijk de modelleercyclus opnieuw te doorlopen, bv. omdat bij bepaalde vereenvoudigingen van de werkelijkheid ook andere keuzes gemaakt hadden kunnen worden. Het is daarbij van belang om de modeluitkomsten op waarde te kunnen schatten, zodat we er voor gekozen hebben om in dit onderzoek modelleren in vijf stappen te gebruiken. De kern van het modelleren, namelijk het principe ‘van werkelijkheid naar wiskunde en weer terug van wiskunde naar werkelijkheid’, wordt in deze fasen goed zichtbaar.

2.2 Conceptuele en procedurele kennis.

Het modelleerproces, zoals in paragraaf 2.1 omschreven in stappen 1 t/m 5, moeten we beoordelen om onze onderzoeksvraag te beantwoorden. Hoe kunnen we een oordeel geven over het verloop en het resultaat van dit proces? Om deze vraag te beantwoorden zijn we op zoek gegaan naar indicatoren. Bij het oplossen van problemen wordt zowel conceptuele als procedurele kennis gebruikt -vaak in een bepaalde combinatie met elkaar- en van dit onderscheid willen we gebruik maken bij het bepalen van de indicatoren.

In het artikel "Individual differences in conceptual and procedural knowledge when learning fractions" (literatuurlijst 3) beschrijven Hallett c.s. hoe ze onderzoek hebben gedaan naar het begrijpen van breuken door leerlingen. Zij maken hierbij onderscheid tussen:

- conceptuele kennis: weten dat. Dit is kennis die rijk is aan relaties, waarbij het vermogen om relaties tussen kennis te zien van belang is en niet het memoriseren van gescheiden informatie-eenheden.
- procedurele kennis: weten hoe. Kennis die het doorlopen van een volgorde van bepaalde vastgestelde acties omvat met het doel een gewenst resultaat te produceren (doelgerichte actievolgorde).

In het artikel van Hallett c.s. wordt benoemd dat de resultaten van voorgaande onderzoeken met betrekking tot conceptuele en procedurele kennis elkaar tegenspreken. Als voorbeeld wordt een onderzoek aangehaald waar geconcludeerd wordt dat het verwerven van conceptuele kennis een noodzakelijke voorwaarde is voor het aanleren van procedurele vaardigheden. Daar tegenover staat een onderzoek met als eindresultaat dat conceptuele en procedurele kennis niet noodzakelijk aan elkaar vooraf hoeven gaan en waar beiden elkaar voortdurend en in toenemende mate versterken.

Uit het onderzoek van Hallett c.s. blijkt dat leerlingen los van hun ontwikkelingsproces verschillen in de mate waarin ze conceptuele of procedurele kennis combineren, waardoor individuele voorkeur een belangrijke invloed heeft op het type leren. Zo zouden er drie soorten leerlingen zijn, namelijk met een voorkeur voor conceptueel denken of procedureel denken of een combinatie van beiden. De verwachting is dat de laatste groep beter zal presteren vanwege het voordeel om beide soorten kennis in te zetten

Door het uitvoeren van de opdrachten zoals we in de inleiding hebben geformuleerd, zal naar onze verwachting de kennis van het modelleren bij de studenten toenemen en dit zal zichtbaar zijn tijdens het modelleerproces. Bovendien verwachten we op grond van de voorgaande onderzoeken dat er een verschuiving zal plaats vinden in de verhouding tussen de conceptuele en procedurele kennis.

Deze verwachtingen leidden tot het formuleren van twee indicatoren bij het onderzoek, waarover in paragraaf 3.2 meer te lezen is.

H3 Methode

In dit hoofdstuk worden de stappen beschreven die in het onderzoek zijn gezet, wie er aan het onderzoek deelgenomen hebben, welke opdrachten de deelnemers hebben uitgevoerd en natuurlijk een beschouwing van de resultaten van het onderzoek.

3.1 Deelnemers

Voor het onderzoek zijn derde- en vierdejaars studenten van de tweedegraad lerarenopleiding wiskunde aan de Hogeschool Utrecht gevraagd. Studenten uit deze twee leerjaren hebben de juiste voorkennis doordat zij onder meer de onderdelen 'grafentheorie' en 'probleemoplossen' gevolgd hebben. Over de voorkennis is verderop meer te lezen. De studenten zijn in deze fase van hun studie toegerust om een lessenserie te ontwikkelen. Daarbij hebben zij een stageplaats die het mogelijk maakt deze lessenserie ook uit te voeren. Tijdens de stage voert elke student een aantal schoolprojecten uit, dit zijn praktische toepassingen van de theorie op de school voor voortgezet onderwijs of het MBO, die beoordeeld worden en een aantal EC's opleveren. De opdrachten bij de module "Modelleren met roosters" zijn geplaatst in het kader van een schoolproject en passen als zodanig in de bachelor opleiding.

Nadat in januari 2011 de docenten van de vakgroep wiskunde op de Hogeschool Utrecht geïnformeerd zijn over dit schoolproject, werd naar alle derde- en vierdejaars studenten informatie gestuurd over de mogelijkheid om aan het schoolproject "Modelleren met roosters" deel te nemen (bijlage 3). In deze informatie konden de studenten beknopt lezen wat de inhoud van dit project was, welke verplichtingen zij aangingen met het volgen van dit project en dat er twee bijeenkomsten verplicht moesten worden bijgewoond, waarbij een modelleeropdracht gemaakt zou moeten worden. De uitkomsten van deze twee modelleeropdrachten vormen de feitelijke basis voor ons onderzoek.

Voor dit project meldden zich uiteindelijk dertien studenten en dit aantal was naar ons idee groot genoeg om het onderzoek voort te zetten. Deze studenten vulden het contractformulier (bijlage 4) in en zij werden uitgenodigd voor de eerste bijeenkomst, waarin het materiaal werd uitgedeeld en toegelicht en de nulmeting werd gedaan in de vorm van een modelleeropdracht.

Voorkennis

Om de voorkennis compleet in beeld te krijgen, is gestart met een onderzoek naar de kennis en vaardigheden op het gebied van modelleren en roosters / grafen. We bekeken wat er in de kennisbasis beschreven is op deze gebieden (bijlage 5), op welke manier het in de opleiding op de hogeschool Utrecht aan bod komt en welke voorkennis er wordt verondersteld.

Er is geen cursus in de tweedegraad opleiding van de Hogeschool Utrecht waar modelleren specifiek genoemd of aangeleerd wordt. Onderdelen van wat er in de kennisbasis staat komen voor in onderzoek jaar 1 (horizontaal en verticaal mathematiseren) en vooral bij de analysevakken.

Het vak modelleren wordt in het eerste jaar van de masteropleiding op de Hogeschool Utrecht gegeven. Bij dit vak wordt als voorkennis verondersteld: kennis over het opstellen,

beoordelen en verder ontwikkelen van het basismodel (naast vakkennis). Deze voorkennis hebben bachelorstudenten niet expliciet opgedaan tijdens de bacheloropleiding. De studenten krijgen theorie over grafen bij de cursus algebra in jaar 2 van de bacheloropleiding. Hierbij is de veronderstelde voorkennis statistiek jaar 2 waar matrixrekenen, overgangsmatrices en grafen in zit. De standaard grafentheoretische modellen van problemen uit de logistiek komen in de cursus algebra aan de orde, waarbij in beperkte tijd de vaardigheid in modelleren, bewijzen, bewijstechnieken, algoritmiek en het grafentheoretisch jargon behandeld worden. Het echte modelleerwerk en een praktische opdracht komen niet aan bod.

Probleemoplossen is onderdeel van modelleren, met name bij stap 3 wordt dit uitgevoerd. Het vak 'onderzoek jaar 1' op de Hogeschool Utrecht biedt theorie en praktische opdrachten op het gebied van probleemoplossen en probleemaanpak, waarbij de boeken 'probleemoplossen' 1 en 2 van het APS zijn gebruikt. Onderdelen uit de cursus zijn de vier fasen van Polya, oefenen met het oplossen van problemen en uitleggen van een probleem zonder de oplossing meteen weg te geven.

3.2 Onderzoeksinstrumenten

Voor het onderzoek naar de modelleervaardigheden van HU-studenten zijn een pretest en een posttest opgesteld. In de geest van het onderzoek van Hallett c.s. hebben we bij deze testen de te verwachten reacties van de studenten geformuleerd en ingedeeld in twee categorieën waarmee duidelijk wordt wat we per modelleerstap onder procedureel dan wel conceptueel verstaan. Daarbij is als uitgangspunt genomen, dat procedurele kennis zich kenmerkt in "weten hoe" (doelgerichte actievolgorde), terwijl conceptuele kennis zich kenmerkt in "weten dat" (kennis die rijk aan relaties is en het vermogen om relaties tussen kennis te zien). Waar mogelijk hebben we binnen de categorieën nog weer een verdeling gemaakt (bijlage 5). Vervolgens hebben we per test bij elk item een aantal mogelijke voorbeeldreacties beschreven (bijlage 9 en 12).

Door het analyseren van de reacties van de studenten willen we een verandering in het aantal reacties en een veranderde verhouding tussen conceptuele en procedurele reacties zichtbaar maken, zodat met deze indicatoren een uitspraak gedaan kan worden over een mogelijke vooruitgang in de modelleervaardigheden van de studenten.

De eerste indicator is het aantal reacties. We verwachten een toename in beide categorieën wanneer de modelleervaardigheden en de kennis over het modelleren toenemen.

Het tweede criterium is de verhouding tussen procedurele en conceptuele reacties. We verwachten dat betere modelleervaardigheden zichtbaar zullen zijn in een verschuiving van de verhouding conceptueel:procedureel richting 1:1, waardoor beide categorieën bij de posttest meer gelijk aan bod zullen komen vergeleken met de pretest.

In hoofdstuk 4 is de conclusie te vinden met betrekking tot de analyse.

Om een beeld te krijgen welk inzicht de deelnemers in het modelleren hadden en hoe dit zich ontwikkelde gedurende de periode tussen de twee bijeenkomsten, hebben we twee testen ontwikkeld, de pretest (bijlagen 7 en 8) en de posttest (bijlagen 10 en 11). Beide testen zijn qua opzet hetzelfde: er wordt een probleem beschreven en er wordt gevraagd voor dit probleem een oplossing te vinden, gebruik makend van de vijf modelleerstappen. Deze vijf stappen zijn benoemd en in een paar woorden verduidelijkt. Vooral de wijze waarop er aan het probleem werd gewerkt, was onderwerp van onderzoek. De deelnemende studenten

werd gevraagd daartoe bij elke modelleerstap precies te beschrijven wat zij dachten, wat zij deden en waarom ze dat deden (bijlage 6).

De aangedragen oplossing voor het beschreven probleem is niet door ons beoordeeld.

Sterker nog, na stap 3 van het modelleren werd het tot dan gemaakte materiaal ingenomen en werd een door ons opgestelde oplossing voor het probleem uitgangspunt voor het verdere modelleren. We hebben om twee redenen hiervoor gekozen. Ten eerste hielden we rekening met de mogelijkheid dat een student geen geschikte oplossing voor het probleem zou kunnen vinden, waardoor de stappen 4 en 5 van het modelleren niet uitgevoerd zouden kunnen worden. Ten tweede wilden we, om de resultaten van de studenten onderling te kunnen vergelijken, eenzelfde uitgangspunt voor de stappen 4 en 5.

Hierbij was het mogelijk om gebruik te maken van een opgave die iets ingewikkelder was dan de opgave van fase 1 en 2. De gedachtegang was als volgt:

- We willen graag dat alle fasen van de cyclus worden doorlopen.
- De opgave moet interessant genoeg zijn om fase 4 en 5 te doorlopen.
- De opgave van fase 1 en 2 kan te eenvoudig zijn om dit te bewerkstelligen.

3.3 Materiaal

Om de modelleervaardigheid te verbeteren in de tijd tussen de testen, hebben we een handleiding 'Modelleren met roosters' ontwikkeld (bijlage 2). Deze handleiding bevat o.a. een lijst met artikelen over de theorie van het modelleren, modelleeropdrachten die de studenten moesten uitvoeren en beoordelingscriteria. Als belangrijkste document voor informatie over modelleren en modelleeronderwijs hebben we de studenten verwezen naar het eerder genoemde 'Handboek Vakdidactiek Wiskunde' (literatuurlijst 2).

In de handleiding onder de kop 'Modelleeropdrachten' zijn door ons opdrachten geformuleerd. Deze zijn samengesteld uit een veelheid van beschikbaar materiaal zoals dit te vinden is in wiskundemethoden voor het voortgezet onderwijs, wiskunde-D modules, wiskunde_Olympiades, speciale uitgaven zoals bv. Eureka! of van de Nederlandse Wiskunde Olympiade, syllabi bij grafentheorie en op internet waar een onuitputtelijke hoeveelheid opdrachten staat die - al dan niet in aangepaste vorm - geschikt zijn om te modelleren. Doel van deze opdrachten is om kennis en inzicht in het modelleren te vergroten, voor zover dit onvoldoende bij de student aanwezig was. Het accent lag hierbij op het bewust worden van de verschillende stappen door elke stap uit te lichten en bij verschillende problemen uitsluitend de bedoelde stap uit te voeren en te reflecteren op deze stap. Er is hierbij een opbouw gemaakt van het herkennen van verschillende modelleerfasen naar het zelf kunnen opzetten en valideren van wiskundige modellen tot het kritisch kunnen analyseren en reflecteren over de doelen van modelleren.

In de laatste twee modelleeropdrachten moesten de studenten twee modules analyseren op hun geschiktheid om te gebruiken voor het modelleren en een module moest worden aangepast van een meer gesloten naar een meer open vraagstelling.

In de handleiding bij "Modelleren met roosters" hebben de overige onderdelen betrekking op de opdracht een lessenserie 'modelleren' te ontwikkelen en uit te voeren op de stageschool. (in bijlage 2: schoolopdracht modelleren met roosters).

Door deze opdracht worden de studenten zich ook op een andere manier bewust van de stappen in het modelleerproces, namelijk vanuit het perspectief van de ontwikkelaar die vorm geeft aan een modelleeropdracht voor leerlingen. Ook het kennen en kunnen toepassen van de beoordelingscriteria kan een hulpmiddel zijn bij het vergroten van deze bewustwording.

Door het uitvoeren van de lessenserie krijgt de student(e) ervaring in het begeleiden van de modelleeropdracht en ziet zij/hij waar de modelleeropdracht nog aanpassing behoeft. Bij het uitvoeren van de lessenserie is de rol van de docent veelzijdig: richting geven, vereenvoudigen, stimuleren, overzicht houden, suggesties geven m.b.t. de wiskundige technieken die wel of niet gebruikt kunnen worden, prikkelen, vragen stellen, enz. Op welke manier hieraan vorm wordt gegeven, hangt er onder meer van af hoe moeilijk de opdracht is voor de leerlingen. Zo kan vereenvoudigen zijn: noemen dat vereenvoudigen belangrijk is of gedaan moet worden, suggesties doen welke zaken wel of niet van belang kunnen zijn, vertellen welk onderdeel het beste gevolgd kan worden, enz.

Roosters

Het oorspronkelijke plan was om het modelleren uitsluitend te richten op roosterproblemen, omdat roosteren een herkenbaar onderdeel is dat uit complexe problemen bestaat, maar ook te verkleinen is tot eenvoudiger situaties. Tijdens de literatuurstudie en het opzetten van het onderzoek, besloten we om het probleemgebied uit te breiden, zodat een bredere beschouwing van het modelleren mogelijk zou worden.

Aan de studenten is gevraagd om voorafgaand aan de eerste bijeenkomst hun voorkennis op te halen met behulp van de reader die gebruikt wordt voor het onderdeel grafentheorie op de Hogeschool Utrecht.

De onderwerpen uit deze reader vormden voor ons de leidraad bij het zoeken naar geschikte opdrachten voor de begin- en eindmeting. We gingen uit van onderwerpen waarbij de technieken van de grafentheorie (eventueel matrices) gebruikt dienen te worden.

De twee opdrachten zijn gelijkwaardig gemaakt, dat wil zeggen dat het niet uitmaakt welke er als eerste of als laatste wordt gegeven. We hadden ook de helft van de groep de ene opdracht als start kunnen geven en de andere helft van de groep laten starten met de andere opdracht. De vraag is of je dan nog steeds goed kunt vergelijken en bovendien zit je met het praktische punt dat studenten de informatie gaan uitwisselen, iets dat je liever niet hebt. Daarom is niet voor deze werkwijze gekozen.

3.4 Procedure

3.4.1 Dataverzameling

Op 18 april was de eerste bijeenkomst met de studenten. Na een korte inleiding werden de deelnemende studenten aan het werk gezet met de eerder beschreven pretest. Na het maken van deze test werd de handleiding bij "Modelleren met roosters" doorgenomen. Tijdens dit gedeelte bleek er bij een deel van de studenten verwarring te zijn over de inhoud van dit project en dit bleek verband te houden met de onbekendheid met modelleren. In de periode tussen de pretest en de posttest hebben we de gemaakte pretest beoordeeld naar procedurele dan wel conceptuele reacties. Daarover meer in 3.4.2.

De posttest werd gemaakt tijdens de laatste bijeenkomst met de studenten op 6 juni. Daarbij was helaas maar de helft van het aantal studenten aanwezig. Dit was voor ons een onaangename verrassing, aangezien de meeste afwezigen zich niet afgemeld hadden. De gemaakte test werd door ons op eenzelfde manier beoordeeld.

3.4.2 Dataverwerking

Deze door ons gemaakte verdeling in de categorieën conceptueel en procedureel met voorbeelden is gebruikt bij de beoordeling van de gemaakte testen van de studenten. Bij elke

modellerestap hebben we gekeken of een reactie van procedurele aard was of van conceptuele aard en bij welke subgroep als dit van toepassing was.

De gevonden resultaten zijn in een Excelbestand ingevoerd waarbij de scores per student in twee rijen onder elkaar zijn geplaatst: de scores behorende bij de beginopdracht in de bovenste rij en de scores bij de eindopdracht in de rij eronder. Per rij zijn per modellerestap eerst de procedurele reacties geturfd, daarna de conceptuele (bijlage 13).

3.4.3 Data-analyse

Om meer duidelijkheid te krijgen over de juistheid van onze indeling hebben we een onafhankelijke derde persoon, een docente wiskunde in het voortgezet onderwijs, gevraagd onze indeling kritisch te beoordelen. We hebben haar informatie gegeven over modelleren en over procedurele en conceptuele kennis. Nadat wij van haar te horen hadden gekregen dat zij zich kon vinden in onze verdeling van procedureel en conceptueel, hebben we haar ook gevraagd het werk van de HU-studenten bij de pretest op basis van deze indeling te beoordelen. Daarna hebben we onze beoordeling met haar beoordeling vergeleken. Op onderdelen waren er kleine verschillen. Soms was het lastig te bepalen waar bijv. een procedurele reactie in het schema geplaatst moest worden (P1, P2 of P3). Bij de totalen per stap bleek echter grote overeenstemming te zijn tussen beide beoordelingen, waardoor we meenden op deze basis ons onderzoek voort te kunnen zetten.

Bij het beoordelen van de testen liepen we tegen verschillende problemen aan. Sommige studenten maakten opmerkingen die geen enkele betrekking hadden op het modelleren. Ook maakten enkelen eenzelfde opmerking meerdere keren (dubbelingen). En verder werden soms reacties op een verkeerde plek geplaatst, d.w.z. reacties die betrekking hadden op een bepaalde modellerestap werden bij een andere stap gemaakt (stap fout). Om die reden hebben we het werk op verschillende manieren beoordeeld en drie versies in het Excelbestand gemaakt: versie 1 bevat alle gemaakte reacties, versie 2 is zonder de dubbelingen en versie 3 is zonder dubbelingen en zonder stap fout. Uiteindelijk hebben we besloten om versie 2 achterwege te laten omdat de verschillen met versie 1 gering waren. Er is bewust gekozen voor het maken van versie 3 waarbij veel reacties weggelaten moesten worden, omdat deze bij de verkeerde stap geplaatst waren. Enerzijds vinden we alle gemaakte reacties van belang, anderzijds vinden we dat verkeerd geplaatste reacties nog blijf geven van onvoldoende kennis van het modelleren en de cyclus die daarbij van toepassing is.

Voor het trekken van een conclusie over de modelleervaardigheden van de studenten zullen we ons baseren op versie 3. Om te vergelijken kijken we ook naar versie 1.

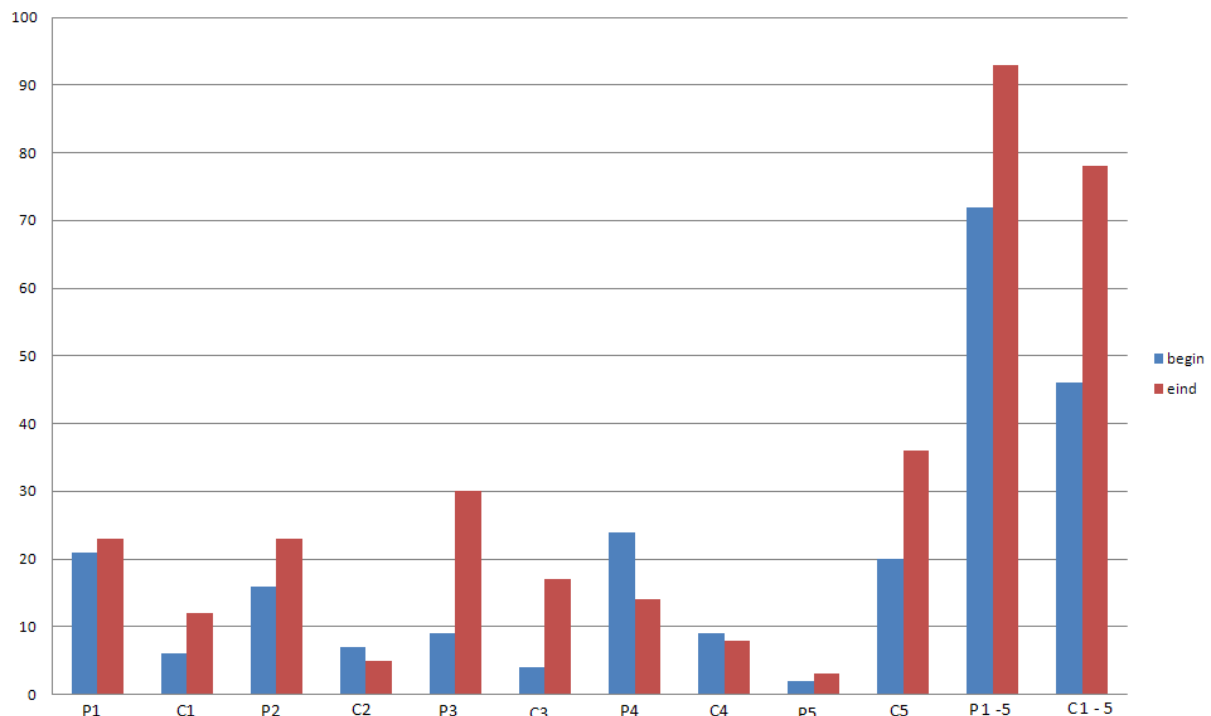
In het Excelbestand staan vier overzichten: het eerste overzicht bevat de scores van alle gemaakte reacties van alle studenten, het tweede overzicht bevat de scores van alle studenten zonder de dubbelingen en zonder stap fouten, het derde overzicht bevat de scores van alle gemaakte reacties van de studenten die beide testen gemaakt hebben en het vierde overzicht tenslotte bevat de scores van de studenten die beide testen gemaakt hebben zonder de dubbelingen en zonder stap fouten (bijlage 13). Voor het onderzoek zijn alleen de laatste twee overzichten interessant.

H4 Resultaten en conclusies

Door studenten van de tweedegraad lerarenopleiding wiskunde aan de Hogeschool Utrecht het project “Modelleren met roosters” te laten volgen, wilden we hun modelleervaardigheden vergroten. Om een uitspraak te kunnen doen of dat daadwerkelijk het geval zou zijn, hebben we de studenten twee testen laten maken. In totaal hebben zes studenten daadwerkelijk beide testen gemaakt. Op grond van de resultaten van dit zestal willen we concluderen of hun vaardigheden m.b.t. modelleren zijn toegenomen.

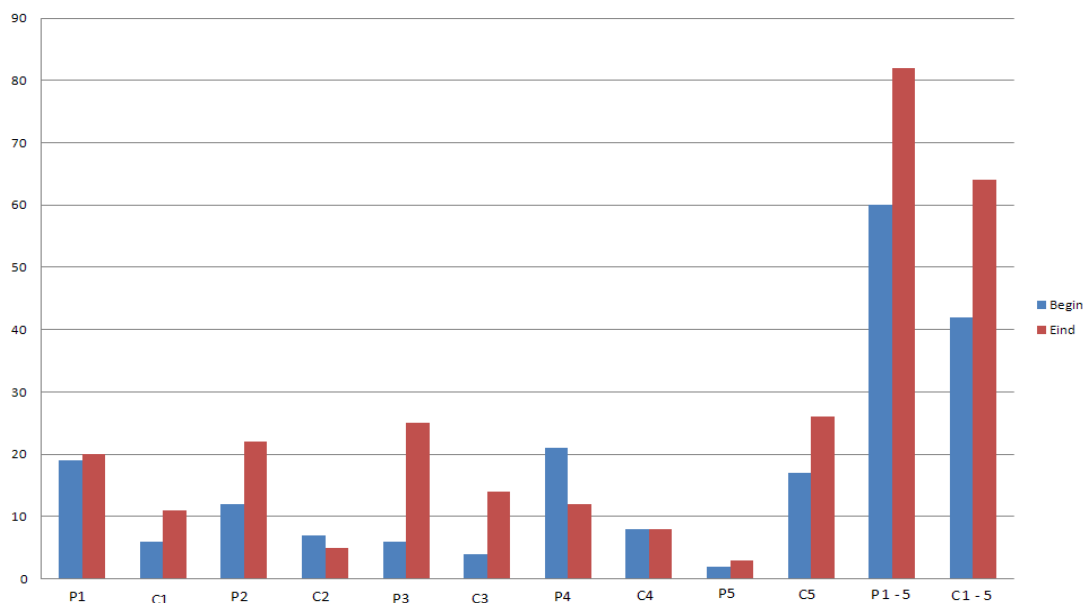
Om te kunnen concluderen of modelleervaardigheden zijn toegenomen, kijken we of het aantal reacties van procedurele en conceptuele aard toegenomen is én of het aantal reacties van conceptuele aard toegenomen is t.o.v. het aantal reacties van procedurele aard. In hoofdstuk 3 hebben we hierover al geschreven. We letten daarbij enerzijds op alle gemaakte reacties (versie 1) , anderzijds op de reacties zonder dubbelingen en stap fout (versie 3). We geven dat hieronder steeds aan door te spreken van “voor correctie” en van “na correctie”

Als we per modelleerstep het aantal gemaakte procedurele en conceptuele reacties bij de begintest vergelijken met het aantal bij de eindtest kunnen we het volgende opmerken. Voor correctie zien we dat er bij bijna elke stap meer reacties genoteerd zijn bij de eindtest. Uitzonderingen hierop zijn bij stap 4 het aantal procedurele reacties (P4), bij stappen 2 en 4 het aantal conceptuele reacties (C2 en C4). Grafiek 1 hieronder geeft dat overzichtelijk weer. Ook zijn de totalen van procedureel en conceptueel bij begin en eind met elkaar vergeleken.



Grafiek 1: Aantal gemaakte reacties begin-eind voor correctie

Na correctie is het beeld nagenoeg hetzelfde. Nu zijn het aantal conceptuele reacties bij stap 4 gelijk gebleven. Dit wordt weergegeven door grafiek 2.

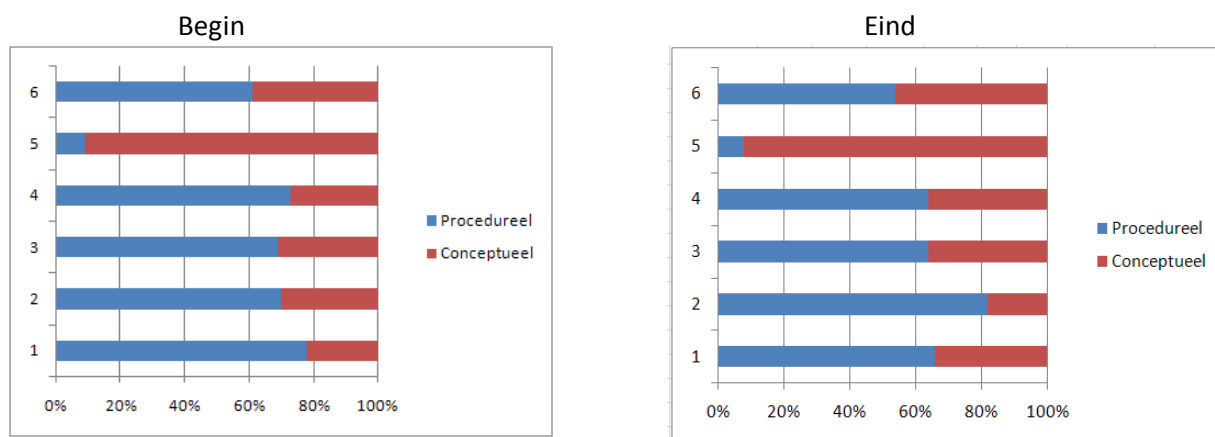


Grafiek 2: Aantal gemaakte reacties begin-eind na correctie

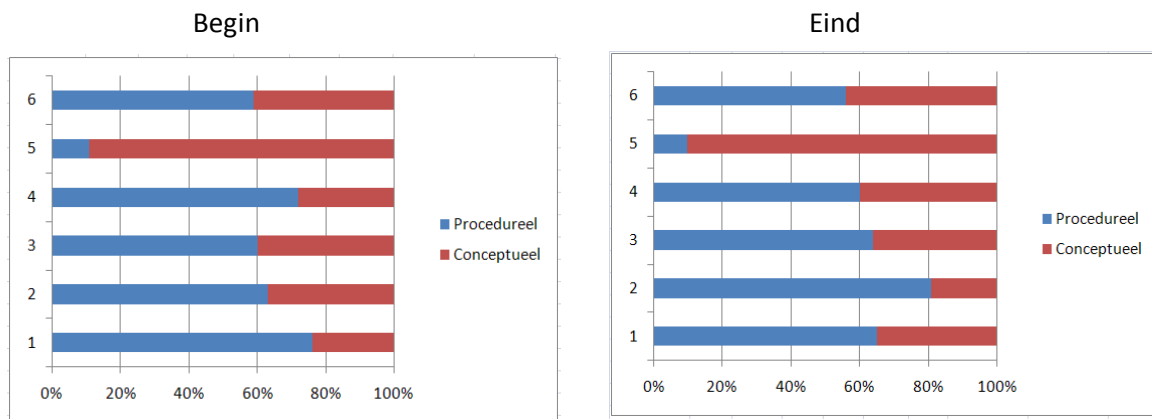
Uit de grafiek blijkt dat het totaal aantal gemaakte reacties van zowel procedurele aard als van conceptuele aard is toegenomen,

Kijken we naar de verhouding procedureel/conceptueel, dan geven grafieken 3 en 4 hier duidelijkheid over. In de grafieken is per modelleerstep de onderlinge verhouding van het aantal procedurele en conceptuele reacties weergegeven, links bij de begintest en rechts bij de eindtest. De bovenste staaf (6) geeft de verhouding van de totalen aan. Grafiek 3 is voor correctie, grafiek 4 is na correctie.

We zien in grafiek 3 dat bij stappen 1, 3 en 4 de verhouding opschuift naar meer conceptueel, terwijl bij stap 2 het omgekeerde het geval is. In grafiek 4 schuift de verhouding bij stap 2 nog steeds op naar procedureel, dit zien we nu ook bij stap 3.



Grafiek 3: Onderlinge verhouding procedureel-conceptueel voor correctie

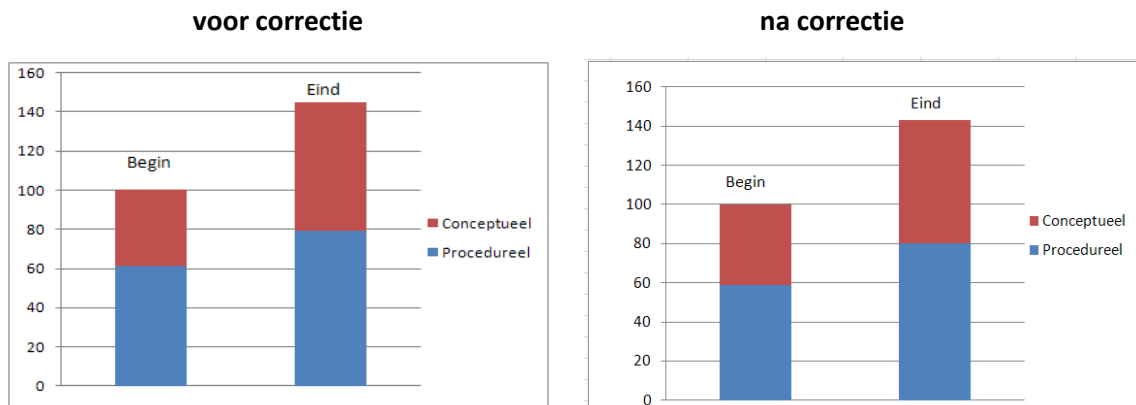


Grafiek 4: Onderlinge verhouding procedureel-conceptueel na correctie

Gelet op de totalen zien we in beide grafieken een kleine verschuiving naar meer conceptueel. Het resultaat is dat er een verschuiving te zien is van de verhouding conceptueel:procedureel richting 1:1, waardoor beide categorieën bij de posttest meer gelijk aan bod komen vergeleken met de pretest.

Het totale aantal gemaakte procedurele en conceptuele reacties bij begin- en eindtest hebben we met elkaar vergeleken. Het totale aantal gemaakte reacties bij de begintest heeft indexcijfer 100 gekregen en is vergeleken met het totale aantal reacties bij de eindtest. Dit is in grafiek 5 links te zien.

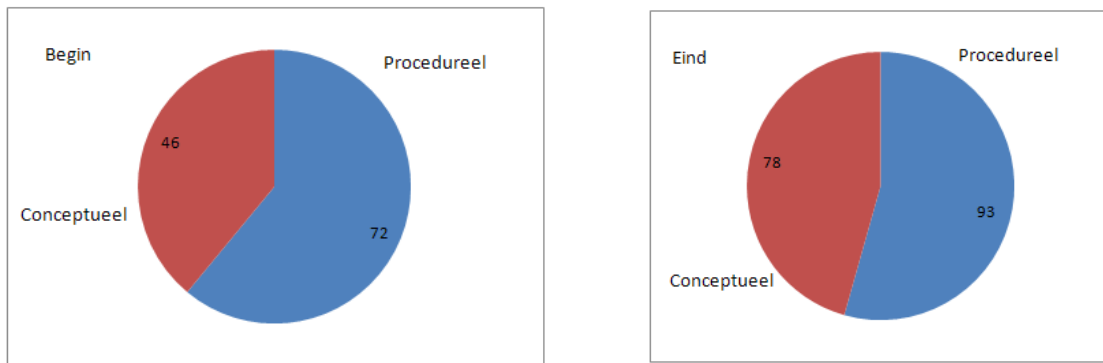
Zo hebben we ook het totale aantal gemaakte reacties zonder dubbelingen en zonder stap fout indexcijfer 100 gegeven en vergeleken met het totale aantal reacties zonder dubbelingen en zonder stap fout bij de eindtest. Dit is in grafiek 5 rechts te zien.



Grafiek 5: Procentuele toename eind t.o.v. begin

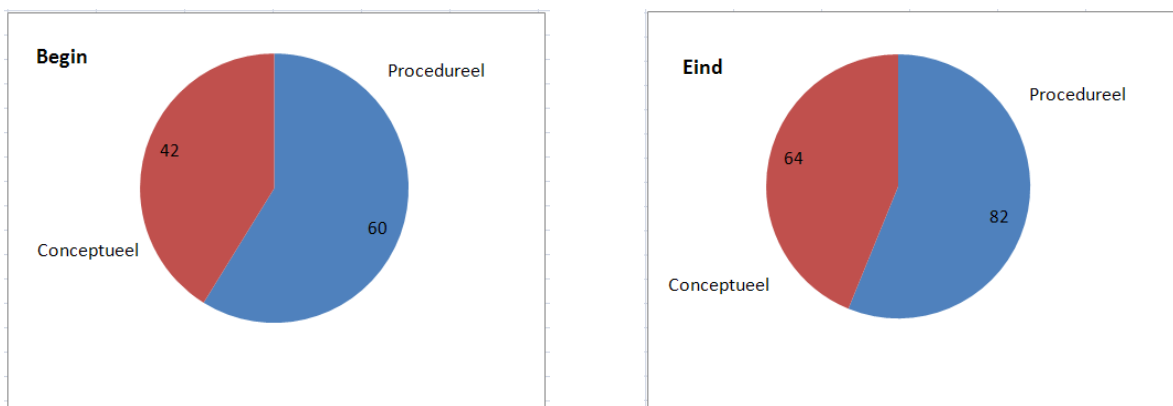
Uit bovenstaande grafiek zien we duidelijk een toename van het aantal gemaakte procedurele en conceptuele reacties. Dit komt overeen met wat we in grafieken 1 en 2 al zagen.

Lastiger is hier te zien dat de onderlinge verhouding tussen procedureel en conceptueel ook iets is veranderd. Dit laatste wordt beter weergegeven door de cirkeldiagrammen in grafieken 6 en 7. De cirkeldiagrammen in grafiek 6 hebben betrekking op het linker gedeelte van grafiek 5, dus voor correctie. De cirkeldiagrammen in grafiek 7 hebben betrekking op het rechter deel van grafiek 5, dus na correctie.



Grafiek 6: Toename conceptueel t.o.v. procedureel voor correctie

We zien in grafiek 6 hierboven een toename van het conceptuele deel t.o.v. het procedurele deel als begin- en eindopdracht met elkaar vergeleken worden. Datzelfde is ook hieronder in grafiek 7 waarneembaar, al is het hier minder duidelijk.



Grafiek 7: Toename conceptueel t.o.v. procedureel na correctie

Keren we terug naar onze vraagstelling. Mogen we concluderen dat de modelleervaardigheden van de zes studenten die beide testen gemaakt hebben, zijn toegenomen? Gelet op de toename van het aantal gemaakte reacties van zowel procedurele aard als van conceptuele aard alsook gelet op de veranderde onderlinge verhouding tussen reacties van procedurele aard en reacties van conceptuele aard luidt het antwoord ja.

H5 Discussie en vervolgonderzoek

In dit hoofdstuk wordt teruggekeken naar de conclusie, de werkwijze en aannames die gedaan zijn. Eerst wordt de conclusie van H4 geanalyseerd, vervolgens wordt teruggekeken naar de test en de daarbij gehanteerde werkwijze en materialen en tenslotte beschouwen we het proces en de procedures. Hierbij zijn ook kritische opmerkingen van de studenten opgenomen.

Conclusie H4

De conclusie uit hoofdstuk 4 betrof het antwoord op onze onderzoeksvraag:

“Zijn de modelleervaardigheden van studenten van de hogeschool verbeterd na het uitvoeren van theoretische en praktische opdrachten bij het modelleerproces?”

We concludeerden dat de modelleervaardigheden op grond van de criteria ‘toename aantal’ en ‘verhouding conceptueel/procedureel’ inderdaad verbeterd zijn.

In het schema hieronder is dit resultaat nogmaals te zien.

Schema aantal reacties procedureel en conceptueel

A alle reacties

	P	C	totaal
B	72	46	118
E	93	78	171
	165	124	289

B reacties gecorrigeerd op foute plaats en dubbelingen

	P	C	totaal
B	60	42	102
E	82	64	146
	142	106	248

Als we uitgaan van de gecorrigeerde tabel (B) dan is de toename van het totaal aantal reacties bij de eindopdracht 43% ten opzichte van de beginopdracht.

De verhouding conceptueel:procedureel verandert van 1:1,43 bij de beginopdracht naar 1:1,28 bij de eindopdracht, waaruit blijkt dat het aandeel van de conceptuele reacties groter is geworden.

Analyseren van de test

Een belangrijk besluit is genomen door de reacties die bij de verkeerde stap genoteerd stonden niet mee te laten tellen. Inzicht in modelleren vraagt ook kennis van de stappen en de activiteiten die daarbij passen en de opdracht was voldoende duidelijk op dit punt.

Studenten die bijvoorbeeld te weinig aandacht besteden aan stap 1 komen dit bij verdere stappen tegen, waardoor dit gerepareerd moet worden.

Toch willen we een aantal kanttekeningen maken bij dit besluit:

- We zien dat bij stap 2 en 3 wordt teruggegrepen naar stap 1 als studenten er niet uitkomen, waardoor ze behoefte krijgen aan ordening of zich afvragen wat nu eigenlijk de kern van het probleem is. Blijkbaar wordt stap 1 minder vanzelfsprekend gezet.

- We zien iemand stap 2 doen bij stap 1 om het probleem gestructureerd te ordenen. Het onderscheid tussen stap 1 en 2 is daardoor soms moeilijk te maken.
- Bij stap 1 t/m 4 wordt soms stap 5 al gedaan. Je kunt je afvragen of het wel zo 'verkeerd' is om tussendoor te controleren of je op de goede weg zit, vast dreigt te lopen of dat er mogelijk een andere / betere / snellere manier is. Dit lijkt juist een prima strategie, die ook in het handboek vakdidactiek wordt aanbevolen.
- Achteraf bezien wordt het scoren van de reacties moeilijker door het splitsen van de opdracht in twee delen. Doordat we zelf nieuwe voorwaarden hebben ingevoerd bij het tweede deel is het logisch dat delen van stappen 1 t/m 3 door de studenten weer opnieuw worden gedaan om te bepalen wat het effect is van de nieuwe voorwaarden. Deze extra stappen worden er uit gefilterd door onze keuze van foute stap reacties weglaten bij versie 3 en bij deze versie is het splitsen van de opdracht dus niet hinderlijk.

Andere opmerkingen bij de gekozen indeling procedureel / conceptueel:

- Bij modelleerstep 5, het valideren van de gevonden oplossing, komen de meeste studenten niet toe aan 5P, d.w.z. de oplossing veranderen. Zoals het door ons benoemd is, lijkt het meer op het opnieuw uitvoeren van stap 2 en 3. De beschrijving van het procedurele niveau van stap 5 zou duidelijker kunnen.
- We hadden misschien beter bij het begin van de test al voor elke stap een blad kunnen geven. Nu gaan mensen stap 4 en 5 vervolgen op het blad van stap 3. Van tevoren leek dit meer af te leiden en onnodig veel tijd te kosten.
- Meerdere reacties van procedurele aard kunnen in één opmerking van conceptuele aard vervat zijn, aantal zegt niet alles.
- Achteraf zouden we 5C1 en 5C2 omwisselen wat betreft volgorde: 5C2 vraagt meer dan 5C1.
- Een interview was een goede aanvulling geweest waardoor duidelijker zou worden wat de studenten precies bedoelen met de reacties. Nu is het soms lastig om in te schatten wat een student met een reactie bedoelt, laat staan dat het in zo'n situatie eenvoudig is een opmerking als procedureel dan wel als conceptueel aan te merken.
- Tijdens het analyseren van de resultaten ontstonden veel vragen. Door de criteria die werden gebruikt om een antwoord op de onderzoeksvraag te geven, hebben we de onderstaande vragen niet verder beantwoord.

Wil je ook de kwaliteit van de p's en c's beoordelen? Hoe doe je dat dan? Hoe geef je een eindoordeel? Is een eindoordeel wenselijk of mogelijk? Wat zijn dan de criteria? Kijk je bijv. naar het product: is het bij de beginopdracht wel of niet gelukt om een goed lesrooster te maken binnen vier lessen? Of bekijk je alleen stap 1 en 2 omdat het proces belangrijk is en niet zozeer het eindproduct? Als een eindoordeel gegeven gaat worden, moeten van tevoren criteria vastgesteld worden en bekend worden gemaakt.

Proces en procedures

- In de theorie worden verschillende stappen gebruikt: in het 'handboek vakdidactiek wiskunde Modelleren' van Spandaw worden de vijf stappen genoemd waar wij in ons onderzoek ook vanuit gaan. Bij 'Wiskunde in wetenschap Startmodule wiskundig modelleren' wordt een iets andere indeling aangehouden en worden vier stappen benoemd. Omdat we hier wel naar verwijzen voor het gebruik van de mogelijke hulpvragen, kan dit verwarrend zijn omdat onduidelijk is met welke stap (stap 4 of 5

uit het handboek) je aan het werk bent. Een aanbeveling voor het verbeteren van de reader modelleren is om hier duidelijker over te zijn, zeker bij de hulpvragen.

- Voor studenten was onze vraagstelling bij de modelleeropdrachten wennen en lastig om zich aan de opdracht te houden. Beperken tot een bepaalde stap zit onvoldoende in hun systeem, het nodigt blijkbaar toch uit om meteen het probleem op te lossen.
- Een aantal studenten vond het moeilijk om geschikt materiaal te vinden dat omgezet kon worden voor het modelleren. Er was behoefte aan voorbeelden en er werd gevraagd naar een minder voor de hand liggend onderwerp dat als voorbeeld voor modelleren kan dienen voor de onderbouw.
- De informatie over het modelleren vooraf werd als te weinig ervaren. Vanwege het onderzoek is dit beperkt gehouden, maar zou bij herhaling van de module uitgebreid moeten worden, bv. door het Handboek vakdidactiek als leeswerk voor de eerste bijeenkomst op te geven.
- Een aantal mensen verwachtte dat de module meer gericht zou zijn op het (zelf leren) roosteren. Dit bleek niet te kloppen met hetgeen werd geboden. Wel werd duidelijk dat er belangstelling is voor een dergelijke roostermodule.
- Eén periode is te kort voor het uitvoeren van de opdrachten, lesopzet en uitvoering. Zeker periode 4 is voor het uitvoeren van de lessenserie minder geschikt gezien de drukte van deze laatste periode van het schooljaar en de vele lesuitval door feestdagen en bijzondere activiteiten, zoals sportdagen, werkweken en excursies

Tenslotte

Door het hanteren van de criteria kwantiteit en ratio laten we andere mogelijkheden onbenut. Je zou bv. de vraag kunnen stellen of een meer 'procedureel persoon' in de vooruitgang meer reacties op procedure-niveau zou maken. Volgens de door ons gebruikte literatuur zou dit een prima vooruitgang zijn omdat dat blijkbaar de manier is waarop deze persoon bij voorkeur aan kennis komt.

Wat zou dit betekenen voor het onderwijs? Het zou van belang kunnen zijn dat iemand zich bewust is van de eigen voorkeur bij het leren. Je kunt in het onderwijs gebruik maken van de sterke kanten bij het leren en/of de minder sterke kant ontwikkelen omdat dit een goede aanvulling kan zijn op de voorkeursstrategie.

Wellicht kan een nieuw onderzoek hierover meer duidelijkheid geven. Vragen in dat verband kunnen zijn: Hoe bepaal je een procedurele of conceptuele voorkeur bij een persoon? Is een procedurele of conceptuele voorkeur persoonsgebonden of onderwerpgebonden? Hoe richt je het onderwijs in voor personen met procedurele voorkeur, hoe voor personen met conceptuele voorkeur?

H6 Bijlagen

Bijlage 1 Literatuurlijst

- 01 Katern 'Modelleren handboek vakdidactiek wiskunde' J. Spandaw en B. Zwaneveld 2008
http://www.fi.uu.nl/elwier/materiaal/handboek/documents/Modelleren%20v8_geredigeerd_2_.pdf
- 02 Katern 'UTwente Wiskunde in wetenschap Startmodule wiskundig modelleren' januari 2008
<http://www.math4all.nl/Documenten/WiW-ModellerenStart-llntxt.pdf>
- 03 artikel 'Individual differences in conceptual and procedural knowledge when learning fractions',
D. Hallett, Journal of educational psychology. 2010 no 2 395-406
- 04 artikel 'Roosteren; een personeelsrooster maken' Gerhard Post
- 05 artikel 'Roosteren op een middelbare school', G Post, STATOR, september 2010
- 06 artikel 'De favoriete zomervakantiepuzzel van wiskundeleraren. Wiskundige aspecten van roosterproblemen' R. Willemsen STATOR april 2003, blz. 23-25
- 07 katern 'Grafen in de praktijk', Epsilon uitgave deel 14, H. Broersma, 2006, ISBN 9789050410786
- 08 Reader 'Grafen kleuren en routeren' A. Schrijver, CWI
<http://homepages.cwi.nl/~lex/>
- 09 boek 'Graph theory with applications' J. Bondy, S Murty, ISBN 0444194517
<http://www.math.jussieu.fr/~jabondy/>
http://www.vvs-or.nl/db/upload/documents/Journals/STAtOR/STAtOR_2003-1_totaal.pdf
- 10 Reader 'grafen bachelor Hogeschool Utrecht'
<https://www.sharepoint.hu.nl/sites/OAWI-HALGEBRA/default.aspx>
- 11 Readers "Probleem oplossen" deel 1 en 2, APS, gebruikt bij het vak "Onderzoek jaar 1" hogeschool Utrecht
- 12 module 'Problemen oplossen en uitleggen', wiskunde D, Q Puite 2009 met docentenhandleiding
- 13 artikel 'Docenten op pad in de wereld van wetenschappelijk onderzoek', N Verhoef NAW dec 2009
- 14 artikel 'rekenen wiskunde in Singapore', J. Maarschalkerweerd, L. Kole, Volgens Bartjens januari 2011
http://www.google.nl/url?sa=t&source=web&cd=1&ved=0CBsQFjAA&url=http%3A%2F%2Fwww.volgens-bartjens.nl%2Fdownload%2F2488%2Fvb_30_3_maarschalkerweerd_rekenen_wiskunde_in_singapore_pdf&ei=owyOTeiHKcGDOpDRjKEC&usq=AFQjCNF9iuH6W0nTTwpyz86dX5lO836vkg
- 15 artikel "Wiskunde in Wetenschap, visie op een domein in Wiskunde D", Euclides 82(5), 173 – 175 http://www.fi.uu.nl/nwd/nwd2009/handouts/Verhoef_boekwerkje%20totaal.pdf
- 16 artikel 'Dynamisch modelleren een aanzet tot een curriculum', NAW, sept 2007, savelsbergh
- 17 artikel 'Wiskunde in de bèta-profielen', J Spandaw, NAW 5/9 nr1, maart 2008
- 18 artikel "Modelleren, hoe onderwijs je dat? Wat er terechtgekomen is van de visie op een domein in wiskunde D", Euclides 84 (4), 112-124
http://www.fi.uu.nl/nwd/nwd2009/handouts/Verhoef_boekwerkje%20totaal.pdf
- 19 Modules "Wiskundig modelleren Uitdagende cases voor vwo bovenbouw", P. van Leuten, Universiteit Twente, maart 2010

<http://www.math4all.nl/Documenten/WiW-UT-WiskModelleren.pdf>

20 artikel 'Wiskundig modelleren voor het vwo', Van Leuteren, De nieuwe wiskrant juni 2010

21 Module 'wiskunde D keuzevak beslissen, onderdeel koppelen', J Essers, Fontys, 2007

<http://www.win.tue.nl/wiskunded/files/public/Beslissen/beslissen%20wiskunde%20d%20h3%20koppelen.pdf>

22 katern 'Eureka! Van probleem naar oplossing' W. Berkelmans W=kunde+ VU Amsterdam 2007

23 Handleiding voor de docent bij 'Eureka! Van probleem naar oplossing' uit de reeks W=kunde+ W. Berkelmans VU Amsterdam 2007

24 wiskundemethode 'Getal en ruimte', klas 1 t/m 3 havo/vwo en vwo editie 2006, Algemene vaardigheden

25 Katern 'Handleiding vakdidactiek wiskunde UT' 2007

http://www.utwente.nl/elan/huidige_studentsen/syllabi/master/diktaat%20vakdidaktiek%201.pdf

26 site 'Kenniskbank wiskunde', gereedschappen, hulpmiddelen en aandachtspunten bij het vormgeven van een lessenserie.

<http://portal.rdmc.ou.nl/kbWiskunde/kbWapp/knowledgeSource.jsp?knowledgeSource=10534&pages=10559&schooltype>

27 site 'Kenniskbank wiskunde', Beoordelingsschema vakdidactiek "Beoordeling van een Lessenserie"

<http://portal.rdmc.ou.nl/kbWiskunde/kbWapp/knowledgeSource.jsp?knowledgeSource=10534&pages=10565&refCount=0&foldout=0&schooltype>

28 artikel "Effects of Concept-Based Instruction on Calculus Students' Acquisition of Conceptual Understanding and Procedural Skill", K Chappel, PRIMUS 2003

29 Kennisbasis wiskunde voor de 2e graads lerarenopleidingen wiskunde 2009

http://www.hbo-raad.nl/index.php?option=com_docman&task=cat_view&gid=115&Itemid=5

Modelleren met roosters

Handleiding

HU: Jantien Stam Wim Bökkerink

Inleiding

Deze handleiding bevat informatie over het uitvoeren van het schoolproject “Modelleren met roosters” en het materiaal dat hierbij nodig is.

Het schoolproject bestaat uit:

- theorie en opdrachten over modelleren op eigen niveau met als doel je eigen kennis en vaardigheden te vergroten.
- praktijkopdrachten die op de stageschool worden uitgevoerd en waarbij je de verworven kennis over modelleren toepast.

Wat vind je in deze handleiding:

Materiaal

Uitvoering

Criteria en beoordeling

Te lezen literatuur

Modelleeropdrachten

Schoolopdracht

Theorie bij de handleiding met links

Bijlagen

We hopen dat dit schoolproject door jou leerzaam en inspirerend gevonden wordt. Het kan zijn dat er onduidelijkheden zijn of dat er iets ontbreekt. Laat het dan even weten via een mailtje naar Jantien.Stam@hu.nl .

Jantien Stam

Wim Bökkerink

Materiaal

Het materiaal wordt zoveel mogelijk digitaal aangereikt door middel van links naar de verschillende documenten (zie theorie bij de handleiding modelleren met roosters).

Als het niet lukt om een link te openen, stuur dan een bericht naar

Jantien.Stam@hu.nl , dan sturen we het document.

Een aantal documenten is niet digitaal beschikbaar en deze vind je als bijlage toegevoegd.

De handleiding wordt ook digitaal verstuurd, zodat het openen van links makkelijk zal gaan.

Uitvoering

Als eerste start je met het lezen van de theorie die nodig is om de opdrachten te kunnen maken.

Vervolgens maak je de modelleeropdrachten 1 t/m 12. Deze vind je bij modelleerstap 1 t/m 5 en bij het 6^e onderdeel 'modelleermodules analyseren'.

Let op: regelmatig kom je allerlei opgaven tegen in het te lezen materiaal, maar deze opgaven hoeft je niet te maken, tenzij dit bij de modelleeropdracht wordt vermeld.

Bij elk van de zes onderdelen schrijf je een reflectie op eigen leren waarin duidelijk wordt hoe de opdrachten jou helpen om zicht te krijgen op modelleren. De modelleeropdrachten met de bijbehorende verslagen moeten uiterlijk op 6 juni op papier worden ingeleverd.

Na het maken van de modelleeropdrachten maak je de schoolopdracht. Deze wordt verderop uitgebreid beschreven. De schoolopdracht moet voor 20 juni ingeleverd zijn.

Criteria en beoordeling

Criteria..

De volgende vier onderdelen moeten worden ingeleverd. Onderdeel 1 moet ingeleverd worden uiterlijk 6 juni en onderdeel 2 t/m 4 voor 20 juni.

Onderdeel 1 Modelleeropdrachten met verslagen

Uitgewerkte modelleeropdrachten en bij elk van de zes onderdelen (stap 1 t/m 5 en modelleermodules analyseren) een reflectie op eigen leren waarin je beschrijft hoe de opdrachten jou helpen om zicht te krijgen op modelleren.

Onderdeel 2 Een complete beschrijving van de lessenreeks 'modelleren' (zie **Schoolopdracht modelleren met roosters**). Deze bevat in elk geval de volgende onderdelen:

- a voorbereiding
- b beginsituatie
- c doelen voor de leerlingen
- d eigen leerdoelen

- e tijdsplanning
- f materialen en hulpmiddelen
- g lesindeling
- h differentiatie en het bieden van hulp
- i werkvormen
- j toets of afsluiting
- k studiewijzer (werkboekje) voor de leerling
- l instructie voor de docent

Onderdeel 3 Verslagen:

- a Uitgebreid verslag van de uitgevoerde lessenreeks. Er moeten minimaal drie (maximaal vijf) lessen van de gemaakte lessenreeks worden uitgevoerd.
- b Evaluatie van de lesdoelen, zowel van de doelen op korte als lange termijn.
- c Observatieverslag door begeleider of collega (minimaal één).
- d Reflectieverslag van jouw eigen leerdoelen.
- e Aanbevelingen voor de collega die de lessenreeks een volgende keer uit gaat voeren.
- f Verslag waarin je - vanuit jouw praktijkervaring die je combineert met de theorie- de volgende vragen beantwoordt:
 - Hoe kan modelleeronderwijs effectief ingericht worden?
 - Welke kennis, vaardigheden en attitudes van leerlingen en docenten zijn noodzakelijk om modelleeronderwijs in te richten?

Onderdeel 4 Verantwoording van de gemaakte uren.

Let hierbij op het aantal EC bij jouw schoolproject (zichtbaar in osiris). We gaan er van uit dat de voorbereiding, voorkennis ophalen, bijeenkomsten bijwonen en het maken van modelleeropdrachten met verslagen 50 uren in beslag zal nemen. Dit betekent dat de overige uren (34 uren bij een schoolproject van 3 EC en 62 uren bij een schoolproject van 4 EC) verantwoord moeten worden.

.. en beoordeling

Hoe wordt het gemaakte werk beoordeeld?

- > Onderdeel 1 t/m 4 zijn ingeleverd en compleet aanwezig op de afgesproken datum.
- > Er zijn minimaal drie lessen uitgevoerd.
- > De kwaliteit van de ingeleverde opdrachten en verslagen is voldoende.
- > De gemaakte uren zijn voldoende aangetoond.

Als aan bovenstaande voldaan is, dan wordt de eindbeoordeling bepaald door onderdeel 1, onderdeel 2 en onderdeel 3f, waarbij gebruik wordt gemaakt van het beoordelingsschema vakdidactiek "Beoordeling van een lessenserie" (voor zover dit van toepassing is).

Te lezen literatuur

Lees de genoemde onderdelen (nummers verwijzen naar de literatuurlijst):

3 Katern “Modelleren handboek vakdidactiek wiskunde” Jeroen Spandaw en Bert Zwaneveld

4 Katern “UTwente Wiskunde in wetenschap Startmodule wiskundig modelleren” januari 2008

5 “Zelf modelleren, wat ervaar je dan?” Blz. 3 t/m 18 Twee artikelen:

* “Wiskunde in Wetenschap, visie op een domein in Wiskunde D”, Euclides 82 (5), 173 – 175

* “Modelleren, hoe onderwijs je dat? Wat er terechtgekomen is van de visie op een domein in wiskunde D”, Euclides 84 (4), 112-124

6 artikel “rekenen wiskunde in Singapore” Volgens Bartjens januari 2011

7 artikel “wiskundig modelleren voor het vwo” Van Leuteren De nieuwe wiskrant juni 2010

8 artikel “Roosteren op een middelbare school”, STAtOR september 2010 G Post

9 artikel “De favoriete zomervakantiepuzzel van wiskundeleraren. Wiskundige aspecten van roosterproblemen.” R. Willemsen STAtOR april 2003, blz. 23-25

Modelleeropdrachten

Modelleerstap 1: conceptualiseren.

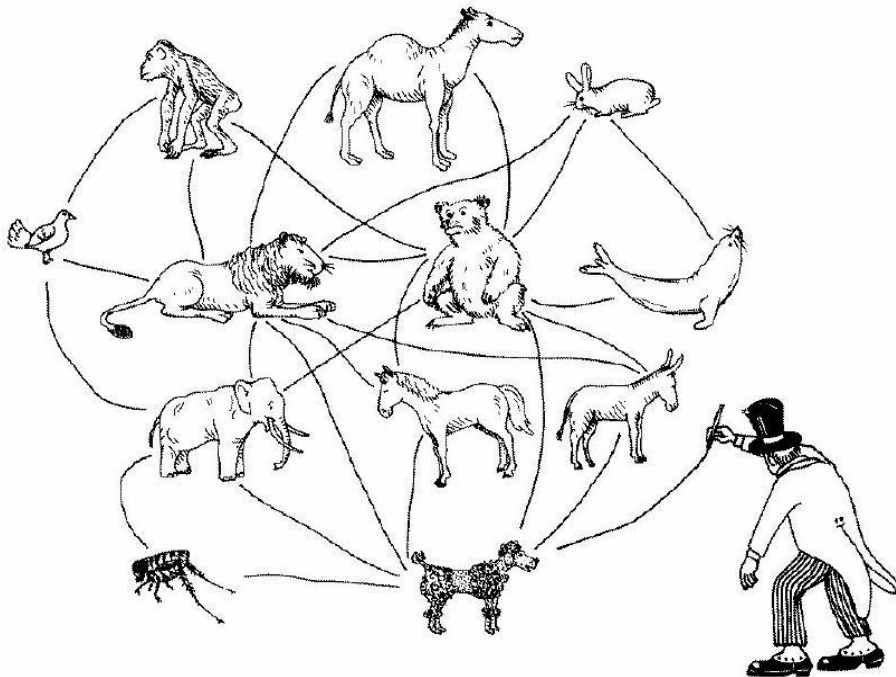
Lees in het Handboek vakdidactiek wiskunde bij Modelleren wat onder conceptualiseren wordt verstaan.

Hieronder staan 4 problemen beschreven. Je verdiept je in de problemen en vertaalt ze naar een conceptueel model. Vragen, die daarbij gesteld kunnen worden, zijn bijv. te vinden in de Startmodule wiskundig modelleren uit Wiskunde in wetenschap van de UTwente.

Modelleeropdracht 1

Beschrijf bij elk van de 4 problemen jouw denkstappen om tot een conceptueel model te komen.

Circusdirecteur



De circusdirecteur hierboven heeft een vervoersprobleem. Hij wil in zo weinig mogelijk kooien zijn dieren vervoeren. Maar de leeuw en de beer kunnen niet samen in één kooi, zoals de verbinding hierboven aangeeft. Hoe kan de directeur in zo weinig mogelijk kooien zijn dieren vervoeren?

Goochelaar

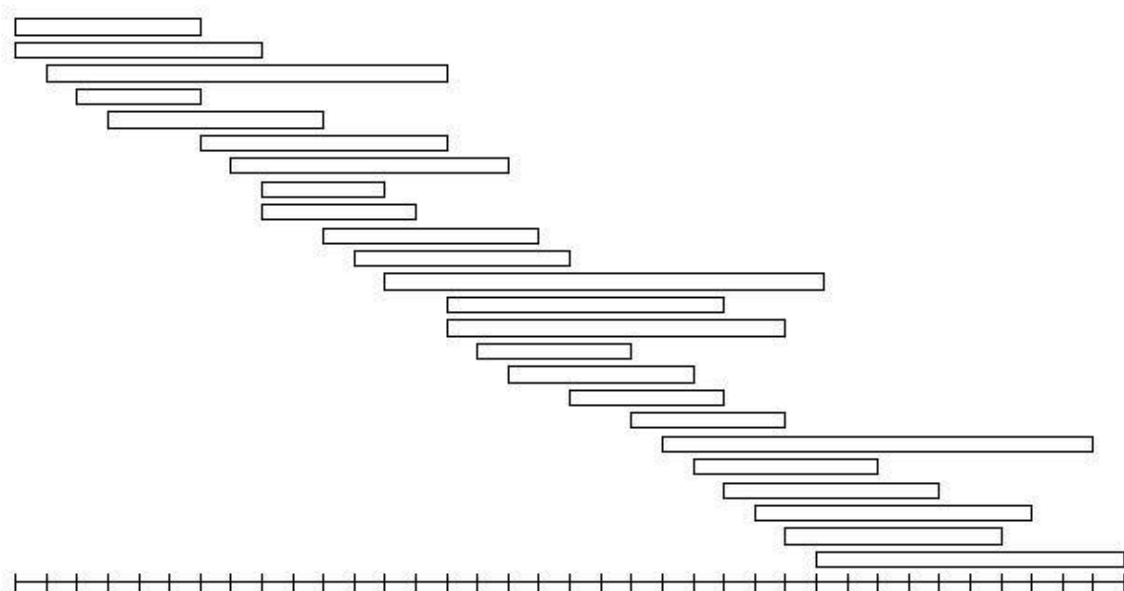
Een geblinddoekte goochelaar heeft een glas met 5 knikkers: een rode, een groene, een blauwe, een gele en een zwarte. De assistent vraagt een vrijwilliger uit het publiek 2 knikkers uit het glas te pakken. Vervolgens pakt de assistent ook een knikker uit het glas. Daarna wordt de blinddoek weggehaald en ziet de goochelaar

welke twee knikkers er in het glas zijn overgebleven. Na het uitspreken van wat toverspreuken en het aanroepen van de hulp van geesten, weet de goochelaar welke 2 knikkers de vrijwilliger uit het publiek heeft. Hoe werkt deze truc?

Thuiswerkers

In de rotanmeubelenindustrie werd vroeger veel gebruik gemaakt van zogenaamde thuiswerkers. Dat waren mensen die in de avonduren zittingen van stoelen invlochten met pitriet. Stel je voor dat een rotanmeubelenbedrijf van die thuiswerkers in dienst heeft. Ze laten twee soorten stoelen invlechten door deze mensen en brengen en halen die zittingen met een bestelbusje. De tijd die nodig is voor invlechten verschilt per soort stoel. De winst die het bedrijf maakt verschilt ook per soort stoel. Bij welke wekelijkse productie is de winst op deze stoelen maximaal?

Kamerreservering



Bovenstaand schema geeft kamerreserveringen voor hotel “Zeezicht” voor de periode van 26 april t/m 31 mei. Elk balkje is een reservering. De lengte van de balkjes geven aan hoelang de reservering duurt.

Het hotel beschikt over 10 luxe kamers, waarvan 2 bruidssuites. In de winterperiode zijn de bruidssuites gerenoveerd. Het hotel wil ook zijn overige kamers renoveren, waarbij de renovatie per kamer 8 dagen duurt. Voordat de zomerperiode begint moeten de kamers allemaal gerenoveerd zijn. Welke reserveringen kan het hotel dan beter annuleren om 4 kamers in deze periode te renoveren?

Modelleerstap 2: mathematiseren.

Lees in het Handboek vakdidactiek wiskunde bij Modelleren wat onder mathematiseren wordt verstaan. Vragen, die bij het mathematiseren gesteld kunnen worden, zijn bijv. te vinden in de Startmodule wiskundig modelleren uit Wiskunde in wetenschap van de UTwente.

Ook bij deze stap zijn enkele problemen beschreven. Bij de problemen zijn modelleeropdrachten geformuleerd.

Klas

30 leerlingen uit een klas worden in 6 rijen van 5 op het schoolplein opgesteld. Alle leerlingen hebben verschillende lengtes. Van elke rij wordt de kortste eruit gehaald. Van deze 6 leerlingen is Marga de langste. Vervolgens wordt ook uit elke rij de langste eruit gehaald en van deze 6 leerlingen is Erik de kleinste. Tot slot worden alle leerlingen in een lange rij van klein naar groot achter elkaar gezet. Onderzoek op welke posities Marga en Erik kunnen staan en op welke niet.

Modelleeropdracht 2

Stel bij bovenstaand probleem een wiskundig model op. Geef een verantwoording waarom je kiest voor dit model. Geef zo mogelijk alternatieve modellen.

Pingpongballen

In een glazen pot bij de supermarkt zitten pingpongballen. Voor €1,00 mag je voor het goede doel raden hoeveel pingpongballen in de pot zitten. Uit de goede antwoorden wordt de winnaar getrokken, deze krijgt een waardecheque van €50,00 voor besteding in de supermarkt.

Alexander, Bernard, Claus en Dries raden respectievelijk 90, 97, 100 en 101. Helaas hebben ze geen van vieren het juiste aantal: één zit er 7 naast, een ander zit er 4 naast en een derde zit er 3 naast. Van de vierde is onbekend hoeveel deze ernaast zat.

Wat kun je zeggen over het aantal pingpongballen in de pot?

Modelleeropdracht 3

Tijdens een wiskundeles krijgen brugklasleerlingen het pingpongballenprobleem voorgelegd. Enthousiast gaan de meeste leerlingen ermee aan de slag. Drie leerlingen zitten echter wat glazig voor zich uit te kijken, ze vinden het moeilijk te bedenken hoe ze te werk moeten gaan.

Bedenk als docent enkele tips die je de leerlingen kunt geven, zodat ze in staat zijn een wiskundig model voor dit probleem op te stellen.

Hieronder staan twee hekkenproblemen beschreven. Ze komen beide van internet,

wisfaq, waar je vragen kunt stellen over wiskundeproblemen en waar je antwoorden krijgt of tips.

Een kudde schapen en het hekkenprobleem

Een kudde schapen moet soms over de wegen a en b geleid worden, soms over de wegen a en c en soms over de wegen b en c. Daartoe wordt de weg waar de schapen niet in mogen met een hekken afgesloten. Men heeft drie scharnierende

hekken gemaakt: A,B en C. Weg a is 4m breed, weg b is 5m breed en weg c is 6m breed. Hoe groot moet elke van de hekken zijn, opdat ze telkens één weg precies afsluiten, terwijl de schapen over de andere wegen lopen?

Antwoord

Neem voor het eerste hekje x meter. Dan is het andere hekje $4-x$ meter.... dan is bij B het ene hekje ook $4-x$ meter... en het andere hekje $5-(4-x)$ meter... enzovoort...

Hekkenprobleem

Boer Harmsen houdt schapen. Die schapen heeft hij soms in een weiland, soms op de heide, maar af en toe ook in de schaapskooi. Hij heeft van de éne naar de andere plaats paden gemaakt. Die paden hebben alle drie een verschillende breedte en komen op een bepaalde plaats bij elkaar, zoals je ziet.

Harmsen heeft bedacht dat het handig is om steeds één van die paden te kunnen afsluiten, dan kunnen zijn schapen gemakkelijk van de éne plaats naar de andere worden gebracht. Hij plaatst daarom na enig nadenken drie hekken op dit kruispunt, één bij A, één bij B en één bij C. Dat doet hij zo, dat hij met twee van die hekken steeds precies één van de wegen kan afsluiten.

Om die hekken te kunnen maken moet hij weten hoe breed elk hek moet worden. Bereken voor boer Harmsen de breedte van elk van die hekken in cm nauwkeurig.

$$A+B=2,2$$

$$B+C=1,6$$

$$C+A=2,0$$

Modelleropdracht 4

Bij de twee bovenstaande problemen is al een begin gemaakt van een wiskundig model. Vergelijk beide modellen. Geef antwoord op de volgende vragen:

Zijn de modellen verschillend? Zo ja, bespreek de verschillen en geef de voordelen en nadelen van de modellen t.o.v. elkaar aan. Zo nee, maak duidelijk dat de modellen gelijk zijn.

Modelleerstap 3: oplossen of analyseren.

Lees in het Handboek vakdidactiek wiskunde bij Modelleren wat onder oplossen of analyseren wordt verstaan.

Dobbelsteen

Op een dobbelsteen staan alleen de getallen 7 en 15. Je mag zo vaak gooien als je wilt. Je telt telkens wat je gooit op bij wat je al gegooit hebt.

Wat is de hoogste uitkomst die je zo niet kunt krijgen?

Modelleeropdracht 5

Analyseer bovenstaand probleem en vind het juiste antwoord. Analyseer bovendien het probleem voor twee getallen a en b , die relatief priem zijn.

Schoolrooster

Zoek op internet naar: www.ecp6.jussieu.fr/pageperso/bondy/

Ga naar de page personnelle d'A. Bondy door op ici te klikken.

Kies dan Books.

Kies Graph theory with applications (pdf files)

Ga naar hoofdstuk 6 Edge Colourings exercise 6.3.1

Modelleeropdracht 6

Analyseer het probleem en vind een antwoord op de volgende twee vragen

a Hoeveel lesuren moet elke dag hebben zodat aan de voorwaarden kan worden voldaan?

b Als een lesurentabel van 8 lesuren per dag wordt opgesteld, hoeveel lokalen zijn dan nodig?

Modelleerstep 4: interpreteren

Gebruik de volgende materialen:

- 'Handboek vakdidactiek wiskunde Modelleren' Jeroen Spandaw en Bert Zwaneveld 2008
- UTwente Wiskunde in wetenschap Startmodule wiskundig modelleren januari 2008
- 'Grafen in de praktijk', hoofdstuk 1 graafkleuringen Epsilon uitgave deel 14, H. Broersma, 2006, ISBN 9789050410786 (zie bijlage)

Lees in het handboek vakdidactiek na wat er precies wordt verstaan onder interpreteren.

Modelleeropdracht 7

In de "startmodule wiskundig modelleren" staat op blz. 11 en 12 een opdracht over de fabriekshal. Hier wordt een leerling in een aantal stappen door middel van vragen gestuurd naar een manier om het probleem op te lossen.

Lees de vragen zodat modelleerstep 1 t/m 3 voor jou duidelijk zijn en voer dan modelleerstep 4 'interpreteren' uit, dus beschrijf de gevonden oplossingen in de terminologie van de context.

Modelleeropdracht 8

Lees hoofdstuk 1 van het boekje 'grafene in de praktijk' (je hoeft dus niet alle opgaven te maken).

Voer op figuur 12 (blz. 17) strategie 1 en 2 uit (blz. 14 en 18). Er zijn nu twee wiskundige methoden gebruikt om een oplossing te vinden. Voer modelleerstep 4 'interpreteren' uit op de twee verkregen oplossingen door figuur 12 te beschouwen als variant van figuur 1. Bespreek de verschillen tussen strategie 1 en 2 in de interpretatie.

Modelleerstap 5: valideren

Gebruikte materialen:

- 'Handboek vakdidactiek wiskunde Modelleren' Jeroen Spandaw en Bert Zwaneveld 2008
- wiskunde D keuzevak beslissen, onderdeel koppelen, J Essers Fontys 2007
- de modelleeropdracht "straatverkoop Koninginnedag" (bijlage)

Lees in het handboek vakdidactiek na wat er precies wordt verstaan onder valideren.

Modelleeropdracht 9

Lees van de wiskunde D module "keuzevak beslissen, onderdeel koppelen" blz. 3.4 t/m 3.11.

Blz. 3.10 eindigt met twee oplossingen die teruggeplaatst worden in de oorspronkelijke tabel met werknemers en producten op blz. 3.8.

Veronderstel dat dit probleem een schoolroosterprobleem beschrijft waarbij klassen aan docenten worden toegewezen. In de tabel (onderaan blz. 3.8) stellen de getallen percentages voor die aangeven of een docent(e) graag een klas zou willen lesgeven: 100% is heel graag, 0% is niet graag. De school vindt het heel belangrijk om tevreden werknemers te houden.

a Welke van de twee oplossingen die op blz. 3.10 zijn gegeven zou in dit geval beter zijn en waarom?

b Veronderstel dat de getallen niet de beschreven percentages voorstellen, maar een andere – door jezelf te bepalen – betekenis hebben. Welk criterium van de school zou er toe kunnen leiden dat de andere oplossing een betere keuze is?

c Het valideren leidt er ook toe dat het gekozen model of de modelleercyclus kritisch worden bekeken. Noteer een aantal kritische opmerkingen met een toelichting.

Modelleeropdracht 10

Doel van opdracht 10 is om "straatverkoop Koninginnedag" kritisch te analyseren: tijdens het valideren ontdek je dat verschillende veronderstellingen en vereenvoudigingen tot verschillende conclusies kunnen leiden.

In de modelleeropdracht "straatverkoop Koninginnedag" zijn minstens vijf veronderstellingen gedaan en vereenvoudigingen gemaakt, zowel in de startopdracht als tijdens het uitwerken hiervan.

Benoem de veronderstelling / vereenvoudiging en bespreek per veronderstelling / vereenvoudiging de volgende vragen:

a Is deze veronderstelling / vereenvoudiging realistisch? Licht toe.

b Is er een betere / andere veronderstelling / vereenvoudiging te maken? Welke en waarom?

c Wat is het effect van deze andere veronderstelling / vereenvoudiging op de eindconclusie? Let op: je hoeft niet alles opnieuw uit te rekenen, maar geef in hoofdlijnen aan welke verandering(en) je verwacht en waarom.

Modelleermodules analyseren

Modelleeropdracht 11

In de “startmodule wiskundig modelleren” staat op blz. 11 en 12 een opdracht over de fabriekshal. Hier wordt een leerling in een aantal stappen door middel van vragen gestuurd naar een manier om het probleem op te lossen.

Als je deze opdracht als modelleeropdracht wilt laten doen door een groep leerlingen, is het de bedoeling dat zij de genoemde vragen zoveel mogelijk zelf bedenken.

a Verander de opdracht zó dat leerlingen zelf de stappen 1 t/m 5 van het modelleerproces kunnen doorlopen (zie blz. 21 en 22 van het handboek vakdidactiek).

b Bedenk waar de leerlingen mogelijk vast zullen lopen en maak een korte handleiding voor de docent waarop hints en suggesties worden gegeven om leerlingen weer op weg te helpen.

De valkuilen die in het handboek vakdidactiek van Spandaw worden genoemd.

1. een opdracht wordt gekozen om bepaalde wiskunde te behandelen in plaats van een interessant probleem op te lossen
2. interessante wiskunde in een alledaagse context wordt genegeerd
3. de opdracht wordt te gesloten aangeboden
4. de opdracht kan met eenvoudiger methoden worden opgelost dan de ontwerper heeft bedoeld
5. de opdracht leidt niet tot wiskundige verdieping
6. de wiskundige concepten worden niet geëxpliciteerd
7. er is te weinig tijd voor reflectie.

Modelleeropdracht 12

Bekijk in “Wiskundig modelleren” (zie nr. 14 bij de theorie) van Van Leuteren de module Spoorwegennet. Ga elk van bovengenoemde valkuilen na bij deze module. Geef verbeterpunten overal waar je die nodig acht. Geef daarbij steeds een verantwoording.

Schoolopdracht modelleren met roosters

Opdracht:

Ontwerp een lessenreeks van minimaal drie en maximaal vijf lessen, waarin leerlingen wiskunde leren en / of oefenen door **modelleren**. Gebruik het “handboek vakdidactiek wiskunde” van J. Spandaw en B. Zwaneveld waarin de kenmerken van modelleren zijn beschreven, waarmee je verantwoordt hoe je de lessenreeks hebt vorm gegeven.

Bepaal zelf welke lesinhoud geschikt is, passend bij de klas(sen) waarin je de lessen gaat geven.

Het is niet nodig om zelf alles te bedenken: gebruik bestaande hoofdstukken, opdrachten en materialen die je aanpast zodat het te gebruiken is als modelleeropdracht.

TIP: Wij adviseren om regelmatig met iemand te spreken over jouw bevindingen, vragen en conclusies. Het helpt om te bedenken welke problemen leerlingen tegen kunnen komen bij het modelleren en hoe je het onderwijs goed vorm kunt geven.

Voorbeelden van bruikbare materialen:

- hoofdstukken uit de schoolmethode
- materialen uit de handleiding ‘modelleren: theorie en opdrachten’
- Epsilon uitgave “Grafen in de praktijk”
- ‘Pythagoras’ wiskundetijdschrift voor jongeren (veel artikelen zijn beschikbaar op de site <http://www.pythagoras.nu/pyth/archief.php>).
- Wiskunde olympiade: boek ‘De Nederlandse wiskunde olympiade, 100 opgaven met hints, oplossingen en achtergronden’ of het puzzelspel.
- Calcudoku’s (puzzels en breinbrekers) op de site <http://www.321monkey.nl/calculudoku/>
- Rekenopgaven op de site <http://www.rekenbeter.nl/>
- ‘Logicapuzzels voor puzzelliefhebbers van 12 tot 92 jaar’ S. Tyberg ISBN 90-243-7344-1
- ‘Wereldpuzzels, de beste breinbrekers van het NK en WK puzzelsport’ ISBN 9789043900256
- enz. (Surf bijv. zelf op internet.)

In “theorie bij de handleiding “Modelleren met roosters” met de links” worden suggesties gegeven voor bruikbare theorie bij de inhoud en opzet van lessen.

Theorie bij de handleiding “Modelleren met roosters” met de links

1 Voorkennis: vak “algebra”

Reader “grafen bachelor Hogeschool Utrecht” theorie §B, C, F, H en I.

<https://www.sharepoint.hu.nl/sites/OAWI-HALGEBRA/default.aspx>

2 Voorkennis: vak “onderzoek jaar 1”

Readers “Probleem oplossen” deel 1 en 2, APS

3 Katern “Modelleren handboek vakdidactiek wiskunde” Jeroen Spandaw en Bert Zwaneveld

http://www.fi.uu.nl/elwier/materiaal/handboek/documents/Modelleren%20v8_gerediged_2_.pdf

4 Katern “UTwente Wiskunde in wetenschap Startmodule wiskundig modelleren” januari 2008

<http://www.math4all.nl/Documenten/WiW-ModellerenStart-llntxt.pdf>

5 “Zelf modelleren, wat ervaar je dan?” Blz. 3 t/m 18 Twee artikelen:

* “Wiskunde in Wetenschap, visie op een domein in Wiskunde D”, Euclides 82 (5), 173 – 175

* “Modelleren, hoe onderwijs je dat? Wat er terechtgekomen is van de visie op een domein in wiskunde D”, Euclides 84 (4), 112-124

http://www.fi.uu.nl/nwd/nwd2009/handouts/Verhoef_boekwerkje%20totaal.pdf

6 artikel “rekenen wiskunde in Singapore” Volgens Bartjens januari 2011

http://www.google.nl/url?sa=t&source=web&cd=1&ved=0CBsQFjAA&url=http%3A%2F%2Fwww.volgens-bartjens.nl%2Fdownload%2F2488%2Fvb_30_3_maarschalkerweerd_rekenen_wiskunde_in_singapore_pdf&ei=owyOTeiHKcGDOPDRjKEC&usq=AFQjCNF9iuH6W0nTTwpyz86dX5lO836vkg

7 artikel “wiskundig modelleren voor het vwo” Van Leuteren De nieuwe wiskrant juni 2010

(kopie is bijgevoegd: bijlage 1)

8 artikel “Roosteren op een middelbare school”, STAtOR september 2010 G Post

(kopie is bijgevoegd: bijlage 2)

9 artikel “De favoriete zomervakantiepuuzel van wiskundeleraren. Wiskundige aspecten van roosterproblemen.” R. Willemsen STAtOR april 2003, blz. 23-25

http://www.vvs-or.nl/db/upload/documents/Journals/STAtOR/STAtOR_2003-1_totaal.pdf

10 Boek “Graph theory with applications”, J. Bondy, hoofdstuk 6 “Edge colorings”

<http://www.math.jussieu.fr/~jabondy/> (klik op ‘books’)

11 Katern ‘Grafen in de praktijk’, hoofdstuk 1 graafkleuringen Epsilon uitgave deel 14, H. Broersma, 2006, ISBN 9789050410786 (kopie is bijgevoegd: bijlage 3)

12 Module “wiskunde D keuzevak beslissen, onderdeel koppelen”, J Essers Fontys 2007

<http://www.win.tue.nl/wiskunded/files/public/Beslissen/beslissen%20wiskunde%20d%20h3%20koppelen.pdf>

13 modelleeropdracht “straatverkoop Koninginnedag” (kopie bijgevoegd: bijlage 4)

14 Modules “Wiskundig modelleren Uitdagende cases voor vwo bovenbouw”, P. van Leuteren Universiteit Twente

<http://www.math4all.nl/Documenten/WiW-UT-WiskModelleren.pdf>

15 Achtergrondmateriaal katern “Eureka! Van probleem naar oplossing” W.

Berkelmans W=kunde+ VU Amsterdam

(kopie van de inleiding is bijgevoegd: bijlage 5, de site is voor het aanvragen van de docentenhandleiding)

<http://www.few.vu.nl/nl/voor-het->

[vwo/scholieren/activiteiten/wiskundeplus/eureka_van_probleem_naar_oplossing/index.asp](http://www.few.vu.nl/nl/voor-het-vwo/scholieren/activiteiten/wiskundeplus/eureka_van_probleem_naar_oplossing/index.asp)

16 Achtergrondmateriaal Kennisbank wiskunde: gereedschappen, hulpmiddelen en aandachtspunten bij het vormgeven van een lessenserie.

<http://portal.rdmc.ou.nl/kbWiskunde/kbWapp/knowledgeSource.jsp?knowledgeSource=10534&pages=10559&schooltype>

17 Achtergrondmateriaal Katern “Handleiding vakdidactiek wiskunde UT” 2007

http://www.utwente.nl/elan/huidige_students/syllabi/master/diktaat%20vakdidactiek%201.pdf

18 Kennisbank wiskunde: Beoordelingsschema vakdidactiek “Beoordeling van een Lessenserie” (kopie is bijgevoegd: bijlage 6)

<http://portal.rdmc.ou.nl/kbWiskunde/kbWapp/knowledgeSource.jsp?knowledgeSource=10534&pages=10565&refCount=0&foldout=0&schooltype>

Inhoud bijlagen

Bijlage 1 artikel “wiskundig modelleren voor het vwo” Van Leuteren De nieuwe wiskrant juni 2010

Bijlage 2 artikel “Roosteren op een middelbare school”, STAtOR september 2010 G Post

Bijlage 3 Katern ‘Grafen in de praktijk’, hoofdstuk 1 graafkleuringen Epsilon uitgave deel 14, H. Broersma, 2006, ISBN 9789050410786

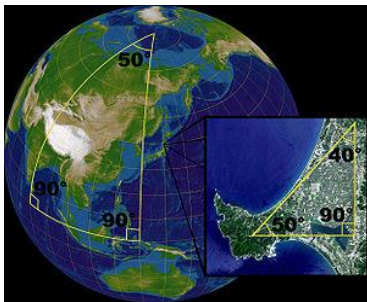
Bijlage 4 modelleeropdracht “straatverkoop Koninginnedag”

Bijlage 5 Achtergrondmateriaal katern “Eureka! Van probleem naar oplossing” inleiding W. Berkelmans W=kunde+ VU Amsterdam

Bijlage 6 Beoordelingsschema vakdidactiek “Beoordeling van een Lessenserie”, Kennisbank wiskunde

Bijlage 7 Informatie voortraject en contractformulier

Bijlage 3 Modelleren met roosters als schoolproject informatie voor studenten periode 4



Wiskunde voor een praktisch en creatief proces waarmee je greep op de werkelijkheid krijgt.

“Modelleren met roosters” als schoolproject in periode vier 2011 voor derde- en vierdejaars studenten

Dit schoolproject bestaat uit:

- theorie en opdrachten over modelleren en roosteren op eigen niveau waardoor je ervaring krijgt met de stappen die gezet worden bij het modelleren;
- een onderzoek naar de basis van modelleren in de wiskundemethode.
- praktijkopdrachten die op de (stage)school worden uitgevoerd en waarbij je de verworven kennis over modelleren kunt toepassen.

Waarom modelleren?

Volgens de cTWO (commissie Toekomst Wiskunde Onderwijs) is modelleren een praktisch en creatief proces waarbij realistische problemen in wiskundige vorm worden vertaald. Leerlingen worden voor een probleemsituatie geplaatst met als doel deze met wiskundige middelen op te lossen. Dit omvat het doorgronden en analyseren van het probleem, het kiezen van variabelen, het opstellen van verbanden, het bepalen van een strategie en het inzetten van wiskundige middelen.

In de wiskundelessen op het voortgezet onderwijs wordt meestal geen of weinig tijd gestoken in deze vaardigheden. Oorzaken zijn bv.: het programma is te vol, leerlingen vinden het lastig, het kost veel tijd en het is lastig te toetsen. Dit is een gemiste kans, omdat je juist met modelleren wiskunde kunt toepassen, waarmee ook het nut van wiskunde duidelijker kan worden.

Eigen vaardigheid: In de kennisbasis wiskunde voor de 2^e graadlerarenopleiding wiskunde staat een omschrijving van het modelleren: De startbekwame docent kan: een situatie structureren; horizontaal (de-)mathematiseren en het model toetsen en reflecteren op beperkingen.

Waarom roosteren?

Bij roosteren kun je denken aan roosters bij sportwedstrijden, lessen in scholen en personeelsplanning. Dit is een herkenbaar onderdeel dat uit complexe problemen bestaat, maar ook te verkleinen is tot eenvoudiger situaties. De basis hiervoor bestaat uit grafentheorie en matrixrekening, onderwerpen die in het tweede jaar op de hogeschool aan bod komen.

Studenten kunnen één schoolproject (ook 4B komt in aanmerking) op deze alternatieve manier invullen in overleg met hun SLB-docent en de school-IB 'Modelleren met roosters' wordt in periode 4 aangeboden; het is nodig om een (stage)school te hebben voor het uitvoeren van de opdrachten. Er zijn twee bijeenkomsten die verplicht gevolgd moeten worden: 18 april en 6 juni, beiden van 16.00 uur tot 17.30 uur.

Tijdens beide bijeenkomsten maak je op eigen niveau een modelleeropdracht en de theorie en opdrachten worden uitgelegd en besproken. Door deze theorie en opdrachten kun je zelf ook heel praktisch met modelleren werken

Aanmelden kan tot 3 april bij Jantien.Stam@hu.nl. Je moet ingeschreven zijn voor het schoolproject in periode 4 (*dit kan tot 27 maart*) en overleg hebben gehad met je SLB-docent en school-IB.

Bijlage 4 Contractformulier Schoolproject Modelleren met roosters voor studenten

Contractformulier Schoolproject Modelleren van roosters april – juni 2011

Gegevens student(e):

Naam: _____

Studentnummer: _____ Telefoonnummer: _____

Email: _____

Dit plan van aanpak betreft
schoolproject 3A, 3B, 3C, 4A, 4B (Doorhalen wat niet van toepassing is)
voor EC. (aantal invullen)

In mijn studieoverzicht op Osiris staat dit schoolproject vermeld met cursuscode:
OAR-.....

Wil je hier een motivering geven waarom je mee wilt doen aan deze module:

☐

Naam begeleiders:

Jantien Stam en Wim Bökterink Vakgroep wiskunde Hogeschool Utrecht

Email: jantien.stam@hu.nl Telefoon: 06 23 512 809

Overeengekomen is dat :

Hierbij wordt het volgende eindproduct geleverd:

Waaraan de volgende eisen worden gesteld:

Bijzonderheden:

Aanmelding en voorwaarden:

Begeleiding van de student vindt op de volgende manier plaats:

Plaats en datum van afsluiting:

In tweevoud opgemaakt op (datum): _____

Naam SLB-docent

Naam student:

Handtekening:

Handtekening:

Bijlage 5 Modelleren, procedureel of conceptueel

Modelleren: procedureel – conceptueel.

Om te kunnen bepalen of we de gemaakte begin- en eindopdracht op onderdelen procedureel dan wel conceptueel beoordelen, hebben we een verdeling aangebracht wat we per modelleerstep procedureel dan wel conceptueel vinden. We hebben daarbij als uitgangspunt genomen, dat procedurele kennis zich kenmerkt in “weten hoe” (doelgerichte actievolgorde), terwijl conceptuele kennis zich kenmerkt in “weten dat” (kennis, rijk aan relaties en het vermogen om relaties tussen kennis te zien).

Modelleerstep 1: conceptualiseren

Beschrijf het probleem in je eigen woorden.

Procedureel: 1 herhaling van beschrijving in eigen woorden

2 ordenen van gegevens

3 conclusies trekken uit de ordening

Conceptueel: 1 wat is (de kern van) het eigenlijke probleem?

2 welke factoren of omstandigheden beïnvloeden het probleem, zowel beschreven factoren als ook zelf verzonden factoren?

3 welke invloed hebben de bij 2 genoemde factoren en hoe wezenlijk is die invloed?

Modelleerstep 2: mathematiseren

Maak er een wiskundig probleem van.

Procedureel: 1 grootheden benoemen die in het wiskundig model mogelijk van belang zijn en abstraheren (letters, getallen, symbolen, schema's)

2 wiskundige verbanden formuleren bijv. opstellen van formule of vergelijking/ongelijkheid of schema, graaf, schets maken.

Conceptueel: 1 zoeken naar verbanden, structuren. Zoeken naar wiskundige context en zoeken binnen wiskundige context.

2 aandacht hebben voor grenssituaties en mogelijke uitkomsten/oplossingen voorspellen

Modelleerstep 3: oplossen of analyseren

Procedureel: 1 werken naar een oplossing van het wiskundige probleem d.m.v. Standaardprocedures

Conceptueel: 1 werken naar een oplossing van het wiskundige probleem met steeds het eigenlijke probleem erin betrokken (bijv. x in D_f)

2 verantwoording van gemaakte keuzes bij gebruikte procedures

Modelleerstap 4: interpreteren

De oplossing uit stap 3 terugvertalen naar het probleem.

Procedureel: 1 vertalen van letters, getallen, symbolen of schema naar
oorspronkelijke probleem

Conceptueel: 1 betekenis geven aan gevonden oplossing

Modelleerstap 5: valideren

Beoordeel de oplossing.

Procedureel: 1 de oplossing veranderen door de procedure uit stap 3 te herhalen
onder andere voorwaarden

Conceptueel: 1 beoordelen van de gevonden oplossing bijv. m.b.t. aantal
tussenuren voor klassen of docenten bij beginopdracht
2 nagaan of het probleem volledig is opgelost
3 bedenken of er nog andere voorwaarden mogelijk een rol kunnen
spelen

Bijlage 6 Werkblad modelleren stappen

Naam: _____

Werkblad modelleren stap 1, 2 en 3

Hieronder schrijf je de uitwerking van stap 1, op de achterkant de uitwerking van stap 2 en op het volgende blad de uitwerking van stap 3. Voor stap 1, 2 en 3 samen heb je 20 minuten de tijd.

Let op: waarschijnlijk heb je dan te weinig tijd om het af te krijgen, maar dit is niet erg!

Na 20 minuten lever je al het werk in met je naam erop en krijg je de vervolgoopdrachten.

Stap 1 Conceptualiseren: beschrijf het probleem in je eigen woorden.

Schrijf precies op wat je denkt, doet en waarom je dit doet. Dit gebruiken we na afloop om te weten te komen welke denkstappen je hebt gezet tijdens het uitvoeren van deze opdracht.

Naam: _____

Stap 2 Mathematiseren: maak er een wiskundig probleem van.

Schrijf precies op wat je denkt , doet en waarom je dit doet. Dit gebruiken we na afloop om te weten te komen welke denkstappen je hebt gezet tijdens het uitvoeren van deze opdracht.

Naam: _____

Stap 3 Oplossen

Schrijf precies op wat je denkt , doet en waarom je dit doet. Dit gebruiken we na afloop om te weten te komen welke denkstappen je hebt gezet tijdens het uitvoeren van deze opdracht.

Naam: _____

Werkblad modelleren stap 4 en 5

Hieronder schrijf je de uitwerking van stap 4, op de achterkant schrijf je de uitwerking van stap 5.
Voor stap 4 en 5 samen heb je 30 minuten de tijd.

Stap 4 Interpreteren: de oplossing uit stap 3 terugvertalen naar het probleem.

Schrijf precies op wat je denkt , doet en waarom je dit doet. Dit gebruiken we na afloop om te weten te komen welke denkstappen je hebt gezet tijdens het uitvoeren van deze opdracht.

Naam: _____

Stap 5 Valideren: beoordeel de oplossing.

Schrijf precies op wat je denkt , doet en waarom je dit doet. Dit gebruiken we na afloop om te weten te komen welke denkstappen je hebt gezet tijdens het uitvoeren van deze opdracht.

Bijlage 7 Schoolroosters nulmeting deel 1

Schoolroosters deel 1

Num	Agenda	Grp	Doc	Lok	Vak	Tdv	Verandering	Voorst.dag	Voorst.uur	Urgentie	Stralp.voorstel
2.054.905											
Grp	A1A	ma									
Grp	A1A	di									
Grp	A1A	wo	PPD								
Grp	A1A	do	PPD								
Grp	A1A	vr									
Doc	JWW	ma									
Doc	JWW	di									
Doc	JWW	wo									
Doc	JWW	do									
Doc	JWW	vr									

voorbeeld van een schoolrooster

De roostermaker is vannacht opgenomen voor een acute blindedarmoperatie en het dagrooster moet worden gemaakt voor de tweede klassen van het Curie College. De directeur belt om 7.00 uur en vraagt jou om hulp: of je zo snel mogelijk kunt komen om het dagrooster te maken. Je wordt de rest van de dag vrij geroosterd als het je lukt om binnen 15 minuten het rooster te maken. Het door jou gemaakte rooster kan dan precies op tijd op het scherm bij de ingang gezet worden. Helaas is het roosterprogramma alleen toegankelijk voor de roostermaker, dus je zult op papier moeten roosteren.

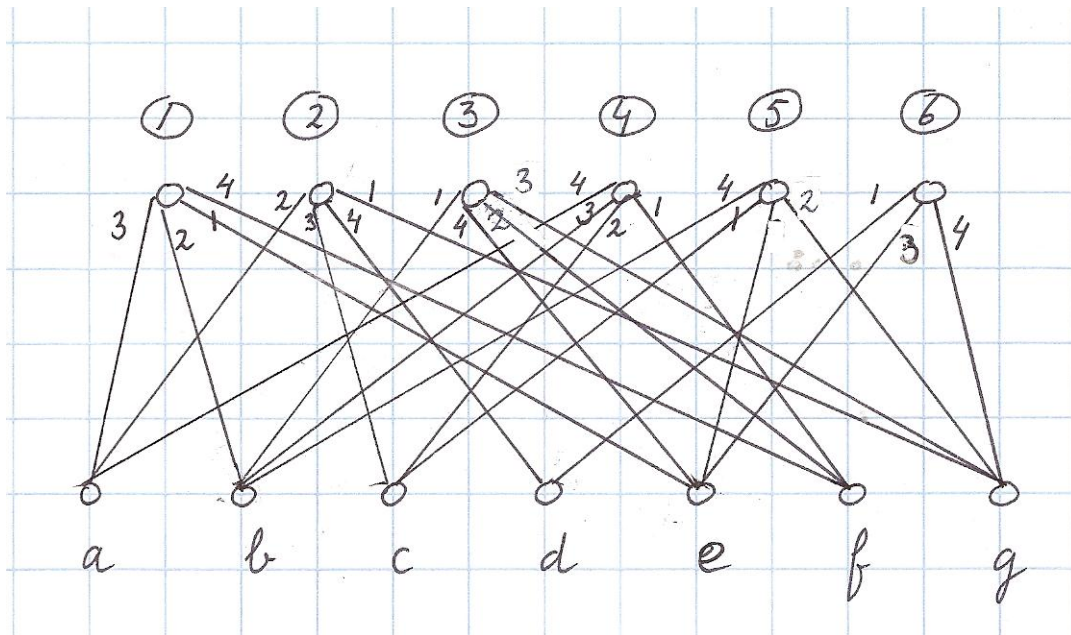
De volgende lessen moeten worden gegeven door de genoemde docenten:

Mevrouw de Graaf geeft les aan 2B1, 2B2 en 2K2; de heer Veul geeft les aan 2B1, 2K1, 2K2 en 2T1; mevrouw Jansen geeft les aan 2B2, 2K2 en 2T1; de heer Terpstra geeft les aan 2B2 en 2T2; de heer Konink geeft les aan 2B1, 2K1, 2T1 en 2T2; mevrouw Vaals geeft les aan 2B1, 2K1 en 2K2; mevrouw Van Rooij geeft les aan 2B2, 2K1, 2T1 en 2T2

Elke les duurt een uur en er kunnen maximaal zes uren worden gegeven op één dag.

Modelleropdracht

Voer nu de stappen conceptualiseren, mathematiseren en oplossen uit en schrijf op het nieuwe werkblad wat je precies denkt en doet. Let op: elke stap staat op een nieuw blad dus gebruik steeds de goede pagina om een stap te noteren.



Figuur 1

Het roosterprobleem wordt opgelost als lijnkleuringsprobleem: kleur zoveel mogelijk lijnen met dezelfde kleur. In figuur 1 zijn vijf kleuren nodig: lijn 5e kan niet met de kleuren 1 t/m 4 worden gekleurd.

Volgens de grafentheorie geldt voor elke tweedelige graaf G : $X(G) = \Delta(G)$.

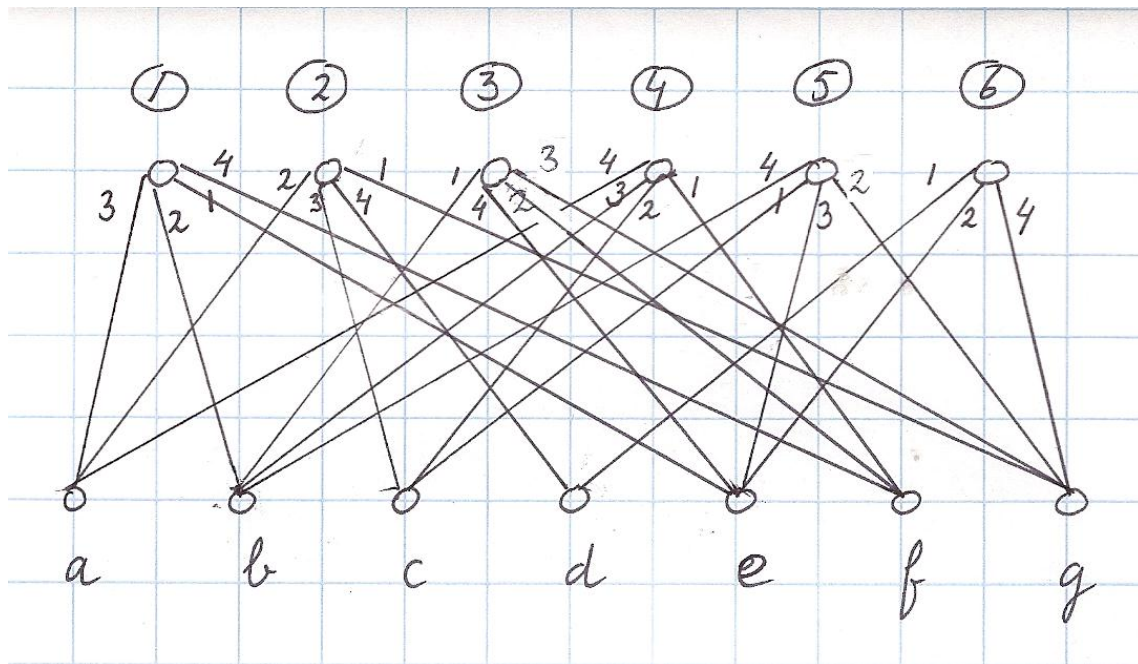
Dit betekent dat het maximale aantal kleuren X gelijk is aan de hoogste valentie Δ (= het grootste aantal lijnen dat naar één punt gaat) van G . In dit geval is het dus mogelijk om maximaal vier kleuren te gebruiken.

De werkwijze is als volgt:

In figuur 1 is één lijn ongekleurd: 5e. Omdat in punt 5 ten hoogste vier lijnen samen komen, is één kleur nog niet gebruikt, in dit geval kleur 3. Geef de ongekleurde lijn kleur 3. Nu ontstaat er een probleem bij punt e, want ook de lijn van punt e naar punt 6 heeft kleur 3. Deze lijn geef je kleur 2, namelijk de kleur die nog over is bij punt e.

Het probleem is nu opgelost, want bij punt 6 was kleur 2 nog niet gebruikt.

Het resultaat is te zien in figuur 2.



Figuur 2

Modelleeropdracht

Voer nu de stappen interpreteren en valideren uit en schrijf op het nieuwe werkblad wat je precies denkt en doet. Let op: elke stap staat op een nieuw blad dus gebruik steeds de goede pagina om een stap te noteren.

Bijlage 9 Modelleren, procedureel of conceptueel met voorbeelden nulmeting

Modelleren: procedureel – conceptueel met voorbeelden

Om te kunnen bepalen of we de gemaakte begin- en eindopdracht op onderdelen procedureel dan wel conceptueel beoordelen, hebben we een verdeling aangebracht wat we per modelleerstep procedureel dan wel conceptueel vinden. We hebben daarbij als uitgangspunt genomen, dat procedurele kennis zich kenmerkt in “weten hoe” (doelgerichte actievolgorde), terwijl conceptuele kennis zich kenmerkt in “weten dat” (kennis, rijk aan relaties en het vermogen om relaties tussen kennis te zien).

Modelleerstep 1: conceptualiseren

Beschrijf het probleem in je eigen woorden.

Procedureel:

1 herhaling van beschrijving in eigen woorden

Voorbeelden: Er moet een dagrooster worden gemaakt. Maximaal 6 uren per dag.

2 ordenen van gegevens

Voorbeelden: Er zijn 6 klassen die les krijgen van 7 docenten. Koppelingen overzichtelijk presenteren.

	g	ve	j	t	k	va	r
2B1	x	x			x	x	
2B2	x		x	x			x
2K1		x			x	x	x
2K2	x	x	x			x	
2T1		x	x		x		x
2T2				x	x		x

3 conclusies trekken uit de ordening

Voorbeelden: maximale aantal uren van klassen is 4 / van docenten is 4. Er zijn minimaal vier uren nodig.

Conceptueel:

1 wat is (de kern van) het eigenlijke probleem?

Voorbeelden: - Er mag geen overlap ontstaan. Past het in zes uren of minder?

Voorbeelden:

2 welke factoren of omstandigheden beïnvloeden het probleem, zowel beschreven factoren als ook zelf verzonnen factoren?

Voorbeelden: Aantal uren in te vullen op een dag. Klas of docent niet vaker dan één keer op een uur. Tussenuren voor klassen of docenten.

3 welke invloed hebben de bij 2 genoemde factoren en hoe wezenlijk is die invloed?

Voorbeelden: Minder uren, dan lokalen korter bezet. Andere verdelingen mogelijk zoals ochtend/middag ploeg. Prioriteit vermijden tussenuren van klassen. Klassen komen op school, dus allen eerste uur les.

Modelleerstep 2: mathematiseren

Maak er een wiskundig probleem van.

Procedureel:

1 grootheden benoemen die in het wiskundig model mogelijk van belang zijn en abstraheren (letters, getallen, symbolen, schema's)

Voorbeelden: Punten zijn docenten en klassen. Lijnen zijn koppelingen tussen klas en docent. Geef docenten / klassen afkortingen.

	a	b	c	d	e	f	g
1	x	x			x	x	
2	x		x	x			x
3		x			x	x	x
4	x	x	x			x	
5		x	x		x		x
6				x	x		x

2 wiskundige verbanden formuleren bijv. opstellen van formule of vergelijking/ongelijkheid of schema, graaf, schets maken.

Voorbeelden: : Teken de bipartiete graaf. Per knooppunt kan elke kleur maar één keer gebruikt worden.

Conceptueel:

1 zoeken naar verbanden, structuren. Zoeken naar wiskundige context en zoeken binnen wiskundige context.

Voorbeelden: Gebruik grafentheorie. Docenten en klassen vormen een bipartiete graaf. Het gaat om een lijnkleuringsprobleem waarbij elke kleur een uur voorstelt. Een oplossing van het probleem kan bestaan uit een kleuring met zes kleuren, er zijn dan zes uren nodig

2 aandacht hebben voor grenssituaties en mogelijke uitkomsten/oplossingen voorspellen

Voorbeelden: Niet mogelijk om elke klas en elke docent te plannen omdat het aantal docenten en klassen ongelijk is.. Is het mogelijk dit probleem op te lossen met vier kleuren?

Modelleerstep 3: oplossen of analyseren

Procedureel:

1 werken naar een oplossing van het wiskundige probleem d.m.v. standaardprocedures

Voorbeelden: Plaats in de bipartiete graaf kleuren of nummers bij de lijnen. Werk van rechts naar links. Geef dezelfde kleur tenzij dit niet kan, kies dan een andere kleur. Kijk steeds één stap vooruit om te voorkomen dat je vast loopt.

Conceptueel:

1 werken naar een oplossing van het wiskundige probleem met steeds het eigenlijke probleem erin betrokken (bijv. x in D_i)

Voorbeelden: Kies voor de volgende kleur een kleur die je al zo vaak/weinig mogelijk gebruikt hebt. Start met de klas of docent met de meeste uren.

2 verantwoording van gemaakte keuzes bij gebruikte procedures

Voorbeelden: Je moet bij het kiezen van het punt dat je gaat kleuren rekening houden met het aantal lijnen bij een punt dat nog een kleur moet krijgen, maar ook met het aantal kleuren dat al bij een punt gebruikt is. Starten met docent of klas is niet van belang: bij beiden geen overlap (harde eis).

Modelleerstep 4: interpreteren

De oplossing uit stap 3 terugvertalen naar het probleem.

Procedureel:

1 vertalen van letters, getallen, symbolen of schema naar oorspronkelijke probleem

Voorbeelden: Welke punten zijn klassen / docenten. Wat zijn de koppelingen. Wat stelt een kleur voor. Plaats de gevonden kleuring in het schema van stap 2:

	g	ve	j	t	k	va	r
2B1	2	1			4	3	
2B2	3		2	4			1
2K1		4			1	2	3
2K2	1	2	3			4	
2T1		3	1		2		4
2T2				1	3		2

Conceptueel:

1 betekenis geven aan gevonden oplossing

Voorbeelden: Beschrijf per klas en per docent hoe de gevonden oplossing eruit ziet (uren, tussenuren). Benoem het aantal uren dat nodig is.

Modelleerstep 5: valideren

Beoordeel de oplossing.

Procedureel:

1 de oplossing veranderen door de procedure uit stap 3 te herhalen onder andere voorwaarden.

Voorbeelden: Schema wijzigen zodat minder uren nodig zijn of er een andere verdeling van tussenuren ontstaat. Als je de stappen bij hebt gehouden, kun je terug gaan naar een vorige stap en een andere keuze maken.

Conceptueel:

1 beoordelen van de gevonden oplossing bijv. m.b.t. aantal tussenuren voor klassen of docenten bij beginopdracht

Voorbeelden: Is het gevonden aantal lessen een wenselijk aantal? Beoordeel per klas / docent de gevonden oplossing, bv. t.a.v. het aantal en de plaats van de tussenuren

2 nagaan of het probleem volledig is opgelost

Voorbeelden: Is het gebruikte aantal uren zo klein mogelijk of kan het kleiner? Zijn er wijzigingen mogelijk waardoor de indeling voor klassen of docenten meer optimaal is? Bv. geen voorlaatste uur als tussenuur bij klassen.

3 bedenken of er nog andere voorwaarden mogelijk een rol kunnen spelen

Voorbeelden: Zijn er andere (harde of zachte) eisen waarmee op een school rekening moet worden gehouden, bv. docent kan alleen 's morgens werken, na gymles tussenuur nodig, verplaatsen naar ander gebouw vereist tussenuur, school wil zo weinig mogelijk lokalen bezet hebben.

Bijlage 10 Buizensysteem belastingdienst eindmeting deel 1

Buizensysteem deel 1

De belastingdienst in Utrecht heeft de Hogeschool Utrecht benaderd met het verzoek een oplossing te vinden voor het volgende probleem.

De belastingdienst is verdeeld over zes afdelingen, elk met een eigen archief. Medewerkers van de belastingdienst hebben vaak documenten nodig, ook uit de archieven van andere afdelingen. Er gaat teveel tijd verloren met het halen en terugbrengen van documenten door de medewerkers, waardoor hun werkzaamheden per cliënt teveel tijd vergen. En tijd is (belasting)geld, nietwaar.

De belastingdienst heeft daarom besloten een buizensysteem aan te laten leggen voor het sturen van documenten van de ene afdeling naar de andere. Alle zes afdelingen moeten op dit buizensysteem aangesloten worden en moeten onderling met elkaar in verbinding staan, rechtstreeks dan wel via een andere afdeling. Sommige afdelingen kunnen niet rechtstreeks met elkaar verbonden worden om bouwtechnische redenen. In het overzicht hieronder is dat met “-” aangegeven. Tussen afdelingen waar wel een rechtstreekse verbinding mogelijk is, zijn in het overzicht de aanlegkosten weergegeven in tienduizenden euro’s.

afdeling	A	B	C	D	E	F
A	X	4	2	-	3	-
B	4	X	-	5	7	-
C	2	-	X	1	6	3
D	-	5	1	X	-	6
E	3	7	6	-	X	2
F	-	-	3	6	2	X

Ter verduidelijking: om een verbinding tussen afdeling B en D te realiseren, is een bedrag van €50.000 nodig. Daarbij kunnen documenten zowel van B naar D worden gestuurd, alsook van D naar B.

De belastingdienst vraagt zich af welk buizensysteem het goedkoopste is, waarbij aan de gestelde voorwaarden wordt voldaan.

Jouw opdracht is: vind een oplossing voor het hierboven geschetste probleem.

Modelleeropdracht

Voer nu de stappen conceptualiseren, mathematiseren en oplossen uit en schrijf op het nieuwe werkblad wat je precies denkt en doet. Let op: elke stap staat op een nieuw blad dus gebruik steeds de goede pagina om een stap te noteren.

Bijlage 11 Buizensysteem belastingdienst eindmeting deel 2

Buizensysteem deel 2

De belastingdienst in Utrecht heeft de Hogeschool Utrecht benaderd met het verzoek een oplossing te vinden voor het volgende probleem.

De belastingdienst is verdeeld over zes afdelingen, elk met een eigen archief. Medewerkers van de belastingdienst hebben vaak documenten nodig, ook uit de archieven van andere afdelingen. Er gaat teveel tijd verloren met het halen en terugbrengen van documenten door de medewerkers, waardoor hun werkzaamheden per cliënt teveel tijd vergen. En tijd is (belasting)geld, nietwaar.

De belastingdienst heeft daarom besloten een buizensysteem aan te laten leggen voor het sturen van documenten van de ene afdeling naar de andere. Alle zes afdelingen moeten op dit buizensysteem aangesloten worden en moeten onderling met elkaar in verbinding staan, rechtstreeks dan wel via een andere afdeling. Sommige afdelingen kunnen niet rechtstreeks met elkaar verbonden worden om bouwtechnische redenen. In het overzicht hieronder is dat met “-” aangegeven. Tussen afdelingen waar wel een rechtstreekse verbinding mogelijk is, zijn in het overzicht de aanlegkosten weergegeven in tienduizenden euro’s.

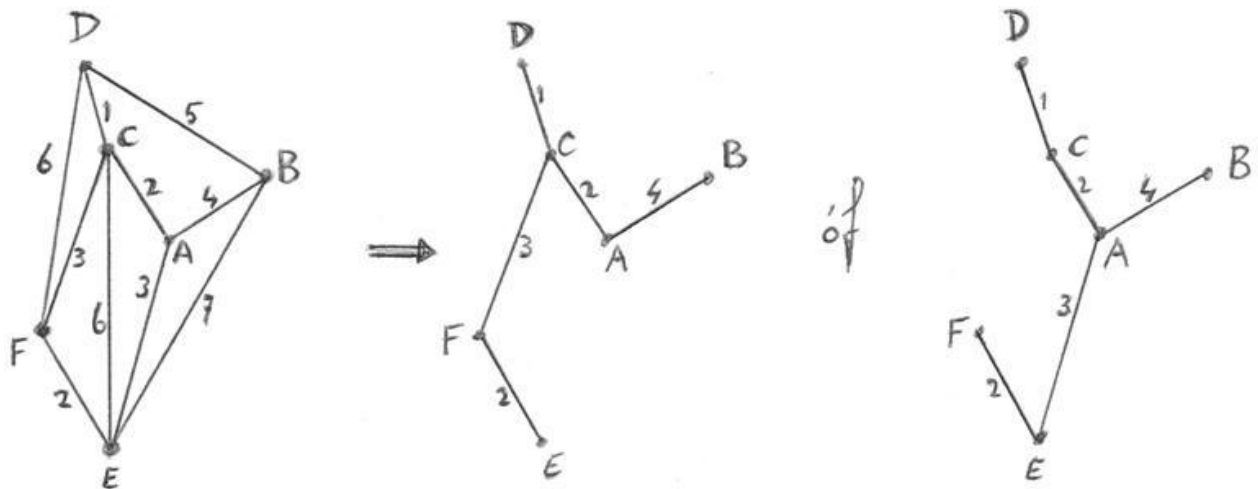
afdeling	A	B	C	D	E	F
A	X	4	2	-	3	-
B	4	X	-	5	7	-
C	2	-	X	1	6	3
D	-	5	1	X	-	6
E	3	7	6	-	X	2
F	-	-	3	6	2	X

Ter verduidelijking: om een verbinding tussen afdeling B en D te realiseren, is een bedrag van €50.000 nodig. Daarbij kunnen documenten zowel van B naar D worden gestuurd, alsook van D naar B. De belastingdienst vraagt zich af welk buizensysteem het goedkoopste is, waarbij aan de gestelde voorwaarden wordt voldaan.

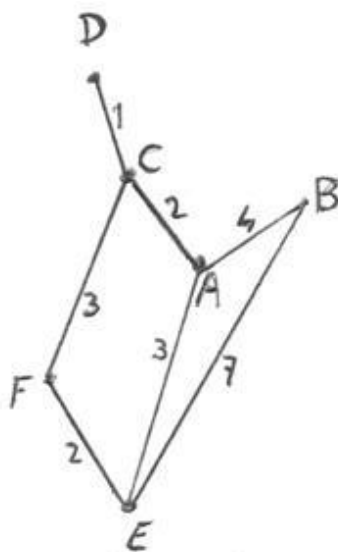
Deel 2 begint hieronder

Je hebt bij bovenstaand probleem wellicht een gewogen graaf (= graaf met getallen bij de verbindingen) getekend en gezocht naar de minimaal opspannende boom (alle punten

onderling verbonden met zo laag mogelijke getallen bij de verbindingen). Bij deze situatie zijn er twee mogelijke minimaal opspannende bomen. Zie de figuur op het volgende blad.



Voor het vervolg van de opdracht worden er aanvullende eisen gesteld. Er gaan zoveel documenten van B naar F en omgekeerd, dat het buizensysteem behorende bij de minimaal opspannende boom overbelast raakt tussen B en F. Daarom wil de belastingdienst voor maximaal €10.000 extra, meer verkeer tussen B en F mogelijk maken. De Hogeschool draagt als oplossing de graaf in de figuur hieronder aan.



Modelleeropdracht

Voer nu de stappen interpreteren en valideren uit en schrijf op het nieuwe werkblad wat je precies denkt en doet. Let op: elke stap staat op een nieuw blad dus gebruik steeds de goede pagina om een stap te noteren.

Bijlage 12 Modelleren procedureel of conceptueel met voorbeelden eindmeting

Modelleren: procedureel – conceptueel met voorbeelden

Om te kunnen bepalen of we de gemaakte begin- en eindopdracht op onderdelen procedureel dan wel conceptueel beoordelen, hebben we een verdeling aangebracht wat we per modelleerstep procedureel dan wel conceptueel vinden. We hebben daarbij als uitgangspunt genomen, dat procedurele kennis zich kenmerkt in “weten hoe” (doelgerichte actievолgorde), terwijl conceptuele kennis zich kenmerkt in “weten dat” (kennis, rijk aan relaties en het vermogen om relaties tussen kennis te zien).

Modelleerstep 1: conceptualiseren

Beschrijf het probleem in je eigen woorden.

Procedureel:

1 herhaling van beschrijving in eigen woorden

Voorbeelden: 6 afdelingen Verbinding maakt 2-richtingverkeer mogelijk

2 ordenen van gegevens

Voorbeelden: Afdeling C en E kunnen met 4 andere afdelingen verbonden worden en de rest met 3. De aanlegkosten variëren van 10- tot 70-duizend.

3 conclusies trekken uit de ordening

Voorbeelden Er is geen tweedeling, dus elke afdeling kan met iedere andere verbonden worden, al dan niet direct. Het is mogelijk om zo’n netwerk op te stellen.

Conceptueel:

1 wat is (de kern van) het eigenlijke probleem?

Voorbeelden: Onderlinge verbondenheid is voorwaarde. Onderlinge verbondenheid tegen de laagste kosten.

2 welke factoren of omstandigheden beïnvloeden het probleem, zowel beschreven factoren als ook zelf verzonden factoren?

Voorbeelden: Als 1 afd tussenstation is tussen 2 anderen zijn die 2 indirect met elkaar verbonden. Geen onderscheid tussen de verschillende afdelingen.

3 welke invloed hebben de bij 2 genoemde factoren en hoe wezenlijk is die invloed?

Voorbeelden: Directe verbinding niet meer noodzakelijk als afdelingen indirect verbonden zijn. Dus geen noodzaak om bepaalde verbindingen wel of niet aan te leggen.

Modelleerstep 2: mathematiseren

Maak er een wiskundig probleem van.

Procedureel:

1 grootheden benoemen die in het wiskundig model mogelijk van belang zijn en abstraheren (letters, getallen, symbolen, schema's)

Voorbeelden: Afdelingen > punten in een graaf. Kosten > gewichten bij de lijnen

2 wiskundige verbanden formuleren bijv. opstellen van formule of vergelijking/ongelijkheid of schema, graaf, schets maken.

Voorbeelden: Getekende (niet-planaire) graaf

Conceptueel:

1 zoeken naar verbanden, structuren. Zoeken naar wiskundige context en zoeken binnen wiskundige context.

Voorbeelden: Verbindingen realiseren, netwerk maken > dus grafentheorie. Aanlegkosten > gewogen graaf.

2 aandacht hebben voor grenssituaties en mogelijke uitkomsten/oplossingen voorspellen

Voorbeelden: Minimale aanlegkosten, onderlinge verbondenheid > minimaal opspannende boom. Maximaal 5 verbindingen nodig, dus maximale kosten zijn $7+6+6+5+4$

Modelleerstep 3: oplossen of analyseren

Procedureel:

1 werken naar een oplossing van het wiskundige probleem d.m.v. standaardprocedures

Voorbeelden: Teken een boom. Gebruik algoritme bv. "Ik begin met de laagste verbinding, deze kleur ik. Verder met de volgende laagste verbinding, deze kleur ik als er geen cykel door ontstaat. Als er wel een cykel ontstaat, neem je de volgende laagste verbinding. Als alle afdelingen verbonden zijn (je hebt dan dus 5 verbindingen gekleurd) dan stop je."

Conceptueel:

1 werken naar een oplossing van het wiskundige probleem met steeds het eigenlijke probleem erin betrokken (bijv. x in D_i)

Voorbeelden: Je probeert zo laag mogelijke verbindingen te kiezen. Als naar elk punt een lijn gaat, dan zijn alle afdelingen verbonden.

2 verantwoording van gemaakte keuzes bij gebruikte procedures

Voorbeelden: Ik gebruik het algoritme van ..., want daar wordt op gelet of er geen cyclen ontstaan. Als ik nu de verbinding (vb) AB kies, dan zijn A en B dubbel verbonden en worden de kosten te hoog omdat de verbinding overbodig is.

Modelleerstep 4: interpreteren

De oplossing uit stap 3 terugvertalen naar het probleem.

Procedureel:

1 vertalen van letters, getallen, symbolen of schema naar oorspronkelijke probleem
Voorbeelden: Lijnen betekenen verbindingen tussen afdelingen, getallen zijn kosten in €10.000. Optellen van alle kosten in minimaal opspannende boom en extra kosten door 2 extra verbindingen Opmerken welke afdelingen tegen welke kosten verbonden zijn

Conceptueel:

1 betekenis geven aan gevonden oplossing

Voorbeelden: Elke afdeling staat met de overige afdelingen in verbinding. Extra kosten zijn niet hoger dan €100.000. A-B wordt verlicht door toevoeging B-E en A-E en E-F (resp. A-C en C-F) worden verlicht door toevoeging C-F (resp. A-E). Er was één weg van B naar F, nu zijn dit er drie.

Modelleerstep 5: valideren

Beoordeel de oplossing.

Procedureel:

1 de oplossing veranderen door de procedure uit stap 3 te herhalen onder andere voorwaarden.

Voorbeelden: B-E vervangen door B-D. Bij de eerste minimaal opspannende boom alleen B-E toe te voegen.

Conceptueel:

1 beoordelen van de gevonden oplossing

Voorbeelden: Opmerken dat er door een andere verbinding te maken een andere mogelijke oplossing is met lagere kosten en oplossing geven. Wordt E nu overbelast?

2 nagaan of het probleem volledig is opgelost

Voorbeelden: Er zijn meerdere oplossingen mogelijk met verschillende kosten. Er moeten keuzes gemaakt worden t.a.v. lage kosten of meer verbindingen. Van overbelasting zal geen sprake meer zijn, omdat ...

3 bedenken of er nog andere voorwaarden mogelijk een rol kunnen spelen

Voorbeelden: Verhuizen van afdelingen B en/of F zodat er een directe verbinding tussen deze twee afdelingen ontstaat. Geen extra verbindingen creëren maar bestaande verbindingen tegen lagere kosten uitbreiden zodat meer verkeer van documenten kan plaatsvinden.

alles relevante studenten

st	nr	stap	1									2									3									4									5									ΣP	ΣC	ΣP,C
			P			Σ	C			Σ	P			Σ	C			Σ	P			Σ	C			Σ	P			Σ	C			Σ																
			1	2	3		1	2	3		1	2	3		1	2	3		1	2	3		1	2	3		1	2	3		1	2	3		1	2	3	1	2	3										
2	B	1	1			2	3			3	3			3	3	1		4	2	2	1	2	3			9	9	2	2		0	4	1	4		9	16	21	37											
	E	3		1		4	2	1	2	5	3	1	4	1	1		2	7	7	2	5	7			4	4		0		0	6		5		11	19	25	44												
5	B		4	1		5				0	2	2	4			0		0					0		2	2	2	2		0					0	11	2	13												
	E	6	2			8				0	3	1	4			0	3	3				0		2	2	4	4	1	1	1				1	18	5	23													
8	B	3				3				0		2	2			0	3	3				0		4	4		0	1	1	4				4	13	4	17													
	E	5	1			6				0	3	2	5			0	5	2			2		3	3	1	1		0			2			2	19	5	24													
10	B		3			3				0	2	1	3	3			3				0		5	5	2	2	1	1	3				3	12	8	20														
	E	1				1	1			1	3	1	4	1	1	2	3	3	4			4		1	1	1	1	1	1	2	3	1	6	10	14	24														
11	B		3			3	1			1			0			0	1	1				0		0	1	1		0	1	1			2	4	4	8														
	E		2			2	2	2		4	4	2	6	1		1	6	6	3			3		0	0	0	1	1	9	4			13	15	21	36														
12	B		2	3		5	2			2	3	1	4			0	3	3			1	1		4	4	2	2		0	2			2	16	7	23														
	E	2				2	1		1	2			0			0	6	6			1	1		4	4	2	2		0		3		3	12	8	20														
ΣB			7	10	4	21	6	0	0	6	10	6	16	6	1	7	9	9	1	3	4	0	24	24	9	9	2	2	14	2	4	20	0	72	46	118														
ΣE			17	5	1	23	6	3	3	12	16	7	23	2	3	5	30	30	11	6	17	0	14	14	8	8	3	3	18	12	6	36	0	93	78	171														

stap fout weg relevante studenten

st nr	stap	1						2						3						4				5						ΣP	ΣC	ΣP,C			
		P			Σ	C			Σ	P			Σ	C			Σ	P		Σ	C		Σ	Σ											
		1	2	3		1	2	3		1	2	3		1	2	3		1	2		1	2			1	2	3								
2	B	1	1		2	3		3	3	3	3	1	4		0	1	2	3		8	8	2	2		0	4	4		8	13	20	33			
	E	3		1	4	1	1	2	4	3	1	4	1	1	2	7		2	3	5		4	4	0	0		5	5	10	19	21	40			
5	B		4	1	5				0			0		0			0				2	2	2	2		0			0	7	2	9			
	E	4	2		6				0	3	1	4		0	3	3	2	2			2	2	4	4	1	1	1		1	16	7	23			
8	B	3			3				0		2	2		0	2	2		0			4	4		0	1	1	4		4	12	4	16			
	E	4	1		5				0	3	2	5		0	0		0				1	1	1	1		0			0	11	1	12			
10	B	3			3				0	2	1	3	3		3		0		0		3	3	1	1	1	1	3		3	10	7	17			
	E	1			1	1			1	3	1	4	1	1	2	3	3	4	4		1	1	1	1	1	1	2	2	1	5	10	13	23		
11	B		3		3	1			1			0		0	1	1		0			0	1	1		0			0	4	2	6				
	E		2		2	2	2		4	3	2	5		1	6	6	2	2			0	0		0	1	6	1		7	14	14	28			
12	B		2	1	3	2			2	3	1	4		0	3	3		1	1		4	4	2	2		0	2		2	14	7	21			
	E	2			2	1		1	2			0		0	6		6		1	1		4	4	2	2		0	3	3	12	8	20			
ΣB		7	10	2	19	6	0	0	6	8	4	12	6	1	7	6	6	1	3	4	0	21	21	8	8	2	2	13	0	4	17	0	60	42	102
ΣE		14	5	1	20	5	3	3	11	15	7	22	2	3	5	25	25	10	4	14	0	12	12	8	8	3	3	14	6	6	26	0	82	64	146

Bijlage 14 Uitnodiging studenten voor eerste bijeenkomst

5-4-2011

Beste studenten,

Hierbij ontvang je de uitnodiging voor de eerste bijeenkomst van het schoolproject 'modelleren met roosters' op maandag 18 april van 16.00 uur tot 17.30 uur.

De bijeenkomst is in ruimte 2073 (vergaderzaal vanaf de kantine voorbij de lift en trap).

Het programma:

16.00 uur maken van de startopdracht (nodig: een pen)

17.00 uur uitleg van de opdrachten en uitdelen van het materiaal

17.20 uur tijd voor vragen

Als voorbereiding op deze bijeenkomst lees je van de 'reader grafen bachelor Hogeschool Utrecht' de theorie van paragraaf B, C, F, H en I (zie bijlage). De opgaven bij de paragrafen hoeft je niet te maken.

Hieronder vind je de link naar het vak waar de reader gebruikt wordt:

<https://www.sharepoint.hu.nl/sites/OAWI-HALGEBRA/Studie%20Materiaal/Forms/AllItems.aspx>

Een aantal mensen heeft het contractformulier al ingeleverd. Als je dit nog niet gedaan hebt, wil je dan een getekend exemplaar meenemen naar de eerste bijeenkomst?

Tot ziens op de 18^e april,

Wim Bökkerink en Jantien Stam

Bijlage 15 Kennisbasis wiskunde voor de tweedegraads lerarenopleiding wiskunde

Kennisbasis wiskunde, voor de tweedegraads lerarenopleidingen wiskunde

Uitwerking van kolom 3 “kennis van leerinhouden”

Versie 27 augustus 2009

Domein 0 Wiskundige vakcompetenties

Categorie 4. Modelleren

Omschrijving

De startbekwame docent kan:

- een situatie structureren;
- horizontaal (de-)mathematiseren;
- het model toetsen en reflecteren op beperkingen

Domein 5. Wiskunde overig

Categorie 1. Grafentheorie

Omschrijving

De startbekwame docent kent en begrijpt de volgende concepten: graaf, Euler- en Hamiltongraaf, isomorfie, kleurbaarheid, kortste pad, opspannende boom en algoritme.

De startbekwame docent kan:

- Een daartoe geschikt praktisch probleem herformuleren naar een probleem over grafen.
- Bij grafen verbindingsmatrices opstellen en daarmee verbondenheid tussen punten bepalen.
- Bepalen of een gegeven graaf tweedelig, volledig, regelmatig of platonisch is.
- Bepalen of grafen onderling isomorf zijn.
- Bepalen of een graaf Eulers of Hamiltons is.
- Met het kortste-buur algoritme en uitwisselingsalgoritmen kortste handelsrouten benaderen.
- Minimale- of maximale opspannende bomen en kortste paden met behulp van de algoritmen van Prim, Kruskal en Dijkstra bepalen.
- Het chromatisch getal van een graaf bepalen.