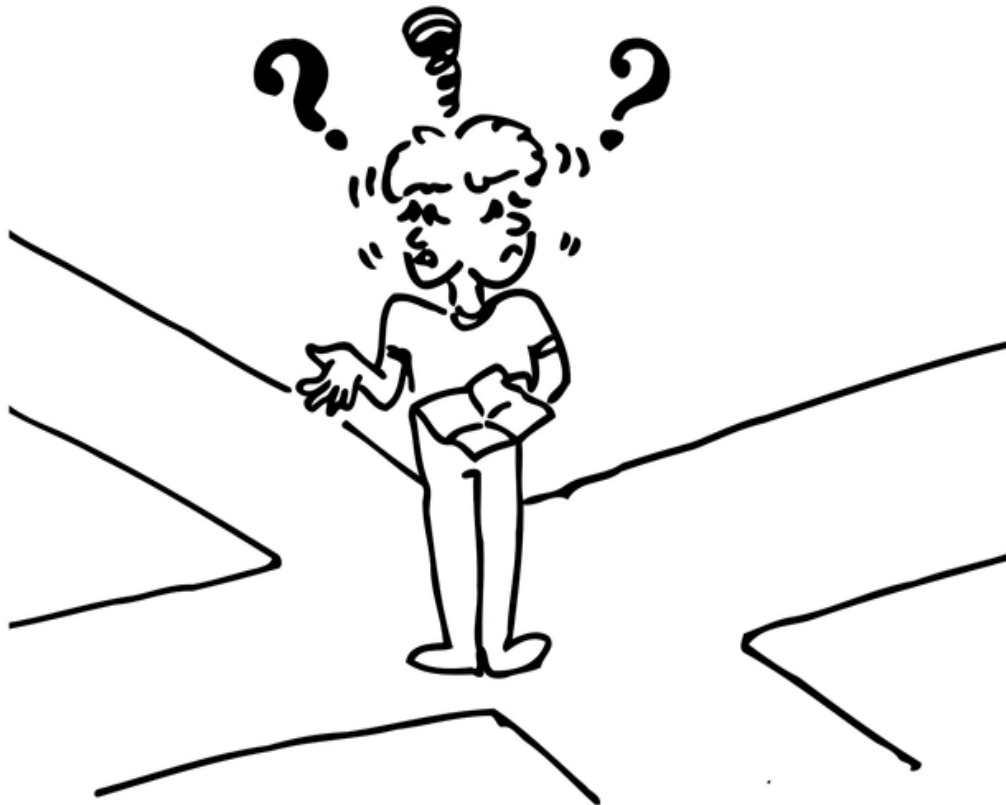


De weg van een Wiskunstenaar



Onderzoek naar de ontwikkeling in vragen tijdens het modelleren.

VOORWOORD

In het kader van mijn opleiding tot 1^e graadsdocent wiskunde heb ik onderzoek gedaan naar de vragen die leerlingen stellen om de stof onder de knie te krijgen. Dit heb ik gedaan omdat tijdens les observaties is het mij opgevallen dat de communicatie tussen de docent en de leerling lang niet altijd vlekkeloos verloopt. Regelmatig zie ik vraagtekens op het gezicht van de leerling als de docent hem een vraag stelt. Ook komt het voor dat een leerling een vraag stelt, een antwoord krijgt, maar het antwoord niet begrijpt. Is het antwoord te moeilijk voor de leerling? Is de docent niet duidelijk? Begrijpt de docent wel wat de leerling heeft gevraagd?

Het zal mij ook overkomen dat ik een vraag van een leerling niet goed interpreteer. Maar ik wil leerlingen zo goed mogelijk helpen in hun leerproces. Hierdoor ben ik nieuwsgierig naar of er misschien een verband is tussen hun leerproces en hun vragen.

Voor dit onderzoek wil ik allereerst de twee leerlingen 4 VWO wiskunde D van het Montessori college te Hengelo bedanken voor hun medewerking. Tevens hebben zij mij geïnspireerd tot de titel van dit verslag: *De weg van een Wiskunstenaar*. Deze leerlingen hebben het in zich om een wiskunstenaar te worden, want ook een wiskunstenaar moet de kunst van de wiskunde met vallen en opstaan onder knie krijgen. Connie Larmené wil ik bedanken voor het beschikbaar stellen van deze twee leerlingen gedurende zes lessen en ook voor haar goede ideeën. Tevens wil ik Nellie Verhoef bedanken voor de inspiratie, het enthousiasme en het geduld.

SAMENVATTING

Dit onderzoek is gedaan om inzicht te krijgen in de vragen die de leerlingen stellen. Stellen leerlingen die verder in hun leerproces zitten andere vragen dan leerlingen die nog niet zo ver zijn? Om hier inzicht in te krijgen is gewerkt met de volgende hoofdvraag:

Is er een ontwikkeling waar te nemen in de vragen die de leerlingen over het modelleren stellen naarmate zij verder komen in het leerproces?

Aan dit onderzoek heeft de hele wiskunde D klas van het Montessori College te Hengelo meegewerkt. Deze klas bestaat uit twee enthousiaste leerlingen die voor de eerste keer hebben gemodelleerd. De vragen die deze leerlingen tijdens hun leren hebben gesteld, worden in dit onderzoek ingedeeld aan de hand van de theorie van Tall, naar fasen van het leerproces. Deze theorie gaat over de ontwikkeling tot een krachtige cognitieve structuur en zegt dat voor het doorgronden van een onderdeel van de wiskunde altijd dezelfde fasen doorlopen worden. Het gaat hier om de volgende fasen:

- | | |
|----------------|---|
| Pre-procedure: | De leerling weet niet wat de opgave inhoud. |
| Procedure: | De leerling heeft een stap voor stap oplosmethode. |
| Proces: | De focus van de leerling ligt op de input-output relatie van het systeem. |
| Procept: | De leerling ziet het modelleren als een proces dat uitgevoerd kan worden door verschillende procedures en als een object waar iets mee gedaan kan worden. |

Er is een ontwikkeling waar te nemen in de vragen die de leerlingen over het modelleren stellen naarmate zij verder komen in hun leerproces. Zo hebben de leerlingen bij het ongestructureerd oplossen van een model (eerste lessen) vorderingen gemaakt, wat ook zorgde voor andere soort vragen gedurende deze lessen.

De leerlingen hebben niet geleerd om de modelleercyclus toe te passen, wat ook blijkt uit de vragen die ze stellen. Ze zijn voor het toepassen van de modelleercyclus in de pre-procedurefase blijven steken en stellen ook vragen die bij deze fase van het leerproces horen. Voor het niet doormaken van een ontwikkeling binnen de onderzochte omgeving zijn de volgende redenen aan te wijzen:

- De docent heeft de leerlingen niet uitgedaagd door meer gevorderde vragen te stellen.
- De leerlingen hebben niet geleerd om de modelleercyclus toe te passen op eenvoudige opgaven, waardoor ze deze technieken verder niet kunnen gebruiken.
- De docent heeft niet gemonitord of de leerlingen de modelleercyclus wel kunnen toepassen.

Ondanks dat een geringe populatie heeft meegedaan aan het onderzoek, kunnen er toch een paar aanbevelingen worden gedaan.

- Het doel van de te maken opgaven moet de leerling duidelijk zijn.
- In de opleiding van de docent moet aanbod komen, wat voor soort vragen gesteld kunnen worden, om de leerlingen uit te dagen.

INHOUDSOPGAVE

Voorwoord	2
Samenvatting	3
1. Inleiding.....	5
1.1 Probleemstelling en hoofdvraag	5
1.2 Wat is modelleren?	5
1.3 Fasen van het Leerproces	6
1.4 Methode	6
1.5 Leeswijzer	6
2. Theoretisch kader	7
2.1 Cognitieve structuur volgens Tall.....	7
2.2 Van pre-procedure tot procept	10
3. Methode.....	13
3.1 Deelnemers.....	13
3.2 Onderzoeksinstrumenten	13
3.3 Materiaal	13
3.4 Procedure	14
3.5 Dataverzameling	15
3.6 Dataverwerking.....	15
3.7 Data-analyse	15
4. Resultaten onderzoek.....	17
4.1 Resultaten per les	17
4.1.1. Vragen van de leerlingen aan de docent	17
4.1.2 Vragen van de docent	18
4.1.3 Vragen aan de medeleerling	18
4.2 Resultaten per hoofdstuk	19
4.2.1 Hoofdstuk 1: Modelleren, wat is dat?	19
4.2.2 Hoofdstuk 2: Modelleercyclus.....	21
4.2.3 Hoofdstuk 3: Jezelf vragen leren stellen.....	23
4.2.4 Hoofdstuk 4: Modelsituatie.....	26
4.3 Samenvatting resultaten onderzoek	28
5. Conclusie, Discussie en Aanbevelingen	29
5.1 Conclusie	29
5.1.1 Deelconclusies	29
5.1.2 Eindconclusie.....	30
5.2 Discussie	30
5.3 Aanbevelingen	30
6. Literatuurlijst	31
7. Bijlagen	32

1. INLEIDING

1.1 PROBLEEMSTELLING EN HOOFDVRAAG

Tijdens lesobservaties is het mij opgevallen dat de communicatie tussen de docent en de leerling lang niet altijd vlekkeloos verloopt. Regelmatig zie ik vraagtekens op het gezicht van de leerling als de docent hem een vraag stelt. Ook komt het voor dat een leerling een vraag stelt, een antwoord krijgt, maar het antwoord niet begrijpt. Is het antwoord te moeilijk voor de leerling? Is de docent niet duidelijk? Begrijpt de docent wel wat de leerling heeft gevraagd?

Hoe dan ook, ik heb het idee van miscommunicatie tussen docent en leerling. Naar mijn mening is de docent zich op dat moment niet voldoende bewust van het kennisniveau van de leerling. Dit is een wezenlijk probleem, want het staat een goede begeleiding in de weg. Door een te moeilijk antwoord zal de leerling zich dom voelen, waardoor hij minder zelfvertrouwen krijgt en zijn resultaten achteruit zullen gaan. Door een te eenvoudig antwoord zal de leerling zich onbegrepen voelen. In beide gevallen leren de leerlingen niet optimaal. Dit fascineert mij, omdat ik me realiseer dat ik hier in de praktijk ook tegen aan zal lopen. Het zal mij ook overkomen dat ik een vraag van een leerling niet goed interpreteer, met alle gevolgen van dien.

Daarom komt bij mij de vraag naar boven of er een verband bestaat tussen vragen van de leerlingen over een onderdeel van de wiskunde en hun vorderingen op dat onderdeel. Als er een verband is dan kan ik de vragen van de leerlingen gebruiken om ze verder te helpen in hun leerproces. Ook kan ik de vragen gebruiken om de vorderingen van de leerlingen bij te houden. Bijvoorbeeld: "Gaan leerlingen andere vragen stellen als ze langer met een bepaald onderdeel aan de slag zijn?" Om hier beter inzicht in te krijgen is gewerkt met de volgende hoofdvraag:

Is er een ontwikkeling waar te nemen in de vragen die de leerlingen over het modelleren stellen naarmate zij verder komen in het leerproces?

1.2 WAT IS MODELLEREN?

Modelleren is een onderdeel van het wiskunde D programma. De kern van het modelleren is het maken van een vereenvoudiging van de werkelijkheid. In deze vereenvoudiging zijn nog alle belangrijke eigenschappen terug te vinden die nodig zijn voor de beschrijving van een bepaald verschijnsel. De leerlingen gaan dus leren om een alledaags verschijnsel wiskundig te beschrijven om zo inzicht te krijgen in dit verschijnsel.

1.3 FASEN VAN HET LEERPROCES

Zoals in meer detail in hoofdstuk 2 wordt besproken, zijn de fasen van het leerproces de fasen die een leerling moet doorlopen om een onderdeel van de wiskunde geheel te begrijpen (Barnard & Tall, 2001). Een leerling die het onderdeel geheel heeft doorgrond, heeft altijd deze fasen doorlopen. De fasen van het leerproces zijn:

Pre-procedure:	De leerling weet niet wat de opgave inhoud.
Procedure:	De leerling heeft een stap voor stap oplosmethode.
Proces:	De focus van de leerling ligt op de input-output relatie van het systeem.
Procept:	De leerling ziet het modelleren als een proces dat uitgevoerd kan worden door verschillende procedures en als een object waar iets mee gedaan kan worden.

In dit onderzoek zijn deze fasen van het leerproces gebruikt om een classificatieschema op te stellen. Waarna de vragen van de leerlingen ingedeeld zijn bij een fase.

1.4 METHODE

In hoofdstuk 3 wordt de methode van het onderzoek beschreven. Twee wiskunde D leerlingen hebben gedurende zes lessen gewerkt uit de Startmodule Modelleren van het Steunpunt Wiskunde D. De leerlingen hebben alle zes lessen naast elkaar gezeten, tegenover de docent. Al deze lessen zijn met video opgenomen. Naderhand zijn de vragen uit deze opnamen getranscribeerd, waarna deze vragen aan de hand van de theorie zijn ingedeeld bij de fasen van het leerproces. Na deze indeling is gekeken of leerlingen in een later stadium meer gevorderde vragen gaan stellen.

1.5 LEESWIJZER

Hoofdstuk 2 spitst zich toe op de theorie van David Tall over de ontwikkeling tot een krachtige cognitieve structuur. Volgens Tall gaat deze ontwikkeling altijd langs dezelfde fasen. Deze fasen zijn in de laatste paragraaf (2.4) van dit hoofdstuk verder uitgediept om zo te kunnen gebruiken voor het classificatieschema (paragraaf 3.7).

In hoofdstuk 3 komt de methode van het onderzoek aan de orde. Dit omvat: de deelnemers, de onderzoeksinstrumenten, het materiaal, de procedure, de data- verzameling, -verwerking, en -analyse. De onderzoeksresultaten zijn verwerkt in hoofdstuk 4 en worden in dit hoofdstuk ook bediscussieerd. Hoofdstuk 5 sluit af met de conclusies, discussie en aanbevelingen. In de bijlagen zijn tot slot de geëncrypteerde vragen en alle resultaten te vinden.

2. THEORETISCH KADER

In dit onderzoek wordt gekeken naar de ontwikkeling in vragen van de leerlingen bij het modelleren. Het modelleren is voor deze leerlingen een nieuw onderdeel van de wiskunde. Volgens Tall (2001) gaat het leren van een nieuw wiskunde onderdeel altijd via dezelfde fasen, ook wel fasen van het leerproces genoemd. Als de leerlingen alle fasen doorlopen hebben, beschikken ze over een krachtige cognitieve structuur voor dat onderdeel van de wiskunde. Ze kunnen dan flexibel over dat onderdeel nadenken.

De fasen die de leerlingen moeten doorlopen om tot een krachtige cognitieve structuur te komen, worden in dit onderzoek gebruikt voor het classificeren van de vragen van de leerlingen. Daarom is het van belang om goed duidelijk te hebben wat deze structuur behelst (paragraaf 2.1). Ook is het nuttig om een goed beeld te hebben van de fasen die de leerlingen moeten doorlopen om tot deze krachtige cognitieve structuur te komen (paragraaf 2.2).

2.1 COGNITIEVE STRUCTUUR VOLGENS TALL

David Tall zijn theorie spitst zich toe op het wiskundig denken en hierbij de ontwikkeling van de cognitieve structuur. Volgens Tall is het wiskundig denken een multiprocessing systeem waarmee het maken van complexe beslissingen gereduceerd kan worden tot handelbare niveaus. Dit reduceren tot handelbare niveaus gebeurt door het onderdrukken van onbelangrijke details en het focussen van al de aandacht op de belangrijke informatie.

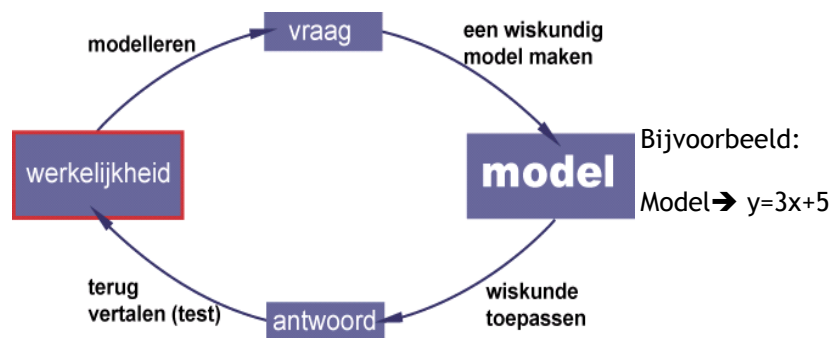
Een stukje informatie waar bewust op kan worden gefocust noemt Tall een cognitieve eenheid. Een cognitieve eenheid kan een symbool zijn, een specifiek feit als $3 + 4 = 7$, een generiek feit als 'de som van twee even getallen is even', een relatie als $\sin^2(\theta) + \cos^2(\theta) = 1$, een zin, een stap in een bewijs, een stelling, enzovoorts. Het totaal van alle cognitieve eenheden en hun verbindingen vormen de cognitieve structuur (Barnard & Tall, 2001). Tall gebruikt samen met Crowley (1999) twee metaforen voor cognitieve structuren. Dit is gebaseerd op Hiebert & Carpenter (1992, p.67), die schreven:

Wij geloven dat het handig is om twee metaforen te gebruiken voor het cognitieve netwerk gestructureerd in verticale hiërarchie of als web. Als netwerken hiërarchisch gestructureerd zijn dan tellen sommige representatie op bij andere representaties, representaties passen als details onder of samen met meer generieke representaties. Generalisaties zijn voorbeelden van overschaduw of paraplu representaties, en speciale gevallen zijn voorbeelden van details. In de tweede metafoor wordt het netwerk gezien als een spinnenweb. De knooppunten kunnen worden gezien als stukjes van de gerepresenteerde informatie en de verbindingen tussen de knooppunten als de connecties of relaties.

Volgens Tall kan de cognitieve structuur het best benaderd worden door een model waarin de hiërarchische structuur wordt gecombineerd de webstructuur. Het komt er dan op neer dat de cognitieve structuur een web is, waarbinnen in elk knooppunt een hiërarchische structuur zit. Dus in elk knooppunt staan de generieke representaties boven de details of vallen ermee samen.

De cognitieve structuur is dan op te vatten als een web van verbonden cognitieve eenheden. De cognitieve eenheden vormen dan de knooppunten van het web. Wanneer een individu zijn aandacht richt op een cognitieve eenheid, kunnen de verbindingen van het web zijn gedachten leiden naar de desbetreffende eenheid. Deze eenheid kan als het nodig is ook zelf uitgepakt worden (Barnard & Tall, 2001). Stel dat tijdens het modelleren een model doorgerekend moet worden, dan kan gebruik worden gemaakt van de al aanwezige wiskundige kennis die opgeslagen ligt in één of meerdere

cognitieve eenheden. Dus als een leerling zich richt op het wiskundig model in de modelleercyclus (figuur 2-1), dan zal de cognitieve eenheid die bij dit wiskundig model hoort uitgepakt worden.



Figuur 2-1: Modelleercyclus (startmodule modelleren).

Volgens Tall (2001) spelen er twee factoren een rol bij het opbouwen van een krachtige cognitieve structuur en het minimaliseren van de cognitieve inspanning. Het gaat hierom:

- De mogelijkheid tot comprimeren van informatie tot cognitieve eenheden, bijvoorbeeld een klein kind heeft voor het tellen van knikkers een hele collectie cognitieve eenheden nodig. Na verloop van tijd wordt deze collectie vervangen door een getal, dus door bijvoorbeeld 9 knikkers.
- De mogelijkheid tot het vormen van verbindingen tussen de cognitieve eenheden, bijvoorbeeld voor het leggen van de verbanden tussen de verschillende wiskunde gebieden.

Tall zegt dat een individu met een goed gecomprimeerde cognitieve structuur en de relevante verbindingen tussen de cognitieve eenheden, veel efficiënter relaties kan leggen tussen de eenheden dan iemand met een veel meer diffuse cognitieve structuur.

Als de cognitieve eenheden zelf klein zijn en diffuse connecties hebben, dan kost de poging om een probleem op te lossen, die betrekking heeft op die eenheden, veel meer energie. In een dergelijke situatie gaat het werkgeheugen van de ene focus naar de andere en kan hierbij het spoor bijster worden. Er moeten immers heel veel verschillende verbindingen gevolgd worden. Dit komt overeen met de observatie dat beter toegeruste geheugens minder moeite hebben bij cognitieve inspanningen en op deze manier een grotere potentie ontwikkelen en steeds beter worden. Cognitieve structuren met meer diffuse verbindingen hebben steeds meer moeite en voor hen wordt de kans op falen steeds groter. Tall gelooft dat het verschil in de cognitieve structuur een fundamentele factor is tussen degenen die succesvol worden en degenen die niet succesvol worden in de wiskunde.

Crowley & Tall (1999) beschouwden in dit verband 'een lineair vergelijkingsschema'. Het onderstaande stelt steeds hetzelfde voor maar ziet er steeds anders uit.

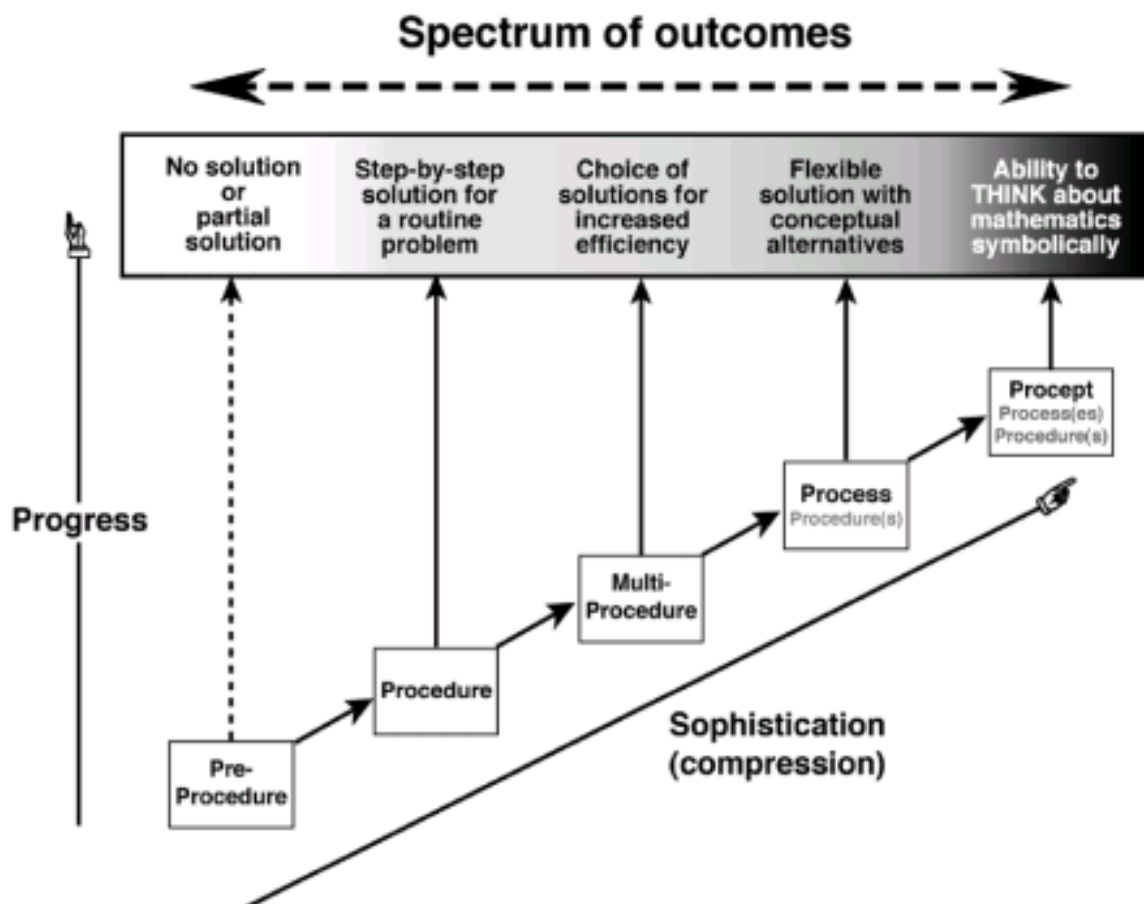
- de vergelijking $y = 3x+5$,
- de vergelijking $3x-y = -5$,
- de vergelijking $y-8 = 3(x-1)$,
- de grafiek van $y = 3x+5$ als een lijn,
- de lijn door $(0,5)$ met de helling 3,
- de lijn door de punten $(1,8)$, $(0,5)$.

Voor leerlingen met meer diffuse verbindingen zouden dit zes verschillende cognitieve eenheden kunnen zijn. Deze leerlingen hebben dan tussenstappen en procedures nodig om de relatie tussen de

'voorstellingen' te zien. Een leerling met een goed gecomprimeerde cognitieve structuur heeft het besef dat alle 'voorstellingen' in feite hetzelfde zijn. De eerder kleinere cognitieve eenheden zijn dan al versmolten tot één krachtige eenheid. Deze eenheid biedt op dit gebied dan veel meer mogelijkheden bij het oplossen van deze problemen. Het geheel is dan meer dan de som van de delen ($1+1=3$). De leerling heeft dan overzicht en kan deze kennis flexibeler inzetten bij het oplossen van nieuwe problemen.

Volgens Tall (2007) gaat de ontwikkeling tot een krachtige cognitieve structuur langs de hieronder staande fasen. Elke fase staat voor meer compressie en relevante verbindingen (zie figuur 2-2).

- Pre-procedure: De leerling weet niet wat de opgave inhoud.
- Procedure: De leerling heeft een stap voor stap oplosmethode.
- Proces: De focus van de leerling ligt op de input-output relatie van het systeem.
- Procept: De leerling ziet het modelleren als een proces dat uitgevoerd kan worden door verschillende procedures en als een object waar iets mee gedaan kan worden.



Figuur 2-2: De ontwikkeling van proceptueel denken in de wiskunde (Barnard & Tall, 2007, gebaseerd op Gray, Pitta, Pinto & Tall, 1991, p. 121).

2.2 VAN PRE-PROCEDURE TOT PROCEPT

Dit onderzoek gaat over de vragen die leerlingen stellen om te komen van geen oplossing voor een probleem tot het symbolisch over het probleem na kunnen denken. Het gaat dus om de vragen die de leerlingen zelf stellen om tot een sterk gecomprimeerde cognitieve structuur met de relevante verbindingen te komen. Dit gaat langs de weg van pre-procedure, via procedure, via multi-procedure, via proces tot en met procept. Het hele leerproces begint meestal met een stap voor stap procedure welke langzamerhand door de routine een proces wordt. Als de procedures een proces zijn geworden, wordt de procedure als geheel gezien wat niet uitgevoerd hoeft te worden. Symbolen kunnen dan gebruikt worden om te schakelen tussen de procedures of het proces aan de ene kant en het mentale concept aan de andere kant.

Crowley & Tall (1999) beschouwden voor de beschrijving van de kracht van de cognitieve structuur 'een lineair vergelijkingsschema' (zie paragraaf 2.1). Twee weergaven uit dit schema worden in deze paragraaf gebruikt voor het beschrijven van elke fase van het leerproces uit Figuur 2-2.

Pre-procedure

Dit is de situatie voordat er iets geleerd gaat worden. Er is nog geen cognitieve structuur om de opgave op te lossen of om er überhaupt iets mee te kunnen.

Als een leerling die gevorderd is tot de pre-procedurefase gevraagd wordt om van beide onderstaande elementen een grafiek te tekenen, dan zal hij geen idee hebben hoe dit aan te pakken.

- de vergelijking $y = 3x + 5$,
- de lijn door de punten (1,8), (0,5).

Procedure

Een procedure bestaat uit een eindig aantal opeenvolgende acties en beslissingen die samenhangende reeks vormen. Het kan gezien worden als een stap voor stap oplosmethode, waarbij elke stap de volgende stap initieert.

Als een leerling die gevorderd is tot de procedurefase gevraagd wordt om beide onderstaande elementen in een grafiek te tekenen, dan zal hij stap voor stap een procedure volgen om hiertoe te komen.

- de vergelijking $y = 3x + 5$,
- de lijn door de punten (1,8), (0,5).

De leerling ziet twee verschillende elementen en zal dus voor elk element een verschillende procedure volgen. Voor de vergelijking $y = 3x + 5$ gaat de leerling waarschijnlijk een tabel maken om de y bij een aantal waarden voor x te berekenen. En voor de lijn door twee punten moet de leerling eerst de punten in een assenstelsel tekenen en daarna een lijn erdoor heen trekken. Pas als de leerling dit gedaan heeft, komt deze leerling erachter dat beide elementen hetzelfde voorstellen.

Multi-procedure

Bij een leerling die gevorderd is tot de multi-procedurefase zijn een aantal procedures aanwezig die allemaal hetzelfde resultaat geven. Er wordt door de leerling nog sterk gekeken hoe de procedures uitgevoerd moeten worden. Het blijkt ook dat leerlingen met meerdere procedures hogere cijfers halen dan leerlingen met maar één procedure (Tall, 2007).

Een leerling die gevorderd is tot deze fase zal naast de hierboven beschreven procedure nog één of meerdere procedures kunnen gebruiken om erachter te komen dat de twee elementen eenzelfde grafiek hebben.

- de vergelijking $y = 3x+5$,
- de lijn door de punten (1,8), (0,5).

De leerling ziet hier ook twee verschillende elementen en zal dus voor elk element een verschillende procedure volgen. Het verschil met de vorige fase is dat de leerling nu meer procedures tot zijn beschikking heeft. Zo zou het kunnen zijn dat de leerling nu bij de vergelijking meteen een aantal punten in de grafiek tekent. De leerling heeft er dan dus een procedure bij. Maar er geldt nog steeds dat de leerling pas aan het eind ziet dat beide elementen hetzelfde voorstellen.

Proces

Deze term wordt gebruikt als de procedures door de leerling gezien wordt als een geheel. In deze fase is de focus van hem verlegd naar de input en output van het systeem. Er wordt minder gekeken naar de wijze waarop de procedure uitgevoerd moet worden. Het is nu mogelijk om te kiezen voor de handigste procedure voor de desbetreffende opgaven.

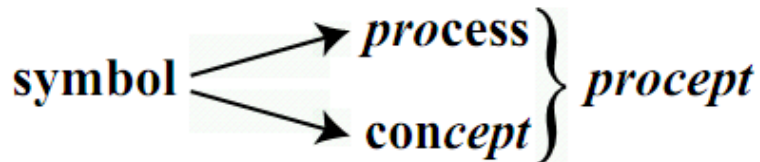
Een leerling die gevorderd is tot de proces fase zal zijn handigste procedure kunnen uitkiezen om te zien dat beide onderstaande elementen hetzelfde voorstellen.

- de vergelijking $y = 3x+5$,
- de lijn door de punten (1,8), (0,5).

Een dergelijke leerling zal bijvoorbeeld de punten invullen in de vergelijking en meteen zien dat hij maar één grafiek hoeft te tekenen. Voor een dergelijke leerling zijn beide elementen verschillende representaties voor dezelfde grafiek. Elk element heeft voor deze leerling echter wel een andere procedure.

Procept

Proceptueel denken wordt gekarakteriseerd door de mogelijkheid om verschillende stadia te comprimeren tot manipuleerbare symbolen (Gray en Tall, 2001). De symbolen worden zowel als objecten als concepten beschouwd en kunnen flexibel gebruikt worden (zie figuur 2.3). Deze flexibiliteit zorgt voor een krachtigere mentale manipulatie en reflectie zodat het aan de wieg kan staan van nieuwe theorie. In dit stadium is er bij de leerling een goed gecomprimeerde structuur en zijn alle relevante verbindingen aanwezig.



Figuur 2.3: Symbool wat gezien kan worden als een proces en als een concept, wat samen een procept is (Tall 2000).

Een leerling die gevorderd is tot deze fase zal meteen zien dat beide elementen hetzelfde voorstellen.

- de vergelijking $y = 3x+5$,
- de lijn door de punten $(1,8)$, $(0,5)$.

Een dergelijke leerling zal bijvoorbeeld meteen aangeven dat beide elementen door $(0,5)$ gaan en dat de helling 3 is.

3. METHODE

3.1 DEELNEMERS

In dit onderzoek is gekozen voor 4 VWO wiskunde D. Hiervoor zijn twee redenen. De eerste reden is dat deze leerlingen voor de eerste keer met het modelleren aan de slag gaan. Voor hen een nieuw onderdeel van de wiskunde, waardoor ze op dit gebied nog geen vorderingen hebben gemaakt.

De tweede reden is dat wiskunde D leerlingen, meer dan andere leerlingen, de capaciteiten en wil hebben om een nieuw onderdeel geheel te doorgronden. De kans is bij deze leerlingen dan ook het grootst dat zij meetbare vorderingen maken en dat hiermee hun manier van communiceren over dit onderdeel in zes lessen verandert.

Op het Montessori College te Hengelo was de hele klas 4 VWO wiskunde D klas bereid mee te werken aan het onderzoek. De klas bestaat uit twee enthousiaste jongens van 15 à 16 jaar oud.

3.2 ONDERZOEKSINSTRUMENTEN

Om de gegevens te verkrijgen over de vragen die de leerlingen stellen zijn alle lessen met een video opgenomen. Alleen de geluidsopnames van de video zijn gebruikt. Deze opnames zijn gebruikt om alle vragen van de leerlingen te transcriberen.

3.3 MATERIAAL

De leerlingen hebben gewerkt met de Startmodule Modelleren van het Steunpunt Wiskunde D van de Universiteit Twente. Deze module gaat uit van één context. Hierbij is de gedachte dat het leerproces dan niet gestuurd wordt door de opgaven, maar door de vragen die de leerlingen zelf stellen (Simons & Lodewijks, 1999).

Deze module bestaat uit vier hoofdstukken, te weten:

1. Modelleren, wat is dat?
2. Modelleercyclus
3. Jezelf vragen leren stellen
4. Enkele model situaties

Het eerst hoofdstuk is opgebouwd uit relatief simpele problemen. Eerst worden de leerlingen uitgenodigd om zelf een oplossing te verzinnen voor het probleem. Mocht dit niet lukken, dan zijn er een aantal opgaven die de leerlingen door kunnen werken om alsnog tot een oplossing te komen. In dit hoofdstuk komen alle aspecten van de modelleercyclus al aan bod. Het doel van het hoofdstuk is echter om de leerlingen alleen nog maar kennis te laten maken met modelleren.

In het tweede hoofdstuk wordt uitgelegd wat een modelleercyclus eigenlijk is, aan de hand van de opgaven uit hoofdstuk 1. De stappen van de modelleercyclus worden de leerlingen duidelijk gemaakt door met ze te reflecteren op de gekozen aanpak. Voor deze reflectie zijn een aantal vragen geformuleerd die hierbij helpen. De leerlingen moeten na dit hoofdstuk de stappen van een

modelleercyclus herkennen. Ook moeten ze weten welke activiteiten bij welke modelleerstep horen. De stappen in een modelleercyclus zijn:

1. van werkelijkheid naar probleemsituatie
2. van probleemsituatie naar wiskundig model
3. van wiskundig model naar uitwerking
4. van uitwerking naar de werkelijkheid

De leerlingen moeten leren om een opgave op te delen in deze stappen en weten wat ze bij elke stap moeten doen. Dit kan leerlingen helpen om meer complexe, opgaven waarvan ze niet meteen de oplossing zien, op te lossen.

Dit hoofdstuk sluit af met twee relatief simpele opgaven zonder hulpvragen. Deze moeten de leerlingen maken aan de hand van deze stappen van de modelleercyclus.

Jezelf vragen leren stellen is de titel van hoofdstuk 3. Zoals de titel al zegt leren de leerlingen in dit hoofdstuk zichzelf hulpvragen stellen. Dit is nodig omdat ze anders de stappen van de modelleercyclus niet zelfstandig kunnen zetten. In de eerste opgave van dit hoofdstuk worden de leerlingen aan de hand genomen, want bij elke modelleerstep zijn een aantal hulpvragen gesteld. Bij de andere opgaven moeten de leerlingen zelf de hulpvragen bedenken. Wel kunnen ze gebruik maken van de hulpvragen in de bijlage van de module. Na dit hoofdstuk moeten de leerlingen op een gestructureerde manier de modelleercyclus kunnen doorlopen.

Om op het juiste moment de juiste hulpvraag te stellen, moeten de leerlingen al duidelijk hebben hoe de modelleercyclus in elkaar zit. De hulpvragen zijn namelijk per stap van de modelleercyclus geformuleerd.

In het laatste hoofdstuk van de module staan een paar lastigere modelsituaties die de leerlingen moeten kunnen maken met de kennis die ze in de voorgaande hoofdstukken hebben opgedaan. Zij kunnen dan duidelijk aangeven welke stappen ze hebben gezet, welke aannames ze hebben gedaan, wat ze hebben vereenvoudigd en welke grootheden en eenheden er zijn. Met het voorgaande kunnen ze dan berekeningen maken die ze kunnen vergelijken met de werkelijkheid. Als het nodig is moeten de leerlingen hun model ook kunnen bijstellen. Van dit alles kunnen ze dan een verslag maken waarin de stappen van het modellerenproces duidelijk naar voren komen.

3.4 PROCEDURE

Zoals reeds in de inleiding is vermeld, worden de vragen van de leerlingen in dit onderzoek geanalyseerd. Hierbij gaat het in eerste instantie om de vragen die de leerlingen zelf aan de docent stellen. Dit zijn immers de vragen waar een docent in de les mee te maken krijgt. De vragen tussen de leerlingen onderling en de vragen van de docent aan de leerlingen zijn in de resultaten wel meegenomen, omdat hier extra informatie in zit.

Alle lessen zijn opgenomen en na de lessen beluisterd. Door de opnames zijn er geen vragen verloren gegaan. Alle vragen uit deze opnamen, dus ook de vragen van de docent, zijn na de lessen getranscribeerd naar Excel (bijlage 1).

Om de vragen van de leerlingen te kunnen analyseren is er eerst een classificatieschema (tabel 3.1) opgesteld aan de hand van de theorie van Tall. Hierna zijn de vragen van de leerlingen ingedeeld in dit classificatieschema en daarmee ingedeeld bij een fase van het leerproces. Uit deze indeling volgen de resultaten.

3.5 DATAVERZAMELING

De leerlingen hebben alle zes lessen naast elkaar gezeten, tegenover de docent. Al deze lessen zijn van begin tot eind opgenomen en hebben plaats gevonden aan het begin van het derde kwartiel in het schooljaar 2009-2010. De lessen duurden allen 60 minuten, maar van de laatste les is maar een half uur aan het modelleren besteed. De leerlingen hebben de opgaven uit de eerste drie hoofdstukken van de module opgelost en één opgave uit hoofdstuk vier. Alle opgaven zijn met meer of minder hulp opgelost. De leerlingen hebben ook aangegeven of ze de opgave goed te doen, te doen of te moeilijk vonden.

Bij twee opgaven hebben de leerlingen aangegeven dat ze die opgaven wel erg makkelijk vinden. Om deze reden is de beleving makkelijk toegevoegd.

3.6 DATAVERWERKING

De vragen van de leerlingen en van de docent zijn volledig getranscribeerd (zie bijlage 1). Alleen de vragen uit de opnamen zijn gebruikt. De pauzes, grapjes en opmerkingen zijn niet gebruikt en worden ook niet genoemd in bijlage 1.

3.7 DATA-ANALYSE

Om de letterlijke vragen van de leerlingen te kunnen analyseren is eerst aan de hand van de theorie een classificatie schema (tabel 3.1) opgesteld. Dit schema is opgesteld aan de hand van de theorie van Tall over de ontwikkeling van de cognitieve structuur bij wiskunde en toegespitst op het modelleren. Voor elke fase in de ontwikkeling van de cognitieve structuur (zie paragraaf 2.3), wordt beschreven wat de kenmerken van die fase zijn, wat het bereikte niveau bij het modelleren is. De leerlingen leren in de startmodule modelleren volgens één stappenplan, daarom is de fase multi-procedure weggelaten.

Ook staat in dit schema bij elke fase van het leerproces de soort vragen die de leerlingen kunnen stellen. Bijvoorbeeld leerlingen die in de pre-procedurefase zitten stellen vooral vragen als: "wat moet ik doen?" "wat is een model?" en leerlingen die in de procedurefase zitten stellen vragen als "zijn er meer variabelen?" "waarom neem ik dit aan?". De letterlijke vragen van de leerlingen zijn vervolgens ingedeeld bij deze soorten van vragen. Zo is een vraag van een leerling: "Dan moeten we dus eerst aannames maken" ingedeeld bij de soort vraag: "wat moet ik doen?". Deze classificatie is voor de betrouwbaarheid door een tweede persoon onafhankelijk herhaald. Drie vragen zijn, na overleg, opnieuw ingedeeld. Dit is minder dan 3%.

Na het indelen van de vragen van de leerlingen bij de fasen van het leerproces is, gekeken of leerlingen in een later stadium ook meer gevorderde vragen stellen. Dit is eerst per les gedaan omdat er in elke les ongeveer evenveel werk wordt verzet. Hiermee is dit een goede graadmeter voor het meten van de vorderingen. Daarna is de analyse ook per hoofdstuk van de Startmodule uitgevoerd om te kijken of de opgebouwde moeilijkheidsgraad zich ook vertaalt naar een ander soort vragen. In de module is namelijk van elk hoofdstuk beschreven wat er geleerd moet worden. Ook is gekeken naar een verband tussen de beleving van de leerling bij de opgaven en de vragen die ze stellen.

Tabel 3.1: Tabel ten behoeve van het analyseren van de vragen van de leerlingen.

Vordering	Uitkomsten	Situatie bij het modelleren	Wat zijn de adequate vervolgvragen?
Pre-procedure	Geen oplossing of geen deel oplossing	Geen voorstelling van de situatie	Wat moet ik doen? Wat is een model? Welke stappen moet ik zetten? Wat betekent dit? Welke grootheden zijn er? Welke eenheden zijn er? Hoe groot zijn de eenheden? Hoe groot is iets? Wat weet ik? Wat neem ik aan? Hoe groot is een variabele?
Procedure	Stap voor stap oplossing voor een routine probleem	Ze kunnen stap voor stap een sterk vereenvoudigd model maken. Leerlingen kunnen het zelfgemaakte model doorrekenen	Is het mogelijk om een parameter variabel te maken? Zijn er meer variabelen? Is er nog een variabele? Wat ben ik aan het doen? Wat gebeurt er als ik nog een parameter variabel maak? Waarom neem ik dit aan? Waarom weet ik dit? Waarom moet ik dit weten? Wat gebeurt er met mijn formule als ik een andere variabele neem? Waarom mogen bepaalde parameters verwaarloosd worden? Waarom worden deze stappen gezet?
Proces	Flexibele omgang met de oplossingsmethode	Het model wordt gezien als iets met een input en een output. De leerling is in staat om het model terug te vertalen naar de werkelijkheid. Het model kan gebruikt worden om over één reële situatie na te denken.	Wat zijn de invloeden van de parameters die worden gebruikt? Waar kan het modelleren nog meer voor gebruikt worden? Kan het op andere gebieden ook gebruikt worden? Welke componenten kunnen toegevoegd worden? Welke componenten kunnen weggelaten worden?
Procept	De kennis hebben om symbolisch over de wiskunde na te denken.	Reflectie op het model en de werkelijkheid. Het model kan in symbolen worden beschreven.	Is er een mogelijkheid om dit te gebruiken voor het formuleren van nieuwe theorieën?

4. RESULTATEN ONDERZOEK

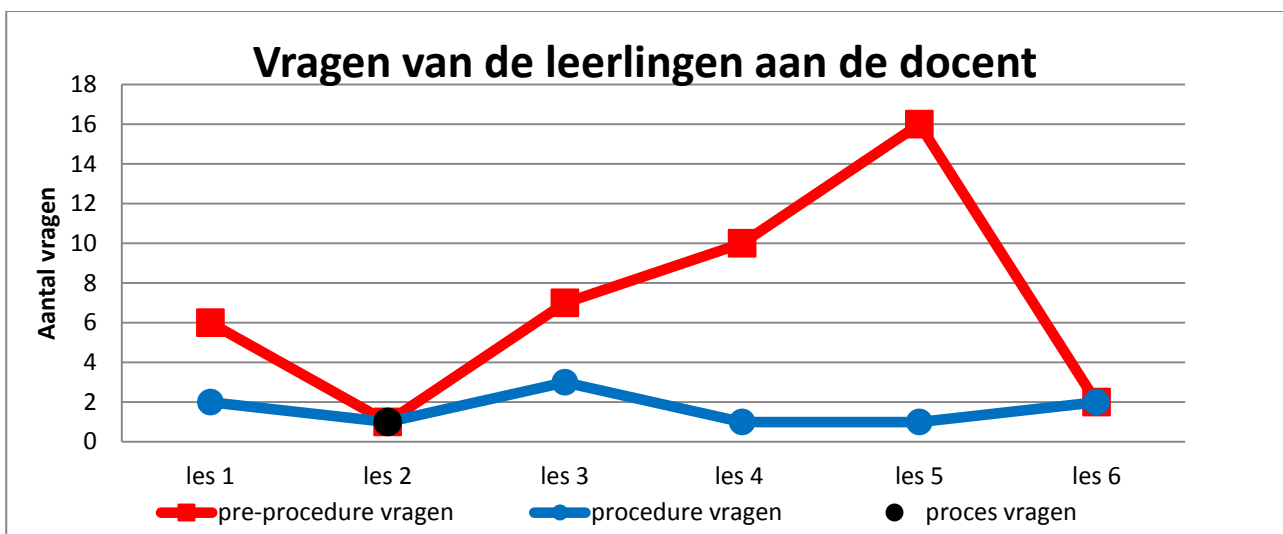
In dit hoofdstuk worden de belangrijkste resultaten uiteengezet. Hierbij is geen onderscheid gemaakt tussen de leerlingen. De leerlingen hebben namelijk, door de tijd heen, dezelfde ontwikkeling laten zien. Ook hebben ze steeds samengewerkt. Een uitgebreide weergave van de resultaten is te vinden in bijlage 1 en bijlage 2. In bijlage 1 staan alle vragen van de leerlingen en de docent zoals die letterlijk gesteld zijn. Deze vragen zijn in bijlage 1 ook ingedeeld in fasen van het leerproces, met behulp van het classificatieschema uit hoofdstuk 3. Vervolgens zijn de vragen per fase van het leerproces geteld. De resultaten hiervan staan in bijlage 2.

Hieronder wordt in paragraaf 4.1 ingegaan op de resultaten per les. Vervolgens worden de resultaten per hoofdstuk van de Startmodule Modelleren in paragraaf 4.2 weergegeven. In deze paragraaf wordt ook ingegaan op de beleving die de leerlingen hebben omtrent de moeilijkheid van de opgaven.

4.1 RESULTATEN PER LES

4.1.1 VRAGEN VAN DE LEERLINGEN AAN DE DOCENT

In figuur 4-1 staat het aantal vragen die de leerlingen aan de docent hebben gesteld. De rode lijn in figuur 4-1 staat voor het aantal pre-procedurevragen. De blauwe lijn staat voor het aantal procedurevragen en het zwarte punt staat voor het aantal procesvragen.

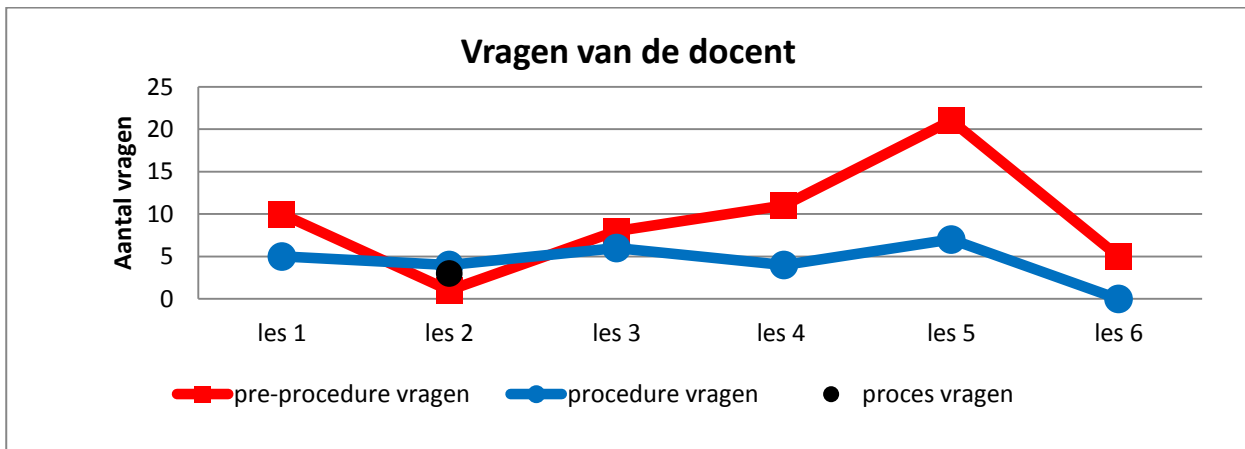


Figuur 4-1: Vragen die de leerlingen per les aan de docent hebben gesteld onderverdeeld per vordering.

In figuur 4-1 is te zien dat de leerlingen steeds meer pre-procedurevragen aan de docent stellen, naarmate ze langer met het modelleren aan de slag zijn. Het aantal procedurevragen blijft ongeveer gelijk. Ook is in dit figuur te zien dat de leerlingen geen proceptvragen en maar één procesvraag hebben gesteld. Deze procesvraag is juist in een les (les 2) gesteld waarin ze verder maar één pre-procedurevraag en één procedurevraag hebben gesteld. Hieruit zou opgemaakt kunnen worden, dat de leerlingen al in les 2 enige hebben grip op de stof. Na deze les blijkt echter het tegendeel. De leerlingen zijn ze juist veel meer pre-procedurevragen gaan stellen. Dit wijst erop dat ze helemaal geen grip hebben op de stof.

4.1.2 VRAGEN VAN DE DOCENT

In figuur 4-2 staat het aantal vragen van de docent. De rode lijn staat voor het aantal pre-procedurevragen. De blauwe lijn staat voor het aantal procedurevragen en het zwarte punt staat voor het aantal procesvragen.

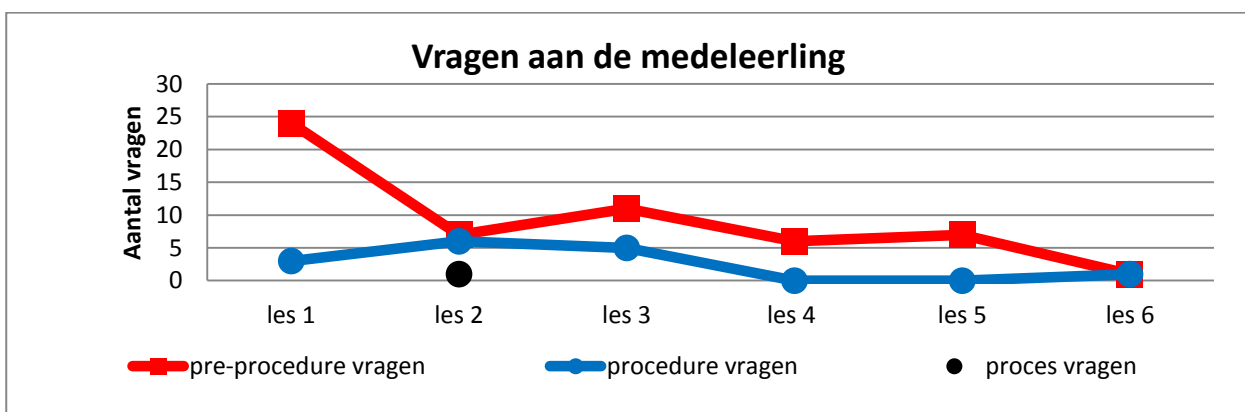


Figuur 4-2: Aantal vragen per les van de docent.

In figuur 4-2 is eenzelfde beeld te zien als in figuur 4-1. Dus ook uit figuur 4-2 blijkt dat de leerlingen in de eerste lessen meer grip op de stof hebben dan in de latere lessen. In dit figuur is te zien dat ook de docent gedurende de lessen steeds meer pre-procedurevragen gaat stellen, terwijl het aantal procedurevragen gelijk blijft. Hieruit kan worden opgemaakt dat de docent de leerlingen niet heeft uitgedaagd. Waarom niet meer procedure en procesvragen stellen om de leerlingen uit te dagen?

4.1.3 VRAGEN AAN DE MEDELEERLING

In figuur 4-3 staat het aantal vragen die de leerlingen elkaar hebben gesteld. De rode lijn in figuur 4-3 staat voor het aantal pre-procedurevragen. De blauwe lijn staat voor het aantal procedurevragen en het zwarte punt staat voor het aantal procesvragen.



Figuur 4-3: Vragen die de leerlingen per les aan elkaar hebben gesteld, onderverdeeld per vordering.

In figuur 4-3 is te zien dat de leerlingen elkaar in de eerste les veel pre-procedurevragen gesteld hebben. Dit komt overeen met de verwachting dit is immers hun eerste kennismaking met modelleren.

In de lijn van deze ontwikkeling stellen de leerlingen elkaar in de tweede en derde les (ook in verhouding) steeds meer procedurevragen. Dus het lijkt erop dat de leerlingen in de eerste drie lessen de stap van pre-procedurefase naar procedurefase hebben gemaakt. Vanaf de vierde les stellen de leerlingen elkaar alleen weer pre-procedurevragen. Dit wijst er dan weer op dat de leerlingen geen vorderingen hebben gemaakt.

Verder valt ook op dat de leerlingen elkaar steeds minder vragen stellen. Deze afname in communicatie tussen de leerlingen loopt parallel met de toename in communicatie tussen de docent en de leerlingen (figuur 4-2).

Dus uit de figuren 4-2 en 4-3 blijkt net als uit figuur 4-1 dat er wel een verandering is in de vragen van de leerlingen en de docent, maar er blijkt geen blijvende ontwikkeling te zijn. Tot en met ongeveer de derde les is er wel een ontwikkeling waar te nemen. De leerlingen gaan namelijk meer “gevorderde” vragen stellen. Deze ontwikkeling zet zich in de vierde en daaropvolgende lessen echter niet door. De leerlingen stellen dan weer voornamelijk pre-procedurevragen. Het blijkt dat de docent hier een cruciale rol in heeft gespeeld. De docent is namelijk na de derde les ook steeds meer pre-procedurevragen gaan stellen en heeft de leerlingen dus niet uitgedaagd.

4.2 RESULTATEN PER HOOFDSTUK

4.2.1 HOOFDSTUK 1: MODELLEREN, WAT IS DAT?

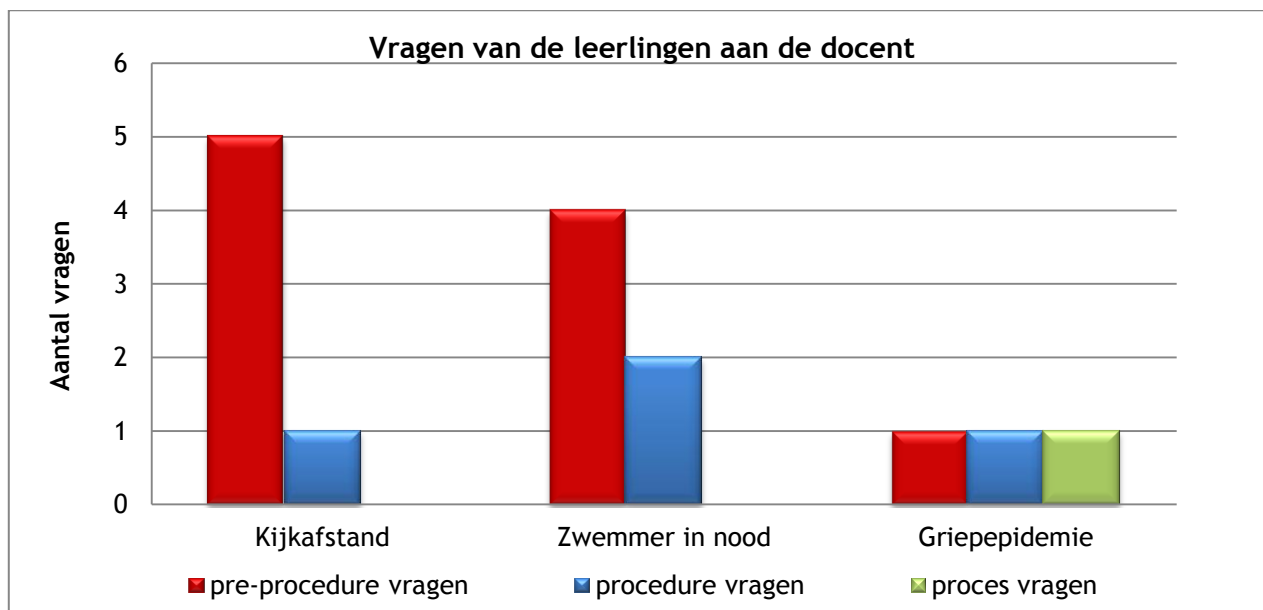
Het doel van het eerste hoofdstuk is: leerlingen kennis laten maken met modelleren aan de hand van relatief simpele problemen. De leerlingen kunnen na dit hoofdstuk ongestructureerd tot een oplossing komen. Het hoofdstuk bestaat uit drie opgaven (“Kijkafstand”, “Zwemmer in nood” en “Griepepidemie”). Zoals in tabel 4.1 is weergegeven hebben de leerlingen de eerste twee opdrachten in de eerste les gedaan en is “Griepepidemie” in de tweede les aanbod gekomen. Ook staat in tabel 4.1 hoe de leerlingen de opgaven beleefden. De leerlingen hebben aangegeven, dat alle drie de opgaven te doen zijn.

Tabel 4-1: Beleving leerlingen per opgave van hoofdstuk 1.

Les	Naam opgave	Beleving leerlingen
1	Kijkafstand	Opgave was te doen
1	Zwemmer in nood	Opgave was te doen
2	Griepepidemie	Opgave was te doen

4.2.1.1 VRAGEN VAN DE LEERLINGEN AAN DE DOCENT

In figuur 4-4 staat het aantal vragen die de leerlingen aan de docent hebben gesteld. De rode staven in staan voor het aantal pre-procedurevragen. De blauwe staven staan voor het aantal procedurevragen en de groene staaf staat voor de procesvragen.



Figuur 4-4: Vragen per vordering die in hoofdstuk 1 per opdracht zijn gesteld door de leerlingen.

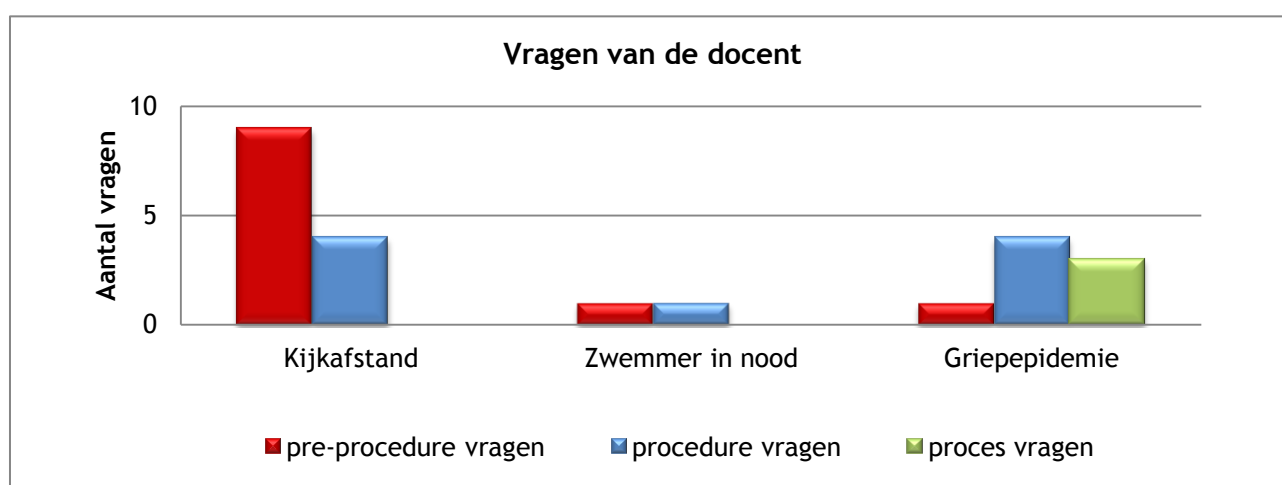
In figuur 4-4 is te zien dat er in totaal 15 vragen zijn gesteld, dit is gemiddeld 5 per opgave. Het totaal aantal vragen dat de leerlingen hebben gesteld is bij de eerste en de tweede opgave gelijk, namelijk 6.

Tijdens het maken van de eerste opgaven hebben de leerlingen de meeste pre-procedurevragen gesteld. In de volgende opgaven wordt dit minder en worden er meer gevorderde vragen gesteld. Tijdens de derde opgave wordt zelfs een procesvraag gesteld. De leerlingen kwamen toen niet meteen tot een bevredigend antwoord.

De leerlingen hebben dus vorderingen gemaakt in het ongestructureerd tot een oplossing komen. Dit wijst er tevens op dat de leerlingen genoeg kennis en inzicht hebben om de module verder door te werken.

4.2.1.2 VRAGEN VAN DE DOCENT

In figuur 4-5 staat het aantal vragen die docent heeft gesteld. De rode staven in figuur 4-5 staan voor het aantal pre-procedurevragen. De blauwe staven staan voor het aantal procedurevragen en de groene staaf staat voor de procesvragen.

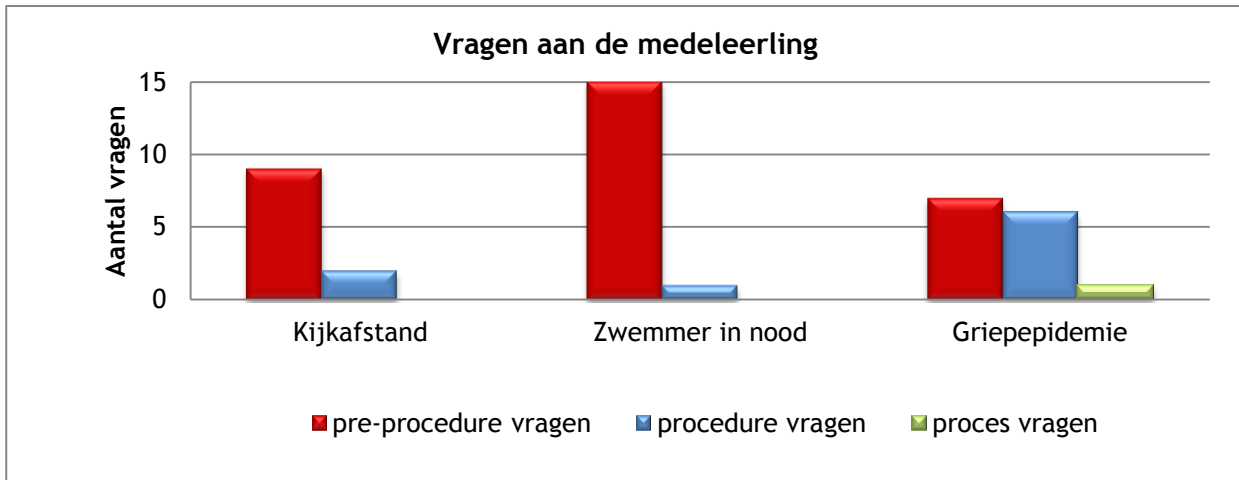


Figuur 4-5: Vragen per vordering die in hoofdstuk 1 per opdracht zijn gesteld door de docent.

Ook de docent (zie figuur 4-5) heeft in verhouding steeds meer gevorderde vragen gesteld. Zo is te zien dat de docent bij de eerste opgave vooral pre-procedurevragen heeft gesteld en bij de laatste opgave vooral procedure en procesvragen heeft gesteld.

4.2.1.3 VRAGEN AAN DE MEDELEERLING

In figuur 4-6 staat het aantal vragen die de leerlingen elkaar hebben gesteld. De rode staven in figuur 4-6 staan voor het aantal pre-procedurevragen. De blauwe staven staan voor het aantal procedurevragen en de groene staaf staat voor het aantal procesvragen.



Figuur 4-6: Aantal vragen die de leerlingen aan elkaar hebben gesteld

In de vragen die de leerlingen elkaar stellen (figuur 4-6) is eenzelfde trend te zien als bij vragen van de docent aan de leerlingen (figuur 4-5) en als bij de vragen van de leerlingen aan de docent (figuur 4-4). Er worden steeds meer gevorderde vragen gesteld. Wat verder opvalt, is dat de leerlingen vooral elkaar vragen stellen en dus vooral samen hebben geleerd om ongestructureerd tot een oplossing te komen. Hiermee hebben ze het leerdoel van hoofdstuk 1 van de Startmodule bereikt.

4.2.2 HOOFDSTUK 2: MODELLEERCYCLUS

Het doel van het tweede hoofdstuk is om de modelleercyclus duidelijk te maken. Dit gebeurt door de modelleercyclus over de opgaven uit hoofdstuk 1 te leggen, waarna de leerlingen deze cyclus zelf bij twee relatief simpele opgaven moeten toepassen. Deze twee opgaven zijn: “hoe snel beweeg je als je stilstaat?” en “trein op schaal”. Zoals in tabel 4.2 te zien is de eerste opgave in de derde les aanbod gekomen en de tweede opgave in de vierde les. Ook staat in tabel 4.2 de beleving van de leerlingen.

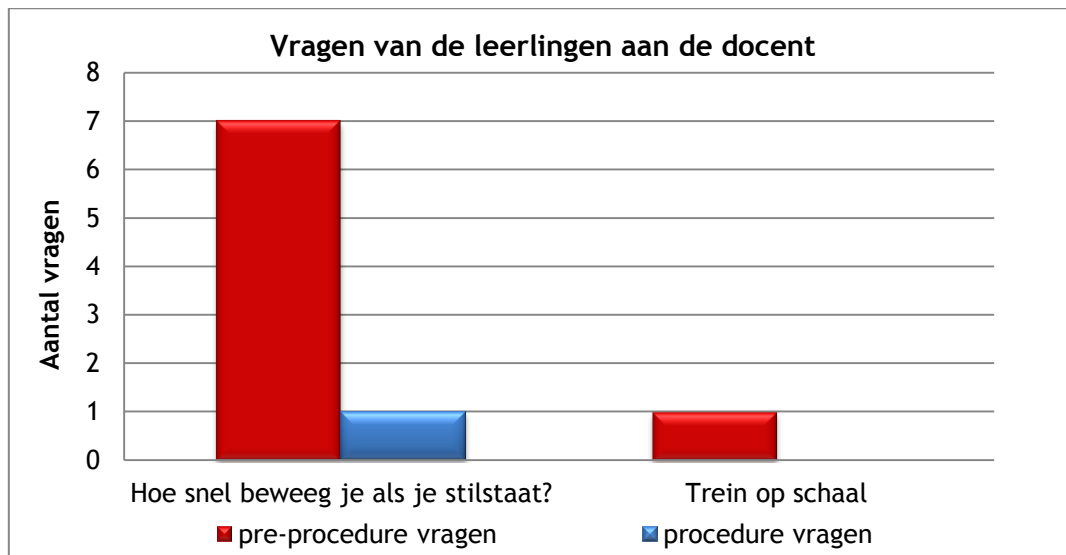
Tabel 4-2: Beleving leerlingen per opgave van hoofdstuk 2.

Les	Naam opgave	Beleving leerlingen
3	Hoe snel beweeg je als je stilstaat?	Opgave was te doen
4	Trein op schaal	Makkelijk

Zoals in tabel 4.2 te zien is, hebben de leerlingen aangegeven dat de opgave “hoe snel beweeg je als je stilstaat?” te doen is. De opgave “Trein op schaal” is volgens hen een makkelijke opgave.

4.2.2.1 VRAGEN VAN DE LEERLINGEN AAN DE DOCENT

In figuur 4-7 staat het aantal vragen van de leerlingen aan de docent. Deze vragen zijn onderverdeeld in pre-procedurevragen (rood) en procedurevragen (blauw). In dit hoofdstuk zijn geen proces- of proceptvragen gesteld.



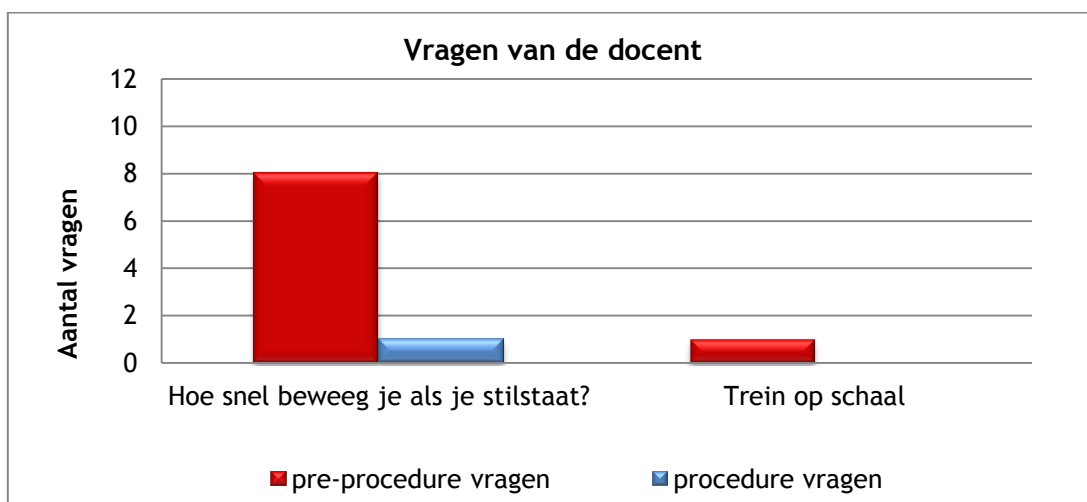
Figuur 4-7: Aantal vragen die de leerlingen aan de docent hebben gesteld in hoofdstuk 2.

In figuur 4-7 is te zien dat de leerlingen in totaal in dit hoofdstuk negen vragen hebben gesteld, dit is gemiddeld 4,5 per opgave. Opvallend hierbij is dat de trend die tijdens het maken van de opgaven uit het eerste hoofdstuk, namelijk afname van het aantal pre-procedurevragen en een toename van meer gevorderde vragen, bij de 4^e opgave ("hoe snel beweeg je als je stilstaat?") niet wordt voortgezet.

De leerlingen stellen weer voornamelijk veel pre-procedurevragen. Dit is ook niet vreemd, want de leerlingen leren in dit hoofdstuk iets nieuws, namelijk het toepassen van de modelleercyclus op simpele opgaven. Wat opvalt in figuur 4-7, is dat de leerlingen bij de tweede opgave maar één vraag aan de docent hebben gesteld. Dit zou erop wijzen dat de leerlingen in ieder geval in de procedurefase zitten, want ze komen zonder iets te vragen tot een oplossing.

4.2.2.2 VRAGEN VAN DE DOCENT

In figuur 4-8 staat het aantal vragen die de docent heeft gesteld. Deze vragen zijn onderverdeeld in pre-procedurevragen (rood) en procedurevragen (blauw). In dit hoofdstuk heeft de docent geen proces- of proceptvragen gesteld.

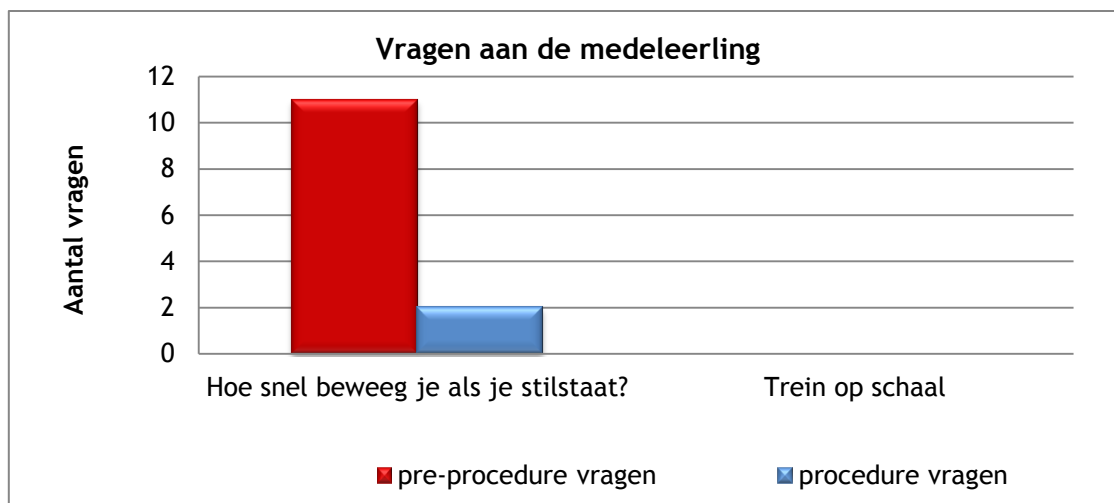


Figuur 4-8: Aantal vragen die de docent aan de leerlingen heeft gesteld in hoofdstuk 2.

In figuur 4-8 is te zien dat de docent in dit hoofdstuk voornamelijk pre-procedurevragen heeft gesteld en dit, net als de leerlingen aan de docent, vooral bij de eerste opgave. Dus ook dit figuur wijst erop dat de leerlingen in ieder geval in de procedurefase zitten. Ze hebben weinig hulp van de docent nodig om tot een oplossing te komen. Dit is ondersteunend aan de figuur 4-7.

4.2.2.3 VRAGEN AAN DE MEDELEERLING

In figuur 4-9 staat het aantal vragen die de leerlingen elkaar hebben gesteld. Deze vragen zijn onderverdeeld in pre-procedurevragen (rood) en procedurevragen (blauw). De leerlingen hebben elkaar in dit hoofdstuk geen proces- of proceptvragen gesteld.



Figuur 4-9: Aantal vragen die de leerlingen elkaar hebben gesteld.

In figuur 4-9 is te zien dat de leerlingen elkaar bij de eerste opgave weer vooral pre-procedure vragen stellen en dat ze elkaar bij de tweede opgave geen vragen stellen. Ook dit wijst erop dat de leerlingen in ieder geval in de procedurefase zitten, want ook hier ze komen zonder iets te vragen tot een oplossing. Het beeld van figuur 4-7 wordt dus bevestigd door figuur 4-8 en figuur 4-9. Hierin is ook te zien dat bij de eerste opgave vooral pre-procedurevragen zijn gesteld en bij de tweede opgave zijn bijna geen vragen gesteld.

Gezien het doel van het hoofdstuk zou geconcludeerd kunnen worden dat de leerlingen de modelleerstappen kunnen gebruiken voor relatief simpele opgaven.

Als echter de letterlijke vragen die gesteld zijn worden bekeken (zie bijlage 1, les 3 en les 4), dan valt op dat er alleen vragen gesteld zijn die gericht zijn op het oplossen van de opgaven. De modelleercyclus is dus buiten beschouwing gelaten. Hierdoor hebben de leerlingen niet geleerd om de opgaven in stukken op te delen (modelleercyclus, zie paragraaf 2.2). De leerlingen hebben de opgave wel opgelost, maar hebben hier niets van het modelleren geleerd. Een functie van de docent is dan om de modelleercyclus nog een keer bij de leerlingen onder de aandacht te brengen. Dit is niet gebeurd.

4.2.3 HOOFDSTUK 3: JEZELF VRAGEN LEREN STELLEN

Hoofdstuk 3 bestaat uit vier opgaven. Het doel van dit hoofdstuk is dat de leerlingen zichzelf hulpvragen leren stellen bij elke stap van de modelleercyclus. Om zo de opgaven op een gestructureerde manier op te lossen. De opgaven staan vermeld in de onderstaande tabel. Hierin is ook de beleving van de leerlingen omtrent de moeilijkheid van de opgaven weergegeven. Ook is in tabel 4.3 vermeld, in welke les de opgave aanbod is gekomen.

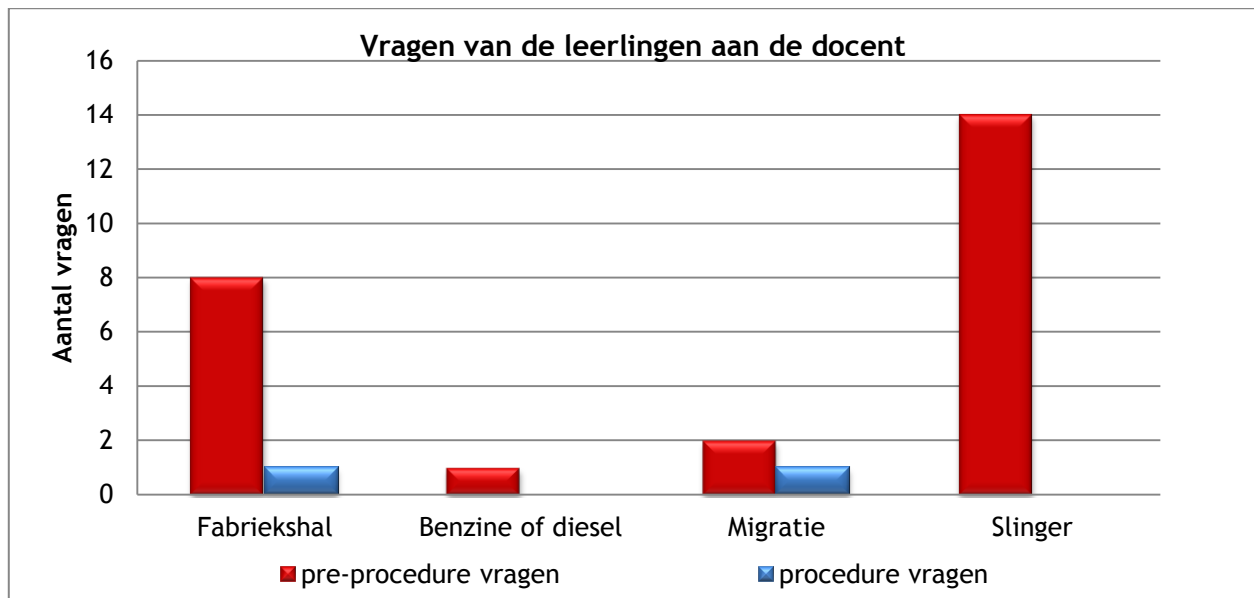
Tabel 4-3: Beleving leerlingen per opgave van hoofdstuk 3.

Les	Naam opgave	Beleving leerlingen
4	Fabriekshal	Te moeilijk, leerlingen kunnen de docent wel volgen maar geven aan dat ze een soortgelijke opgave nog niet zelf kunnen.
4	Benzine of diesel	Makkelijk
5	Migratie	Goed te doen, het is eenzelfde soort opgave als griep epidemie uit hoofdstuk 1.
5	Slinger	Te moeilijk, leerlingen kunnen de docent wel volgen maar geven aan dat ze een soortgelijke opgave nog niet zelf kunnen.

In tabel 4.3 valt op dat de leerlingen twee opgaven te moeilijk vinden. Dit is opvallend omdat dit nog niet eerder is voorgekomen.

4.2.3.1 VRAGEN VAN DE LEERLINGEN AAN DE DOCENT

In figuur 4-10 staan de hoeveelheid vragen van de leerlingen aan de docent. De vragen zijn onderverdeeld in pre-procedurevragen (rood) en procedurevragen (blauw). Net als in het vorige hoofdstuk zijn er geen proces of proceptvragen gesteld.



Figuur 4-10: Vragen per vordering die in hoofdstuk 3 per opdracht zijn gesteld.

In figuur 4-10 is te zien dat de leerlingen in hoofdstuk 3 maar twee procedurevragen en wel 25 pre-procedurevragen hebben gesteld. Gemiddeld is dit bijna 7 vragen per opdracht. Hiermee is dit het hoofdstuk met de meeste vragen van de leerlingen aan de docent per opdracht. De opgaven waarbij de leerlingen de meeste pre-procedurevragen hebben gesteld, worden door hun ook als moeilijk bestempeld. Wat hierbij weer opvalt, is dat bij één van deze opgaven, "Fabriekshal", maar één pre-procedurevraag meer gesteld is, dan bij de opgave "Hoe snel beweeg je als je stilstaat?". De leerlingen bestempelden die opgave als te doen. Opvallend is ook dat er alleen één pre-procedurevraag gesteld is bij een opgave die de leerling als makkelijk hebben bestempeld.

Ook valt in figuur 4-10 op dat de leerlingen òf veel pre-procedurevragen stellen òf maar weinig vragen stellen.

De twee opgaven waarbij de leerlingen maar weinig vragen hebben gesteld worden door hen als makkelijk of goed te doen ervaren. Ze hebben deze opgaven zonder veel "inspanning" opgelost. Net als de opgaven in de vorige hoofdstukken kunnen de leerlingen deze opgaven goed overzien en hebben ze de stappen van de modelleercyclus (zie paragraaf 2.2) niet nodig om deze opgaven op te lossen.

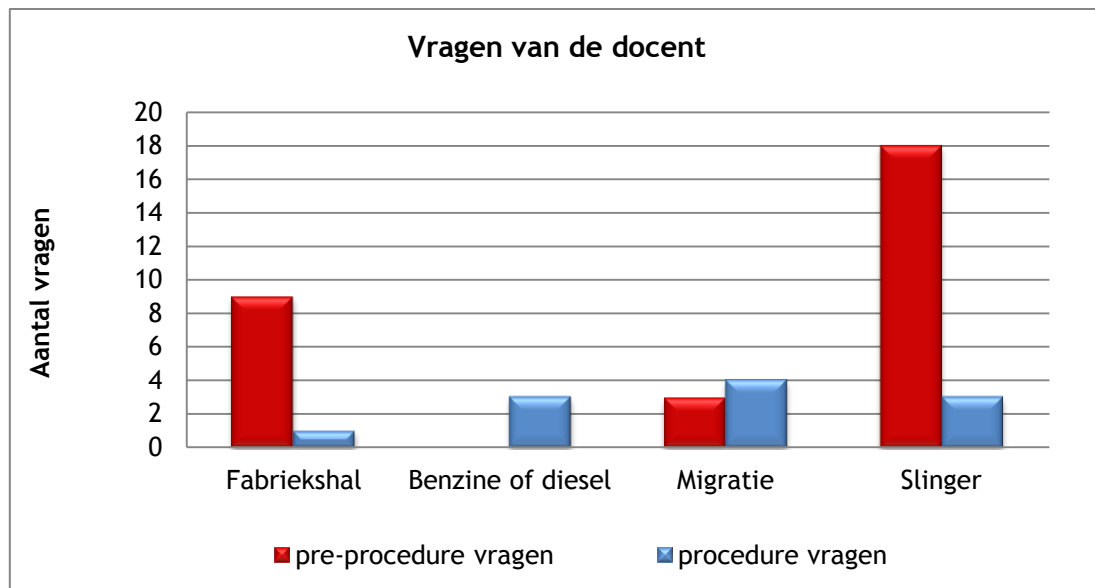
Bij de twee opgaven die de leerlingen te moeilijk vonden ("Fabriekshal" en "Slinger"), hebben ze heel veel pre-procedurevragen aan de docent gesteld (figuur 4-10). Dit is logisch, omdat de leerlingen niet weten welke kant ze op moeten. Dat de leerlingen de opgaven te moeilijk vinden komt waarschijnlijk doordat

1. ze nog nooit eerder soortgelijke opgaven hebben gemaakt.
2. ze in het vorige hoofdstuk niet hebben geleerd om stap voor stap de modelleercyclus te doorlopen (zie paragraaf 2.2).

Kortom de leerlingen beschikken niet over een procedure om deze opgaven op te lossen. Daardoor kunnen ze niet effectief gebruik maken van de hulpvragen.

4.2.3.2 VRAGEN VAN DE DOCENT

In figuur 4-11 staan de hoeveelheid vragen van de docent aan de leerlingen. De vragen zijn weer onderverdeeld in pre-procedurevragen (rood) en procedurevragen (blauw). Ook hier zijn er geen proces- of proceptvragen gesteld.



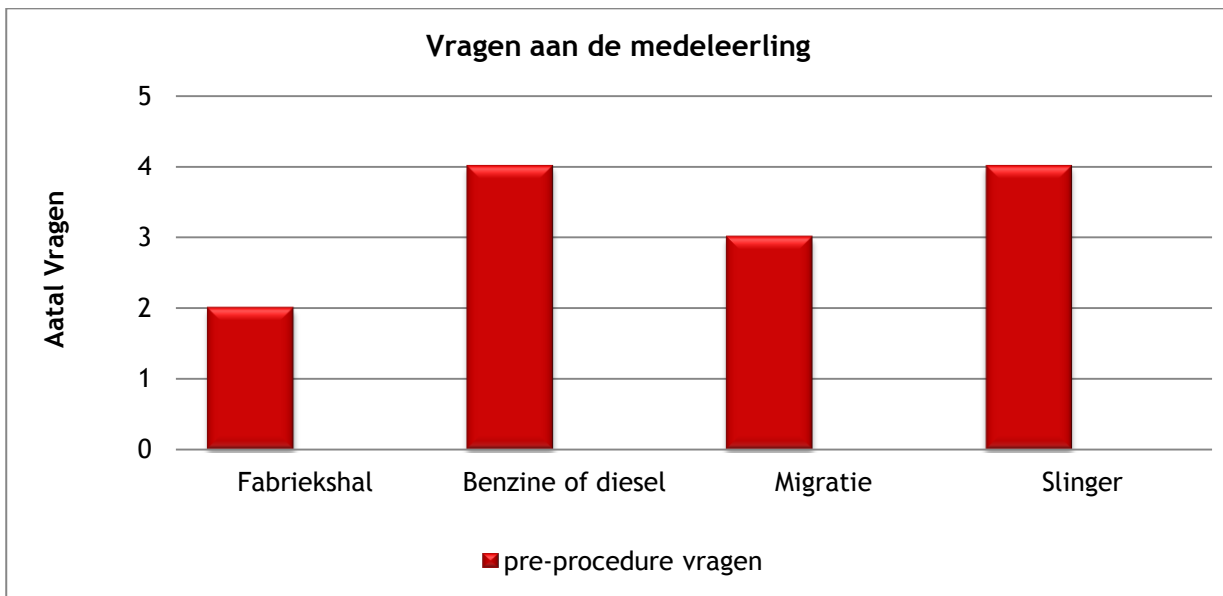
Figuur 4-11: Aantal vragen die de docent in hoofdstuk 3 aan de leerlingen heeft gesteld.

In figuur 4-11 is te zien dat de docent bij de twee "gemakkelijke" opgaven ("Benzine of diesel" en "Migratie") vooral procedurevragen heeft gesteld. Als echter ook hier de letterlijke vragen die gesteld zijn worden bekeken (zie bijlage 1, les 4 en les 5), dan valt ook hier op, dat er alleen vragen zijn gesteld die gericht zijn op het oplossen van de opgaven. De modelleercyclus is dus weer buiten beschouwing gelaten. De leerlingen hebben deze opgaven dus ook op een ongestructureerde manier opgelost, zoals ze in hoofdstuk 1 van de module hebben geleerd. Voor het bewust maken van de modelleerstappen heeft de docent hier weer een kans gehad.

Bij de "moeilijke" opgaven heeft de docent ook heel veel pre-procedurevragen gesteld (zie figuur 4-11). Hiermee heeft de docent de leerlingen in ieder geval niet uitgedaagd om een stap in hun leerproces te maken. Verder blijkt uit de letterlijke vragen (bijlage 1) dat ook bij deze opgaven de modelleerstappen buiten beschouwing zijn gelaten. Het is dan ook niet vreemd, dat de leerlingen deze lastigere opgaven niet zelf kunnen oplossen en dat ze elkaar in verhouding ook maar weinig vragen stellen (zie Figuur 4-12).

4.2.3.3 VRAGEN AAN DE MEDELEERLING

In figuur 4-12 staan de hoeveelheid vragen van de leerlingen aan elkaar. De leerlingen hebben elkaar in dit hoofdstuk alleen pre-procedurevragen (rood) gesteld.



Figuur 4-12: Aantal vragen die de leerlingen elkaar hebben gesteld.

In figuur 4-12 is te zien dat de leerlingen elkaar in dit hoofdstuk maar weinig vragen hebben gesteld. Ook valt op dat al deze vragen pre-procedurevragen zijn. Dit is ondersteunend aan het beeld van figuur 4-10 en figuur 4-11. De leerlingen kunnen deze opgaven of gemakkelijk oplossen (bijna geen vragen nodig) of helemaal niet oplossen (medeleerling weet het antwoord ook niet).

4.2.4 HOOFDSTUK 4: MODELSITUATIE

Het doel van hoofdstuk 4 is om het geleerde uit de vorige hoofdstukken van de module toe te passen op wat lastigere modelsituaties. Uit dit hoofdstuk hebben de leerlingen één opgave gemaakt ("Vissen in Grevelingen"). Deze opgave hebben de leerlingen zelf uitgezocht. In tabel 4.4 staat in welke les de opgave aanbod is gekomen en hoe de leerlingen deze opgave hebben beleefd.

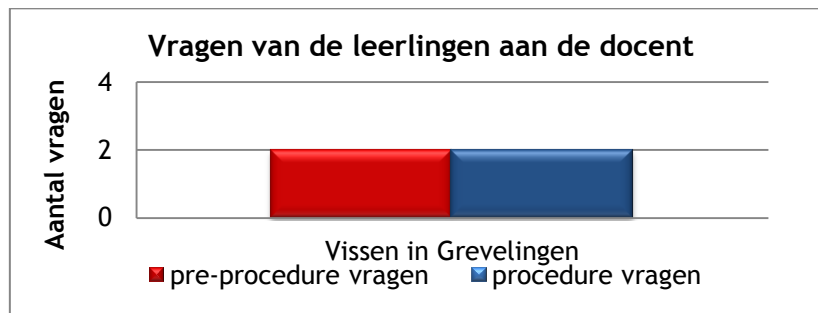
Tabel 4-4: Beleving leerlingen per opgave van hoofdstuk 4.

Les	Naam opgave	Beleving leerlingen
6	Vissen in Grevelingen	Goed te doen, het is eenzelfde soort opgave als "Griepepidemie" uit hoofdstuk 1 en "Migratie" uit hoofdstuk 3.

Zoals in tabel 4.4. is te zien hebben de leerlingen aangegeven dat deze opgave goed te doen is. In hun beleving was dit eenzelfde soort opgave als "Migratie" uit hoofdstuk 3 en "Griepepidemie" uit hoofdstuk 1.

4.2.4.1 VRAGEN VAN DE LEERLINGEN AAN DE DOCENT

In figuur 4-13 staan de hoeveelheid vragen van de leerlingen aan de docent. De vragen zijn onderverdeeld in pre-procedurevragen (rood) en procedurevragen (blauw). Er zijn geen proces- of proceptvragen gesteld.



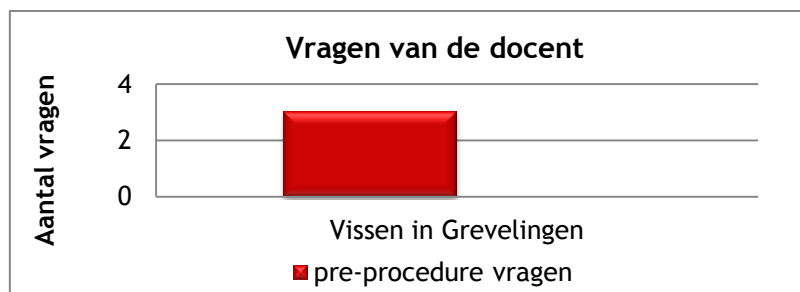
Figuur 4-13: Vragen per vordering die in hoofdstuk 4 per opdracht zijn gesteld.

Bij de opdracht "Vissen in Grevelingen" (figuur 4-13) hebben de leerlingen evenveel pre-procedurevragen als procedurevragen gesteld. Van beide hebben ze twee gesteld. Het is opvallend dat de leerlingen hier nog pre-procedurevragen stellen, gezien het feit dat deze opgave in hun beleving eenzelfde soort opgave was als "Griepepidemie" en "Migratie". Bij de opgave "Griepepidemie" hebben de leerlingen immers maar drie vragen gesteld waarvan één procesvraag.

De twee procedurevragen worden bij deze opgave gesteld voordat de leerlingen "beginnen" met het oplossen van de opgave. Deze vragen worden gebruikt om de opgave goed te begrijpen. Hierna overzien de leerlingen de hele opgave en hebben de stappen van de modelleercyclus niet nodig om tot een oplossing te komen.

4.2.3.2 VRAGEN VAN DE DOCENT

In figuur 4-14 staan de hoeveelheid vragen van de docent aan de leerlingen. De docent heeft in dit hoofdstuk alleen pre-procedurevragen (rood) gesteld.

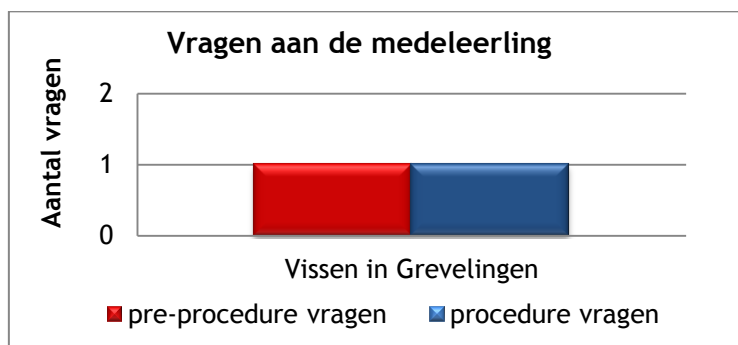


Figuur 4-14: Aantal vragen die de docent bij de laatste opgave heeft gesteld.

In figuur 4-14 is te zien dat de docent alleen pre-procedure vragen heeft gesteld, terwijl de leerlingen deze opgave goed te doen vinden. Ook bij deze opgave heeft de docent weer de kans gehad om de leerlingen attent te maken op de stappen van de modelleercyclus, maar zoals uit figuur 4-14 blijkt heeft de docent ook hier deze kans niet gepakt. Ook heeft de docent verzuimd de leerlingen uit te dagen door meer gevorderde vragen te stellen.

4.2.3.3 VRAGEN AAN DE MEDELEERLING

In figuur 4-15 staan de hoeveelheid vragen van de leerlingen aan elkaar. De vragen zijn onderverdeeld in pre-procedurevragen (rood) en procedurevragen (blauw).



Figuur 4-15: Aantal vragen die de leerlingen elkaar hebben gesteld.

In figuur 4-15 is te zien dat de leerlingen elkaar één pre-procedurevraag en één procedure vraag hebben gesteld. Dit is opvallend omdat de docent helemaal geen procedurevragen heeft gesteld.

4.3 SAMENVATTING RESULTATEN ONDERZOEK

Uit de resultaten van paragraaf 4.1 blijkt dat er wel een verandering is in de vragen van de leerlingen en de docent, maar er blijkt geen blijvende ontwikkeling te zijn. Tot en met ongeveer de derde les is er wel een ontwikkeling waar te nemen. De leerlingen gaan namelijk meer “gevorderde” vragen stellen. Deze ontwikkeling zet zich in de vierde en daaropvolgende lessen echter niet door. De leerlingen stellen dan weer voornamelijk pre-procedurevragen. Ook de docent is na de derde les steeds meer pre-procedurevragen gaan stellen. De docent heeft de leerlingen dus niet meer uitgedaagd.

De leerlingen hebben de meer “gevorderde” vragen gesteld bij het ongestructureerd modelleren (zie paragraaf 4.2.1). Ongestructureerd modelleren is het leerdoel van het eerste hoofdstuk van de Startmodule. Dit is het enige leerdoel die de leerlingen hebben gehaald. Dus het leerdoel van het tweede hoofdstuk van de Startmodule, het leren van de modelleercyclus, hebben de leerlingen niet gehaald.

Hierna hebben de leerlingen nog wel zelfstandig opgaven opgelost, maar hebben bij die opgeloste opgaven de modelleercyclus gewoonweg niet nodig gehad. Door het niet goed leren van de modelleercyclus kunnen de leerlingen moeilijkere opgaven niet oplossen, zoals “Fabriekshal” en “Slinger” uit hoofdstuk 3 van de Startmodule. De leerlingen hebben namelijk geen procedure geleerd om deze opgaven op te lossen. Ze zitten nog in de pre-procedurefase.

Het blijkt dat de docent een aanwijsbare rol heeft gespeeld in het niet leren van de leerlingen. Zo heeft de docent verzuimd om de leerlingen de opgaven van hoofdstuk 2 van de startmodule volgens de modelleercyclus op te laten lossen. Hierdoor hebben de leerlingen deze cyclus niet geleerd. Verder heeft de docent in hoofdstuk 3 en 4 van de Startmodule weer de kans gehad om de modelleercyclus onder de aandacht te brengen. Helaas heeft hij ook deze kansen laten liggen.

Dus de toename van het aantal pre-procedurevragen komt doordat de leerlingen het modelleren niet hebben geleerd. De leerlingen zijn voor het modelleren in de pre-procedurefase blijven steken.

5. CONCLUSIE, DISCUSSIE EN AANBEVELINGEN

5.1 CONCLUSIE

Het doel van het onderzoek is om te kijken of er een ontwikkeling waar te nemen is in de vragen die de leerlingen over het modelleren stellen, naarmate zij verder komen in het leerproces. Hieronder worden eerste de deelconclusies getrokken uit de resultaten per les en uit de resultaten per hoofdstuk van de "Startmodule Modelleren". Vervolgens komt hieruit een eindconclusie voort die antwoord geeft op de hoofdvraag. De conclusies uit dit onderzoek zijn indicatief, omdat op een geringe populatie onderzoek is verricht.

5.1.1 DEELCONCLUSIES

Per les

- In de eerste drie lessen is er een ontwikkeling in de vragen waar te nemen. De leerlingen gaan steeds meer "gevorderde" vragen stellen. Deze ontwikkeling zet zich in de vierde en de daaropvolgende lessen niet door. De leerlingen stellen vanaf de vierde les voornamelijk pre-procedurefase vragen.
- De docent stelt vanaf de vierde les vooral pre-procedurefase vragen.

Hoofdstuk 1: Modelleren, wat is dat?

- De leerlingen hebben vorderingen gemaakt in het ongestructureerd oplossen van opgaven. Hierbij is een duidelijke ontwikkeling te zien in de vragen die ze hierover stellen. Ze gaan steeds meer "gevorderde" vragen stellen.

Hoofdstuk 2: Modelleercyclus

- De trend van het vorige hoofdstuk, dat de leerlingen steeds meer "gevorderde" vragen stellen, zet zich in dit hoofdstuk niet door. Dit is ook niet vreemd, want de leerlingen leren in dit hoofdstuk iets nieuws, namelijk het toepassen van de modelleercyclus op simpele opgaven. De leerlingen zitten voor dit toepassen van de modelleercyclus in de pre-procedurefase en stellen ook vragen in overeenstemming met deze fase van het leerproces.
- Bij de laatste opgave zijn er wel nauwelijks vragen gesteld, echter deze opgave is zo eenvoudig dat die gemakkelijk ongestructureerd opgelost kan worden. Dus met de "methode" van hoofdstuk 1 van de module.

Hoofdstuk 3: Jezelf vragen leren stellen

- De leerlingen hebben in het vorige hoofdstuk van de module niet geleerd om de modelleercyclus toe te passen op eenvoudige opgaven. Hierdoor kunnen ze in dit hoofdstuk ook niet zichzelf vragen stellen bij elke stap van deze modelleercyclus. Dus de fase van het leerproces waarin de leerlingen zich, voor dit hoofdstuk, bevinden is de pre-procedurefase. Dit komt overeen met de vragen die ze hebben gesteld (pre-procedurevragen).

Hoofdstuk 4: Modelsituatie

- Uit de vragen van de leerlingen blijkt dat ze vorderingen hebben gemaakt voor het modelleren ten opzicht van het vorige hoofdstuk. Maar de leerlingen hebben zelf een model uitgezocht die ze aan het begin van de opdracht al begrepen. Ze hebben deze opgave ongestructureerd opgelost, zoals ze in hoofdstuk 1 van de module hebben geleerd.

5.1.2 EINDCONCLUSIE

Er is een ontwikkeling waar te nemen in de vragen die de leerlingen over het modelleren stellen naarmate zij verder komen in hun leerproces. Zo hebben de leerlingen bij het ongestructureerd oplossen van een model (eerste lessen) vorderingen gemaakt, wat ook zorgde voor andere soort vragen gedurende deze lessen.

De leerlingen hebben niet geleerd om de modelleercyclus toe te passen, wat ook blijkt uit de vragen die ze stellen. Ze zijn voor het toepassen van de modelleercyclus in de pre-procedurefase blijven steken en stellen ook vragen die bij deze fase van het leerproces horen. Voor het niet doormaken van een ontwikkeling binnen de onderzochte omgeving zijn de volgende redenen aan te wijzen:

- De docent heeft de leerlingen niet uitgedaagd door meer gevorderde vragen te stellen.
- De leerlingen hebben niet geleerd om de modelleercyclus toe te passen op eenvoudige opgaven, waardoor ze deze technieken verder niet kunnen gebruiken.
- De docent heeft niet gemonitord of de leerlingen de modelleercyclus wel kunnen toepassen.

5.2 DISCUSSIE

Omdat het onderzoek gedaan is met slechts twee leerlingen, moet afgevraagd worden of het onderzoek wel representatief is. Echter het voordeel van een gering aantal leerlingen is dat het de mogelijkheid geeft om intensief onderzoek te doen. Hierdoor krijgt het onderzoek meer diepgang en kan er naar meerdere aspecten gekeken worden.

Ook is er bij dit onderzoek geen sprake van distantie geweest, omdat de docent ook de onderzoeker is. Dit heeft overigens wel tot voordeel dat het hierdoor makkelijker is om veel gegevens boven tafel te krijgen, vooral met betrekking tot de docent.

Verder is het gebruikte materiaal proefmateriaal. Het materiaal heeft zichzelf dus nog niet bewezen, waardoor er een grotere rol is voor de docent in het monitoren van de leerdoelen.

5.3 AANBEVELINGEN

Ondanks dat een geringe populatie heeft meegedaan aan het onderzoek, kunnen er toch een paar aanbevelingen worden gedaan.

- Het doel van de te maken opgaven moet de leerling duidelijk zijn.
- In de opleiding van de docent moet aanbod komen, wat voor soort vragen gesteld kunnen worden, om de leerlingen uit te dagen.

6. LITERATUURLIJST

1. Barnard, T., & Tall, D. (2001). *Cognitive Units, Connections and Compression in Mathematical Thinking*¹. Unpublished paper. Warwick University: UK.
2. Crowley, L., & Tall, D. (1999). The roles of cognitive units, connections en procedures in achieving goals in college algebra. *Proceedings of the 23rd conference of PME, Israel*, 2, 225-232.
3. Gray, E., & Tall, D. (1992). Success and Failure in Mathematics: The Flexible Meaning of Symbols as Process and Concept. In *Mathematics Teaching*, 142, 6-10.
4. Gray, E., & Tall, D. (2001). *Relationships between embodied objects and symbolic procepts: an explanatory theory of success and failure in mathematics*. Unpublished paper. Warwick University: UK.
5. Simons, P.R., & Lodewijks, H. (1999). *Het nieuwe leren. Over wegen die naar beter leren leiden*. Utrecht: University Press.
6. Tall, D. (2000). Technology and versatile Thinking in Mathematics. In Michael O. J. Thomas (Ed), *Proceedings of TIME 2000*, (pp. 33-50). Auckland, New Zealand
7. Tall, D. (2001). Cognitive Development In Advanced Mathematics Using Technology. *Mathematics Education Research Journal 2000*, Vol. 12, No. 3, 210-230.
8. Tall, D. (2007). *Teachers as Mentors to encourage both power and simplicity in active mathematical learning*. Unpublished paper. Warwick University: UK.

7. BIJLAGEN

Bijlage 1: Letterlijke vragen die door de leerlingen gesteld zijn	33
Bijlage 2: Resultaten	52

BIJLAGE 1: VRAGEN DOOR DE LEERLINGEN GESTELD PER LES

In deze bijlage staan de vragen die gesteld zijn inclusief hoe ze geclassificeerd zijn. Categorie 1 komt overeen met de fase Pre- procedure, categorie 2 komt overeen met de fase Procedure en categorie 3 komt overeen met de Proces fase. Om de Categorie indeling wat overzichtelijker te maken is de gestelde vraag eerst onderverdeeld in Soort vragen. De soort vragen staan ook in tabel 3.1 ingedeeld bij een fase.

LES 1

Vraag van	Vraag aan	Vraag	Soort vraag	Categorie
2	I	wat is de diameter van de aarde is?	Hoe groot is een variabele?	1
1	I	ja, wat is de diameter van de aarde?	Hoe groot is een variabele?	1
I		waarom wil je dat weten?	Waarom weet ik dit?	2
2	1	je weet niet hoe lang hij is?	Hoe groot is een variabele?	1
2	1	hoe ver kan ik kijken?	Wat weet ik?	1
I		vanuit welk punt kijkt de persoon?	Wat moet ik doen?	1
2	1	hoe hoog is de zeespiegel?	Hoe groot is een variabele?	1
1	2	Hoogte 1:80, zijde: en dan nog?	Wat moet ik doen?	1
1	2	hohoho, wacht even hoe weet je nou dat dit 1.80 is?	Waarom weet ik dit?	2

1	2	maar dan moet je toch eerst de diameter weten?	Wat ben ik aan het doen?	2
2	1	die kun je berekenen toch? Of niet?	Wat moet ik doen?	1
1	2	En dan kun je toch gewoon de verhouding uitrekenen van die lengte toch?	Wat moet ik doen?	1
2	1	dit is gedeeld door 2?	Wat moet ik doen?	1
1	2	dit is de verhouding? Denk ik?	Wat weet ik?	1
I		jullie hebben al een schets gemaakt, wat is het probleem op dit moment?	Wat moet ik doen?	1
I		Wat weet je?	Wat weet ik?	1
I		waar staat de persoon en tot hoe ver kan hij kijken?	Wat moet ik doen?	1
I		hoe groot is deze afstand van daar tot daar?	Wat weet ik?	1
I		kun je daar wat mee?	Wat weet ik?	1
1	I	Even dan moet je die hoek hier dus hebben en dan weet je deze lengte en met die lengt kun je die bereken en dan heb je de afstand?	Wat moet ik doen?	1
I		wat weet je van een lijn die raakt aan een cirkel?	Wat weet ik?	1
2	I	die raakt aan een cirkel?	Waarom moet ik dit weten?	2

I		hoeveel km is dat?	Wat weet ik?	1
I		is dat ver?	Wat ben ik aan het doen?	2
I		En als de persoon niet 1,80m is?	Wat gebeurt er als ik een parameter variabel maak?	2
I		kun je rekening met zijn lengte houden?	Wat gebeurt er als ik een parameter variabel maak?	2
1	I	ja, dan kun je die formule maken toch?	Wat moet ik doen?	1
I		Kun je daar een formule voor opschrijven?	Wat moet ik doen?	1
2	I	ja, dat is die formule toch?	Wat weet ik?	1
1	2	ooohhh wacht je moet nog... pythagorassen?	Wat moet ik doen?	1
2	1	hoe snel ga je rennen? 25km	Wat weet ik?	1
1	2	ja, maar 20 meter?	Wat weet ik?	1
1	2	en zwemmen?	Wat weet ik?	1

1	2	hoe snel gaat dat? 5 km per uur?.	Wat weet ik?	1
2	1	hoe snel gaat fietsen? normaal fietsen gaat iets van 18 km per uur. Lopen iets van 10?	Wat weet ik?	1
2	1	zwemmen 10 km per uur?	Wat weet ik?	1
2	1	labda, hoe deden we dat ook al weer?	Wat moet ik doen?	1
2	1	eerst even de formule of niet? 10 km per uur, 60 meter.	Wat weet ik?	1
1	2	10 000m ?	Wat weet ik?	1
2	1	in één uur?, dus ja labda per 10 km? Zo stel je formule op.	Wat weet ik?	1
1	2	wat labda is?	Wat weet ik?	1
2	1	nee, wat is de tijd?	Wat weet ik?	1
1	2	hoe lang je over 10 m doet ofzo?	Wat weet ik?	1
2	1	dan moet je de x toch hier?	Wat weet ik?	1
2	1	moeten we hier nog iets neerzetten?	Wat moet ik doen?	1
2	1	maar dat heb je die anderen toch ook voor nodig?	Wat ben ik aan het doen?	2

2	I	je moet toch kijken voor welke x waarde wat de minste tijd oplevert?	Wat ben ik aan het doen?	2
I		Wat hebben jullie aangenomen?	Wat weet ik?	1
I		wat gebeurt er met de formules als ik de lengtes en de snelheden variabel maak? Dus 30 wordt bijvoorbeeld a en 60 wordt b.	Wat gebeurt er als ik een parameter variabel maak?	2
1	I	dat doe je toch gewoon zo?	Wat moet ik doen?	1

LES 2

Vraag van	Vraag aan	Vraag	Soort vraag	Categorie
2	1	Dan moeten we dus eerst aannames maken?	Wat moet ik doen?	1
2	1	25 mensen 1e ziektedag, 25 mensen 2e ziektedag, 25 mensen 3e ziektedag en 25 mensen 4e ziektedag? En elke zieke maakt elke dag drie anderen ziek	Wat neem ik aan?	1
1	2	er moeten toch minder mensen de 4e dag ziek zijn?	Wat neem ik aan?	1
2	1	Als je ziek bent hoeveel mensen besmet je dan? 3?	Waarom neem ik dit aan?	2
1	2	nieuwe mensen gaan ook steeds minder anderen ziek maken	Wat neem ik aan?	1

2	1	ja, want ze blijven thuis	Waarom neem ik dat aan?	2
2	1	hoeveel zieken zijn erbij gekomen?	Wat neem ik aan?	1
1	2	dat is dan drie keer het aantal nieuwe zieken?	Wat moet ik doen?	1
2	1	maar dan doe je toch het aantal nieuwe zieken erbij?	Wat ben ik aan het doen?	2
2	1	je kunt het aantal zieken ook in vier dagen verdelen	Wat ben ik aan het doen?	2
2	1	voor hoeveel mensen de eerste dag al ziek zijn en hoeveel ze ziek maken.	Wat ben ik aan het doen?	2
I		is het handig om mee het aantal gezonde mensen ook aan te geven?	Wat ben ik aan het doen?	2
1	2	toch niet iedereen wordt ziek bij een griep epidemie?	Wat ben ik aan het doen?	2
I		Als bijna iedereen ziek is, kom je dan nog wel gezonde mensen tegen?	Wat ben ik aan het doen?	2
2	I	maar dan kunnen we toch ook gewoon een deel nemen van het totaal aantal mensen?	Wat moet ik doen?	1
1	I	ik krijg nu kommagetallen kan ik daar wat tegen doen?	Wat moet ik doen?	1
I		er is een functie voor in Excel, afronden volgens mij, kun je die vinden?	Wat moet ik doen?	1
2	1	gaat nog steeds ontzettend snel, zullen we die drie verwijderen?	Wat zijn de invloeden van de gebruikte parameters?	3

I		kijk eens naar jullie dag 1 en het aantal zieken, Jullie zeggen nu dat elke zieke 1 ziek maakt in totaal dus iedereen wordt ziek?	Wat zijn de invloeden van de gebruikte parameters?	3
2	I	dan kan ik toch gewoon keer een half doen ofzo?	Wat zijn de invloeden van de gebruikte parameters?	3
I		en als je de Excel sheet heel lang maakt?	Wat zijn de invloeden van de gebruikte parameters?	3
I		wat gebeurt er met de gezonde mensen gedeeld door het totaal aantal mensen als je dat afrondt?	Wat ben ik aan het doen?	2
2	I	o, ja wordt 1 of nul? Nou dan halen we dat eruit?	Wat ben ik aan het doen?	2
I		en nu?	Wat gebeurt er?	2
I		als je de eerste dag keer 0,5 doet wat gebeurt er dan?	Wat zijn de invloeden van de gebruikte parameters?	3

LES 3

Vraag van	Vraag aan	Vraag	Soort vraag	Categorie
2	I	wat bedoelen ze met die extreme gevallen?	Wat ben ik aan het doen?	2
2	1	Heb je ook extreme gevallen bij die griep epidemie?	Wat ben ik aan het doen?	2

2	1	is dat stap 1 of is dat stap 2?	Wat ben ik aan het doen?	2
2	1	je hebt hier toch vier van die stappen of niet?	Wat ben ik aan het doen?	2
I		hebben jullie eerst een schets van de situatie gemaakt?	Wat ben ik aan het doen?	2
I		hebben jullie aannames gedaan?	Wat ben ik aan het doen?	2
I		Wat waren jullie variabelen?	Wat ben ik aan het doen?	2
I		wat is het verband tussen de totale afstand die je moet afleggen?	Wat ben ik aan het doen?	2
2	I	dus die vier stappen?	Wat ben ik aan het doen?	2
I		welke aannames hebben jullie bij de griep epidemie gedaan?	Wat ben ik aan het doen?	2
2	1	dan moet je toch eerst de coördinaten van het punt Amsterdam weten?	Wat moet ik doen?	1
2	1	en de aarde draait in 24 uur één rondje?	Wat weet ik?	1
1	2	omtrek van de aarde hebben we toch?	Wat weet ik?	1
1	2	de aarde gaat toch ook langzaam om de zon?	Is er nog een variabele?	2
1	2	moet je ook rekening houden met de schuine as?	Is er nog een variabele?	2

2	1	dan moet je ook werken met pi of niet?	Wat moet ik doen?	1
2	1	omtrek 40 000 km hoeveel graden heeft die aarde? Is dat gewoon 360 of?	Wat weet ik?	1
1	2	het is toch van boven naar beneden? Dit toch?	Wat weet ik?	1
2	1	we moeten hier toch 52 graden nemen of niet? nee	Wat moet ik doen?	1
1	2	we willen toch deze afstand weten?	Wat moet ik doen?	1
2	1	dan kun je toch met die tangens en de sinus?	Wat moet ik doen?	1
I		wat willen jullie weten?	Wat weet ik?	1
2	I	Hoe hoog, hoever is hij van de evenaar af?	Wat moet ik doen?	1
1	2	nee, we willen deze afstand weten, deze omtrek.	Wat moet ik doen?	1
1	2	kun je niet het 52 deel van 90 nemen, niet geheel precies maar..?	Wat moet ik doen?	1
2	I	dan kun je toch gewoon de tangens enzo gebruiken?	Wat moet ik doen?	1
I		soscastoa? Sinus is overstaande gedeeld door schuine, cosinus is ...?	Wat weet ik?	1
2	I	dan heb ik deze hoek toch nodig?	Wat moet ik doen?	1
I		prima, hoe groot is die hoek?	Wat weet ik?	1

2	I	sinus hij staat op degree nee het moet wel of niet?	Wat moet ik doen?	1
I		graden?	Wat moet ik doen?	1
I		hoe kun je hier een model van maken?	Wat ben ik aan het doen?	2
2	I	door formule zeg maar te maken ofzo of niet?	Wat moet ik doen?	1
2	I	dan moet je dat toch variabel maken dat punt of niet?	Wat moet ik doen?	1
I		Hoe kun je het model testen?	Wat moet ik doen?	1
I		wat is je snelheid bij de Noordpool?	Wat weet ik?	1
I		Heb je het verband opgeschreven?	Wat moet ik doen?	1
I		hoe groot is deze hoek als je op de Noordpool staat?	Wat weet ik?	1
1	I	dan is de cosinus nul toch?	Wat weet ik?	1
2	I	dat is volgens mij ook weer nul, dus klopt toch?	Wat ben ik aan het doen?	2

LES 4

Vraag van	Vraag aan	Vraag	Soort vraag	Categorie
1	I	Een wagon is ongeveer 12m en een trein op schaal ongeveer 36 cm?	Wat neem ik aan?	1
I		en voor andere schalen?	Wat neem ik aan?	1
I		wat moet je dan aanpassen?	Wat moet ik doen?	1
1	2	dan is dit $x-10$ en dit $y-20$? De oppervlakte is dan $(x-10)(y-20)$?	Wat weet ik?	1
2	1	ja, klopt is 2400?	Wat weet ik?	1
1	I	moeten we dit dan uitrekenen?	Wat moet ik doen?	1
2	I	Hoe moet je dan het minimum bepalen want dit is 2400?	Wat moet ik doen?	1
I		wat is de oppervlakte van het terrein?	Wat weet ik?	1
2	I	$x*y$	Wat weet ik?	1
I		kun je x uitdrukken in y ?	Wat weet ik?	1

1	I	ja, maar dit is 2400.	Wat weet ik?	1
I		Als je dit nu x en dit y noemt vind je dit handiger?	Wat moet ik doen?	1
I		kun je dan x in y uitdrukken?	Wat moet ik doen?	1
I		kun je hier verder mee?	Wat moet ik doen?	1
I		wat is de lengte van het hele terrein?	Wat weet ik?	1
I		breedte?	Wat weet ik?	1
1	I	$y+20$?	Wat weet ik?	1
2	I	dan is de oppervlakte $x+10$ keer $y+20$.	Wat weet ik?	1
2	I	$(x+10)(y+20) = xy+20x+10y+200$?	Wat weet ik?	1
I		wat weet je van xy ?	Wat weet ik?	1
I		en je had een verband tussen x en y, formule. Kun je dat in deze formule invullen?	Wat moet ik doen?	1
2	I	maar dan moet dit zo klein mogelijk zijn?	Wat ben ik aan het doen?	2
1	I	kan toch ook gewoon de formule plotten?	Wat moet ik doen?	1

I		Hoe kun je je antwoord controleren?	Wat ben ik aan het doen?	2
1	2	Hoever kom je op 1 liter?	Wat neem ik aan?	1
1	2	Hoeveel kost 1 liter?	Wat neem ik aan?	1
2	1	Diesel meer belasting, maar hoeveel?	Wat neem ik aan?	1
2	I	moeten we nog aannemen hoeveel je rijdt?	Wat neem ik aan?	1
2	1	diesel heeft hogere aanschaf, maar je krijgt toch ook meer terug?	Wat neem ik aan?	1
I		jullie hebben het nu mooi uitgerekend, maar je weet niet of je 12000 km rijdt. Hoe maak je het niet afhankelijk van die 12000 km.	Wat gebeurt er als ik een parameter variabel maak?	2
I		kun je dan ook uitrekenen bij hoeveel km het niet uitmaakt of je nu benzine of diesel koopt?	Wat ben ik aan het doen?	2
I		hoe kun je dit controleren?	Wat ben ik aan het doen?	2

LES 5

Vraag van	Vraag aan	Vraag	Soort vraag	Categorie
2	1	gaan we uit van 15 mln., 10 mln. platteland en 5 mln. stad?	Wat neem ik aan?	1
1	2	verhuizen er meer mensen van platteland naar stad?	Wat neem ik aan?	1
2	1	ja, wat is redelijk 5%?	Wat neem ik aan?	1
I		je gaat alleen van de netto stroom mensen uit, wat gebeurt er op lange termijn?	Wat ben ik aan het doen?	2
I		kun je het zo aanpassen dat er mensen op het platteland blijven wonen?	Wat ben ik aan het doen?	2
2	I	Er verhuizen toch altijd meer mensen van het platteland naar de stad?	Wat ben ik aan het doen?	2
I		ook als er bijna niemand meer op het platteland woont?	Wat ben ik aan het doen?	2
1	I	moeten we dit dan zo aanpassen 10 % naar stad, 5% naar platteland?, dat is toch hetzelfde?	Wat moet ik doen?	1
I		5% van 14 000 000 is toch meer dan 10% van 1 000 000?	Wat weet ik?	1
I		jullie hebben een mooie Excel sheet gemaakt, kunnen jullie het ook in formules opschrijven op papier?	Wat moet ik doen?	1

I		aantal inwoners op nieuw tijdstip afhankelijk van het aantal van vorig jaar?	Wat moet ik doen?	1
1	I	dat is dan toch gewoon met 0,9 keer dit plus $0,05 \cdot \text{dit}$?	Wat moet ik doen?	1
I		wat is nu je model en wat kun je aanpassen?	Wat moet ik doen?	1
I		wat is een periode?	Wat weet ik?	1
I		Wat beïnvloed de periode?	Wat weet ik?	1
1	I	gewicht balletje, zwaartekracht, wrijving, lengte touw.	Wat weet ik?	1
I		Opdracht was vindt een verband aan de hand van de eenheden, weten jullie de eenheden van de grootheden?	Wat weet ik?	1
2	1	gewicht balletje in gram of kilogram?	Wat moet ik doen?	1
2	1	lengte touw meters.	Wat weet ik?	1
2	1	zwaartekracht, dat was (GR) $9,81 \text{ m/s}^2$	Wat weet ik?	1
I		en de periode?	Wat weet ik?	1
2	I	tijd dus seconden.	Wat weet ik?	1

I		verband?	Wat moet ik doen?	1
1	I	wat moeten we doen dan?	Wat moet ik doen?	1
I		formule maken tussen de verschillende grootheden, zodat de eenheden kloppen. Als ik de tijd = lengte * massa doe, klopt deze formule met de eenheden?	Wat moet ik doen?	1
2	I	seconden= meter * kilogram?	Wat weet ik?	1
I		klopt dat?	Wat ben ik aan het doen?	2
2	I	nee, maar ...?	Wat weet ik?	1
I		je hebt vier grootheden, lengte, massa, periode en zwaartekracht. Massa is in kilogram, zie je bij die andere eenheden ook kilogram?	Wat ben ik aan het doen?	2
1	I	nee, dus die kun je dan weglaten?	Wat moet ik doen?	1
I		Dus je houdt er drie over, kun je nu verder?	Wat moet ik doen?	1
I		je wilt de periode dus de tijd in seconden in iets uitdrukken, zie je bij die andere twee ook nog iets met seconden?	Wat weet ik?	1
2	I	ja de gravitatie in m/s^2 .	Wat weet ik?	1
I		waar heb je last van?	Wat moet ik doen?	1

I		kun je die m weg krijgen?	Wat moet ik doen?	1
1	I	ja?	Wat weet ik?	1
I		wat is de eenheid van lengte?	Wat weet ik?	1
1	I	meters, dus dan....	Wat weet ik?	1
I		wat krijg je dan?	Wat weet ik?	1
I		als is m/s^2 deel door m wat krijg ik dan?	Wat weet ik?	1
2	I	$1/s^2$.	Wat weet ik?	1
I		maar ik wil seconden, dus wat moet ik nog doen?	Wat weet ik?	1
I		als ik m deel door m per seconde kwadraat wat krijg ik dan?	Wat weet ik?	1
1	I	weet niet.	Wat weet ik?	1
I		als ik 4 deel door $4/3$?	Wat weet ik?	1
2	I	ja, dan moet je vermenigvuldigen met het omgekeerde. Dus dat wordt dan $\frac{3}{4}$	Wat weet ik?	1
1	2	ja,	Wat weet ik?	1

2	I	wacht even, eeuuhhmm dan wordt dit s^2 .	Wat weet ik?	1
I		en hoe kom ik van kwadraat naar gewone seconden?	Wat weet ik?	1
1	I	wortel trekken.	Wat weet ik?	1
I		dus, wat is het verband?	Wat moet ik doen?	1
I		hoe kunnen we het verband controleren?	Wat ben ik aan het doen?	2

LES 6

Vraag van	Vraag aan	Vraag	Soort vraag	Categorie
2	1	dus er komen elk jaar eigenlijk maar 500 000 larven bij?	Wat weet ik?	1
1	2	Wat gebeurt er dan met die andere larven?	Wat gebeurt er?	2
1	I	Maar wanneer gaan die larven dan dood? En wanneer komen al die larven dan?	Wat gebeurt er?	2
I		ergens in het eerste jaar. Waarom wil je dat weten?	Wat weet ik?	1
1	I	We moeten toch een model voor larven maken?	Wat moet ik doen?	1

1	I	Maar waarom staat er dan niet gewoon dat er elk jaar 500 000 nieuwe schollen bijkomen?	Waarom neem ik dit aan?	2
1	I	Dus we moeten een formule voor de schollen en de larven maken?	Wat moet ik doen?	1
I		ook dat is een onderdeel van het maken van een model, en je moet een leesbare uitwerking schrijven, waarin je alle stappen aangeeft.	Wat moet ik doen?	1
I		Vinden jullie het niet handiger om in plaats van al die nullen op te schrijven in miljoenen te werken? Het is minder schrijfwerk en met al die nullen is het net alsof het exact 200 000 is terwijl het ook 200 001 kan zijn.	Wat moet ik doen?	1

BIJLAGE 2: RESULTATEN

In deze bijlage staan de resultaten per les en per hoofdstuk in tabel en grafiek vorm. De resultaten per opgave staan alleen in tabel vorm. Fase 1 staat voor de pre-procedurefase, fase 2 voor de procedurefase en fase 3 voor de proces fase. Vragen die behoren bij de procept fase zijn niet gesteld.

aantal vragen aan de docent	hoofdstuk 1			hoofdstuk 2		hoofdstuk 3		hoofdstuk 4	
	Fase			Fase		Fase		Fase	
	1	2	3	1	2	1	2	1	2
Leerling: 1	5	0	0	2	0	13	0	2	2
Leerling: 2	4	3	1	8	2	12	2	0	0

aantal vragen aan (mede) leerling(en)	hoofdstuk 1			hoofdstuk 2		hoofdstuk 3		hoofdstuk 4	
	Fase			Fase		Fase		Fase	
	1	2	3	1	2	1	2	1	2
Leerling: 1	8	3	0	6	2	4	0	0	1
Leerling: 2	19	5	1	5	3	8	0	1	0
Docent	11	9	3	10	6	30	0	5	0

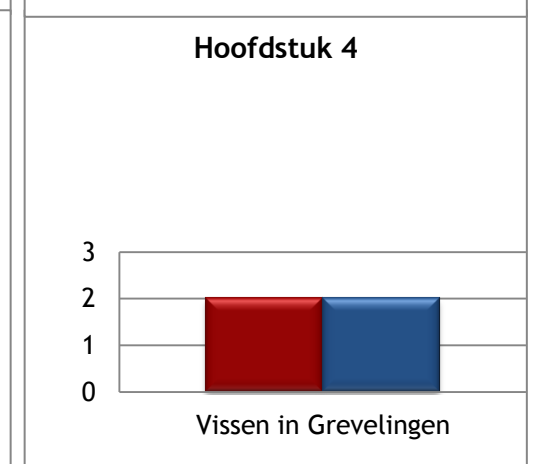
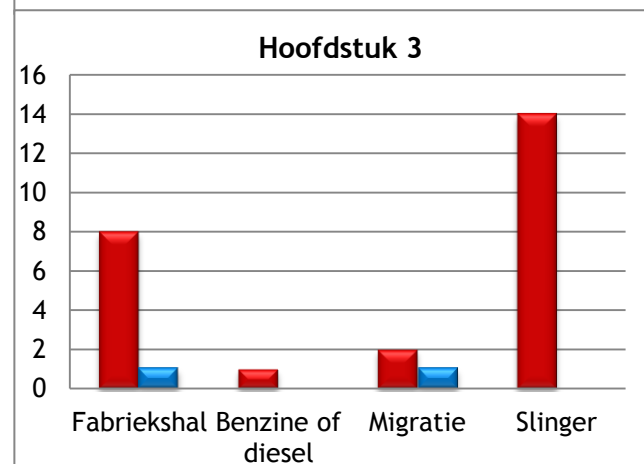
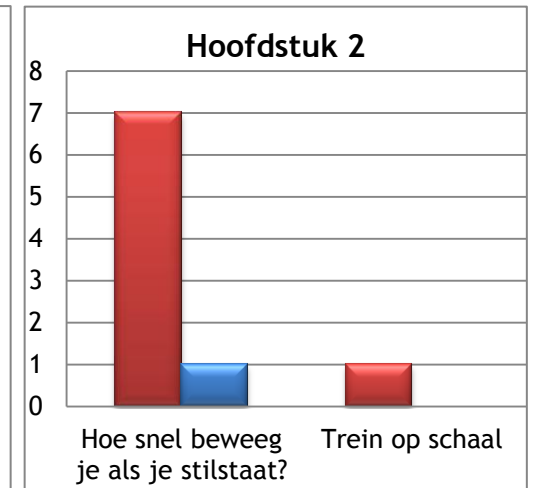
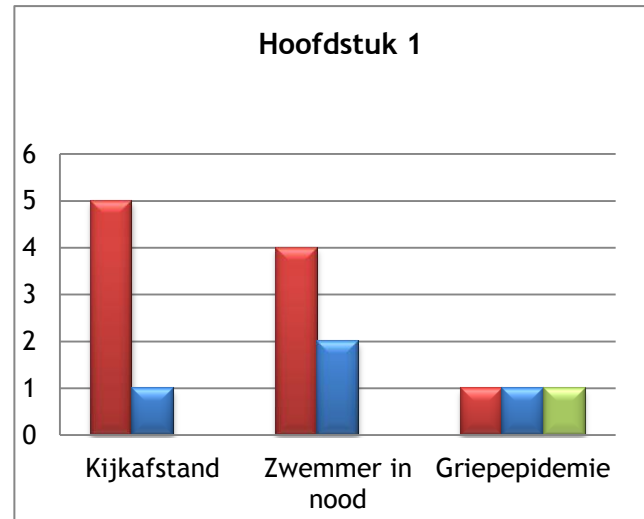
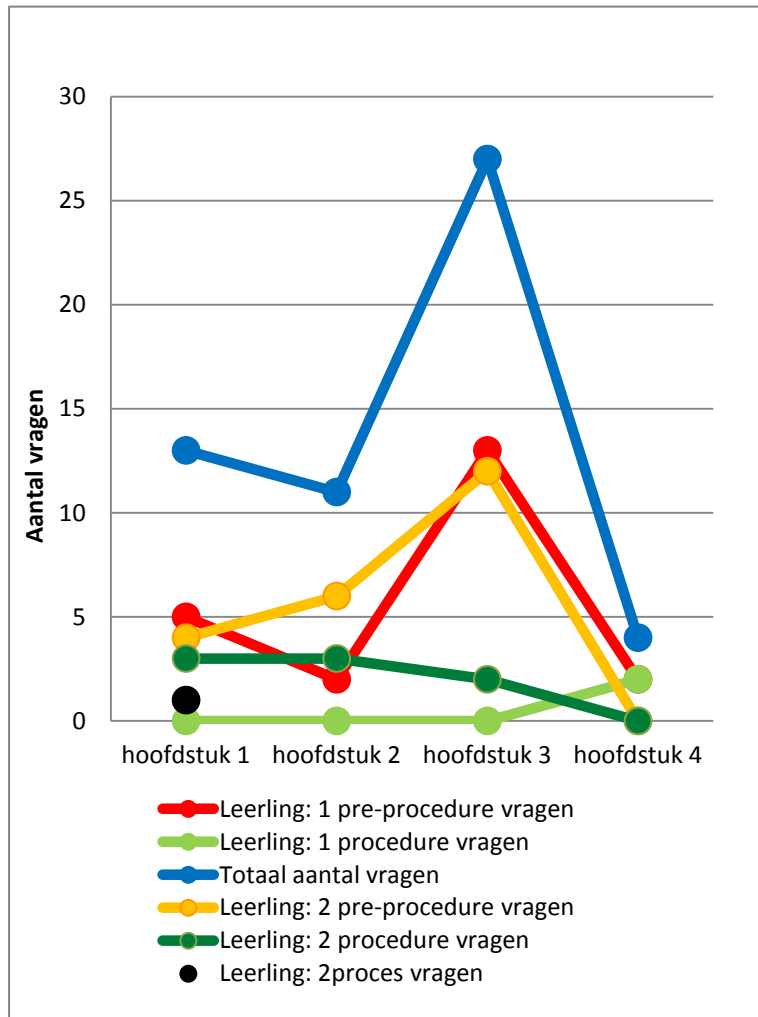
aantal vragen aan de docent	les 1		les 2			les 3		les 4		les 5		les 6	
	Fase		Fase			Fase		Fase		Fase		Fase	
	1	2	1	2	3	1	2	1	2	1	2	1	2
Leerling: 1	4	0	1	0	0	1	0	5	0	9	0	2	2
Leerling: 2	2	2	0	1	1	6	3	5	1	7	1	0	0

aantal vragen aan (mede) leerling(en)	les 1		les 2			les 3		les 4		les 5		les 6	
	Fase		Fase			Fase		Fase		Fase		Fase	
	1	2	1	2	3	1	2	1	2	1	2	1	2
Leerling: 1	10	2	3	1	0	5	2	3	0	2	0	0	1
Leerling: 2	14	1	4	5	1	6	3	3	0	5	0	1	0
Docent	10	5	1	4	3	8	6	11	4	21	7	5	0

aantal vragen aan de docent	Kijkafstand		Zwemmer in nood		Griepepidemie			Hoe snel beweeg je als je stilstaat?		Trein op schaal		Fabriekshal		Benzine of diesel		Migratie		Slinger		Vissen in Grevelingen	
	Fase		Fase		Fase			Fase		Fase		Fase		Fase		Fase		Fase		Fase	
	1	2	1	2	1	2	3	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
Leerling: 1	3	0	3	0	1	0	0	1	0	1	0	4	0	0	0	2	0	7	0	2	2
Leerling: 2	2	1	1	2	0	1	1	6	1	0	0	4	1	1	0	0	1	7	0	0	0

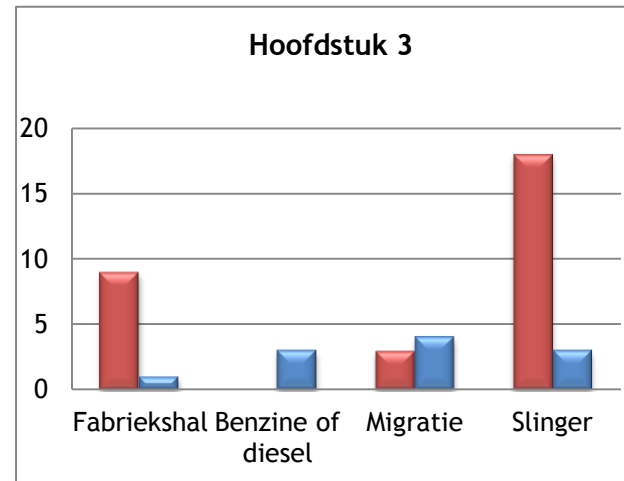
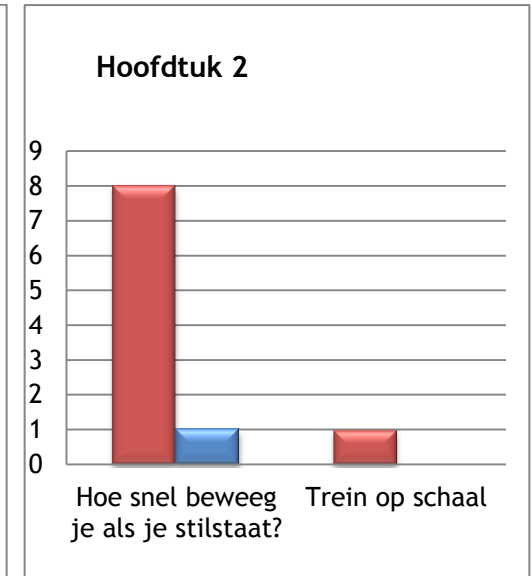
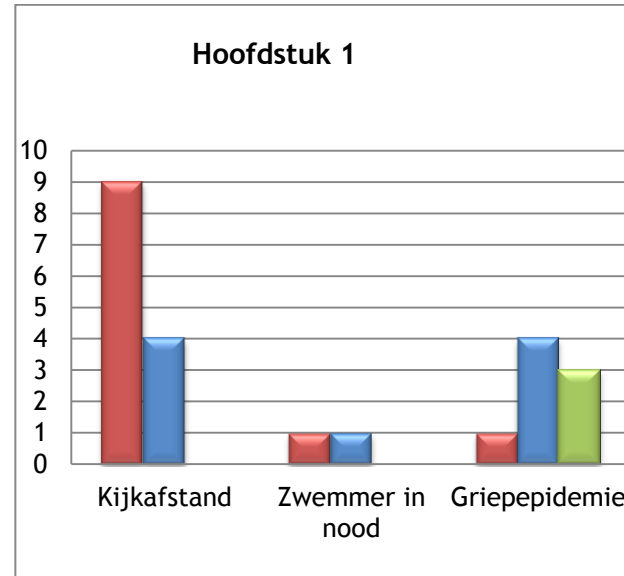
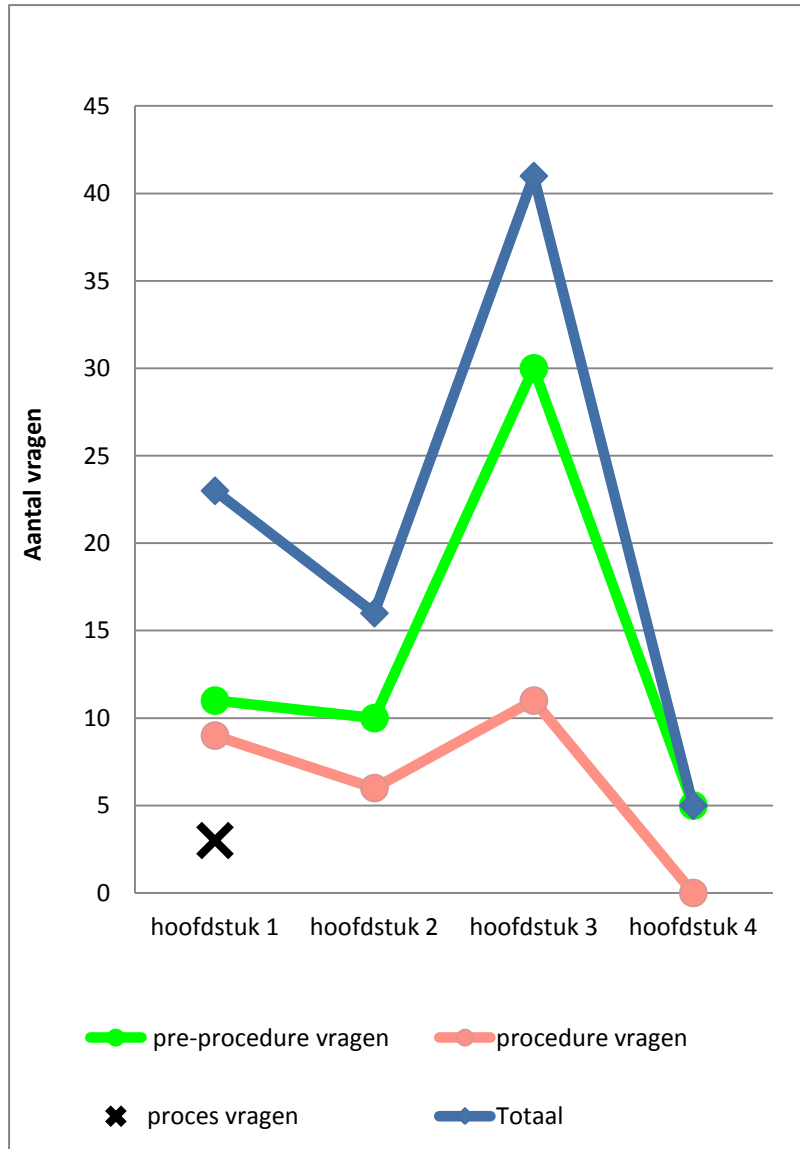
aantal vragen aan (mede) leerling (en)	Kijkafstand		Zwemmer in nood		Griepepidemie			Hoe snel beweeg je als je stilstaat?		Trein op schaal		Fabriekshal		Benzine of diesel		Migratie		Slinger		Vissen in Grevelingen	
	Fase		Fase		Fase			Fase		Fase		Fase		Fase		Fase		Fase		Fase	
	1	2	1	2	1	2	3	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
Leerling: 1	4	2	6	0	3	1	0	5	2	0	0	1	0	2	0	1	0	1	0	0	1
Leerling: 2	5	0	9	1	4	5	1	6	0	0	0	1	0	2	0	2	0	3	0	1	0
Docent	9	4	1	1	1	4	3	8	1	1	0	9	1	0	3	3	4	18	3	3	0

Vragen van de leerlingen aan de docent



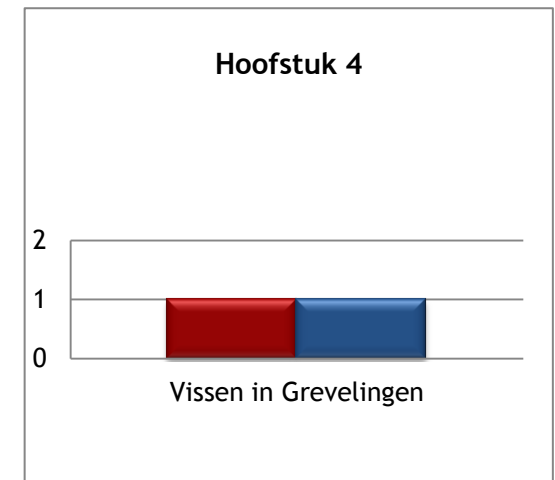
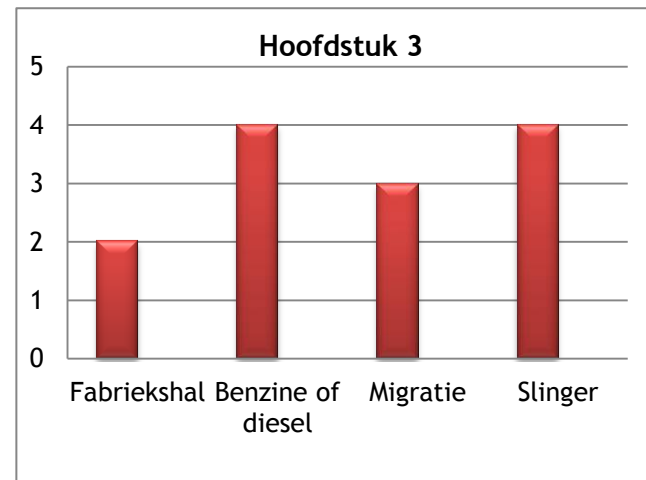
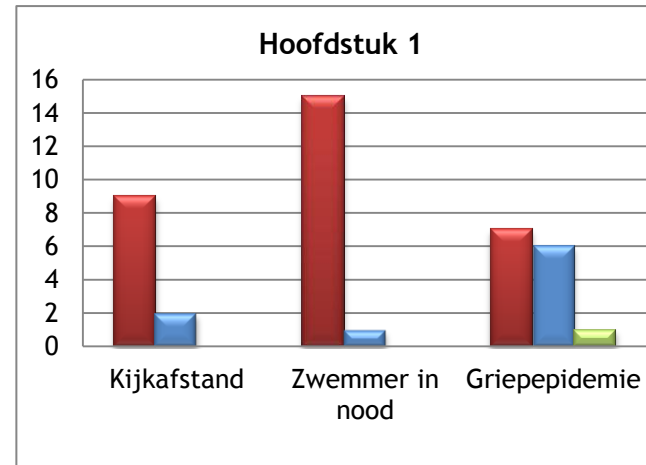
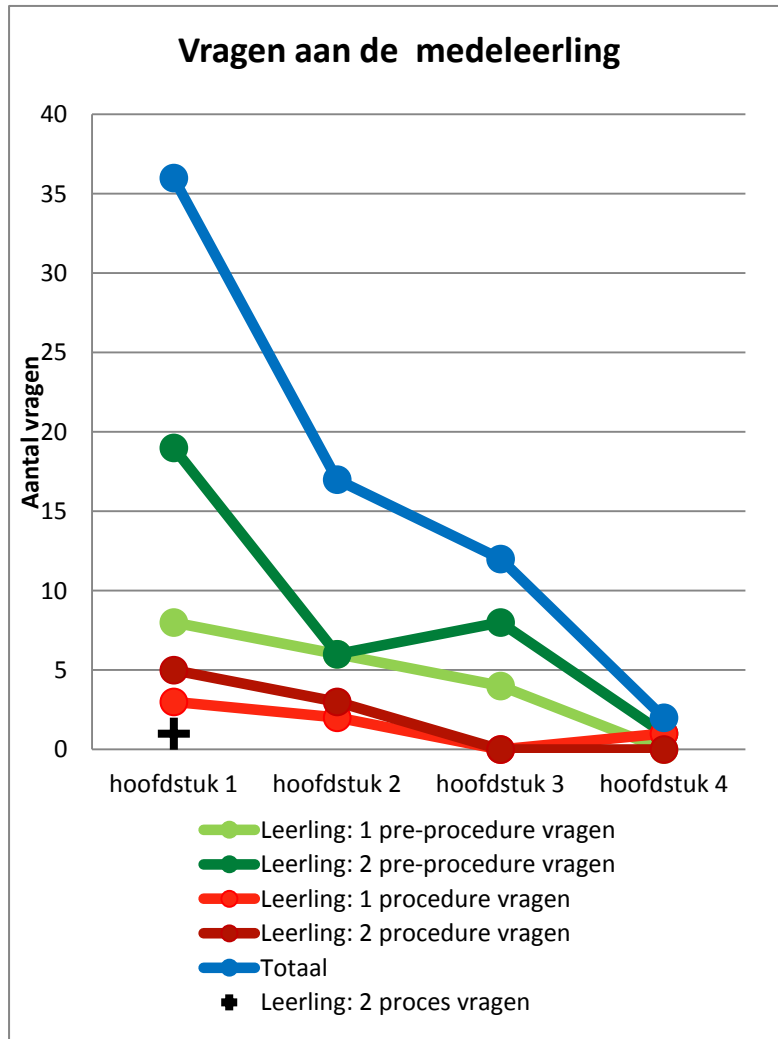
pre-procedure vragen procedure vragen proces vragen

Vragen van de docent



■ pre-procedure vragen ■ procedure vragen ■ proces vragen

Vragen aan de medeleerling



pre-procedure vragen procedure vragen proces vragen

Vragen per les van de leerlingen aan de docent

