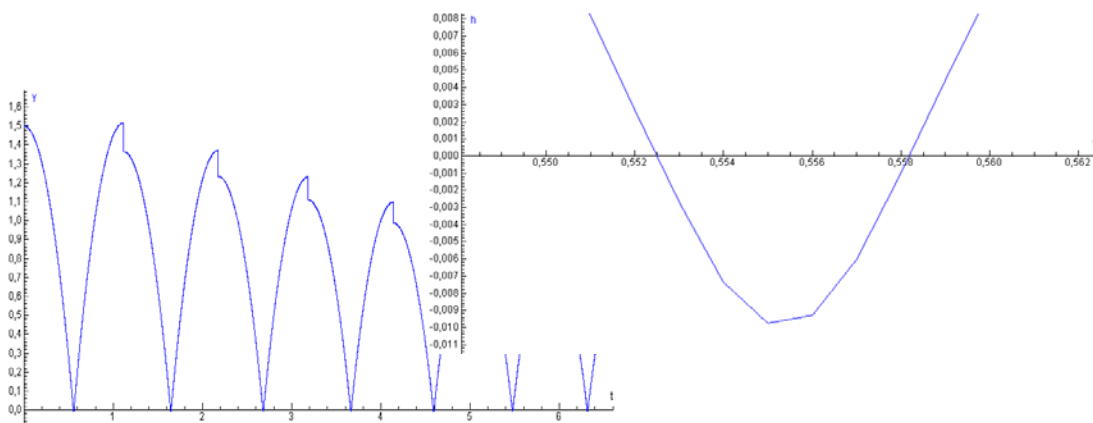


# Modelleren:

- Geschikt
- Ongeschikt

Onderzoek naar factoren die bepalend zijn als goede basis voor onderwijs in modelleren.

```
Modelvenster
Fveer = 0
Als h < 0 dan Fveer = -C*h eindals
Fres = Fveer - Fz
a = Fres/m
v = v + a*dt
h = h + v*dt
t = t + dt
h = 1,5
C = 3000
m = 0,01
g = 9,81
Fz = m*g
v = 0
t = 0
dt = 0,0003
```





**Intituut ELAN**  
**Universiteit Twente**

**Modelleren:**  
 **Geschied**  
 **Ongeschied**

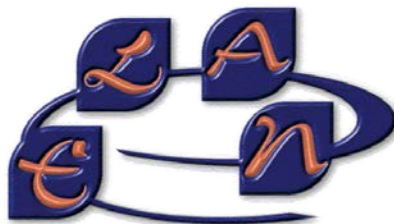
Onderzoek naar factoren die bepalend zijn  
als goede basis voor onderwijs in modelleren.

**C.J.N. Vriend**  
Onderzoek van onderwijs  
29 augustus 2012

Onderzoekslocatie:  
osg. Het Erasmus,  
HAVO/VWO,  
Almelo



Commissie:  
Dr. Ir. H.J. Pol  
Dr. J.T. van der Veen



---

## **Voorwoord**

Onderzoeken is een vak apart. Mijn persoonlijke interesse ligt meer bij het bouwen aan en verbeteren van mijn interesse van dat moment. Als dat onderzoek vervolgens ook nog een sterk sociaalwetenschappelijk karakter heeft, komt mij dat niet gemakkelijk aanwaaien. Na zes jaar zonder diploma in het vak van onderwijzer te hebben volgehouden, heeft de wereld mij ingehaald, en heb ik een onderzoek weten op te stellen in een domein dat mij zeer genegen is. Dat betreft niet alleen modelleren en programmeren als kunstje op zichzelf, maar zeker ook de manier waarop leerlingen zich erin kunnen vastbijten en de emoties die daarbij loskomen.

Ik heb dit onderzoek niet alleen uitgevoerd. Gewillige testonderwerpen waren (meestal) de leerlingen van 5 VWO, jaar 2011/2012, van Het Erasmus in Almelo. Ik ken de meesten van hen van enkele van de vier leerjaren ervoor, soms zelfs vanuit meer dan één vak, en zij kennen mij. We konden openhartig praten over alle problemen die zij ondervonden in de loop van de opdracht. Genoeg van die problemen reken ik mijzelf aan. Dank voor het vertrouwen dat jullie in mij stelden.

De direct betrokken collega's, TOA Evelien Kooijman en docenten Tom Wolbert en Renske Koning waren onmisbaar in het maken en verbeteren van de modelleeropdracht en het bijstaan in het onderzoek zelf. Verder zijn er zijdelings nog tal van andere collega's van het Erasmus die mij de ruimte hebben gegeven hun lessen te verplaatsen of zelfs vrij te geven zodat de leerlingen aan de opdracht konden werken. Ik dank Het Erasmus voor de kans die ze mij heeft gegeven dit onderzoek uit te voeren.

Tenslotte wil ik de afstudeercommissie bedanken, daarvan Henk Pol in het bijzonder, voor de brainstormsessies in het begin, het commentaar over de opdracht en de voortgang halverwege en het verslag aan het einde. Van inspiratie tot kwaliteitscontrole, het verslag was zonder hem niet geworden wat het nu is.

Christiaan Johannes Nicolaas Vriend  
Hauwert  
Dinsdag, 28 augustus, 2012

---

## **Samenvatting**

Eenieder probeert in het dagelijks leven begrip te krijgen van hoe de wereld zich om hem of haar heen gedraagt. Wetenschappers in vele vakgebieden verwoorden dit begrip in kwantitatieve verbanden. Deze kwantitatieve verbanden vormen een model waarmee zij goede voorspellingen kunnen geven over hoe de natuur zich in een bepaalde situatie zal gedragen. Begrip van de modellen geeft dus begrip van de werkelijkheid. Modellen zijn echter vereenvoudigingen van de werkelijkheid en moeten als zodanig steeds worden geëvalueerd.

In het onderwijs wordt modelleren alleen beoefend in het vak natuurkunde op het VWO. Ook vanwege de beperkte tijd die ervoor beschikbaar is, komt de waarde van de vaardigheid modelleren moeilijk tot zijn recht. Beoordelen hoeveel de bestede tijd toevoegt aan het conceptuele natuurkundebegrip van de leerling is lastig. Dit onderzoek kijkt daarom vanuit welke basis van vakken, vaardigheden en karakter de leerlingen het beste tot resultaten komen in een eindopdracht modelleren.

Vakcijfers blijken slechts zwak en weinig significant met het modelleercijfer te correleren. Alleen het vak wiskunde toont een duidelijk positieve samenhang. Samenhang tussen karakter en modelleren blijkt verwaterd door groepsprocessen tijdens de opdracht. Deelnemers die eerder opgaven werden door vastberaden teamgenoten verder geholpen. Enthousiasme bleek hier de enige significante factor te zijn. Groepsprocessen binnen de gehele klas: successervaringen van anderen, danwel teams die gefrustreerd opgeven, blijken ook van invloed te zijn.

---

# Inhoud

Voorwoord.....	4
Samenvatting.....	5
<b>1 Inleiding.....</b>	<b>9</b>
1.1 Stuiterbal modelleren .....	9
1.2 Wat is modelleren? .....	10
1.3 Wat kun je met modellen?.....	12
1.4 Modelleren op school .....	12
1.5 Het nut van modelleren binnen natuurkunde .....	14
<b>2 Modellen en modelleren .....</b>	<b>15</b>
2.1 Inleiding .....	15
2.2 Introductie: “Werelden van werkelijkheden”.....	15
2.3 Het modelleerproces .....	17
2.4 Leren modelleren .....	18
2.5 Opbrengst modelleren in het VWO.....	19
2.6 Numeriek modelleren .....	19
2.7 De lesmethode.....	22
2.8 De onderzoeksvraag.....	23
<b>3 Het onderzoek .....</b>	<b>25</b>
3.1 Inleiding .....	25
3.2 Beginniveau modelleervaardigheid .....	25
3.3 Eindniveau modelleervaardigheid.....	28
3.4 Vakcijfers.....	32
3.5 Karakteronderzoek.....	33
3.6 Extra vragen.....	34
<b>4 Onderzoek, metingen, recept verwerking.....</b>	<b>35</b>
4.1 Inleiding .....	35
4.2 Beginmeting modelleervaardigheid.....	36
4.3 Eindmeting modelleervaardigheid .....	36
4.4 Resultaten meting vakcijfers.....	38
4.5 Resultaten meting karaktereigenschappen.....	38
4.6 Observaties .....	39
4.7 Samenhang tussen metingen onderling.....	41
4.8 Problemen in het onderzoek.....	43
<b>5 Conclusie.....</b>	<b>47</b>
5.1 Onderzoeksvraag .....	47
5.2 Andere conclusies.....	47
5.3 Suggesties voor verder onderzoek en ontwikkeling .....	48

---

<i>Bijlage 1: Practicum Stuiterbal</i> .....	51
<i>Bijlage 2: Karakter enquête</i> .....	54
<i>Bijlage 3: Practicum enquête</i> .....	55
<i>Bijlage 4: Voortest resultaten</i> .....	56
<i>Bijlage 5: Resultaten eindtest, modelleercijfer en enquête</i> .....	57
<i>Bijlage 6: Vakcijfers</i> .....	58
<i>Bijlage 7: Karakterenquête, totaalgemiddelden</i> .....	59
<i>Bijlage 8: Correlaties Balansfactoren en Modelleren</i> .....	60
<i>Bijlage 9: Correlaties Vakcijfers en Modelleren</i> .....	61
<i>Bijlage 10: Correlaties Karakter en Modelleren</i> .....	62
<i>Bijlage 11: Correlaties Mening, Enthousiasme en Modelleren</i> .....	63
<i>Bijlage 12: Correlaties Karakter en Vakcijfers</i> .....	64

---



---

# 1 Inleiding

## 1.1 *Stuiterbal modelleren*

De 4 à 5 weken les in modelleren in april van de 5VWO-groepen gaven mij veel stof tot nadenken. Modelleren is een veelgebruikte discipline in de wetenschappelijke wereld. Tegelijk is het een lastige en weinig uitgediepte vaardigheid binnen het voorbereidende wetenschappelijke onderwijs. Zelden komen leerlingen daar tot het einddoel: het zelfstandig opstellen, controleren en daadwerkelijk gebruiken van een model. Zonder dit einddoel verdwijnt de samenhang en verwatert modelleren tot een aantal losse vaardigheden die lastig onder de knie te krijgen.

De opbrengst van een lessenserie modelleren laat zich niet eenvoudig meten. Lessenserie evaluatie, een controlegroep zonder modelleerles en tests voor conceptueel inzicht vooraf en achteraf, maken een onderzoek dan groter in omvang dan een Onderzoek van Onderwijs-opdracht. Bovendien is er al veel onderzoek in deze richting uitgevoerd. Na enig brainstormen werd een kleinere opdracht binnen dit geheel afgesplitst: Een van de zaken die in het onderzoek naar modelleren in het onderwijs nog missen, is het bepalen van de benodigde voorkennis. Modelleren omvat verschillende vaardigheden die bij andere vakken worden geoefend. Modelleren is echter niet een vaardigheid die voortvloeit uit specifiek ander schoolwerk. Ook zijn modelleeropdrachten veelomvattend en complexer dan andere oefeningen, zodat karaktertrekken zoals vasthoudendheid wellicht meer dan normaal een rol spelen. De basis die voorafgaand aan de lessenserie modelleren bij de leerlingen aanwezig is, moet van invloed zijn op het succes van die lessenserie.

Dit verslag is gemaakt naar aanleiding van een onderzoek naar factoren die als basis van modelleeronderwijs bepalend zijn voor het succes ervan. Dit hoofdstuk zal algemeen uitleggen wat modelleren is en hoe het nu in het onderwijs zijn plaats heeft. Het volgende hoofdstuk diept de achterliggende theorie van het concept "model" en de wiskundige invulling ervan uit. Uit deze basistheorie wordt de onderzoeksvraag verwoord. Hoofdstuk 3 meldt de metingen die in het kader van het onderzoek zijn ontworpen. Hoofdstuk 4 toont de meetresultaten, de betrouwbaarheid van en de samenhang tussen de verschillende metingen. Ook worden algemene observaties gerapporteerd. Hoofdstuk 5 tenslotte verwoordt het antwoord op de onderzoeksvraag en mogelijkheden voor vervolgonderzoek.

---

## 1.2 Wat is modelleren?

“Je laat per ongeluk een hamer uit je handen glippen. Op hetzelfde moment haal je, zonder er echt bewust bij na te denken, je voet opzij. Op tijd, de hamer valt er daardoor net naast.”

“De oudste van mijn twee nichtjes (4 jaar) vindt het fijn om te delen. Een schaaltje met paaseitjes wordt de hele tafel rondgedragen. Als ik echter met vragende ogen, mijn hand ophoudend, naar mijn jongere nichtjes' (1 jaar) doosje met krentjes kijk, trekt ze deze beschermend opzij.”

Iedereen is continu bezig met modelleren en simuleren zonder zich daarvan echt bewust te zijn. De mens als denkend wezen beschouwt de wereld om hem heen als iets dat hij kan begrijpen. Hij ziet dingen die steeds op dezelfde manier gebeuren en herkent de regel. Zulke regels zijn ook in andere situatie toepasbaar, zodat hij voorspellingen kan doen over het gedrag van zijn omgeving. Uiteindelijk levert dit hem voordeel op.



Figuur 1 - Zoë

Modelleren en simuleren gaan hand in hand. Modelleren is vooral het herkennen van de regels waaraan iets moet voldoen. Simuleren is vervolgens het toepassen van die regels op een situatie die nog moet gebeuren, om zo tot een voorspelling van het resultaat te komen. Dit “toepassen” gebeurt buiten de werkelijkheid om: door middel van een redenatie. Simuleren is “doen alsof”, zonder het concreet uit te proberen. In het eerder genoemde voorbeeld geeft het toepassen van de regel “als je iets weggeeft, dan heb je het daarna niet meer!” als resultaat dat je straks zelf minder krentjes hebt om op te peuzelen!

Zodra we in de wetenschappelijke wereld deze principes toepassen, worden de regels strakker en zoveel mogelijk kwantitatief vastgelegd. In deze context kun je modelleren definiëren als het vastleggen van geobserveerde verschijnselen in kwantitatieve verbanden. “Als de hamer van een 4 keer zo grote hoogte valt, is hij 2 keer zo lang aan het vallen”. Met meer observaties kun je zelfs de volgende regel herkennen: “  $h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$  ”. Natuurkunde gezien vanuit de wetenschap beschouwt dus kwantitatief vastgelegde regels terwijl de alledaagse ervaring, de intuïtie, meer kijkt naar kwalitatieve verbanden: “Een hamer valt hard op je teen”. Als je “snel” bent, kun je je voet nog wegtrekken.

Het nut van de kwantitatieve verbanden blijkt pas zodra de samenhang van verschillende verbanden te complex wordt om binnen een intuïtieve redenatie te overzien. De complexiteit hangt dan af van de veelheid aan regels en de tijdsduur waarover wordt gekeken. De computer kan in dit soort complexe verbanden de taak van het redeneren overnemen, mits de regels en het uitgangspunt goed zijn vastgelegd. Het vastleggen van regels gebeurt in de vorm van kwantitatieve formules. Het uitgangspunt, de toestand, wordt vastgelegd door alle relevante factoren in de beginsituatie in de gebruikte kwantiteiten uit te drukken. Dit geheel

---

aan formules kan op elk moment berekenen hoe de toestand over een kleine periode, een zogenaamde tijdstap, verandert. De veranderde toestand kan dan worden gebruikt in de regels voor de berekening van de volgende tijdstap. Dit proces herhaalt zich totdat er voldoende tijdstappen zijn doorgerekend om een voorspelling op te kunnen baseren.

De kwantitatieve regels zijn echter een vereenvoudiging van de werkelijkheid. Ook de beginsituatie kan niet met perfecte precisie worden waargenomen. Tenslotte worden details die binnen een tijdstap gebeuren verwaarloosd. Dit heeft tot gevolg dat een model niet perfect is en een simulatie met zo'n model na verloop van tijd afwijkt van wat er echt gaat gebeuren. Voor bijvoorbeeld weersimulaties geldt er dan ook een voorspellingshorizon van 4 à 6 dagen.

Modelleren werd eerder omschreven als "het herkennen van regels waaraan iets moet voldoen". Binnen verschillende vakgebieden worden regels echter verschillend ingevuld en daarmee wordt het proces van modelleren dus ook per vakgebied anders ingevuld. Modellen in de modeindustrie geven de perfecte of gewenste werkelijkheid weer van kleding of juist de mensen zelf. Maquettes en schaalmodellen in het algemeen zijn modellen van constructies die worden gebruikt voor het informeren van klanten en aannemers hoe een gebouw eruit moet gaan zien. Het bolletjesmodel geeft de ruimtelijke structuur weer van moleculen. In flowcharts kun je zeer veel verschillende zaken weergeven zoals beslissingsschema's, geldstromen, stromen van fysieke materialen of goederen enzovoorts. Elk van deze voorbeelden heeft echter gemeen dat zij "echte" zaken weergeven op een vereenvoudigde wijze. Deze weergave wordt gebruikt om de echte zaken beter te begrijpen of voorspellen. Tenslotte uit dit betere overzicht van zaken zich in de mogelijkheid tot het nemen van betere beslissingen.

Daarmee is een definitie van een model te geven als: *"Een vereenvoudigde, overzichtelijker weergave van de werkelijkheid"*.

Daaruit volgt als definitie van modelleren: *"Het herkennen en vastleggen van de relevante regels van een complexe werkelijkheid in een vereenvoudigde overzichtelijke weergave van deze werkelijkheid."*

En simuleren is tenslotte te definiëren als: *"Het maken van een voorspelling in een werkelijkheid met behulp van een model waarin die werkelijkheid is vastgelegd."*

Deze definities pogen onafhankelijk te zijn van vakgebieden. In de literatuur, maar ook in gesprek met mensen binnen het vak, worden verschillen in definities aangetroffen die het gevolg zijn van de verschillen in context waarin onderzoek wordt gedaan. Bijvoorbeeld begrip wordt door velen als het belangrijkste doel van modelleren genoemd, maar vanuit de regeltechniek zal de voorspellende waarde van het model juist meer worden gewaardeerd. Anderen definiëren modelleren juist aan de hand van een set van zeven eigenschappen die alle wetenschappelijke modellen gemeen hebben. Hierbij maken zij echter bijvoorbeeld de keuze schaalmodellen uit te sluiten omdat deze niet wetenschappelijk zijn. Modelleren is een begrip dat breed wordt gebruikt en waarvan de exacte grenzen niet vast liggen.

---

### **1.3 Wat kun je met modellen?**

Bij simulaties denken we al snel aan computers. Computers vormen echter niet de enige route om mee te modelleren en simuleren. Eise Eisinga bouwde al in de 18<sup>e</sup> eeuw een mechanisch planetarium. De regels van de bewegingen van de hemellichamen waren bekend. De regels kon hij mechanisch, met tandwielen en assen, vastleggen en gebruiken om de bewegingen in een model weer te geven.

Computers zijn kort na de tweede wereldoorlog uitgevonden. In die tijd werden ze meestal gebruikt om binnen bedrijven informatie te verwerken, zoals de boekhouding. Echter al snel had de wetenschappelijke wereld door dat het hele goede rekenmachines waren die uitermate geschikt waren om complexe systemen "door te rekenen". Een van de eerste toepassingen werd gevonden in de eerder genoemde weerssimulaties. In 1950 werd de eerste succesvolle weersvoorspelling gedaan met behulp van een computermodel. (P. Lynch, 2007) De modellen waren echter beperkt in kwaliteit omdat de computertechniek nog niet in staat was met grote hoeveelheden informatie om te gaan. Daarom moesten modellen worden vereenvoudigd en moest ook het detail van de berekeningen, het aantal berekende punten per oppervlak, beperkt blijven. Zelfs dan duurde het berekenen van een voorspelling van het weer één dag in de toekomst 24 uur! Verder was de kennis van het weer als natuurkundig verschijnsel nog verre van compleet. Zonder beelden vanuit de ruimte was het toen moeilijk om overzicht te krijgen over de gehele weersystemen.

Ondertussen vind je computermodellen terug in nagenoeg alle wetenschappelijke disciplines. Het CPB gebruikt economische modellen om de rijksbegroting door te rekenen. Computerchips worden in de computer ontworpen en via simulaties gecontroleerd nog voordat ze worden gefabriceerd. Wetenschappers proberen met een supercomputer een zelflerende, kunstmatige intelligentie te maken die is gebaseerd op een model van 1 miljard neuronen (IEEE, 2009). De deeltjesversneller van het CERN doet miljoenen observaties die op zichzelf weinig zeggen. Men heeft echter verschillende computermodellen gemaakt gebaseerd op verschillende hypothesen. De simulaties die het meeste met de waarnemingen overeenkomen, zullen komen uit het model dat het meeste met de werkelijkheid overeenkomt. Tenslotte baseren grote banken een groot deel van hun beurshandel op computermodellen. Deze voorspellen elke milliseconde wat de beste investeringen zijn en handelen dan zonder tussenkomst van mensen direct op de diverse markten. (Arstechnica, 2009) Zodra een verschijnsel is uit te drukken in getallen en er regels kunnen worden opgesteld aan de hand van observaties, kun je er een model van maken. Dit geldt voor elk vakgebied en je komt ze dan ook overal tegen.

### **1.4 Modelleren op school**

Op school worden modellen veelal ingezet als vereenvoudiging van de werkelijkheid die daardoor voor de leerlingen beter is te doorzien. Het bolletjesmodel van atomen die aaneensluiten tot moleculen bij scheikunde is hier een voorbeeld van, of dwarsdoorsnedes van de aarde bij aardrijkskunde die grafisch de waterkringloop van berg tot aan de zee weergeven. Elk vakgebied heeft zijn eigen vormen van modellen. Bij al deze toepassingen is het model een gegeven dat door de leerling kan worden gebruikt om een verschijnsel te doorgronden. Er zijn ook van vele toepassingen computermodellen on-line te vinden, zogenaamde applets, die interactief verschijnsels proberen te verklaren. Met behulp van één of meer "knoppen" kunnen dan instellingen worden

aangepast, waarop het model de gevolgen van die veranderingen laat zien. Een aardig voorbeeld is een applet waarin "John Travoltage" zichzelf met zijn swingende voet statisch oplaadt en zich vervolgens aan een deurknop met een schok weer ontladst. Zie figuren 2 en 3. (UnivColorado, 2009) Dit soort modellen geeft leerlingen echter nog geen vrijheid zelf de regels op te stellen: het model ligt vast en alleen enkele variabelen zijn beschikbaar voor manipulatie.

Bij het vak natuurkunde wordt geëist dat ook de modelregels door leerlingen te veranderen moeten zijn. Daardoor krijgen ze de mogelijkheid te testen of de natuur volgens zelf opgestelde regels zich ook gedraagt zoals zij verwachten. Deze modelregels kunnen verschillende vormen hebben. In de kern zal een computer altijd rekenregels verwerken, maar deze kunnen ook worden gepresenteerd in bijvoorbeeld schematische vorm. Bij natuurkunde speelt al enige tijd de discussie of modellen in wiskundige vergelijkingen, of juist in schematische voorstellingen van die vergelijkingen moeten worden behandeld. Voor nu is de vergelijkingsvorm in Nederland onderdeel van de verplichte examenstof.

In de vernieuwde tweede fase komt modelleren specifiek terug in het kunnen gebruiken van modellen bij bewegingen met wrijving en kromlijnige bewegingen zoals een horizontale worp en planeetbanen. In het WEN-examenprogramma werden rekenkundige modellen in 1994 toegevoegd. Na één jaar uitsluiting van het onderwerp werd het in het VWO-examen van 1996, tijdvak 2, voor het eerst teruggevraagd.

Buiten Nederland is het onderwerp een minder belangrijk deel van het natuurkunde curriculum. L. Rogers heeft het gebruik van ICT in Europees onderwijs onderzocht (L. Rogers, 2006). Voor vijf landen kwam dit gemiddeld uit op 63%. Als echter werd gevraagd naar wie ook modelvorming gebruikte in de lessen, daalde dit tot 35%, waarbij alleen Nederland en Portugal boven de 50% scoren. Simulaties in vastliggende modellen worden dus wel veel gebruikt op scholen om dingen te verduidelijken. De extra stap om deze modellen op te stellen, of er zaken aan te veranderen, wordt zelden gemaakt. Ook in Nederland is de praktijk echter niet onverdeeld positief. Hoewel modelleren centraal examenstof is, werd er de afgelopen drie jaar niets van teruggevraagd in deze examens.



**Figuur 2 - John Travoltage**



**Figuur 3 - John ontladst**

---

## 1.5 **Het nut van modelleren binnen natuurkunde**

Modellen en simulaties worden gebruikt bij vele studies die natuurkunde als vak verplicht stellen. Modelleren is een gevraagde en gebruikte vaardigheid en dat maakt duidelijk dat onderwijs erin nuttig is. Ook voor begripsvorming van complexe situaties, bijvoorbeeld wanneer een groter aantal voorwerpen moet worden beschouwd, de natuurkundige verschijnselen verschillende domeinen bestrijken, of wanneer er sprake is van dynamisch gedrag, zijn modellen nuttig. In plaats van één enkele berekening als antwoord op een vraag, kan via een simulatie de variatie van verschillende variabelen in de tijd worden bekeken. Dit kan meer houvast bieden voor het daadwerkelijk begrijpen van de gehele natuurkundige situatie, in tegenstelling tot slechts het vinden van één antwoord op de gestelde vraag.

Er is echter een nog belangrijker reden om modelleren in het curriculum niet te verwaarlozen. De natuurkunde, en daaruitvolgend alle natuurvakken, beschrijven de wereld met formules en verbanden die niet anders zijn dan een model van de werkelijkheid. In zo'n model worden altijd aannames gemaakt die de werkelijkheid vereenvoudigen en daarmee onvolledig, maar binnen een context niet bepaald fout, zijn. Echter, om echt tot een diep begrip te komen van wat er aan de hand is, moeten deze aannames wel onderdeel zijn van de studie. Of zoals M. Webb zegt:

*"The very process of challenging such assumptions is an integral part of science in action, so modeling activities which allow those assumptions to be challenged and tested provide an extremely valuable means of developing an understanding of science."* (L. Rogers, 2006)

Het betrekken van leerlingen in het wetenschappelijke proces van testen van natuurkundige aannames, helpt ze met het ontwikkelen van diepgaand begrip hierin.

Dus kort samengevat. Modellen kom je in heel veel wetenschappelijke vakgebieden tegen. Modelleren en simuleren vormen daarmee waardevolle vaardigheden welke zeker plaats moeten vinden in het VWO-curriculum van de aankomend wetenschapper. Verder geven modellen je een veel dieper inzicht in het systeem van regels waaraan de natuur zich houdt. Door details weg te laten of toe te voegen verdiept de leerling zijn inzicht in de natuur. In het volgende deel wordt de reeds bestudeerde theorie van het proces van modelleren onderzocht. Naar aanleiding van deze theorie wordt een onderzoeksvraag gesteld.

---

## 2 Modellen en modelleren

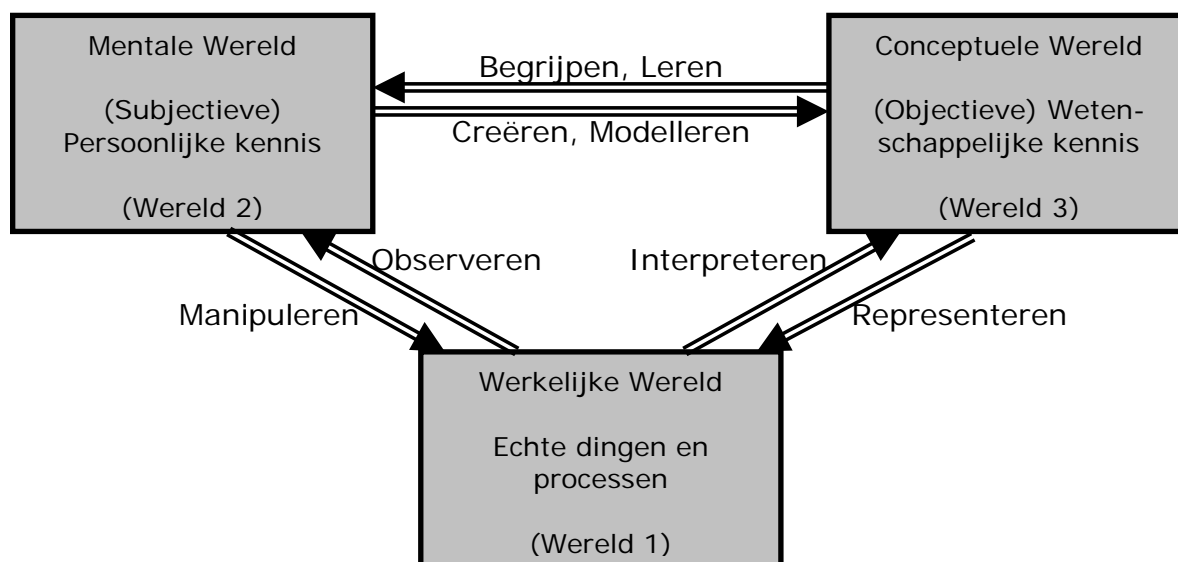
### 2.1 Inleiding

Het proces dat wordt doorlopen bij het maken en gebruiken van een model bevat een aantal terugkerende stappen. Deze zijn deels gebaseerd op de vertaalslag die moet worden gemaakt tussen "echte" wereld, het beeld dat iemand van die wereld zelf heeft en de afbeelding van de wereld die binnen de wetenschap als totaal wordt aangehouden. Deze vertaalslag wordt als eerste uitgediept. Vervolgens wordt het proces van modelleren in de praktijk beschouwd, tot en met het invoeren en testen van het model aan de verwachtingen en de terugkoppeling hiervan. Tot slot wordt beschreven hoe numeriek modelleren nu in het voortgezet onderwijs wordt onderwezen. Vanuit deze achtergrond wordt dan de onderzoeksvraag geformuleerd.

### 2.2 Introductie: "Werelden van werkelijkheden"

Zoals in het voorgaande deel van het verslag is gezegd is modelleren een proces waarin observaties en ervaringen vanuit de echte, werkelijke wereld leiden tot het herkennen van algemene regels waaraan de wereld zich lijkt te houden. Het doel daarvan is in andere situaties met behulp van die regels de wereld beter te begrijpen en daardoor de toekomst te kunnen voorspellen in vergelijkbare situaties. Met deze voorspelling kun je je voordeel doen.

Er spelen dus een aantal verschillende werkelijkheden een rol. D. Hestenes vat de werkelijkheden die kunnen worden onderscheiden samen in een schema van drie werelden. (D. Hestenes 2006) Wereld 1 is hierin de "echte" fysieke wereld. Wereld 2 is het mentale concept dat een persoon heeft van deze echte wereld. Hierin doet hij zijn voorspellingen, hij bekijkt de echte wereld of zijn voorspellingen kloppen en zo verbetert hij steeds zijn mentale model. Deze mentale wereld is dus een "afbeelding" van de echte wereld in de gedachte van de aanschouwer. Zie figuur 4.



**Figuur 4 – Afbeeldingen van de wereld** (D. Hestenes 2006)

De wetenschap probeert de werkelijkheid van wereld 1 vast te leggen in relaties met meer eenduidigheid en zekerheid. Dit uit zich veelal in het herkennen van



---

eigenschappen van wereld 1, de grootheden, en kwantitatieve verbanden tussen deze grootheden, in de vorm van formules. Dit geheel van verbanden, omgezet via de 2<sup>e</sup> wereld, vormt daarmee de 3<sup>e</sup> wereld, een wereld van de objectieve concepten waarover men het eens is. Deze conceptuele wereld is zodanig eenduidig geformuleerd dat mensen deze kunnen gebruiken in onderlinge communicatie, zonder in spraakverwarring vast te lopen. Sterker nog, met de kwantitatieve verbanden is het mogelijk om een computer te gebruiken om zaken via berekeningen te laten voorspellen.

Wetenschappelijk onderzoek heeft als doel alle regels van de werkelijke wereld te achterhalen en plaats te geven in de conceptuele wereld. Men beseft echter dat deze zoektocht nog niet is voltooid. Daarmee is de beschrijving van de vastgelegde conceptuele wereld onvolledig. Los daarvan worden, afhankelijk van de situatie, irrelevante regels vaak weggelaten, zodat situaties overzichtelijker worden. Zeker in het onderwijs vereenvoudigt men de conceptuele werkelijkheid.

Het vak natuurkunde geeft les in en vooral vanuit deze derde wereld. Via voorbeelden van situaties leren leerlingen met formules te berekenen wat de eindsituatie zal zijn. Natuurkundeles in de kern gaat over het overdragen van de vastgelegde conceptuele wereld naar die mentale wereld die elke leerling voor zichzelf continu vormt en uitbreidt. Dit "theoriedeel" van het vak natuurkunde komt overeen met de bovenste pijl van figuur 4. Een veelgehoorde opmerking echter is, dat zij de uitkomst zien als iets "van het vak natuurkunde" en niet iets dat in de echte wereld ook zo gebeurt. Bijvoorbeeld een leerling die prima kan uitleggen dat zonder kracht een voorwerp een constante snelheid houdt, maar dit zelf niet gelooft zodra het in het voorbeeld van een fiets op een weg wordt toegepast. De nieuw aangedragen kennis moet worden ingebed in de mentale afbeelding die de leerling voor zichzelf al heeft. Voor een deel wordt dit doel nagestreefd met behulp van observaties tijdens practica, waarin de interacties overeenkomen met de twee pijlen linksonder in figuur 4. De mentale wereld is echter onbetrouwbaar. Vooringenomenheid is moeilijk te vermijden. Practica eisen daarom ook een uitwerking die observaties direct vertalen in conceptuele verbanden via interpretatie van metingen weergegeven in grafieken. Dit proces komt overeen met de twee pijlen rechtsonder.

De koppeling tussen de mentale wereld van de leerling en de conceptuele wereld van de wetenschap is zeer belangrijk. Een toekomstig ingenieur moet een bepaald niveau van "intuïtie" behalen bij het inschatten van situaties. Vanuit zichzelf lopen leerlingen het risico dat zij slechts leren formules toe te passen. Een zeer sterke manier om deze koppeling expliciet te maken, is door leerlingen "hun eigen conceptuele wereld" te laten maken in een model, en hen dan deze wereld via simulaties te laten vergelijken met hun mentale model van de echte wereld. Bijvoorbeeld een rubberen stuiterbal die vanaf een bepaalde hoogte wordt losgelaten: hoe beweegt deze naar beneden, en zal deze na het terugstuiteren even hoog komen?

Gegeven figuur 4 is modelleren nu ook te definiëren aan de hand van de tweede pijl bovenaan. In woorden geeft dit: *"Modelleren is het in eenduidige regels vastleggen van de wereld zoals iemand die mentaal, in zijn hoofd heeft zitten, in kwalitatieve en/of kwantitatieve concepten en verbanden."* Impliciet aan deze definitie is het feit dat er nu wordt gekeken naar wetenschappelijke modellen die de werkelijkheid beschrijven zoals die via waarnemingen zijn geobserveerd. De definitie is daarmee minder algemeen dan die uit hoofdstuk 1.



---

## 2.3 Het modelleerproces

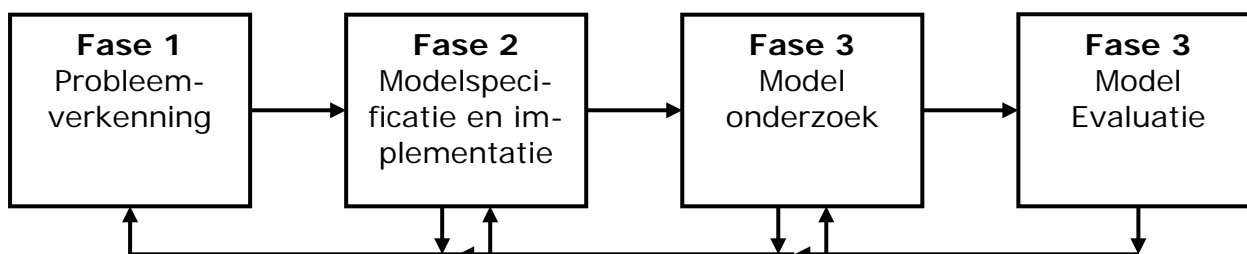
Binnen het modelleren kun je een aantal fasen onderscheiden. Het belangrijkste is dat leerlingen leren bepaalde beschreven natuurkundige situaties op een kwantitatieve manier leren te herkennen en verwoorden. Vervolgens moeten zij deze beschrijving binnen een gegeven modelleeromgeving met haar syntax kunnen vastleggen. Tenslotte moeten zij het model met behulp van simulaties evalueren en daarop verbeteren of aanvullen.

B. Ormel heeft een aantal onderzoeken naar modelleren naast elkaar gelegd. (B. Ormel 2010) Elk onderzoek gebruikt een andere faseindeling en de keuze van fases is dan ook afhankelijk van de onderzoekscontext. In zijn proefschrift gebruikt hij een indeling van vier fasen:

1. Probleemverkenning
2. Modelspecificatie en implementatie
3. Modelonderzoek
4. Modevaluatie

In de probleemverkenning wordt de beschreven situatie zoveel mogelijk gekoppeld aan kennis die al aanwezig is. Leerlingen proberen het probleem "voor zich te zien" en zoeken vervolgens de verbanden die bij de situatie horen. Er worden inschattingen gemaakt van welke zaken kunnen worden weggelaten en welke belangrijk zijn voor het kerngedrag van de probleemstelling. In de modelspecificatie en implementatie worden de benodigde differentiaalvergelijkingen opgesteld en voor zover nog niet gegeven beginwaarden geschat. Het model wordt ingevoerd in de modelleeromgeving en syntaxfouten worden verbeterd. Het modelonderzoek is de eerste test of het model zich gedraagt zoals men de situatie in de verkenning zelf voor zich zag. Het geeft gelegenheid om fouten te verbeteren en beginwaarden te kiezen die beter bij de probleemstelling passen. Als het model zich niet gedraagt zoals verwacht, kunnen vergelijkingen van eerder niet herkende of verwaarloosde verschijnselen worden toegevoegd. Tenslotte wordt het model in de modevaluatie gebruikt om de onderzoeksvraag te beantwoorden. De waarde van het model wordt getest door voorspellingen ervan te toetsen aan de werkelijkheid.

Het doorlopen van deze vier fasen is een totale modelleercyclus. Fase 3 en 4 geven gelegenheid tot het verbeteren van het model dat volgde uit fase 2. Het is zelfs goed mogelijk dat elke verandering aan het model steeds direct wordt geëvalueerd. Een dergelijke iteratieve manier van modelleren geeft dus zeer korte modelleercycli. Zie figuur 5.



**Figuur 5 - Modelleerproces in cycli** (B. Ormel, 2010)

---

## 2.4 Leren modelleren

Elk van de vier modelleerfasen heeft zijn eigen problemen (B. Ormel, 2010). In het algemeen is een nieuw onderwerp of een nieuwe vaardigheid het beste te leren door de eerste kennismaking terug te brengen tot de kern van de zaak met zo min mogelijk afleiding. De eerste fase, de probleemverkenning, is niet heel anders dan wat de leerlingen kennen van "normale" oefeningen. Het doel dat wordt nagestreefd, een werkend model, heeft echter wel zijn invloed op de probleemverkenning. Er moet nu niet worden gezocht naar waarden die in een zekere formule moeten worden ingevuld om tot een antwoord te komen, maar juist naar de verbanden die de beschreven situatie domineren. Dit inzicht leert de leerling door de laatste 3 fasen te doorlopen. De eerste fase moet dus tot een minimale kern worden teruggebracht. Dit kan worden bereikt door uit te gaan van een context die vooraf reeds goed wordt begrepen en slechts een klein aantal dominante verbanden kent.

De tweede fase van het modelleerproces, de specificatie en implementatie, is voor de leerling vooral een fase waarin men de modelleeromgeving en de gebruikte syntax moet leren. De syntaxproblemen worden deels verlicht door de leerling te wijzen op de voorbeelden in het lesboek, maar het wegwerken van specifieke syntaxfouten behoeft meer persoonlijke begeleiding. Vanuit mijn eigen ervaring blijkt nu ook dat men het werk van de eerste fase niet of nauwelijks heeft ingezien. Pas in deze fase kan begeleiding aangeven welke verbanden men in de opgave had moeten lezen om tot een compleet model te komen.

Het eerste probleem waar de leerling in de derde fase tegenaan loopt, is de simulatieinterface: van relevante variabelen moet een tabel of grafiek worden uitgevoerd. Inzien precies welke grafieken relevant zijn, eist echter inzicht in het model. Leerlingen zijn vaak vanuit zichzelf niet zeker genoeg om zonder dit inzicht enkele variabelen uit te proberen. Zodra een grafiek aangeeft dat het model niet werkt, komt men het tweede grote probleem tegen: Hoe de foute grafiek te vertalen naar een bepaalde modelfout. Gericht debuggen, foutzoeken, is een veelgevraagde vaardigheid in het ICT bedrijfsleven en voor de meeste leerlingen op dit punt in hun leven nog volledig onbekend. De modelleeromgeving geeft aan waar er syntaxfouten zijn, of in welke regel er variabelen nog ongedeclareerd zijn. Modelinhoudelijke fouten eisen meer inzicht in de betekenis van grafieken voordat men iets aan het model kan verbeteren. Deze fase vereist de meeste ondersteuning van begeleiding en het is juist hier dat de vaardigheid van de begeleiding het meest wordt beproefd. Zodra deze fase is doorlopen en het model een "goed" of tenminste herkenbaar resultaat oplevert, ondervinden de leerlingen het mooiste succesmoment van de excersitie. Deze succeservaring moet als doel in de eerste opdracht centraal staan.

De vierde fase is grotendeels een herhaling van de derde fase. Het verschil is dat er nu een werkend model is, waar zaken aan veranderd kunnen worden. Elke verandering kan met een simulatie direct worden beoordeeld op beoogd effect. Bij een kernvoorbeeld is er zelfs de kans dat er geen bijstellingen meer nodig zijn. Het in tweede instantie opleggen van een extra randvoorwaarde kan deze fase echter alsnog op de leerling forceren, zodat hij ook zelfstandig een modelleercyclus moet doorlopen.

Vervolgopdrachten moeten de vaardigheden van de modelleeromgeving, de syntax en het debuggen, tot een vertrouwd niveau brengen. Pas als men

---

zelfstandig het modelleerproces kan doorlopen, heeft het zin om nieuwe concepten of complexe combinaties van bekende concepten te gaan modelleren. Pas als dit niveau van modelleren wordt gehaald, wordt de waarde van modelleren voor de leerling duidelijk.

Tot het moment dat de leerling zelfstandig een model kan opstellen, evalueren en verbeteren is begeleiding onontbeerlijk. In het traject zitten talloze momenten van frustratie die zonder begeleiding snel opeenstapelen tot een gevoel van machteloosheid waardoor de studenten uiteindelijk opgeven. Begeleidende docenten en assistenten moeten dan zelf binnen korte tijd vele malen fouten snel herkennen. Dit vereist een hoge mate van ervaring in de specifieke opdracht en modelstructuren in het algemeen.

Modelleren is als discipline in het onderwijs echter nog nieuw, en een deel van de begeleiders zal hier moeite mee hebben. J. Van Driel en N. Verloop hebben onderzoek gedaan naar modelinzicht onder docenten. (J. VanDriel, J. Verloop, 1999) Zij concluderen dat er verschillen tussen docenten zijn in inzicht over de verschillende eigenschappen en toepassingen van wetenschappelijke modellen. Deze verschillen suggereren dat er ook verschillen zijn in ervaring met modellen. Wel moet worden opgemerkt dat dit onderzoek vooral keek naar opvattingen over modellen en niet naar de ervaring in het zelf opstellen en evalueren van modellen.

## **2.5 Opbrengst modelleren in het VWO**

Het nut van modelleren is reeds beschreven in de inleiding: Het is een vaardigheid die bij vele disciplines in het vervolgonderwijs en het bedrijfsleven wordt gevraagd en de producten van modellen kunnen overal in de samenleving worden teruggevonden.

De opbrengst van modelleeropdrachten in het VWO is minder eenvoudig aan te geven. Sowieso zijn er verschillende doelen binnen het modelleren die zijn te onderscheiden. De opbrengst in het leren van modelleer- programmeer- en debugvaardigheid zijn duidelijk. Maar dit is niet de theoretische natuurkunde die in het vak centraal staat. De opbrengst in het vergaren en verdiepen van natuurkundig conceptueel inzicht is minder makkelijk te beoordelen.

FK Hwang bekeek acht studies waarvan er vijf een positief effect vonden op de verbetering van conceptueel inzicht. (FK. Hwang, 2006) Redenen van het achterblijven van goede resultaten bij deze onderzoeken waren velerlei, maar een drietal redenen sprong eruit: onvoldoende pedagogische ondersteuning, tekortkomingen in ontwerp van de simulatieopdracht en onvoldoende vaardigheid in het probleemoplossen van de leerling. Dit zijn precies de nieuwe vaardigheden die bij modelleren komen kijken, zoals in de vorige paragraaf genoemd. Daar werden ook de oplossingen genoemd: de eerste opdrachten geen nieuwe concepten modelleren, kleine opdrachten en goede begeleiding bij het debuggen. De voorzichtige conclusie is dat modelleren ook conceptueel inzicht kan versterken, mits er aan een aantal voorwaarden is voldaan.

## **2.6 Numeriek modelleren**

Hoe een model wordt gemaakt en hoe daarmee vervolgens wordt gesimuleerd, hangt af van het vakgebied waarbinnen de situatie die wordt gemodelleerd valt. Binnen het natuurkundige vakgebied zelf zijn er ook verschillende manieren van modelleren. Alle modellen hebben wel met elkaar gemeen dat zij de situatie

---

steeds voor kleine tijdstappen beschouwen. Elke tijdstap verder worden de veranderingen gebruikt om de volgende tijdstap verder te rekenen.

Modellen zijn veelal ad hoc ontworpen. De maker gebruikt zijn eigen kennis en inzicht om verbanden in computertaal vast te leggen. Een model dat eenvoudig begint, kan steeds verder worden uitgebreid om meer uitgebreide situaties te omvatten. Vaak wordt er dan echter voorbijgegaan aan sommige basiswaarheden. Je zou bijvoorbeeld met een economisch model kunnen eindigen dat intern steeds meer geld "bijmaakt" daar waar dat in werkelijkheid niet kan. Binnen de natuurkunde zijn er zo enkele grootheden te herkennen die worden "behouden", zoals energie en impuls. Ad hoc modellen kunnen fundamentele fouten bevatten, waarbij op het eerste gezicht het model de toekomst best goed voorspelt, maar er wel steeds energie "ontstaat uit het niets".

Het voorgaande probleem kan worden opgelost door te werken met modelregels die dit soort problemen voorkomen. Binnen bijvoorbeeld de studie Elektrotechniek wordt geleerd ideaal-fysische modellen op te stellen met behulp van bondgrafen. (DynSys, 1994) In deze modellen worden onderdelen van de situatie omschreven met symbolen die garanderen dat de energie in een systeem blijft behouden.

In het mechanische domein kun je bijvoorbeeld stellen dat voor wrijving geldt:

$$F_w = v \cdot \mu \quad [1]$$

met  $F_w$  de wrijvingskracht,  $v$  de snelheid en  $\mu$  een constante.

Voor een deeltje met massa  $m$  geldt:

$$v = v_0 + dv = v_0 + \int a \cdot dt = v_0 + \frac{1}{m} \int F_{res} \cdot dt \quad [2]$$

met  $a$  de versnelling.

En voor een veer geldt:

$$F_v = F_0 + dF = F_0 + k \cdot du = F_0 + k \int v \cdot dt \quad [3]$$

met  $k$  de veerconstante.

Voorwerpen die aan elkaar vast zitten, hebben dezelfde waarde voor  $v$ , en oefenen ook dezelfde kracht  $F$  op elkaar uit. Zo krijg je een stelsel vergelijkingen dat voor elke tijdstap  $t$  is op te lossen. Elk onderdeel voldoet aan zijn natuurkundig ideale omschrijving en daarmee aan de behoudenswetten. Zodra de te modelleren situatie is opgedeeld in massa's, wrijvingen en verende verbindingen, kan het model uit losse onderdelen worden samengesteld. Wat vooral opvalt is dat de toestand van het model bestaat uit een kracht en een snelheid per object. Het product van deze twee levert een vermogen op:  $P = F \cdot v$ , en daarmee is dit een model dat vermogen uitwisselt tussen componenten, wat neerkomt op een bepaalde hoeveelheid energie per tijdstap. Dit soort modellen neemt aan dat elk onderdeel van de situatie lineair is te modelleren: de waarden van  $\mu$ ,  $m$  en  $k$  zijn constant. Echter de werkelijkheid is vaak lastiger: De eerder genoemde stuiterbal veert pas in als hij de grond raakt. Deze tweede situatie kun je dan nog steeds als lineair beschouwen binnen de werkgebieden "los van de grond, in vrije val" en "ingedrukt, in contact met de grond".

Andere situaties, zoals bijvoorbeeld een gelanceerde raket die massa verliest omdat hij brandstof verbruikt (CE2, 2006), zijn lastiger om energie-consistent te modelleren. Ad hoc programmaregels komen echter voldoende ver om een voor

---

het voortgezet onderwijs geloofwaardig model te maken. In de kern draaien ook ad hoc modellen nog steeds om de integrerende verbanden in de paragraaf hiervoor.

De integraal in de genoemde mechanische verbanden vindt plaats in het continue-tijd domein. Een simulatie gebeurt echter met een bepaalde tijdstapgrootte. De zogenaamde Euler benadering neemt eenvoudigweg aan dat bij het berekenen van bijvoorbeeld verplaatsing  $ds$ :

$$ds = \int v \cdot dt , \quad [4]$$

de snelheid  $v$  gedurende het hele tijdsinterval gelijk is aan de waarde die het aan het begin had:

$ds = v \cdot dt$ $s = s + ds$
--------------------------------

Zo ontstaat de Riemansom die we kennen van de wiskunde. In modellen en simulaties wordt dit de Euler-benadering genoemd. Als de tijdstap kleiner wordt gemaakt, wordt de fout door benaderen ook kleiner. Dit gaat wel ten koste van rekentijd en op den duur processor gerelateerde afrondfouten. Opgemerkt moet worden dat in sommige gevallen reeds de snelheid aan het einde van het tijdsinterval is berekend, en deze dus in plaats van de beginsnelheid kan worden gebruikt. Als de eindsnelheid beschikbaar is, benadert deze de werkelijkheid beter.

Er bestaan ook uitgebreider benaderingen, die bijvoorbeeld een gemiddelde waarde nemen van  $v$  gedurende de tijdstap. Een modelregel daarvoor zou kunnen zijn:

$ds = (v-dv/2) \cdot dt$ $s = s + ds$
---------------------------------------

In plaats van een Riemansom met "platte" balkjes, krijg je nu balkjes met een schuine bovenkant. Deze methode van numeriek benaderend integreren wordt ook wel de Trapezium regel genoemd. Binnen simulaties deze regel gebruiken noemt men de Tustin methode.

Er bestaan nog diepgaandere benaderingen, die bijvoorbeeld binnen de tijdstap gaan interpoleren. Deze methodes worden gevat onder de verzamelnaam "Runge-Kutta-2" en "RK-4". Verder zijn er methoden die tijdens het simuleren inschatten hoe groot de benaderingsfout is, en indien nodig de tijdstap verkleinen. De afweging tussen het verkleinen van de tijdstap danwel het verbeteren van de integratiemethode hangt af van datgene wat wordt gesimuleerd. Bij normale natuurkundige situaties blijkt RK-4 veruit het meest efficiënt in het simuleren.

Implementatie van deze methodes kan in specialistische simulatiesoftware als "aanvink"-optie worden aangeboden. Daarmee is aan de buitenkant niet te zien hoe het precies werkt. In de eerste lessen is het belangrijker dat ook inhoudelijk begrip voor de numerieke methode wordt aangereikt. Euler leent zich hiervoor het beste. Rekenkundig is deze methode het meest eenvoudig, de gevolgen van het verkleinen van de tijdstap vallen het meeste op en grafisch sluit deze methode duidelijk aan bij de Riemansom die bij wiskunde wordt onderwezen.

---

## 2.7 De lesmethode

Het VWO kernboek volgt dan ook de methode van Euler (SysNat 5V, 2007). In het boek wordt eerst de situatie van een beweging met constante snelheid met behulp van een uitgebreide tabel met tussenwaarden uitgelegd. Daarna wordt een versnelling toegevoegd. De kernbewegingsvergelijkingen volgend uit een bepaalde resulterende kracht zijn dan:

$$\begin{aligned}a &= F_{res} / m \\dv &= a * dt \\v &= v + dv \\ds &= v * dt \\s &= s + ds \\t &= t + dt\end{aligned}$$

Elke waarde krijgt in een aparte kolom in het model een beginwaarde. Deze kolom wordt hier verder weggelaten. Van dit model worden simulaties met grote en kleine tijdstap getoond. De afwijking van de "perfecte" uitkomst die via  $s = \frac{1}{2}a \cdot t^2$  wordt berekend is bij kleine een tijdstap veel kleiner.

De tweede paragraaf gaat in op de tweede wet van Newton. De grootte van  $F_{res}$  hangt af van de beschrijving van de situatie. Bij een vrije val geldt bijvoorbeeld  $F_{res} = F_z = m \cdot g$ . Vervolgens wordt ook luchtweerstand vooraan het model toegevoegd:

$$\begin{aligned}F_z &= m * g \\F_{wr} &= k * v^2 \\F_{res} &= F_z - F_{wr} \\a &= \dots\end{aligned}$$

Je ziet dat de luchtweerstand wordt berekend met de snelheid die de tijdstap ervoor is berekend. Zo ontwikkelt de simulatie zich elke tijdstap.

Aan het einde van de tweede paragraaf voegt het kernboek een tweetal randvoorwaarden toe, waarmee een parachutesprong wordt gemodelleerd. Op een hoogte van 400 meter begint de parachute open te gaan en op een hoogte van 350 meter is deze geheel open. Dit wordt bereikt met twee als-dan regels:

$$\begin{aligned}h &= h_0 - y \\als\ h < 400\ dan\ k &= 0,6 * (400 - h)\ eindals \\als\ h < 350\ dan\ k &= 30\ eindals\end{aligned}$$

N.B. De eerste regel volgt de keuze van het boek om "y" te reserveren voor de verticale verplaatsing en daarmee de hoogte te berekenen uit de beginhoogte minus de verplaatsing.

Het totaalmodel aan het einde van paragraaf 2 luidt dan:

$$\begin{aligned}F_z &= m * g \\F_{wr} &= k * v^2 \\F_{res} &= F_z - F_{wr} \\a &= F_{res} / m \\&\dots\end{aligned}$$

---

```
dv = a * dt
v = v + dv
dy = v * dt
y = y + dy
h = h0 - y
t = t + dt
als h < 400 dan k = 0,6 *(400 - h) eindals
als h < 350 dan k = 30 eindals
```

Paragraaf 3 in het kernboek breidt dit model vervolgens uit naar twee dimensies, zodat een horizontale worp kan worden gemodelleerd. Hieraan wordt ook weer wrijving toegevoegd met een badmintonshuttlemodel als resultaat. Paragraaf 4 tenslotte gebruikt het 2D-model om planeetbanen te modelleren. Beide paragrafen gaan in op het ontbinden van krachten langs x-as en y-as. Hiervoor worden echter bij voorkeur verhoudingen tussen x- en y-positie gebruikt en niet de tangens en arctangens functies. Wellicht dat deze keuze is gemaakt om de rekenintensieve goniometrische functies te vermijden, iets dat 15 jaar geleden zeker relevant was. Nu veroorzaakt deze keuze echter meer verwarring bij de leerlingen en geeft het het punt aan waarop een deel dan ook afhaakt. Hiermee geeft de lesmethode wel een duidelijk en complete uitleg, vanaf een duidelijk en complete instap tot voorbeelden die voor sommigen net iets te ver gaan.

## **2.8 De onderzoeksvraag**

Uit het voorgaande moet duidelijk zijn geworden dat men bij het modelleren een breed scala aan vaardigheden moet gebruiken en verbeteren. Voor een deel bestaan deze vaardigheden uit probleemanalysevaardigheden die bij normale opgaven al worden geleerd. Voor een deel betreffen het ook nieuwe toepassingen van vaardigheden, vooral in het kader van probleemoplossen. En er komen volledig nieuwe vaardigheden bij modelleren kijken, zoals programmeren in een bepaalde modeltaal en het leren evalueren van simulatiegegevens en deze terugkoppelen op ingevoerde modellen. Al deze vaardigheden worden toegevoegd aan een reeds aanwezige basis van vaardigheden die ook buiten het vak natuurkunde worden onderwezen.

Een situatie leren overzien, is een vaardigheid die volgt uit zogenaamde "redactiesommen", welke bij veel vakken wordt toegepast. De situatie begrijpen en vereenvoudigen is een vaardigheid die, in een natuurkundige context, steeds weer bij dat vak centraal staat. Echter in plaats van het invullen van gegeven waarden in de formule, staat nu veel meer expliciet, het beschouwen van de geldende verbanden centraal. Hierbij moet ook een schifting worden gemaakt tussen hoofd- en bijzaken, iets dat bij alle exacte vakken wel terugkomt. Dit systeemoverzicht komt meer tot uitdrukking bij vakken als biologie en scheikunde, en later wellicht ook bij vakken als economie.

Het invoeren van verbanden in een modelleeromgeving is een nieuwe vaardigheid, die voor slechts enkelen wellicht bij een vak als informatica, of een persoonlijke hobby is toegepast. De gegenereerde numerieke gegevens, in tabel- en grafiekvorm, zijn te beschouwen als een "Riemansom" die bij Wiskunde B in 5V wordt behandeld. Het model geheel kan worden gezien als een stelsel vergelijkingen, en soms ook als zodanig worden vereenvoudigd. Echter dit onderdeel krijgt bij het vak wiskunde nog slechts weinig aandacht.

---

Een eerste idee voor een onderzoek was het bepalen van de “opbrengst” van modelleeronderwijs in het VO. Deze vraag is echter veel te ruim interpreteerbaar en zoekt niet naar manieren om modelleren in het VO beter tot haar recht te laten komen. Onderzoek naar eventueel aanwezige samenhang tussen de kennisachtergrond van leerlingen waaraan dit domein wordt toegevoegd en de inhoud van het modelleren zelf, kan dat wel. Samenhang tussen vakken en het behaalde eindniveau zijn echter niet genoeg. Daaruit kun je niet oordelen of vaardigheid in bepaalde vakken de oorzaak is van vaardigheid in modelleren. Om oorzakelijke samenhang beter te kunnen vinden, moet worden gekeken naar vaardigheden en karaktereigenschappen van de leerling zelf. Deze driehoek van factoren: de leerling zelf als persoon, de resultaten vanuit vakken en hobby's van de leerling en de resultaten van de modelleeropdrachten, zal centraal staan in dit onderzoek.

Uit het voorgaande volgt de onderzoeksvraag:

**“Welke vakken en karaktereigenschappen zijn belangrijk voor succes in het leren maken van modellen en toepassen van simulaties in een natuurkundige context?”**

Het antwoord op deze vraag zal worden achterhaald in een onderzoek waarin een tweetal 5V-klassen wordt gevolgd in het leren modelleren. Dit onderzoek zal het grootste deel van de lessen zonder interventie normaal laten verlopen. De lessenserie volgt de methode “Systematische natuurkunde” zoals in de vorige paragraaf weergegeven. Meetmomenten vinden plaats aan het begin en einde van de lessenserie. Na een voor beide klassen gelijke introductieles in de modelleeromgeving, zal een nulmeting worden uitgevoerd. Hierin wordt gemeten hoe goed de leerlingen individueel kunnen modelleren zonder de instructie en oefening van de lessenserie. De introductieles zal worden vormgegeven volgens de eisen die in paragraaf 2.4 zijn opgesteld.

Aan het einde van de standaard lessenserie wordt een grote afrondende opdracht gemaakt. Deze wordt gebruikt om te meten hoe goed de leerlingen uiteindelijk zich de kunst van het modelleren en het toepassen van deze vaardigheid in een onderzoek, hebben eigengemaakt. Deze opdracht wordt al enkele jaren zonder grote gebreken in het proces uitgevoerd. De opdracht bestaat uit het maken van een model vanuit een beschrijving van een mechanische situatie. Dat model moet vervolgens worden gebruikt voor het uitvoeren van een serie metingen vanuit simulaties, waaruit een kwantitatief verband moet worden afgeleid en onderbouwd.

Tijdens het uitvoeren van het eerste deel van de opdracht, het deel waarin het model wordt opgesteld en geëvalueerd worden vier tweetallen geobserveerd door middel van een audioopname. Aansluitend aan de eindopdracht wordt een enquête afgenomen waarin men aangeeft hoe de samenwerking tijdens de opdracht is verlopen. Wellicht geeft bestudering van het proces van samenwerken tijdens het modelleren meer inzicht in hoe vaardigheden en karakter het eindresultaat beïnvloeden.

Vakcijfers worden achterhaald uit het cijfermanagement systeem. Op een later moment zal middels een enquête aan docenten en de leerlingen zelf het karakter van de leerlingen worden bepaald. Samenhang in karakter, resultaten van de modelleeropdracht en vakcijfers wordt dan vervolgens statistisch onderzocht.



---

## 3 Het onderzoek

### 3.1 Inleiding

De onderzoeksvraag van dit onderzoek luidt:

**“Welke vakken en karaktereigenschappen zijn belangrijk voor succes in het leren maken van modellen en toepassen van simulaties in een natuurkundige context?”**

Hieruit volgt dat er drie sets aan gegevens moet worden verzameld: Een cijfer van vaardigheid in vakken, een beoordeling van relevante karaktereigenschappen en een beoordeling van de modelleervaardigheid. De modelleervaardigheid is hierbij het kernonderwerp en wordt beoordeeld op twee momenten: vooraf aan de lessenserie en nadat de lessenserie geheel is doorlopen. Deze metingen worden uitgewerkt in de volgende twee paragrafen. De keuze van vakken waarvan de invloed wordt onderzocht zal worden onderbouwd in paragraaf 3.4 en de bepaling van het karakter wordt uitgewerkt in paragraaf 3.5.

### 3.2 *Beginniveau modelleervaardigheid*

#### 3.2.1 *Introductieles*

In de onderzoeksvraag wordt expliciet gevraagd naar het succes in het leren van modelleren en simuleren. Hiermee wordt bedoeld de verbetering van de vaardigheden in en door het leertraject dat bij het vak natuurkunde wordt doorlopen. Voor de beantwoording van deze vraag is dus een tweetal metingen nodig: één van het “beginniveau” van het modelleren bij aanvang van de lessenserie en een tweede aan het einde van de lessenserie. Een beginniveau moet worden gemeten zonder dat er reeds is geoefend in het modelleren. Echter een beoordeling van een model kan niet zonder een basis van vaardigheid in het programmeren. Dit kip-en-ei probleem kan worden doorbroken door een eerste les in modelleren te geven die voornamelijk als doel heeft de modelleeromgeving, IPCoach, te leren kennen en de syntax die Coach gebruikt in de modellen. De andere modelleerfactoren zouden in de perfecte programmeeroefening zo min mogelijk complexiteit mogen toevoegen.

Door een zeer eenvoudig en bekend probleem te gebruiken als voorbeeld van een model, kan de leerervaring worden gefocust op de nodige syntax en de eigenaardigheden van coach en simulaties. Het lesboek, Systematische natuurkunde 5V, uitgave 2007, gebruikt dan ook in de eerste opgave een context van een spaarrekening waarop een bepaalde rente jaar op jaar het bedrag laat groeien. De syntax “:=”, het zogenaamde “wordt” kan worden geïntroduceerd aan de hand van het toenemende spaarbedrag en het toenemende jaartal. Verder kan van het spaarbedrag een tabel en grafiek worden gemaakt die duidelijk het stap-karakter toont van een simulatie. In deze context zijn stapjes van een jaar voor de leerlingen logisch, iets wat binnen een natuurkundige simulatie veel minder zou zijn.

De introductieles voor de nulmeting in dit onderzoek zal uitgaan van dezelfde context: een spaarrekening waarop een aantal jaren met rente op rente wordt gespaard. Programmeren gaat in eerste instantie makkelijker als er al een stukje programma is waar je dingen aan kunt veranderen. Dit eerste houvast wordt



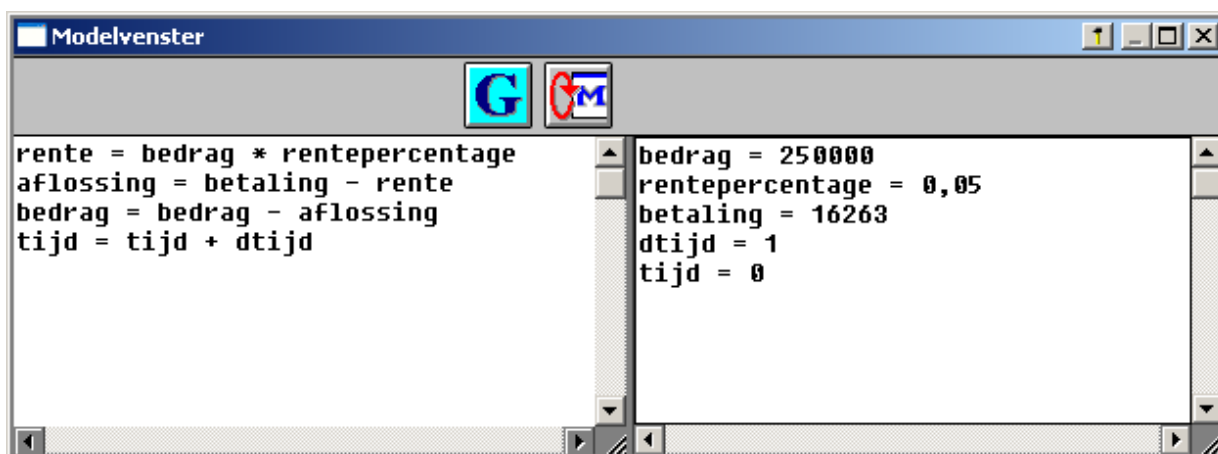
De test die als nulmeting zal worden afgenomen is de volgende:

Piet en Marie kopen een huis met een waarde van 250.000 Euro. Zij willen dit huis in 30 jaar volledig afbetalen met een hypotheek waarvan de aflossing gaat volgens het annuïteitprincipe. Dit houdt in dat zij elk jaar één betaling doen, welke rente en aflossing omvat. Deze betaling is steeds hetzelfde bedrag. De eerste jaren zal daardoor een relatief groot deel van de betaling nodig zijn voor de rente, maar naarmate de schuld meer is afgelost, zal van de betaling het aflosdeel steeds groter worden. Het door de bank gevraagde rentepercentage is gedurende de 30 jaar steeds 5% over het nog verontschuldigde bedrag.

1) Maak een model van deze situatie en gebruik dit model om het jaarlijks betaalde bedrag tot op de euro nauwkeurig te bepalen. Geef dit bedrag.

2) Knip en plak de gebruikte modelregels in een wordbestand. Voeg ook een geknipte en geplakte grafiek met daarin het resterende schuldbedrag voor elk jaar.

Een goede uitwerking is gegeven in figuur 7 hieronder:



**Figuur 7 – Hypotheek met rente en aflossing**

Itereren op de bij betaling ingevulde waarde geeft bij 16.263 Euro een overbetaling van 9,38 euro na 30 jaar.

De leerlingen zullen dit model individueel moeten proberen te maken en daarmee dus ook individueel met een antwoord op de vraag moeten komen. De tijd waarin ze dit lukt zal worden bijgehouden om verder onderscheid te maken. Tijdens de test mogen de leerlingen vragen stellen aan een van de begeleiders. IPCoach of syntax gerelateerde vragen, onkunde in de interface etc. worden zonder meer beantwoord. Opdracht en model gerelateerde vragen worden echter zeer terughoudend beantwoord: voldoende om de leerlingen niet te laten vastlopen. Inhoudelijk beantwoorde vragen die de test duidelijk beïnvloeden zullen worden genoteerd. Tenslotte wordt de sfeer tijdens de test bewaakt: de mate waarin men tot het einde stil blijft werken of dat er al eerder onrust ontstaat. De test is geen officiële toets en men zit in het computerlokaal dicht op elkaar.

---

Nadat de test is gemaakt wordt er een kleine enquête gehouden waarin de eerder genoemde factoren aan bod komen. De vragen die worden gesteld zijn:

- 1) Binnen alle natuurkundige onderwerpen tot nu toe, vond je de eerste les met modelleren leuk? Ja/Nee: waarom?
- 2) Welke vakken heb je in je profiel gekozen?
- 3) Heb je ervaring met programmeren of soortgelijke activiteiten buiten school? Ja/Nee: korte omschrijving:
- 4) De onderzoeksvraag is (kort gevat): "Welke voorbereiding en ervaring helpt iemand te leren modelleren met een computer."  
Wat denk je zelf dat nog meer op van invloed is hierop?  
Geen idee, alles is al genoemd. / Er is meer, ook nog bijvoorbeeld:

### **3.3 Eindniveau modelleervaardigheid**

#### **3.3.1 Inleiding**

Het eindniveau van vaardigheid van de leerlingen in het modelleren en simuleren wordt vanuit het vak al beoordeeld in een practicum en het verslag dat daaruit volgt. Dit practicum volgt het gehele traject van modelleren van een mechanisch-natuurkundige situatie, het maken van een aantal simulaties met dit model en het baseren van een conclusie op deze simulatieresultaten. Het practicum wordt door tweetallen uitgevoerd en uitgewerkt in een verslag. Dit eindverslag zal ook enkele specifieke vragen stellen over modelleren en simuleren, bijvoorbeeld vragen over de grenzen waarbinnen het model nog "goed" werkt. Het verslag heeft een weging van een half proefwerk.

Dit verslag vormt ook de basis van de beoordeling van het eindniveau in het kader van dit onderzoek. Naast de eindbeoordeling en tussenantwoorden, wordt direct aansluitend op het maken van het model een enquête afgenomen. Deze enquête bevat vragen die het proces van modelleren, "wie wat waarom heeft gedaan", probeert vast te stellen. Verder zal van een klein aantal tweetallen tijdens het uitvoeren van de opdracht het geluid worden opgenomen, ook om het proces van modelleren te kunnen karakteriseren.

#### **3.3.2 Practicum Stuiterbal, onderbouwing ontwerp**

Modelleren en simuleren worden als onderdeel van het CE getest op het proefwerk. Meestal moeten leerlingen slechts een detail toevoegen of veranderen aan een gegeven model. Ook wordt soms gevraagd na te rekenen welke waarde een bepaalde variabele op een gegeven moment zal hebben. In ieder geval wordt modelleren niet getoetst met een daadwerkelijke modelomgeving op een werkende computer. Hierdoor gaat de test voorbij aan de essentie van het modelleren als vaardigheid. Dit vormt de belangrijkste reden dat dit onderdeel binnen het SE wordt getoetst in de vorm van een practicum. Verder is het groepsproces, het overleg na geconstateerde fouten in het model en de terugkoppeling van dit overleg, iets dat zich ook niet leent voor een test in proefwerkvorm.

---

Een normaal practicum zoals dat ook al enkele keren eerder is uitgevoerd op deze school volgt een vaststaand stramien:

1. Onderzoeksvraag: "Bepaal het verband tussen grootheden X en Y"
2. Werkwijze: grotendeels opgelegd door beperkte materiaalkeuze en redelijk strak omschreven handelingen
3. Metingen in de vorm van een tabel en twee grafieken. De tweede grafiek wordt gelineariseerd, zodat de helling verder het gezochte verband vastlegt.
4. Afleiding van het gevonden verband uit de theorie ter controle.
5. Vragen over randverschijnselen
6. Conclusie

Ook bij dit practicum geldt dit stramien: een model maken is niet een doel op zich. Een model gebruik je om van een bepaalde situatie het verloop te simuleren en daarmee je onderzoeksvraag te beantwoorden. Het is belangrijk dat dit totaalbeeld in de opdracht duidelijk wordt. Het zou het mooiste zijn als de leerlingen zelf vanuit de onderzoeksvraag het model maken en daarmee zelf de simulatievoorwaarden kiezen om tot een antwoord te komen. (B. Ormel, 2010) Aan de andere kant is het in een practicumopdracht onontkoombaar dat de leerlingen een beoordeling krijgen over een opdracht die in redelijke mate voor iedereen van gelijke vorm en moeilijkheid is. Ook heeft een compleet onderzoek een seriële afhankelijkheid: Als het modelleren niet lukt dan kun je niet aan het simuleren beginnen. Om deze reden wordt het practicum in twee delen uitgevoerd. Na het modelvormend deel wordt het resultaat beoordeeld door docent of TOA, zodat men daarna met een goed werkend model het tweede deel van simulaties kan beginnen.

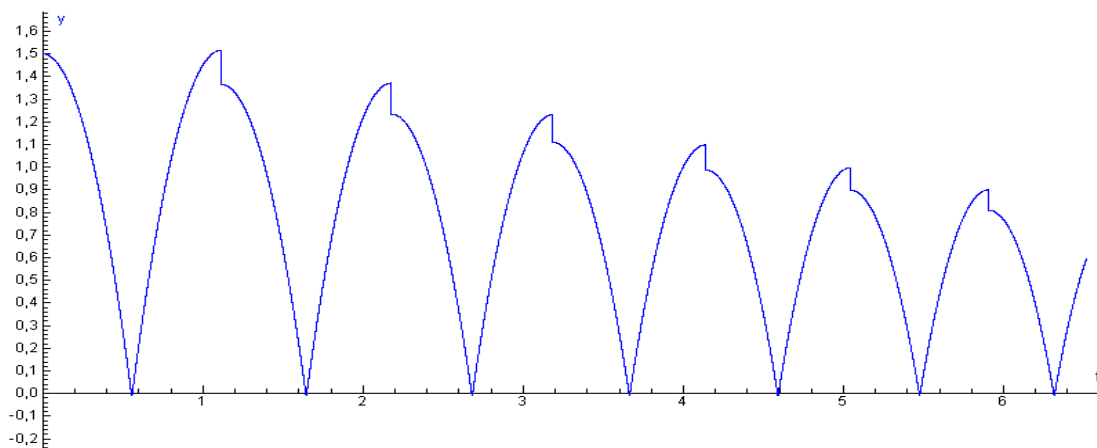
Het eerste modelvormende deel test een situatie die niet in het lesboek is behandeld. Het gehele proces van begrijpend lezen via het herkennen van verbanden tot aan het terugkoppelen van fouten moet worden doorlopen. Een model dat in 6 à 8 regels valt te programmeren is dan al best een stevige opgave leert de ervaring. Tweedimensionale bewegingen voegen veel modelregels toe aan een-dimensionale modellen zonder echter veel meer van de modelvaardigheid te testen. Bovendien zijn 2D-modellen al veel behandeld in het lesboek. Om deze redenen is gekozen voor een 1D-model met een andere twist: een als-dan situatie die direct invloed heeft op de krachten in het systeem. Het lesboek gebruikt de als-dan voorwaarde bijna alleen maar als stopvoorwaarde. Deze overweging resulteerde drie jaar geleden in de modelleeropdracht "Stuiterbal".

Het simulatiedeel dat na controle van het model wordt uitgevoerd, test een aantal verschillende vaardigheden en inzichten. Als eerste wordt het bekende practicumtraject uitgevoerd. In opdracht 3 moet uit een "meetserie" bestaande uit een serie simulaties het verband tussen hoogte en stuiterperiode worden bepaald. Dit is min of meer een herhaling van de slingerproef die het kwartiel ervoor is uitgevoerd en test dus algemene practicumvaardigheid in een nieuwe omgeving. Uiteindelijk moet in opdracht 4 een periode, hoogte-grafiek (T,h) worden gemaakt en gelineariseerd om tot het verband  $T^2 = (8/g) \cdot h$  te komen. Deze moet ook analytisch worden afgeleid.

Opdracht 5 en 6 testen vervolgens het inzicht dat de leerlingen zouden moeten hebben opgedaan dat modellen vanwege een bepaalde tijdstapgrootte nooit perfect de werkelijkheid kunnen weergeven. Bij een te grote tijdstap zal de

stuiterbal bij het eerste contact met de grond niet gelijk worden afgeremd. De veel te grote indrukking zal uiteindelijk altijd resulteren in een stuiterbeweging die in hoogte explodeert.

Opdracht 7 test vervolgens of de leerlingen een moeilijke modelregel kunnen begrijpen en uitleggen. De modelregel test op een nogal korte wijze of de top is bereikt. Ook moeten ze de waarde aangeven van een model dat duidelijk van de werkelijkheid afwijkt, maar op een andere manier juist ook dichterbij de werkelijkheid zit. De toegevoegde regel maakt dat de stuiterbeweging vanwege energieverlies dempt, maar doet dit met een onmogelijke sprong in de hoogte op de top. Zie figuur 8 hieronder.

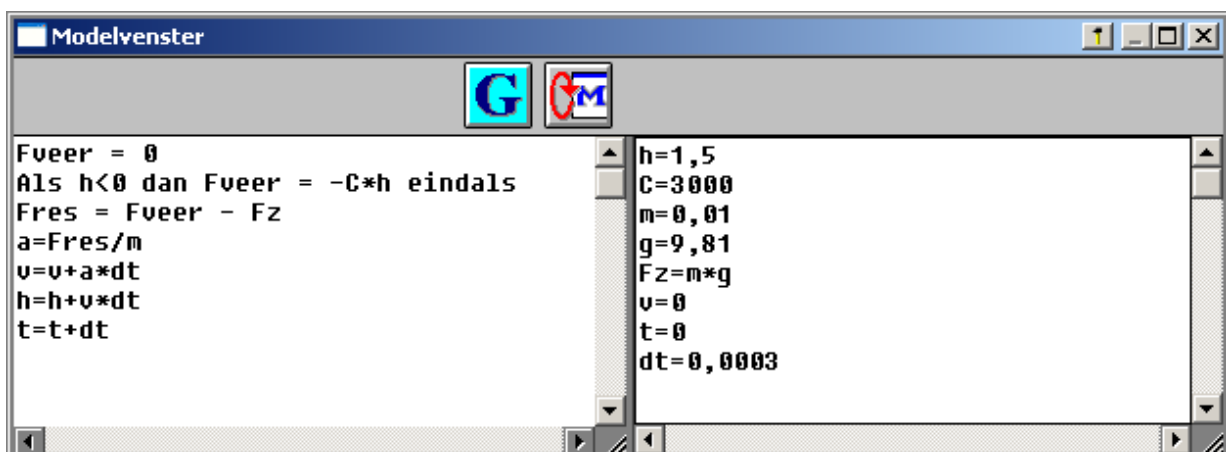


Figuur 8 – Onmogelijke maar Gedempte Stuiterbeweging

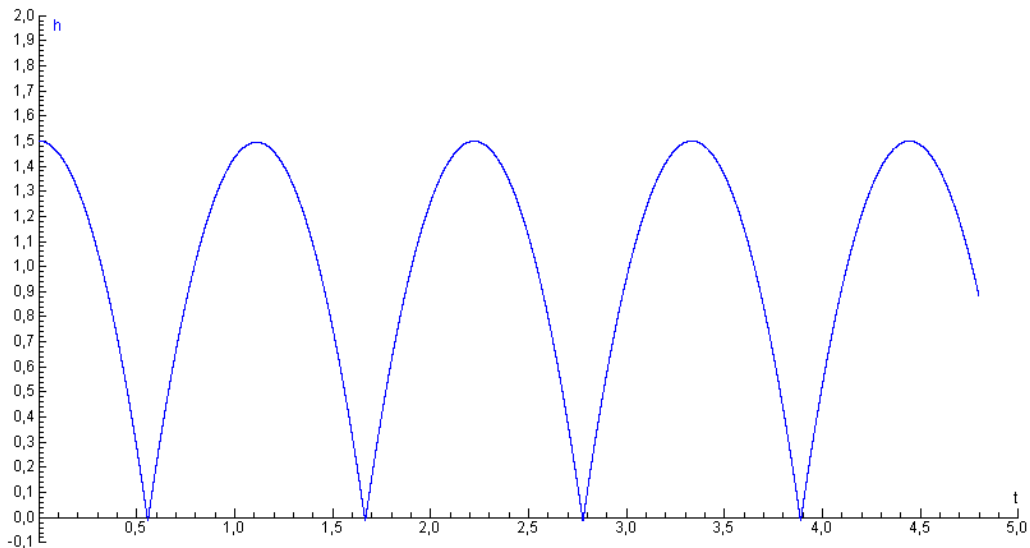
### 3.3.3 Practicum Stuiterbal inhoudelijk

Het practicum dat wordt afgenomen bestaat dus uit een modelleerdeel en een simulatiedeel. De practicumopdracht zoals de leerlingen deze krijgen is bijgevoegd in bijlage 1. Samengevat moeten de leerlingen een model opstellen van een stuiterbal dat van een zeker hoogte wordt losgelaten. Wrijving mag worden verwaarloosd en de veerkracht van de stuiterbal is lineair afhankelijk van de indrukking.

Een werkend model met daarbij de simulatie van een viertal stuiterbewegingen zijn getoond in figuur 9 en figuur 10.



Figuur 9 – Model Stuiterbal



**Figuur 10 – Simulatie Stuiterbal**

N.B. De modelleromgeving staat toe eenheden bij de assen in te voeren en als commentaar in het model aan te geven, maar numeriek gezien verbeelden de variabelen geen grootheden met een vaststaande eenheid. In het kader van deze opdracht wordt dan ook bij simulatieuitvoer niet gekeken naar de aanwezigheid van eenheden. De verwerking en conclusie moeten wel van goede eenheden zijn voorzien.

De normale practicumssituatie is dat de meeste leerlingen informeel tijdens de normale les één lesuur mogen werken aan het modeldeel van het practicum. Informeel betekent onder andere dat er ook tussen verschillende tweetallen kan worden "samengewerkt". De verschillende beginwaarden en simulatiedoelen garanderen dat ook elk tweetal zelfstandig, afzonderlijk van de andere tweetallen, een prestatie moet leveren. Meestal is het model in één lesuur niet af en wordt het verder op eigen gelegenheid afgerond en gebruikt in de verdere simulatieopdrachten.

Voor dit onderzoek zijn nog meer individuele gegevens nodig. Daartoe wordt het modeldeel van het practicum centraal en onder begeleiding uitgevoerd in maximaal een blokuur. Hierbij wordt, evenals in het vooronderzoek, geen overleg buiten het tweetal toegestaan. De daaropvolgende simulaties mogen verder wel op eigen gelegenheid worden uitgevoerd en uitgewerkt. Het blokuur van 100 minuten geeft de meeste leerlingen meer dan genoeg tijd om het model te programmeren en testen. Ervaring leert dat 50 minuten duidelijk te kort is, en enkele leerlingen zullen op eigen kracht meer dan 100 minuten nodig hebben. Deze laatste groep zal met begeleiding de opdracht wel binnen de tijd afronden, maar dat zal hen dan wel een iets lager eindcijfer opleveren.

Tijdens het practicum zal de eigen docent tweetallen helpen met problemen. Het aantal en de inhoud van de gegeven aanwijzingen bepalen mede het cijfer voor dit deel. Het totale practicum zal worden beoordeeld op 36 punten met een norm van  $\text{Cijfer} = \text{punten}/4 + 1$ . 10 punten van de 36 zijn gereserveerd voor het modelleren. Hints kosten tussen de 1 en 4 punten, waarbij 10 punten overeenkomen met een model dat geheel zelfstandig is gemaakt en er 0 punten worden gescoord wanneer er drie of meer belangrijke denkstappen geheel kado

---

moeten worden gedaan. De leerlingen kunnen dan nog steeds 26 punten, en daarmee een 7,5 scoren op de uitwerking van de verdere punten.

Zaken die niet eenvoudig met enquêtes zijn te achterhalen, zoals volgorde van modelleerstappen en aanleidingen van discussies, kunnen door middel van observatie worden achterhaald. De eigen docent en de assistent zijn volledig beschikbaar voor begeleiding van de leerlingen. De onderzoekende docent probeert zoveel mogelijk het modelleerproces van de gehele klas te observeren. Verder geven geluidsopnames van twee tweetallen per klas meer inzicht in het modelleerproces dat niet direct wordt geobserveerd. Vooraf zijn hiervoor weinig specifieke verwachtingen. Wellicht kan in meer detail worden bestudeerd hoe het proces van samenwerken verloopt: neemt één leerling het voortouw of wordt de leidende rol steeds wisselend gevuld. Meer ideeën over welke informatie mogelijk uit de geluidsopnames kan worden gehaald, worden in paragraaf 3.6 genoemd.

### **3.4 Vakcijfers**

Zoals in de uitgelegd in hoofdstuk 2, is het modelleren een proces waarin veel verschillende vaardigheden nodig zijn. Vanuit mijn eigen ervaring zijn dat vaardigheden zoals:

- begrijpend lezen
- context voorkennis
- systeemoverzicht, oorzaak-gevolg verbanden, hoofd- en bijzaken
- herkennen kwantitatieve verbanden zoals evenredigheid
- het programmeren, exact vastleggen, van de herkende verbanden
- evaluatie van de verbanden m.b.v. de modelleeromgeving

Elk van deze vaardigheden kan op het eerste gezicht aan een specifiek vak worden toegewezen. Bijvoorbeeld begrijpend lezen past bij het vak Nederlands, context voorkennis bij natuurkunde en kwantitatieve verbanden bij wiskunde. Als de meetresultaten daartoe de mogelijkheid geven, kan een poging worden ondernomen de onderzoeksvraag met een meer oorzakelijk antwoord te beantwoorden. Wanneer uit de audioopnames zou blijken dat “de opdracht goed lezen” een probleem is, dan zou het modelleerresultaat, via de vaardigheid “begrijpend lezen”, moeten samenhangen met het gemiddelde cijfer voor de taalvakken. De meeste vaardigheden zijn echter verre van beperkt tot één vak. Bij natuurkunde moet de leerling elke opgave opnieuw de vraag lezen en analyseren. Onderbouwing van samenhang tussen vakken en modelleervaardigheid via specifieke vaardigheden is dus lastig.

Er moet een keuze gemaakt worden welke vakcijfers bij dit onderzoek zullen worden betrokken. Deze groepen leerlingen hebben allen verplicht Wiskunde A of B en Scheikunde in het pakket naast kernvakken Nederlands en Engels. Een substantieel deel volgen ook het ontwerpvak O&O en of Biologie. Een kleiner deel heeft ook Economie in het pakket en slechts een enkeling volgt Informatica. De vaardigheden die het vak Engels kan aandragen voor modelleervaardigheid, zijn ook en zelfs sterker te vinden in het vak Nederlands. Engels wordt daarom achterwege gelaten. O&O, Economie en Informatica worden wel meegenomen in het vergaren van informatie, maar zullen waarschijnlijk in de verwerking statistisch weinig bruikbaar blijken.



---

De vakcijfers die zullen worden verzameld zijn die van:

- Nederlands
- Wiskunde A of Wiskunde B
- Natuurkunde
- Scheikunde
- Biologie
- O&O
- Economie
- Informatica

### **3.5 Karakteronderzoek**

Aangenomen wordt vooraf dat het karakter van de leerlingen meer dan gemiddeld een rol speelt, omdat de omvang van een modelleeropdracht groter is dan die van normale opgaven en er dus meer momenten zijn waarop leerlingen kunnen opgeven. De route naar het antwoord ligt ook minder vast dan bij normale opgaven. De computer geeft ook extra afleiding en het idee dat modelleren alleen voor nerds is, kan blokkades opwerpen tijdens het uitvoeren van de opdracht. Er zijn veel karaktereigenschappen te noemen die met enige waarschijnlijkheid van invloed zijn, maar deze zullen dan ook steeds meer overlap vertonen. Daarom wordt de keuze beperkt tot de volgende vier eigenschappen:

- inventiviteit
- concentratievermogen
- vastberadenheid
- motivatie (enthousiasme)

Zoals bij het opstellen van de onderzoeksvraag gesteld, is het verband tussen vaardigheid in bepaalde vakken en modelleren op zichzelf weinigzeggend. De verbindende factoren zijn de karaktereigenschappen van de leerlingen zelf.

In de normale lessituatie zijn opgaven bijna altijd vooraf geheel te doorzien. Hierdoor kan een leerling met goed nadenken vooraf de oplossingsroute vaststellen en die vervolgens in één keer op papier zetten. Pas later in 5V en 6V worden opgaven zodanig complex dat ze in etappes moeten worden opgelost. Het verzinnen van een model naar aanleiding van een gestelde situatie is echter gelijk een probleem dat eigenlijk onmogelijk in één keer is op te lossen. Het iteratieve oplostraject is onontkoombaar. Tegelijk leent de computer zich voor een oplosstrategie waarbij in zeer kleine iteraties steeds delen aan de oplossing worden toegevoegd of bijgesteld en daarop direct getest.

Ervaring vooraf leert dat zeker de betere leerlingen gelijk een heel model in willen voeren. Daarbij wordt vaak eerst in mineur vijf minuten naar een leeg beeldscherm gestaard. Als vervolgens een bijna compleet model is ingevoerd, blijkt men met een berg syntaxfouten en zeker ook een aantal modelfouten komen te zitten. De eenvoudigere oplosstrategie is om eerst in het boek een soortgelijke situatie, bijvoorbeeld een vrije val, over te nemen en deze vervolgens aan de eisen bij te stellen. Hierbij kunnen dan eerst de syntaxfouten uit het overgenomen model worden gladgestreken. Ook kan dan gelijk werkende uitvoer worden geproduceerd, waardoor nieuwe fouten snel kunnen worden doorzien. Dit gehele proces wordt echter totaal niet behandeld in het lesboek. Het moet volgen uit oefening en uit aanwijzingen van de begeleiders bij voorkeur in meerdere opdrachten die tijdens de lessenserie al worden geoefend.

---

Hoe snel leerlingen deze nieuwe werkwijze oppakken, hangt af van eigenschappen zoals inventiviteit, concentratievermogen, vastberadenheid en enthousiasme. Deze eigenschappen zijn nauwelijks uit de twee voorgaande onderzoeken te halen hoewel de practicumenquête een aantal handvatten biedt. Verder is het waardeoordeel over zulke karaktereigenschappen niet zonder kleuring door één persoon te geven. Vandaar dat over elke leerling een karakteroordeel op de vier eigenschappen zal worden gevraagd van enkele docenten en de practicumpartner. Het totaalbeeld zal minder gekleurd zijn door de mening van afzonderlijke personen met elkaar te staven.

De genoemde karaktereigenschappen zullen voor elke leerling bij een zevental docenten voor vijf vakken worden nagegaan:

- wiskunde
- natuurkunde
- scheikunde
- biologie
- O&O

De enquête die wordt afgenomen is gegeven in bijlage 2.

### **3.6 Extra vragen**

Aansluitend aan het centrale deel van de eindopdracht wordt gemaakt, worden een aantal vragen gesteld over hoe het proces van modelleren is verlopen binnen het tweetal. Deze enquête wordt per tweetal éénmaal ingevuld. Zie bijlage 3 Enige nadruk moet worden gegeven aan het feit dat deze enquête niet van invloed is op de beoordeling van het verslag. Deze enquête zal ook vragen stellen over de mening over het practicum en hoe het practicum is verlopen betreffende tegengekomen problemen en rolverdeling en werkverdeling in het proces van probleemoplossen.

Niet alle vragen geven gelegenheid tot kwantificatie van antwoorden en daarmee statistische analyse. Wel goed gekwantificeerd zijn vragen over de verdeling van het werk, het verzinnen en invoeren van modelregels en het manipuleren van de modelleeromgeving en simulatieuitvoer in grafiekvorm. Wellicht blijkt uit de antwoorden of het voor een team voordelig is dat beide deelnemers gelijke inbreng hebben, of dat het juist beter is dat één van de twee het voortouw neemt.

---

## 4 Onderzoek, metingen, recept verwerking

### 4.1 Inleiding

In het voorgaande hoofdstuk is onderbouwd welke informatie nodig is om de onderzoeksvraag te beantwoorden en hoe deze informatie zal worden achterhaald. Kort samengevat bestaat het uit de volgende metingen:

- Voortest modelleren en enquête: Na de inleidende les wordt gevraagd een klein model te maken. Resultaat is het aantal minuten dat de leerlingen hiervoor nodig hebben gehad. De enquête vraagt naar interesse in en voorkennis over het onderwerp modelleren.
- Eindtest modelleren en enquête: Aan het einde van de lessenserie wordt klassikaal een modelleerpracticum uitgevoerd. Resultaten zijn een practicumcijfer met daarin een gemiddelde score. De enquête vraagt naar hoe de samenwerking is verlopen en wat voor soort problemen men is tegengekomen.
- Karakterenquête: Enige tijd na het practicum worden de lesgevende docenten van de exacte vakken, de leerling zelf en de practicumpartner gevraagd naar een inschatting over een viertal karakteraspecten van de deelnemers.
- Vakcijfers: De gemiddelde gewogen cijfers van de vakken tot en met 5V kwartiel 3 worden vanuit de cijferadministratie overgenomen.
- Eindtest geluidsopname: Een opname van twee teams van beide groepen welke achteraf zal worden geanalyseerd.

Het onderzoek is uitgevoerd in twee 5-VWO groepen in de loop van het 4<sup>e</sup> kwartiel. Team 1 t/m 10 zijn samen groep 1, team 11 t/m 19 vormen groep 2. Team 10 en 19 bestaan uit een drietal leerlingen, de overige teams zijn alle tweetallen. Van de tweede groep heeft een groter deel een NT-profiel met daarin wiskunde B, O&O, economie en informatica. De gemiddelde natuurkunderesultaten lagen in die klas ook iets hoger. Verder hebben beide groepen een andere vakdocent. De docent van de eerste groep heeft weinig ervaring voor de klas, maar wel recente modelleer- en programmeerervaring. De docent van de tweede groep heeft ruim ervaring voor de klas, maar juist minder affiniteit met het onderwerp. De onderzoeker was de lesgevende docent van de eerste groep tot enkele maanden voordat het onderzoek begon, maar hield zich afgezien van de inleidende les afzijdig van de lessenserie.

De resultaten uit de meeste metingen worden gepresenteerd in de volgende vier paragrafen. Deze resultaten hebben een kwantitatief karakter en kunnen daardoor worden beoordeeld op betrouwbaarheid en samenhang. De resultaten van de geluidsopnames laten zich niet kwantificeren en worden daarom samen met andere kwalitatieve observaties besproken in paragraaf 6. Paragraaf 7 achterhaalt samenhang tussen de afzonderlijk meetresultaten en paragraaf 8 benoemt enkele significante problemen die tijdens het onderzoek de kop opstaken.

---

## **4.2 Beginmeting modelleervaardigheid**

De opdracht was voor beide klassen dezelfde, zie paragraaf 3.2.2. De resultaten staan in Bijlage 4: Voortest resultaten. Deze opdracht gaf al gelijk aan welke soort problemen een rol spelen bij de organisatie van een lessenserie over modelleren. Een relatief eenvoudige opdracht, waarbij slechts één modelregel aan het voorbeeld van de dag ervoor moest worden toegevoegd, bleek voor de eerste klas al gelijk een station te ver. Slechts vier leerlingen hadden een werkend model en van deze vonden slechts twee het gevraagde aflossingsbedrag. De tweede groep had het echter zeer snel uitgevoerd en dan ook nog met veel minder hints. Eén van de leerlingen was al na 7 minuten klaar en kon zich maar moeilijk inhouden anderen te helpen. Een tweede leerling had het antwoord na 10 minuten gevonden. Hij vervolgde de opdracht met het programmeren van een routine die automatisch op zoek ging naar het gevraagde aflossingsbedrag. Deze werkte na nog eens 15 minuten.

Het verschil in deze twee resultaten is grotendeels te verklaren door verschillen in verclustering van de school: de tweede groep had een veel groter aandeel leerlingen met een NT-profiel met Wiskunde B in het pakket. Ook de informaticagroep zat in dit cluster. Dit geeft aan dat de verclustering een relatief groter deel leerlingen met bètaïffiniteit bevatte. De klas trok zich op aan de leerling die de opdracht in 10 minuten afrondde, omdat de anderen meer het gevoel kreeg dat de opdracht "goed te doen" was en dus meer vastberaden aan het modelleren ging. De eerste groep liep al snel tegen enkele onduidelijkheden aan. Dit betrof bijvoorbeeld het inzicht dat een model een "wordt"-regel kan bevatten zoals: "bedrag = bedrag – aflossing". De inleidende les ervoor had dit inzicht moeten aandragen en inslijten, maar het rendement van die inleiding bleek laag. Een klassikale hint na 15 minuten zette de leerlingen enigszins op het goede pad, maar toen had een deel al de frustratie gevoeld van het blijven hangen op dit missende inzicht. De tweede groep kreeg dezelfde hint op een meer gestroomlijnde manier, terwijl toen ook al duidelijk was dat de hint voor de eersten niet eens noodzakelijk was: het niveau van frustratie bleef in de klas als geheel een flink stuk lager.

Het verschil tussen de twee groepen, deels door verschillen in inleidende uitleg en hints, en het geheel wegblijven van een eindresultaat van een groot deel van de totaalgroep, maakt de eerste meting onbruikbaar voor kwantitatieve analyse. Kwalitatief echter was mij zulk een verschil tussen twee klassen nog niet eerder opgevallen. Dat de tweede groep "beter" was, was gaandeweg het leerjaar al duidelijk geworden bij het vergelijken van gemiddelde resultaten. Maar dat een successfeer dit succes kan versterken, en in zulk grote mate, was een verrassing.

## **4.3 Eindmeting modelleervaardigheid**

De eindopdracht bestaat uit twee delen. Het eerste deel waarin de leerlingen een model moeten opstellen vanuit een beschrijving van een stuiterbal, wordt centraal en per tweetal afzonderlijk uitgevoerd. Het tweede deel waarin zij aan de hand van simulaties een onderzoeksvraag moeten beantwoorden en het model verder moeten bestuderen, wordt decentraal en waarschijnlijk minder afzonderlijk uitgevoerd. Dit onderzoek kijkt alleen naar de modelleervaardigheid, welke met een maximum van 10 van de 36 punten in de opdracht wordt beoordeeld. De totaalscores en de modelleerdeelscores zijn vermeld in de tabel in bijlage 5: Resultaten eindtest.

Tien van de 40 leerlingen hebben het model zonder noemenswaardige hulp weten op te stellen. De overige 30 leerlingen hebben hints gehad die hen 1 tot 5 punten hebben gekost. Op het totaalcijfer hebben de laatsten dus 1,25 punten verloren aan hints. Het practicumcijfer heeft een wegingsfactor van 50% ten opzichte van een kwartielproefwerk. Een verlies van 1,25 punt op het eindcijfer is dus relevant, maar zeker niet onoverkomelijk.

De verliespunten zijn voor het grootste deel gevolg van hints die door de begeleiding zijn gegeven en genoteerd. Veelal waren dit hints die uitlegden dat "hoogte" en "indrukking" in het model dezelfde variabele zijn. Dat echter bij positieve hoogtes de indrukking nul is, etc. Wanneer op het eerste oog het model goed en compleet was, maar simulaties onverklaarbaar fout bleken, werd de eerste foutoploshulp gegeven zonder puntaftrek. De concrete veroorzakende fout werd echter verpakt in een aanwijzing gegeven en de verbetering moest door de leerling zelf worden uitgevoerd. Tegen het einde van de tijd werden meer van zulke fouten in het bijzijn van begeleiding verbeterd, wat wel weer punten kostte. Een type fout werd, veelal onbewust, onverbeterd in het model gelaten. Bij deze fout werd de verticale verplaatsing  $y$ , losgekoppeld van de hoogte  $h$ . De indrukking van de stuiterbal moet afhangen van de negatieve  $h$ , maar bleek vaak te worden berekend met verplaatsing  $y$ . Hierdoor was bij hoogte 0, de bal al direct met een waarde gelijk aan de beginhoogte ingedrukt, wat nogal versterkt stuitergedrag veroorzaakte. Deze fout is pas achteraf met 1 negatief punt aangerekend, maar kon bij een verdere vraag in het verslag ook extra puntverlies veroorzaken.

De modellerscore is één enkele waarde die niet is te relateren aan andere waarden die hetzelfde proberen te meten. Hierdoor is de betrouwbaarheid, reliability, van deze waarde niet statistisch te controleren.

De eindmeting omvatte ook een enquête waarin de leerlingen onder andere de samenwerking, of het gebrek eraan, konden aangeven. De samenwerking tijdens het modelleerproces werd met een drietal vragen getest en de samenwerking tijdens de modelcontrole met vier vragen. Controle vragen kunnen de statistische betrouwbaarheid van de antwoorden vergroten. Deze betrouwbaarheid, reliability, wordt uitgedrukt in de waarde van de Cronbach's Alpha, de CA-waarde. CA-waarde's boven de 0.5 geven betrouwbare metingen aan, boven de 0,7 zelfs zeer betrouwbaar. De absolute afwijking van een gelijke inbreng werd opgeteld tot een score die onbalans in de samenwerking met een hogere score aangaf. De twee resulterende waarden staan ook gegeven in bijlage 5. De sets van de eerste drie vragen waren betrouwbaar en de tweede vier vragen zijn redelijk betrouwbaar. Zie figuur 11 hieronder.

	Modelleerbalans	Modelcontrole balans
CA-waarde	0.745	0.402
N metingen	3	4
N deelnemers	32	20

**Figuur 11 – Betrouwbaarheid balans in samenwerking**

Ook was de correlatie tussen beide balansfactoren groot, wat de betrouwbaarheid nog verder onderbouwt. Zie bijlage 8: Correlaties balansfactoren en modelleren.

---

Tenslotte wordt de leerlingen naar hun mening gevraagd over hoe leuk zij deze opdracht vonden in vergelijking tot de eerdere practica. Deze geeft een score van 1 tot 6 die ook in bijlage 11 is terug te vinden.

#### **4.4 Resultaten meting vakcijfers**

De vakcijfers zijn uit het cijferadministratiesysteem gehaald, direct na het afronden van het 3<sup>e</sup> kwartiel, 5V. Deze cijfers kunnen worden teruggevonden in bijlage 6. Schoolbeleid is dat alle vakken reeds in 4 VWO de toetsen waarderen met een weging die deze relevant maakt voor het schoolexamen in 6V. Daardoor is het totaalcijfer een gemiddelde waarin ook de prestaties in 4 VWO zijn gewaardeerd. Het cijfer van vak wiskunde A en B zijn in één kolom samengevoegd. Het is niet mogelijk beide vakken te volgen.

De vakcijfers onderling blijken erg “betrouwbaar te zijn”. De CA-waarde is 0,887 en er loopt niet één vak uit de pas. Daarbij is slechts gekeken naar de vakken Nederlands, Wiskunde, Natuurkunde, Scheikunde en Biologie, zodat de steekproef voldoende groot blijft. Het is echter niet een bedoelde “Betrouwbaarheid”: elk vak probeert natuurlijk een ander aspect van de leerling te beoordelen. Blijkbaar correleren de vakken onderling sterk en kun je zeggen dat de vakken samen kijken naar de “VWO-waarde” van de leerling in het totaal. Dit beeld blijkt ook uit de samenhang tussen de kernvakcijfers. Deze correlaties zijn alle 0,5 of hoger met goede significantie. Alleen het vak O&O loopt uit de pas met duidelijk lagere correlatiewaarden en mede door de kleinere steekproef ook slechtere significantie. Zie bijlage 9.

Voor dit onderzoek wordt echter juist gekeken naar de verschillen tussen de vakken en hoe deze samenhangen met de modelleervaardigheid.

#### **4.5 Resultaten meting karaktereigenschappen**

De karaktereigenschappen inventiviteit, concentratievermogen, vastberadenheid en enthousiasme zijn met behulp van enquêtes aan zeven vakdocenten, de leerling zelf en de partner gewaardeerd. De gemiddelden van deze waarderingen zijn per leerling gegeven in bijlage 7.

De beoordelingen van de vier karaktereigenschappen zijn betrouwbaar. Aangezien er zeven bronnen zijn, met een minimum van vijf, kan er betrouwbaarheids-onderzoek worden uitgevoerd. Wellicht hebben niet alle beoordelaars dezelfde eigenschap in gedachten bij de genoemde karaktereigenschappen en ontstaat er zo een systematische meetfout. Inventiviteit is nog de meest dubieuze karakterisering: deels komt deze eigenschap overeen met creativiteit. Creativiteit komt echter in een (minstens) tweetal varianten, waardoor de score niet altijd aan dezelfde eigenschap wordt toegekend. Leerlingen die probleemloos vanuit het niets een tekening of gedicht verzinnen zijn natuurlijk creatief. Dit is de variant die vooral door leerlingen onderling wordt beoordeeld. Maar in de context van exacte vakken zien docenten inventiviteit juist als een eigenschap die bij leerlingen hoort die andere oplossroutes verzinnen bij bestaande problemen en bestaande oplossroutes probleemloos toepassen in nieuwe situaties.

Bovenstaand probleem blijkt weinig invloed te hebben op het oordeel: De CA-waarde van inventiviteit en concentratie is hoger dan 0,8. De CA-waarde van vastberadenheid en enthousiasme zit net onder de 0,7. De oordelen over deze nogal ongedefinieerde karaktereigenschappen zijn dus verrassend consistent. Er is

één kanttekening bij te plaatsen: Er waren slechts 6 leerlingen die alle 5 vakken in het profiel hadden gekozen. Dit is een te klein aantal voor goed statistisch onderzoek. Zonder het O&O oordeel over de leerlingen blijven er het oordeel van vier vakdocenten en twee leerlingen over voor een totaal van 6 enquêtes over totaal 50 leerlingen. Daarbij zijn echter de vragen echter niet voor alle leerlingen ingevuld, waardoor de controle van betrouwbaarheid is beperkt tot 24 à 30 leerlingen. De kwaliteit die blijkt uit deze set metingen is echter ook toe te kennen aan de leerlingen buiten deze set. Zie figuur 12 voor een overzicht.

	Inventiviteit	Concentratie	Vastberaden	Enthousiast
CA-waarde	0.808	0.842	0.767	0.728
N metingen	6	6	6	6
N deelnemers	28	30	24	28

**Figuur 12 – Betrouwbaarheid karakteronderzoekresultaten.**

Het vak O&O blijkt enigszins afwijkende antwoorden op de enquête op te leveren. Vooral de vastberadenheid blijkt bij O&O tegengesteld aan andere vakken te worden beoordeeld. De afwijking is echter niet significant vanwege de kleine steekproef.

De correlatie tussen de vier karaktereigenschappen zelf is sterk en significant aanwezig. De enige combinatie die bijna geen samenhang vertoont is die van inventiviteit en concentratie. Dit valt terug te voeren tot het stereotype van de persoon die zich concentreert op de bekende route en daarbij niet creatief op zoek gaat naar andere routes. Of de lage correlatie een gevolg is van dit stereotype dat bij alle geënquêteerden aanwezig is, of juist van een daadwerkelijke afwezigheid van de combinatie in leerlingen is moeilijk te beoordelen.

## **4.6 Observaties**

### **4.6.1 Inleidende opdracht: Successfeer**

De voortest verliep in beide klassen op een duidelijk verschillende manier. Zoals in paragraaf 4.2 beschreven liep de eerste groep vast terwijl de tweede groep relatief soepel en duidelijk sneller tot een werkend model kwam. Deels was dit verschil te verklaren in duidelijker uitleg klassikaal vooraf, maar het verschil werd zeker versterkt door verschillen in beide klassen.

De tweede klas had een relatief groter aantal leerlingen met een NT-profiel en met het vak informatica. Er was al snel een aantal leerlingen klaar met de opdracht, waardoor anderen het idee kregen dat de opdracht niet moeilijk kon zijn. De eerste groep moest lang wachten op het eerste werkende model, waardoor de bevestiging van haalbaarheid ontbrak. De ervaringen van teams zingen al snel rond in de gehele klas en werken sfeerbepalend.

Op kleinere schaal zijn de vele momenten van frustratie en succes in het modelleerproces sterk van invloed op de totale voortgang en daarmee ook de sfeer. Vanuit de audioopnames bleek dat hier ook de rolverdeling binnen het team belangrijk wordt. Zie de opmerkingen daarover in de volgende paragraaf. Vanuit meerdere opnames bleek dat wanneer modellen in grote lijnen goed waren opgesteld, juist kleine details, soms zelfs tikfouten, fataal kunnen zijn voor de voortgang en het eindresultaat. In deze gevallen is goede begeleiding die deze

---

fouten helpt opsporen onontbeerlijk om een traject van frustratie tot een positief einde te brengen.

#### 4.6.2 Samenwerking in modelleren en evalueren

De meeste leerlingen voerden het practicum in tweetallen uit. In beide groepen was er ook één drietal. Observatie gedurende dit practicum, maar ook uit eerdere ervaring, geeft aan dat het relatief vaker voorkomt dat goede leerlingen samenwerken met andere goede leerlingen. Aangezien dit modelleerpracticum iets relatief nieuws is, zit er nog best veel verschil tussen de niveaus van deelnemers binnen gevormde teams.

Vanuit directe observatie tijdens het practicum en specifieke observatie van rolverdeling met behulp van geluidsopnames achteraf, blijken er twee uitersten te zijn: In teams met gelijke inbreng, dragen beide teamleden evenveel vragen en inzichten aan en maken ze ook evenveel verbeteringen aan het model naar aanleiding van eigen opmerkingen en die van hun partner. Ook in het analyseren van het probleem is de rolverdeling dan gebalanceerd in de discussie. Bij tweetallen met ongelijke inbreng stelt de een veel meer de vragen waarop de andere antwoord en modelaanpassingen uitvoert. De aanpassing wordt directdoorgevoerd door degene die duidelijk het voortouw neemt. De andere volgt of probeert te volgen met vragen. Bij een specifiek drietal bleek zelfs een derde deelnemer de eerste helft van het blokkur geheel stil te vallen. Pas nadat de eerste twee vastliepen in het evalueerproces en er onderling commentaar over de inbreng werd gegeven, werd de derde teamgenoot er weer bewust bij betrokken en bleken haar verse inzichten en vragen elementair in het loskomen.

In de beluisterde teams blijkt in de opnames regelmatig dat er sprake is van frustratie en moedeloosheid bij vastlopers. Veelal vormt dit voor de partner een gelegenheid om over te nemen in de discussie en om daarmee de gedachtrein van de ander weer vlot te trekken. Het is opmerkelijk hoe vaak dit gebeurt, niet alleen vanuit drang om een goed cijfer te halen, maar ook om het gestelde probleem zelf te willen tackelen. Achteraf wordt gelachen om de vragen hierover in de enquête: men herkent deze sociale processen feilloos. Buiten de erkenning dat ze een rol spelen zijn deze vragen verder niet in de conclusies betrokken.

In het algemeen blijkt uit directe observaties en geluidsopnames dat deze twee groepen leerlingen slecht inzicht hebben in de door de methode gesuggereerde structuur van modellen: Afzonderlijke krachten  $\Rightarrow F_{res} \Rightarrow a \Rightarrow v \Rightarrow y \Rightarrow$  en dan weer herhalen vanaf het begin. Veel problemen ontstaan door verkeerde volgorde in het berekenen van krachten afzonderlijk en het daarna samenvoegen in  $F_{res}$ . Ook het zoeken van fouten wordt zonder dit inzicht in structuur veel meer afhankelijk van goed gokken en toevallige inzichten. Kleine fouten zoals een "o" (de letter o) in plaats van een "0" (nul), of een regel als " $v = v \cdot dv$ " in plaats van " $v = v + dv$ " worden dan al snel onoverkomelijke problemen. Niemand gaat vanuit zichzelf via grafieken of tabellen controleren of elke variabele verwacht gedrag vertoont hoewel voldoende leerlingen in de analyse wel dit goede gedrag kunnen construeren.

De leerlingen blijken goed van zichzelf door te hebben wie meer of minder heeft bijgedragen aan de uitwerking: in de discussie bij het invullen van de enquête erkende het drietal van de geluidsopname duidelijk de grootste inbreng van een van hen. De inbreng van de late starter werd tijdens het practicum al bekritiseerd



maar belandde in de enquêtediscussie wel op een voldoende. Het tweetal met gelijke inbreng had meer moeite de vragen in de enquête te beantwoorden. Dit kwam vooral omdat zij de gevraagde verschillen moeilijk konden aangeven. Beoordeling vanuit de geluidsopname was lastiger bij gebrek aan discussie.

De enquête die na het eindpracticum werd afgenomen bevatte vragen die leidden tot een waardering van onbalans in inbreng tijdens het samenwerken binnen een team. De berekening ervan werd uitgelegd in paragraaf 4.3. De resultaten zijn vermeld in bijlage 8. Een goede balans in inbreng tijdens het modelleren blijkt geen goede voorspeller van goede resultaten voor de modelleeropdracht. De correlatie was positief maar laag en insignificant. Balans in evalueren en simuleren had een sterkere doch negatieve correlatie met meer zekerheid. Zie figuur 13. Je zou kunnen zeggen dat juist wanneer iemand het voortouw neemt in het vinden en verhelpen van fouten dat positief is voor het eindresultaat. Het patroon van vastlopen en discussie dat werd gevonden in één van de geluidsopnames onderbouwt dit verder als mogelijke verklaring.

	modelleren balansfactor	simulatie en evaluatie balansfactor
Pearson Correlation	.149	-.333
Sig. (2-tailed)	.416	.152
N	32	20

**Figuur 13 – Balans in samenwerking**

Tenslotte blijkt uit de geanalyseerde opnames en directe observaties dat de momenten van inventiviteit zeer beperkt zijn in het totaal van rond de 75 minuten modelleren. Het gehele proces zal ongetwijfeld positief worden beïnvloed door een goede concentratie maar de discussies maken de momenten van concentratie slechts kort. Vastberadenheid helpt de frustratie van een vastgelopen team te overkomen, maar hierbij is binnen het groepsproces één vastberaden deelnemer al genoeg. Vastberadenheid en concentratie zullen dus wel een positieve bijdrage leveren aan het eindresultaat, maar deze bijdrage is waarschijnlijk beperkt en blijkt niet eenvoudig significant te meten zoals zal blijken in de volgende paragraaf.

## 4.7 Samenhang tussen metingen onderling

### 4.7.1 Vakcijfers en modelleren

Van alle metingen en observaties staan er drie centraal in de kwantitatieve analyses van dit onderzoek: De metingen van modelleervaardigheid, de vakcijfers en de kwantificatie van karaktereigenschappen. Kort samengevat is er tussen de vakcijfers en het modelleercijfer alleen samenhang te zien bij het vak wiskunde. Bij de andere vakken is de correlatie zeer zwak en totaal niet significant. Zie figuur 14 en bijlage 9.

	Nederlands	wiskunde	natuurkunde	scheikunde	biologie	O&O
Pearson Correlation	-.002	.331*	.093	.104	.082	.113
Sig. (2-tailed)	.992	.037	.569	.523	.623	.726
N	40	40	40	40	38	12

**Figuur 14 – Samenhang modelleren met vakcijfers.**

---

## 4.7.2 Karaktereigenschappen en modelleren

Tussen het modelleercijfer en de karaktereigenschappen is geen samenhang terug te zien. Er is alleen een tendens te zien aangaande enthousiaste leerlingen die iets hoger scoren. Zie figuur 15 en bijlage 10.

	inventief	vastberaden	concentratie	Enthousiast
Pearson Correlation	.013	.171	.130	.261
Sig. (2-tailed)	.935	.292	.422	.104
N	40	40	40	40

**Figuur 15 – Samenhang modelleren en karakter**

## 4.7.3 Enthousiasme voor het practicum modelleren

Het verband tussen enthousiasme en de uiteindelijke score voor de modelleeropdracht was voorzien en onderzocht in de enquêtes. Op twee momenten wordt de leerlingen gevraagd of ze het practicum “leuk” vinden. Aansluitend aan de inleidende opdracht antwoordde 85% van de leerlingen dat ze het leuk vonden, met als meestgenoemde reden “het is weer eens iets anders dan normale les”. Ook wordt regelmatig genoemd dat iets maken uit niets, daarin zelfstandig werken en puzzelen en het raakvlak met informatica, positieve eigenschappen zijn. Negatieve opmerkingen hangen allemaal op variaties van “het lukt niet”. Volgend op de eindopdracht wordt de leerlingen gevraagd om hun mening te geven over het practicum. De vraag is: “Naar verhouding met andere practica, hoe leuk vonden jullie het modelleerpracticum?” Het antwoord gaf aan dat ongeveer 1/3 de opdracht nog steeds leuk vonden en 1/3 juist helemaal niet. Eén groep gaf deze vraag zelfs een score van -99999.

Ook wordt gevraagd, voorafgaand aan de eindopdracht, in welke mate de leerlingen bekend staan als “nerd”. Dit mogen ze in overleg met elkaar over elkaar waarderen met een cijfer van 1 t/m 10. Deze vraag is gesteld om de leerlingen enkele minuten aan het begin bezig te houden terwijl werkmateriaal en modelwaarden worden uitgedeeld. Aanleiding van de vraag zijn opmerkingen dat sommige leerlingen niets met computers hebben en dat dat ook betekent dat deze mensen het modelleren als onderwerp veel moeilijker vinden. Het tegenovergestelde werd ook regelmatig opgemerkt: van leerlingen die programmeren werd verwacht dat ze de opdracht beter zouden kunnen uitvoeren.

Tenslotte is de karaktereigenschap “enthousiasme” van leerlingen gemeten als mening van docenten en leerlingen onderling. Vanwege de voor de hand liggende aanname dat enthousiastelingen gemiddeld opdrachten leuker vinden, wordt deze waarde ook meegenomen. De resulterende correlaties staan gegeven in bijlage 11.

De enige significante correlatie wordt gevonden tussen de mening vooraf en achteraf (Corr: .395, Sig: .021). Mensen die de inleidende opdracht leuk vonden, vonden het eindpracticum ook leuk. Alle andere correlaties hebben lage waarden voor correlatie en geen significantie. Door de wisselende positieve en negatieve correlaties suggereert het totaalbeeld dat enthousiasme, nerd-cijfer en mening nauwelijks samenhangen. Toch valt er door verschillen nog wel wat te zeggen over mening en modelleeropdracht eindresultaat: Daar waar de mening bij de inleiding niet-significant met minder dan 0,1 correleert, is er met de mening

achteraf een duidelijk sterkere correlatie met betere significantie te vinden. Zie figuur 16. Je zou kunnen zeggen dat succes de mening beïnvloedt.

Er was niemand die na de introductieopdracht modelleren niet leuk vond en deze mening na de eindopdracht positief had bijgesteld. Er waren wel enkele leerlingen die hun initiële enthousiasme na de opdracht enigszins getemperd zagen. De meesten bleven na de opdracht bij hun eerste mening. Zie de correlaties in bijlage 11. Het beeld dat men van zichzelf en anderen had over de computervaardigheid, hoe "nerdy" ze waren, blijkt geen samenhang te hebben met het uiteindelijke modelleerresultaat. De sterkte van de samenhang, hoewel niet sterk en weinig significant, van de mening over het practicum achteraf, en het algemeen getoonde enthousiasme, bleek vergelijkbaar. Zie figuur 16.

	Inleiding programmeren leuk?	Vooraf nerdcijfer	Totaal prac leuk tov andere practica	gemiddeld enthousiast
Pearson Correlation	.094	.194	.239	.261
Sig. (2-tailed)	.593	.264	.154	.104
N	35	35	37	40

**Figuur 16 – Samenhang modelleren en enthousiasme**

#### 4.7.4 Karaktereigenschappen en vakcijfers

De samenhang tussen de vier karaktereigenschappen en de zes onderzochte vakken is, op O&O na, overal duidelijk positief aanwezig. Zie bijlage 12. Dit komt niet als een verrassing aangezien de definitie van eigenschappen alle positief gekozen. Meer verrassend is dat zulke onduidelijk gedefinieerde eigenschappen toch tot zulke significante correlaties kunnen leiden. De tendens is ook voor O&O positief, maar de significantie is matig, wat een gevolg kan zijn van de relatief kleine steekproef.

Toch is er wel verschil te herkennen: Inventiviteit correleert duidelijk minder sterk met nederlands en wiskunde. Correlaties van .3 voor nederlands en wiskunde tegenover .5 voor de andere vakken. Concentratie en vastberadenheid correleren in meer gelijke mate met alle vakken, met iets hogere waarden bij scheikunde (.5 tot .7). Tenslotte enthousiasme correleert juist sterker met nederlands en O&O. (.6 tegen .4 voor de rest.) Voor alle vakken uitgezonderd O&O is vastberadenheid de meest samenhangende karaktereigenschap.

#### 4.8 Problemen in het onderzoek

Tijdens het uitvoeren van de modelleeropdracht en het door de teams zelfstandig uitwerken van de opdrachten en vragen kwamen een aantal problemen aan het licht. Als eerste bleek tijdens het blokkur zelf dat teveel leerlingen niet zelfstandig op zoek gingen naar een wiskundige invulling van alle relevante krachten. Concreet had bijna iedereen vragen over het verband " $F_{\text{veer}} = C \cdot u$ ". Naar aanleiding van deze vragen is bij beide groepen in het eerste deel van het blokkur deze formule op het bord gezet en is deze klassikaal aangekondigd als "iets dat gebruikt moet worden in het model". Een pas later voorzien gevolg van de verwoording van deze hint is dat veel teams de hoogte berekenden in de variabele "y" of "h", maar bij het berekenen van de veerkracht gelijk de beginwaarde "u", die in de opdracht was vastgesteld, gebruikten. Deze fout is door ongeveer de helft van de teams gemaakt en bij bijna niemand tijdens het centrale deel gevonden. Het heeft voor de verdere uitwerking tot gevolg gehad dat de grafiek in kleine mate varieerde in hoogte van de top. Teams kregen ook

---

foute waarden voor de bedoelde veerconstante. De fout kan worden voorkomen door " $F=C*y$ " in de opdracht mee te geven, echter dan wordt daarmee ook de denkstap dat " $y$ " gelijk is aan de indrukking kado gedaan.

Tijdens de modelleerfase bleek een aantal teams veel tijd te hebben verkwist met het uitvoeren van modelregels die energie berekenden. Dit is een gevolg van het onvoldoende geoefend zijn in de eerder genoemde standaard structuur van modellen via de tweede wet van Newton en vervolgens integreren van de versnelling tot een plaats. In eerdere jaren werd dit practicum volledig decentraal uitgevoerd waardoor problemen op dit punt wellicht niet zijn gesignaleerd. Ook zijn er veranderingen ten opzichte van eerdere jaren betreffende lesgevende docenten waardoor eerdere benadrukking van structuur dit jaar wellicht minder is geweest.

Bij de decentrale uitwerkingen bleek dat maar weinig leerlingen thuis nog beschikken over Windows XP. Het gebruikte modelleerprogramma werkt echter niet onder Windows 7, dus een meerderheid moest de verdere uitwerking op school uitvoeren. Echter tijdens de uitvoering van deze opdracht gingen alle schoolcomputers ook over op Windows 7, totdat uiteindelijk alleen de practicumlaptops nog overbleven. Een oplossing voor volgende jaren is gevonden in het vrij beschikbare pakket "Modellus". (Modellus, 2012) Deze modelleeromgeving is duidelijk nieuwer en op een aantal punten eenvoudiger en duidelijker dan het nu gebruikte Coach 5. Echter het is ook in details anders, iets dat zeker enige aandacht tijdens de les behoeft. Verder is het programma traag wanneer de simulatietijdstap klein wordt gekozen.

Tijdens het centrale deel bleek een meerderheid van de teams gebruik te maken van een model uit het theorieboek waarin bij een valbeweging de verticale verplaatsing wordt gevat in de variabele " $y$ " en de resulterende hoogte dan volgt uit " $h=h_0-y$ ". Dit bleek bij de opdracht 7 tot een zeer grote aanpassing van de gegeven modelregel te leiden. Deze aanpassing was te groot voor de leerlingen om zelf te vinden. Op het moment dat dit probleem werd gesignaleerd, is de bij dit type uitwerking behorende modelregel via de on-line leeromgeving onder de leerlingen verspreid. Daarop vonden de meesten alsnog de gevraagde vreemde gedempte stuiterbeweging.

Meer in het algemeen is dit onderzoek opgezet in de verwachting dat de leerlingen na de lessenserie een bepaald eindniveau halen. Dit verwachte eindniveau is gebaseerd op het eindniveau dat 5V'ers in de drie leerjaren ervoor behaalden. De onderzoeker gaf deze jaren zelf les aan een meerderheid van die klassen en overlegde het antwoordmodel en de beoordeling met de vaste collega. Er is echter niet achteraf nagekeken werk tussen de collega's vergeleken op verschillen in beoordeling. In het jaar waarin het onderzoek werd uitgevoerd, werd één klas geleid door een nieuwe collega de deze enkele maanden eerder van de onderzoeker overnam. Daardoor zijn de leerlingen minder specifiek opgeleid met het afrondende practicum in het achterhoofd. Dit gemis verklaart voor een deel de grote moeite die de leerlingen hadden met de opdracht. Het einddoel was echter duidelijk en de weging van het cijfer relevant, wat voor de meesten genoeg reden was de extra tijd en moeite toch in de opdracht te steken. Dit probleem en de daardoor benodigde extra inzet zijn door de onderzoekende docent erkend en waar mogelijk met extra begeleiding ondersteund. De getoonde inzet sierde de groep in zijn geheel.

---

Tenslotte iets dat tegenover de voorgaande positieve ervaring staat: het blijkt dat de leerlingen zeer vindingrijk zijn in het vinden van bronnen van hulp, maar zij zijn niet altijd even verstandig in het beoordelen van de kwaliteit van deze bronnen. Bij een deel van de teams bleek de verwoording van sommige antwoorden nogal overeen te komen. Te vaak echter zijn antwoorden van andere teams niet direct goed voor de eigen situatie omdat bijvoorbeeld tekens van variabelen omgekeerd zijn. Ook is bij enkele opdrachten een specifieke grafiek vanuit het eigen model nodig als onderbouwing van het antwoord. Hierdoor bleken al deze teams toch niet zomaar de punten die bij de betreffende opgaven hoorden te hebben gekregen. Eén gemeenschappelijke "bron" bleek het verslag van een leerling van het jaar ervoor, een verslag dat zelf ook al niet bepaald foutloos was.

---

---

## 5 Conclusie

### 5.1 Onderzoeksvraag

**“Welke vakken en karaktereigenschappen zijn belangrijk voor succes in het leren maken van modellen en toepassen van simulaties in een natuurkundige context.”**

Deze vraag kan deel voor deel beantwoord worden:

Modelleren als vakgebied vertoont alleen correlatie met het vak wiskunde. Leerlingen die goed zijn in wiskunde halen waarschijnlijk hogere cijfers voor de modelleeropdracht. Een welkome tegenbeweging vergeleken met de meer tekstanalytische context-concept leswijze die NiNa nastreeft. Hoewel de significantie van de correlaties van modelleren met de andere vakken slecht is, zijn de berekende correlaties zeer klein. Voorzichtig kun je hieruit concluderen dat de vaardigheid van het modelleren op zichzelf staat in het VWO.

De meting van karaktereigenschappen produceerde statistisch betrouwbare waarderings van karaktereigenschappen van leerlingen. De betrouwbaarheid van deze meting was onverwacht hoog. Uit de metingen bleek slechts weinig samenhang tussen karakter en modelleerresultaten. Het sterkste verband werd nog gevonden tussen enthousiaste leerlingen met hogere scores voor de modelleeropdracht. Karakter uit zich deels ook in de manier van samenwerken tijdens de uitvoering van de modelleeropdracht. Wisselende karaktereigenschappen vullen elkaar binnen het team aan en spelen daardoor een kleinere rol.

### 5.2 Andere conclusies

Uit de audioöpnames blijkt dat leerlingen onvoldoende overzicht hebben in de structuur binnen modellen. Ook missen zij de vaardigheid in probleemoplossingsmethoden. De structuur van modellen zou meer klassikaal in de lessen kunnen worden benadrukt. Het tweede is voornamelijk een gevolg van het te weinig daadwerkelijk met computermodellen oefenen in een modelomgeving op de computer. Meer oefening zal ook behulpzaam zijn in het overzien van de structuur van modellen. Meer fundamenteel is het wellicht beter dat modelleren wordt geoefend over een bredere tijdspanne, door het in meerdere hoofdstukken, wellicht al in eerdere jaren, een plaats te geven. De keuze van de meeste lesmethodes om numerieke modellen in slechts één hoofdstuk te behandelen verdient heroverweging.

De sfeer in de klas tijdens het maken van modelleeropdrachten is van groot belang. Bij de inleidende opdracht strandde één van de groepen, waarbij de frustraties van één team de rest duidelijk beïnvloedden. De andere groep had bij diezelfde opdracht juist enkele teams die de oplossing al heel snel vonden, waardoor de rest ook met meer vertrouwen en daardoor ook succes werkte aan de opdracht.

---

### **5.3 Suggesties voor verder onderzoek en ontwikkeling**

Het eerste idee voor een onderzoek binnen het domein van numerieke modellen in het voortgezet onderwijs, betrof het onderzoeken van de "opbrengst" ervan. De inleiding van dit verslag eindigde met de claim dat het opstellen en evalueren van modellen de kern is van de wetenschap en dat voor goed begrip van concepten je deze met behulp van eigen modellen ervan moet kunnen evalueren. De lessenserie heeft als een van de einddoelen dat de leerling modelleren inderdaad gaat zien, en wellicht ook zelfstandig gaat gebruiken, als een manier om tot verdieping van zijn inzichten te komen.

De eindopdracht waarmee de lessenserie modelleren nu wordt afgesloten, sluit voor de leerlingen nu ook dit domein af. Ze worden niet aangemoedigd de nieuwe gereedschappen te gebruiken in nieuwe domeinen. Onderzoek naar de "opbrengst" van modelleervaardigheid zou moeten worden uitgevoerd aan het einde van een lesmethode die modelleren breder inzet en de leerlingen uitnodigt deze vaardigheid in de gehele bovenbouw te gebruiken. Pas wanneer modelleren als geïntegreerde vaardigheid wordt ingezet komen de inzichtsvoordelen tot hun volle wasdom. De vaardigheid van het modelleren staat te ver van de andere vaardigheden binnen en buiten het vak natuurkunde. Daardoor is modelleren niet in één hoofdstuk onder de knie te krijgen. Tegelijk is de opbrengstcurve te vlak: wanneer de vaardigheid voor 80% is geleerd, is de opbrengst in het gebruik ervan geen 20%. Pas als de leerling er goed zelfstandig mee kan werken, gaat hij het zelfstandig inzetten om vragen op te lossen. Dit niveau wordt binnen de geteste groep van 50 leerlingen door twee of drie leerlingen gehaald, van wie één het al kon voordat de lessenserie begon.

Een lesmethode waarin modelleren goed in is geïntegreerd zal een grotere studiebelasting met zich mee brengen. Onderzoek naar de opbrengst van modelleren zal deze tijd ook aan de controlegroep moeten meegeven. Daar staat tegenover dat deze investering ook bij andere vakken is in te zetten, wat de extra tijd benodigd voor specifiek natuurkunde kan verlagen.

Synergieopbrengsten van modelleervaardigheid voor andere vakken kunnen an sich worden bestudeerd. Modelleren is in een meerderheid van vakgebieden doordrongen. Het is de onderzoeker niet duidelijk waarom de andere vakken hier niets mee doen in het VWO exameneisenpakket.

IPCoach 5 was voor het onderwijs vrij beschikbaar. Deze licentie is ingetrokken en bovendien is dit programma niet compatibel met nieuwe besturingssystemen. Nieuwe voldoende complete versies van Coach zijn niet meer vrij beschikbaar en bevatten zodanig veel mogelijkheden dat deze verwarrend werken. De "lite"-versie mist een numerieke modelleeromgeving. Het voorgestelde modelus mist de interface die de lesmethodes nu van Coach overnemen, het simulatiepakket sluit niet exact aan bij de lesmethodes in Nederland. Het zou een groot goed zijn als er een zeer elementaire modelleeromgeving, met een interface die in overleg met de lesmethodeuitgevers wordt vastgesteld, vrij beschikbaar, werkend op alle besturingssystemen ook bij de leerling thuis, zou worden ontwikkeld. Wellicht dat dan ook een grafische vorm van modellen met een natuurkundig consistente opbouw, bijvoorbeeld zoals de bondgraafrepresentatie, kan worden overeengekomen en ingevoerd.



---

## Referenties

- Arstechnica, 2009, The Matrix, but with money: the world of high-speed trading  
<http://arstechnica.com/tech-policy/news/2009/07/-it-sounds-like-something.ars>
- DynSys, 1994, Dynamische Systemen, Bondgraaftheorie, ISBN9035813049
- D. Hestenes, 2006, Notes for a Modeling Theory of Science, Cognition and Instruction, Girep proceedings, 2006: 34
- FK. Hwang, 2006, An Instruction Model for Modeling with simulations: How to help student build their own model with simulations, Girep proceeding, 2006:161
- IEEE, 2009, IBM unveils a New Brain Simulator  
<http://spectrum.ieee.org/computing/hardware/ibm-unveils-a-new-brain-simulator>
- P. Lynch, 2007, The origins of computer weather prediction and climate modeling, Journal of computational physics (2008), 3431-3444
- Modellus, 2012, <http://modellus.fct.unl.pt>
- B. Ormel, 2010, Het natuurwetenschappelijk modelleren van dynamische systemen
- L. Rogers, 2006, Motivating teachers and pupils to engage with modeling, GIREP proceedings, 2006: 91
- SysNat 5V, 2007, Systematische Natuurkunde 5 VWO Kernboek 2007, ISBN 9789042531468
- UnivColorado, 2009, John Travoltage, <http://phet.colorado.edu/en/simulation/travoltage>
- J. VanDriel, J. Verloop, 1999, Teachers' knowledge of models and modelling in science, International journal of Science Education, 21:11, 1141-1153

---

## Bijlage 1: Practicum Stuiterbal

Dit practicum bestaat uit twee delen en het resultaat telt ook mee als een dubbel practicum! Het eerste deel is centraal, het tweede op eigen gelegenheid.

Onderzoeksvraag: "Hoe hangt de stuitertijd af van de hoogte waarop een stuiterbal wordt losgelaten?"

Deel 1:

- 1: Simuleer een stuiterbal.
- 2: Toon aan met simulaties dat je model werkt zoals is bedoeld.

Deel 2:

- 3: Bepaal het verband tussen beginhoogte  $h$  en stuiterperiode  $T$ .
- 4: Onderbouw dit verband middels de theorie.
- 5: Verklaar vreemde simulaties wanneer een te grove tijdstap wordt gekozen.

### Modelvoorwaarden (groepsspecifiek!)

Een rubber stuiterbal van 3 cm diameter,  $m$  gram, stuitert op de grond. De bal valt op tijdstip  $t=0$  van een bepaalde hoogte  $y(0)$ . Op hoogte "nul" raakt hij precies de grond (de onderkant van de bal is dan niet ingedeukt). Tijdens het stuiten deukt de bal  $d$  cm in. Het verband tussen de veerkracht van de bal, en de indrukking moet je lineair (een veerconstante  $C$  dus) aannemen. Verder beweegt de bal alleen in een verticale beweging op de plaats. Er is dus geen beweging langs de  $x$ -richting. Tenslotte mag je de luchtwrijving verwaarlozen.

Ieder tweetal krijgt andere begin waarden:

$m$ : (1,00-50,0 gram) \_\_\_\_\_  
 $y(0)$ : (0,20-2,00 m) \_\_\_\_\_  
 $d$ : (0,50-2,00 cm) \_\_\_\_\_

### **Opdracht 1:**

Maak een model van de boven beschreven situatie.

### **Opdracht 2:**

Test je model: Maak een simulatie van enkele (minstens 3!) stuiterbewegingen. Gebruik de onderstaande aanwijzingen. Pas je model aan totdat het voldoet aan de gegeven omschrijving.

Probeer eerst een goed werkende tijdsresolutie te vinden, zodat de bal normaal gaat stuiten. Meestal volstaat 0,001 seconde, maar het kan ook nodig zijn deze kleiner te maken!

Bepaal de veerconstante van de bal die nodig is om tot " $d$ " cm indrukking bij " $y(0)$ " meter starthoogte proefondervindelijk. (Door gewoon waarden "te proberen".) Een  $y,t$ -tabel kan hierbij helpen, maar je kunt ook inzoomen in een  $y,t$ -grafiek.

Wanneer je de gewenste indrukking hebt bereikt, maak dan een afdruk van de grafiek: Klik met rechts op de  $y,t$ -grafiek, klik op "kopieer naar klembord". Start paint (Start-menu => programma's => accessoires) of Ms-Word op en plak het resultaat van het klembord. Voeg een afdruk van de grafiek toe aan je verslag als **bijlage 1**.

**Vraag 2a: Welke veerconstante heb je gebruikt om de gewenste indrukking te bereiken?**

**Laat nu je model (op papier) controleren door docent of TOA.**

Voeg het werkende model met alle beginvoorwaarden als **Bijlage 2** toe aan je verslag.

De volgende opdrachten moet je op eigen gelegenheid uitvoeren.

**Opdracht 3:**

Maak minstens 5 simulaties waarbij de stuiterbal van verschillende hoogtes (van 0,05 meter tot maximaal 1,5 meter) wordt losgelaten bij verder dezelfde startwaarden. Geef in een tabel de stuitertijd weer die je bij elke hoogte hebt gevonden. Zorg voor een goede spreiding van beginhoogtes. Maak van deze tabel een T,h-grafiek in Excel.

(Afhankelijk van de modelwaarden van je tweetal, kan het voorkomen dat de bal meer dan 3 cm indeukt. Dit heeft verder geen invloed op je metingen en mag je verder negeren als mogelijke oorzaak van problemen.)

**Vraag 3a:** Welk verband tussen T en h vermoed je aan de hand van je grafiek?

**Opdracht 4:**

Voeg een kolom aan je tabel toe waarin je de Y-as (de periode T dus) aanpast om tot een lineaire grafiek te komen. Maak ook deze grafiek in Excel en bepaal de helling.

**Vraag 4a:** Vergelijk je gevonden helling met de waarde  $8/g = 0,815$ .

**Vraag 4b:** Verklaar (leid af) de waarde  $8/g$  vanuit de theorie.

**Vraag 4c:** Verwoord je conclusie.

**Extra Opdrachten:**

**Opdracht 5:**

Maak eventueel opnieuw een simulatie van de stuiterbal van 1,5 m hoogte. Maak een y,t-grafiek in IP-coach en zoom vervolgens met de muis in op het punt waar de stuiterbal voor het eerst de grond raakt. Zorg dat je zover inzoomt dat je de afzonderlijke (0,001-seconde of kleiner) tijdstappen op de x-as kunt zien. Maak van deze grafiek ook een afdruk via Paint of Word (**Bijlage 3**) en beantwoord de volgende vragen:

**Vraag 5a:** Hoe herken je de tijdstappen in de grafiek?

**Vraag 5b:** Hoeveel tijdstappen heeft de stuiterbal contact met de grond?

**Opdracht 6:**

Vergroot nu de tijdstap tot 0,01 seconde (verlagen van het detail, de resolutie, dus) en pas ook het aantal simulatiestappen aan om tot ongeveer 5 stuiterbewegingen te komen. Zoom de grafiek uit tot het beginniveau met de zoomknop rechtsboven in de balk van de grafiek-window. Je moet nu iets raars zien. (Mocht je niets vreemds opvallen, dan wijkt wellicht je model af van het mijne: probeer dan een tijdstap van 0,05 seconde.)

**Vraag 6a:** Omschrijf in woorden wat je ziet.

Zoom nu weer in bij het eerste moment van stuiteren, x-as weer in beeld bij het moment van stuiteren.

**Vraag 6b:** Verklaar het gedrag dat je bij vraag 6a hebt gezien.

Z.O.Z.

**Opdracht 7:**

Bij een stuiterbeweging met weerstand, zal de hoogte elke periode met een bepaald percentage afnemen. Herstel je model naar de toestand van voor opdracht 6.

Voeg nu de volgende regel toe aan het einde van je model:

**als ( $-a*dt > v$ ) EN ( $v > 0$ ) dan  $y=y*0.9$  eindals**

Hierbij is aangenomen dat **a**, **v** en **y** alle drie **omhoog positief** zijn gedefinieerd.

(Pas de mintekens aan wanneer je bijvoorbeeld de versnelling **a** normaal gelijk hebt genomen aan +9,81 in plaats van -9,81.)

Bekijk de resulterende stuiterbeweging. Voeg een afdruk hiervan toe aan je verslag als **Bijlage 4**.

**Vraag 7a: Leg uit hoe het komt dat het "dan"-gedeelte van de gegeven modelregel alleen op de top van de beweging wordt uitgevoerd.**

De resulterende beweging is nu op de toppen "discontinu". In het echt kan de stuiterbal natuurlijk nooit zo bewegen.

**Vraag 7b: Geef je onderbouwde mening over de waarde van je model inclusief de toevoeging van weerstand.**

Voor de verslaglegging hoef je bij de opstelling en werkwijze slechts te verwijzen naar IP-coach en je bijlage 2. De rest van het verslag maak je in de normale vorm.

## Bijlage 2: Karakter enquête

	Inventiviteit [veel<->weinig/weetniet]	concentratie	vastberadenheid	enthousiasme
Leerling1:	o o o o o/o	o o o o o/o	o o o o o/o	o o o o o/o
Leerling2:	o o o o o/o	o o o o o/o	o o o o o/o	o o o o o/o
Leerling3:	o o o o o/o	o o o o o/o	o o o o o/o	o o o o o/o
Leerling4:	o o o o o/o	o o o o o/o	o o o o o/o	o o o o o/o
Leerling5:	o o o o o/o	o o o o o/o	o o o o o/o	o o o o o/o
etc				

## Bijlage 3: Practicum enquête

Practicum enquête.

Deze vragen hebben **geen invloed** voor het cijfer van practicum en verslag. Ze dienen slechts voor het bepalen van de rolverdeling tijdens het practicum in het kader van het onderzoek.

Naam deelnemer 1:  
Naam deelnemer 2:

Schaalverdeling verdeeld tussen "persoon 1" en "persoon 2", mits anders aangegeven.

w/n = weet niet

### Vooraf:

Geef jezelf en je partner een cijfer voor hoe erge nerd hij/zij is. (Neem 7 als gemiddelde voor NG/NT VWO'ers.)  
Klopt je beeld van jezelf met de mening van je partner?

Deelnemer 1: \_\_\_\_  
Deelnemer 2: \_\_\_\_  
D1: Ja o, Nee o  
D2: Ja o, Nee o

1            2 w/n

### Modelleren:

Wie programmeerde (verzon) de eerste modelregel?  
Wie voerde de eerste modelregel in?  
Wie verzon de meeste programmaregels?  
Wie voerde de meeste modelregels in?  
Wie had als eerste een aanmerking aan een eerder ingevoerde modelregel omdat deze niet klopte met de nieuwe regel?  
Wie heeft in totaal het meeste met de laptop gedaan tijdens met maken van het model?

o            o o  
o            o o  
o o o o o o  
o o o o o o  
o            o o  
o o o o o o

### Simuleren en modelcontrole:

Wie stelde tabel en/of grafiekdetails in.  
Werkte het model in één keer?  
Welke soorten fouten ben je tegengekomen:  
- Tikfouten, kleine verschillen in namen van variabelen etc  
- Tekenfouten, op de ene plek versnelling omhoog positief elders negatief  
- Syntaxfouten (Coach meldde dat iets fout was)  
- Modelfouten (stuiterbal viel omhoog, stuiterde niet etc)  
- Anders namelijk: \_\_\_\_\_

o o o o o o  
Ja o, Nee o  
o  
o  
o

1            2 w/n

Wie vond de eerste fout?  
Wie verbeterde de eerst gevonden fout?  
Wie vond de meeste fouten?  
Wie verbeterde de meeste fouten?  
Wie gaf als eerste aan tevreden te zijn?  
Kon de andere deelnemer de eerste overtuigen door te gaan?

o            o o  
o            o o  
o o o o o o  
o o o o o o  
o o o o o o  
Ja o, Nee o

### Bij het proberen van verschillende veerconstantes om de indrukking goed te krijgen:

Wie vond uit hoe dit moest?  
Wie zat hierbij het meeste aan de laptop?  
Vond je tijdens dit proces nog nieuwe modelfouten?

1            2 w/n  
o            o o  
o o o o o o  
Ja o, Nee o

### Mening totale modelpracticum:

Wie heeft het meeste bijgedragen?  
Wie vond het practicum leuker?  
Naar verhouding met andere practica, hoe leuk vonden jullie het modelleerpracticum?

1            2 w/n  
o            o o  
o o o o o o  
niet        wel  
o o o o o o

## Bijlage 4: Voortest resultaten

Team / deelnemer	Is modelleren leuk?	Antwoord gevonden	Tijdsduur voortest in minuten
1a	1	0	-
1b	1	0	-
2a	-	-	-
2b	1	-	-
3a	0	0	-
3b	1	0	-
4a	0	0	-
4b	1	0	-
5a	1	0	-
5b	0	0	-
6a	1	1	33
6b	1	1	30
7a	-	0	-
7b	1	1	-
8a	1	0	-
8b	-	0	-
9a	1	1	-
9b	1	0	-
10a	-	-	-
10b	0	1	40
10c	-	1	-
11a	1	1	10
11b	1	1	38
12a	1	1	25
12b	1	1	16
13a	1	1	7
13b	1	1	26
14a	1	0	-
14b	1	1	-
15a	1	1	-
15b	1	1	-
16a	1	1	23
16b	1	1	38
17a	1	1	31
17b	1	1	20
18a	1	1	21
18b	1	-	-
19a	0	1	41
19b	0	1	35
19c	1	1	45

("1" = ja, "0" = nee, "-" = niet beantwoord)



## Bijlage 5: Resultaten eindtest, modelleercijfer en enquête

Team / deelnemer	Totaal cijfer	Modelleren deelscore (max 10)	Modelleren balansfactor	Evaluatie balansfactor	Was opdracht leuk t.o.v. andere practica?
1a	9.25	10	4	-	1
1b	9.25	10	4	-	1
2a	7.5	8	6	-	6
2b	7.5	8	6	-	6
3a	8.5	10	0	0	1
3b	9.5	10	0	0	1
4a	7.25	5	0	-	1
4b	6	5	0	-	1
5a	9.25	8	4	2	1
5b	9.25	8	4	2	1
6a	9.75	9	0	-	2
6b	9.75	9	0	-	2
7a	9	10	1	0	5
7b	9.25	10	1	0	5
8a	8.5	10	5	6	5
8b	8.5	10	5	6	5
9a	8.25	9	1	-	3
9b	8.25	9	1	-	3
10a	-	7	-	-	-
10b	5.25	7	-	-	-
10c	7.25	7	-	-	-
11a	7	7	6	5	3
11b	7.75	8	6	5	3
12a	8.75	8	4	4	2
12b	8.75	8	4	4	2
13a	8.5	10	5	3.5	3
13b	8.5	10	5	3.5	3
14a	7.75	8	2	5	5
14b	7.5	9	2	5	5
15a	8	8	4	-	2
15b	8	8	4	-	2
16a	7	7	-	4	5
16b	7	7	-	4	5
17a	7.5	5	1	-	1
17b	7.5	5	1	-	1
18a	-	10	2	4	6
18b	8.25	9	2	4	6
19a	9.25	9	-	-	1
19b	8.5	9	-	-	1
19c	9	9	-	-	1

("1" = ja, "0" = nee, "-" = niet beantwoord)

(balansfactoren bereik 0-6: 0 eenieder deed evenveel, 6 de een deed veel meer dan de ander, leeg: vragen niet beantwoord.)

(Opdracht leuk?: bereik 1-6, 1 veel minder leuk, 6 veel leuker)

## Bijlage 6: Vakcijfers

Team / deelnemer	Nederlands	Wiskunde	Natuurkunde	Scheikunde	Biologie	Economie	O&O	Informatica
1a	75	66	71	70	64		77	
1b	73	60	49	65	60			
2a	60	64	61	56	61			
2b	63	61	66	59	60			
3a	66	64	58	66	61			
3b	66	73	63	58	63			
4a	79	59	65	69	66			
4b	68	50	57	59	58		67	
5a	80	77	77	81	71			
5b	84	68	70	71	68			
6a	80	62	75	80	76		79	
6b	79	65	79	86	81			
7a	66	66	70	72	70			
7b	76	80	76	77	77	84		
8a	70	67	67	73	61		70	
8b	64	62	62	66	62	64		
9a	67	75	69	67	63			
9b	72	73	65	65	64			
10a	54	47	47	55	56		69	56
10b	64	56	59	48	64			
10c	64	56	61	67	63			
11a	69	69	65	74	60		68	77
11b	55	59	60	65	58			
12a	74	70	78	70	69	78		
12b	65	58	69	73	69	71		
13a	58	55	65	61	68		62	63
13b	72	61	68	63	65	63	69	
14a	63	55	54	55	61			
14b	61	55	62	63		65	70	63
15a	66	68	52	59	58		70	
15b	78	74	77	80	78			
16a	69	77	64	67	64	63		
16b	54	51	59	51	61	59		
17a	67	57	63	66		65	73	
17b	73	63	82	84	77			
18a	49	66	74	73	72	71		
18b	62	54	58	59	52		75	77
19a	76	70	67	73	68			
19b	79	75	77	84	76			
19c	78	62	55	63	55			

(Vakcijfer in heel aantal decimalen, Wiskunde is wiskunde A of Wiskunde B)

## Bijlage 7: Karakterenquête, totaalgemiddelden

Team / deelnemer	inventief	concentratie	vastberaden	enthousiast
1a	4.00	3.50	3.33	3.67
1b	2.83	3.00	3.17	3.33
2a	3.00	2.33	3.33	3.20
2b	2.67	2.33	2.67	2.60
3a	3.40	2.80	3.60	3.20
3b	3.20	2.60	3.20	3.20
4a	3.50	2.33	3.40	3.17
4b	3.00	3.14	3.50	3.00
5a	3.50	4.50	4.40	4.00
5b	3.50	4.67	4.92	4.50
6a	4.29	3.86	4.33	4.29
6b	4.00	4.17	3.80	3.33
7a	3.33	3.50	3.83	3.67
7b	3.75	4.33	4.33	4.58
8a	2.71	4.00	3.57	3.43
8b	3.67	2.50	3.50	3.50
9a	3.67	4.17	4.17	3.83
9b	3.33	4.00	4.17	4.17
10a	3.29	2.71	2.29	2.57
10b	2.83	2.67	2.33	2.67
10c	3.00	3.17	2.80	2.50
11a	4.14	2.43	3.43	3.00
11b	2.80	3.20	2.80	2.60
12a	4.50	3.17	3.67	2.33
12b	4.17	2.67	3.67	2.33
13a	3.17	2.67	3.33	3.00
13b	4.00	3.83	4.17	4.00
14a	3.00	2.17	3.17	3.00
14b	3.50	3.00	2.83	3.33
15a	2.57	3.86	3.43	3.00
15b	3.33	4.00	3.83	3.33
16a	4.17	3.17	4.00	3.17
16b	2.00	2.50	2.83	2.17
17a	3.50	4.00	4.00	4.17
17b	3.83	4.00	4.00	3.67
18a	3.40	4.20	3.60	3.20
18b	3.33	2.83	3.50	3.67
19a	2.42	4.83	4.00	3.58
19b	3.83	4.83	4.33	3.75
19c	1.58	3.25	2.75	3.00

(Score 1 t/m 5 punten, "1" = weinig, "5" = veel)

## Bijlage 8: Correlaties Balansfactoren en Modelleren

		modelleren balansfactor	simulatie en evaluatie balansfactor	modelleren
modelleren balansfactor	Pearson Correlation	1	.689**	.149
	Sig. (2-tailed)		.002	.416
	N	32	18	32
simulatie en evaluatie balansfactor	Pearson Correlation	.689**	1	-.333
	Sig. (2-tailed)	.002		.152
	N	18	20	20
modelleren	Pearson Correlation	.149	-.333	1
	Sig. (2-tailed)	.416	.152	
	N	32	20	40

(\*\*. Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).)

## Bijlage 9: Correlaties Vakcijfers en Modelleren

		nederlands	wiskunde	natuurk.	scheikunde	biologie	OO	modelleren
Nederlands	Pearson Correlation	1	.527**	.485**	.620**	.474**	.599*	-.002
	Sig. (2-tailed)		.000	.002	.000	.003	.039	.992
	N	40	40	40	40	38	12	40
Wiskunde	Pearson Correlation	.527**	1	.578**	.565**	.471**	.245	.331*
	Sig. (2-tailed)	.000		.000	.000	.003	.442	.037
	N	40	40	40	40	38	12	40
Natuurkunde	Pearson Correlation	.485**	.578**	1	.807**	.862**	.377	.093
	Sig. (2-tailed)	.002	.000		.000	.000	.227	.569
	N	40	40	40	40	38	12	40
Scheikunde	Pearson Correlation	.620**	.565**	.807**	1	.780**	.482	.104
	Sig. (2-tailed)	.000	.000	.000		.000	.113	.523
	N	40	40	40	40	38	12	40
Biologie	Pearson Correlation	.474**	.471**	.862**	.780**	1	.201	.082
	Sig. (2-tailed)	.003	.003	.000	.000		.579	.623
	N	38	38	38	38	38	10	38
OO	Pearson Correlation	.599*	.245	.377	.482	.201	1	.113
	Sig. (2-tailed)	.039	.442	.227	.113	.579		.726
	N	12	12	12	12	10	12	12
Modelleren	Pearson Correlation	-.002	.331*	.093	.104	.082	.113	1
	Sig. (2-tailed)	.992	.037	.569	.523	.623	.726	
	N	40	40	40	40	38	12	40

(\*\* Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed). \* Correlation is significant at the 0.05 level (2-tailed).)

## Bijlage 10: Correlaties Karakter en Modelleren

Correlations		inventief	vastberaden	concentratie	enthousiast	modelleren
gemiddeld inventief	Pearson Correlation	1	.164	.522**	.321*	.013
	Sig. (2-tailed)		.313	.001	.044	.935
	N	40	40	40	40	40
gemiddeld concentratie	Pearson Correlation	.164	1	.720**	.659**	.171
	Sig. (2-tailed)	.313		.000	.000	.292
	N	40	40	40	40	40
gemiddeld vastberaden	Pearson Correlation	.522**	.720**	1	.778**	.130
	Sig. (2-tailed)	.001	.000		.000	.422
	N	40	40	40	40	40
gemiddeld enthousiast	Pearson Correlation	.321*	.659**	.778**	1	.261
	Sig. (2-tailed)	.044	.000	.000		.104
	N	40	40	40	40	40
modelleren	Pearson Correlation	.013	.171	.130	.261	1
	Sig. (2-tailed)	.935	.292	.422	.104	
	N	40	40	40	40	40

(\*\* Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed). \* Correlation is significant at the 0.05 level (2-tailed).)

## Bijlage 11: Correlaties Mening, Enthousiasme en Modelleren

		Inleiding program- meren leuk?	Vooraf nerdcijfer	Totaal prac leuk tov andere practica	gemiddeld enthousiast	modelleren
Inleiding program- meren leuk?	Pearson Correlation	1	-.022	.395*	-.097	.094
	Sig. (2-tailed)		.906	.021	.581	.593
	N	35	32	34	35	35
Vooraf nerdcijfer	Pearson Correlation	-.022	1	-.103	.218	.194
	Sig. (2-tailed)	.906		.556	.209	.264
	N	32	35	35	35	35
Totaal prac leuk tov andere practica	Pearson Correlation	.395*	-.103	1	-.150	.239
	Sig. (2-tailed)	.021	.556		.375	.154
	N	34	35	37	37	37
gemiddeld enthousiast	Pearson Correlation	-.097	.218	-.150	1	.261
	Sig. (2-tailed)	.581	.209	.375		.104
	N	35	35	37	40	40
modelleren	Pearson Correlation	.094	.194	.239	.261	1
	Sig. (2-tailed)	.593	.264	.154	.104	
	N	35	35	37	40	40

(\* . Correlation is significant at the 0.05 level (2-tailed).)

## Bijlage 12: Correlaties Karakter en Vakcijfers

Correlations		inventief	concentratie	vastberaden	enthousiast
Nederlands	Pearson Correlation	.286	.528**	.618**	.555**
	Sig. (2-tailed)	.073	.000	.000	.000
	N	40	40	40	40
Wiskunde	Pearson Correlation	.315*	.573**	.640**	.485**
	Sig. (2-tailed)	.048	.000	.000	.002
	N	40	40	40	40
Natuurkunde	Pearson Correlation	.581**	.578**	.650**	.406**
	Sig. (2-tailed)	.000	.000	.000	.009
	N	40	40	40	40
Scheikunde	Pearson Correlation	.527**	.663**	.668**	.463**
	Sig. (2-tailed)	.000	.000	.000	.003
	N	40	40	40	40
Biologie	Pearson Correlation	.512**	.574**	.597**	.401*
	Sig. (2-tailed)	.001	.000	.000	.012
	N	38	38	38	38
OO	Pearson Correlation	.447	.448	.357	.679*
	Sig. (2-tailed)	.145	.144	.255	.015
	N	12	12	12	12

(\*\* Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed). \* Correlation is significant at the 0.05 level (2-tailed).)



