

LESSON STUDY OP HET VLIER



Reflectieverslag ter afronding van het onderwijskundige deel van
de studie Master Science Education and Communication

Marjan Atema
Evelien Schmidt

Maart 2014

UNIVERSITEIT TWENTE



Lesson study op Het Vlier

Etty Hillesum Lyceum, locatie Het Vlier
School voor bovenbouw havo, atheneum en gymnasium in Deventer

Reflectieverslag van Evelien Schmidt en Marjan Atema
Onder begeleiding van dr. N.C.Verhoef

Universiteit Twente
Maart 2014

Inhoud

Voorwoord	ii
Samenvatting	iii
1 Inleiding	1
1.1 Aanleiding	1
1.2 Context	2
1.3 Focus van het reflectieverslag	2
1.4 Leeswijzer	3
2 Theoretisch kader	4
2.1 Lesson study	4
2.1.1 Lesson study in Japan	5
2.1.2 Lesson study in de Verenigde Staten	5
2.1.3 Lesson study in Europa	5
2.2 Wiskundendidactiek	6
2.2.1 Probleemoplossend wiskundeonderwijs	7
2.2.2 Heuristisch wiskundeonderwijs	9
2.3 Het leren van docenten: Mathematical Knowledge for Teaching	11
3 Praktijkervaring met lesson study	13
3.1 Lesson study	13
3.1.1 Voorbereiding	14
3.1.2 Observatie	18
3.1.3 Nabespreking en aanpassing	19
3.1.4 Vervolgles	19
3.1.5 Evaluatie	20
3.2 Membercheck	20
3.2.1 Uitspraken en reflectie	21
3.2.2 Feedback collega's	25
4 Conclusie	28
5 Reflectie en discussie	29
6 Aanbevelingen	30
7 Referenties	31
8 Bijlagen	33

Voorwoord

Dit reflectieverslag is geschreven als afronding van het onderwijskundige deel van onze studie Master Science Education and Communication aan de Universiteit Twente. In schooljaar 2012-2013 hebben wij deelgenomen aan een lesson study project op het Etty Hillesum Lyceum, locatie Het Vlier, in Deventer. Dit project stond onder begeleiding van Daan van Smaalen van de Universiteit Twente, die onderzoek doet naar effecten van lesson study. Het Etty Hillesum Lyceum is één van zijn onderzoeksvelden. Wij hebben, samen met vijf andere leden van de wiskundesectie, deelgenomen aan dit lesson study project. In dit verslag zullen we daar uitgebreid op terugkomen. Na een moeizame start en vele gesprekken met Nellie Verhoef is onze focus van reflectie bepaald. Nellie Verhoef was onze begeleider vanuit de onderwijsgroep ELAN, onderdeel van de faculteit Gedragswetenschappen van de Universiteit Twente.

Wij bedanken Nellie voor haar begeleiding en ondersteuning. Verder een woord van dank aan Daan en aan onze collega's, die meededen aan het lesson study project. Hun inbreng is voor ons van waarde geweest. Wij bedanken de schoolleiding van het Het Vlier, met name Marianne Salden en Arno Jansen voor hun begrip en steun.

Wij hebben, gedurende het verbreden van onze pedagogische en didactische vaardigheden, intensief met elkaar gesproken. Dit heeft geresulteerd in ons gezamenlijke verslag.

Marjan Atema en Evelien Schmidt, maart 2014

Samenvatting

Dit reflectieverslag gaat het over de ontwikkeling van onze didactische vaardigheden. Wij hebben deelgenomen aan een lesson study project, uitgevoerd in een dagelijkse lespraktijk. Dit project bestond uit een aantal fasen. Het voorbereiden van een onderzoeksles, deze les observeren op de lesson study dag en vervolgens deze les nabespreken en aanpassen. De verbeterde les werd gegeven aan een parallelklas. De evaluatie van het lesson study project was de laatste fase. Iedere fase heeft voor ons leermomenten opgeleverd.

Bij de voorbereiding hebben we gereflecteerd op onze lessen en die van collega's waardoor ons referentiekader is vergroot. Sommige collega's werken standaard in groepjes, andere collega's hebben een opstelling in rijen. We bespraken welke werkvorm we bij de onderzoeksles zouden gebruiken. We hebben als docenten van elkaar geleerd, tijdens het uitwisselen van ervaringen over onze lessen. Dit heeft geresulteerd in een gezamenlijk vastgestelde onderzoeksfocus: 'de probleemaanpak van leerlingen'.

Bij de observatie van de lessen hebben we meer inzicht gekregen in het wiskundige denken van leerlingen. We hebben ons daarbij gericht op de onderzoeksfocus. We hebben geconstateerd dat het leergedrag van leerlingen gestimuleerd kan worden, door hen te activeren met uitdagende opdrachten. Misconcepties komen boven water. Verschillende manieren van probleemaanpak worden duidelijk. Leerlingen kunnen elkaar uitleg geven en zodoende leren van elkaar. Voor ons was de observatie de meest leerzame fase.

De evaluatie was onderverdeeld in het nabespreken van de onderzoeksles en de evaluatie van de lesson study dag als geheel. We hebben door het uitwisselen van observatienotities een overzicht gekregen van gebruikte oplosstrategieën. Wij hebben geleerd van de discussies met en tussen collega's. Hierdoor is ons blikveld verruimd.

Ons didactisch repertoire is veranderd, omdat onze didactische vaardigheden verder in ontwikkeling zijn gebracht.

1 Inleiding

Historisch moment donderdag: de ondertekening van het Nationaal Onderwijsakkoord in Den Haag. Het moet Nederland weer 'geweldig onderwijs' geven, stelt minister Bussemaker enthousiast. Wie daar voor moeten zorgen? Alle leraren. (Bakker, 2013)

Excellente leraar moet leerling naar wereldniveau opstuwten. Studie wijst uit: een goede leraar maakt het verschil. In het akkoord is overeengekomen dat alle leraren vanaf 2017 bevoegd moeten zijn voor het vak dat ze geven en dat leraren tijd moeten krijgen zich bij te scholen en dat zij al die capaciteiten in het lerarenregister gaan vastleggen. De kwaliteit van de leraar geeft de status en aantrekkelijkheid van het vak een flinke duw in de goede richting. Dit zal betere resultaten bij de leerlingen opleveren. Onderzoek wijst in die richting aldus Monique Turkenburg (senior wetenschappelijk onderzoeker van het Sociaal en Cultureel Planbureau). Het gaat bij de kwaliteit van de leraar niet alleen om vakinhoudelijke eisen, maar ook om pedagogische en didactische vaardigheden, volgens critici. De leraar stapt met dit akkoord een nieuw tijdperk binnen. (van den Berg, 2013)

Het onderwijs is altijd in beweging. Het hangt onder andere af van de politiek, met name het ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschap (OCW), welke prioriteiten gesteld worden. Het ministerie heeft voor ogen de kwaliteit van het onderwijs te verbeteren. Behalve OCW houdt in de praktijk de VO-raad, een vereniging van 334 schoolbesturen, zich bezig met de kwaliteit van het onderwijs. De VO-raad, heeft tevens als doel scholen te ondersteunen bij de ontwikkeling van het onderwijs van 1 miljoen leerlingen. De VO-raad onderhoudt nauw contact met schoolbestuurders en schoolleiders om beleid en activiteiten af te stemmen op de onderwijspraktijk. Tevens bepleit de VO-raad de belangen van de scholen bij overheid, Tweede Kamer, Onderwijsinspectie, andere onderwijssectoren en maatschappelijke organisaties.

Toenemende zorg over de kwaliteit van het Nederlandse wiskundeonderwijs is in het voorzittersoverleg wiskunde (2004) uitgesproken. Vanuit dit voorzittersoverleg wiskunde is in het najaar van 2004 de commissie Toekomst Wiskunde Onderwijs (cTWO) ingesteld en krijgt als opdracht het wiskundeonderwijs te vernieuwen. De commissie heeft gewerkt aan de ministeriële opdracht tot het ontwerpen en beproeven van zeven vernieuwde examenprogramma's wiskunde: Wiskunde A, B en D op havo en Wiskunde A, B, C en D op vwo. Invoering van de nieuwe programma's is beoogd in schooljaar 2015/2016, te beginnen in leerjaar 4. Het eindrapport van de commissie is op 9 januari 2013 aan de staatssecretaris aangeboden.

Het onderwijs krijgt 650 miljoen voor kwaliteitsverbetering. Dit is afgesproken in het Herfstakkoord van 2013. Dit extra geld wordt uitgetrokken voor onderwijskwaliteit en innovatie. Betere leraren en schoolleiders moeten een impuls aan de kwaliteit van het onderwijs geven.

1.1 Aanleiding

De VO-professionaliseringsagenda 2011-2015 is een plan van aanpak om de VO-sector te professionaliseren. Professionele docenten zijn dé sleutel om de kwaliteit van het onderwijs te verbeteren. De overheid stelt geld beschikbaar, in de vorm van een lerarenbeurs, waarmee onder andere tweedegraads docenten een studie kunnen volgen tot eerstegraads docent. (Diepstraten et al., 2010)

In dit kader hebben wij, beide al tientallen jaren werkzaam in het onderwijs, onze studie Master Science Education and Communication op de Universiteit Twente opgepakt. Onze wiskundige kennis, het vakinhoudelijke deel, is verbreed en verdiept. Het educatieve deel, onderwijskunde en vakdidactiek, is verder ontwikkeld. We staan stil bij de basis waar het om draait in het wiskundeonderwijs: Hoe leren leerlingen wiskunde? Hoe pakken ze een wiskundig probleem aan? Wat zijn hun denkstappen daarbij? Hoe kan ik hen, als docent, ondersteunen bij dit proces?

Hoe kunnen wij als ervaren docenten ons verder didactisch ontwikkelen? (Inter)nationaal onderzoek (Kyriakides, Creemers, & Antoniou, 2009; Creemers, & Kyriakides, 2008; Van de Grift, & Lam, 1998; Van de Grift, 2007; Van de Grift, Van der Wal, & Torenbeek, 2011; Van de Grift, & Helms-Lorenz, in voorbereiding) wijst uit dat slechts weinig leraren een fase van excellentie bereiken die hen in staat stelt voor hun vak optimale leerprestaties te bereiken voor al hun leerlingen.

Dat slechts weinig leraren een fase van excellentie bereiken, wordt voor een belangrijk deel veroorzaakt doordat (ook ervaren) leraren zich vaak bedienen van een beperkt (vak)didactisch repertoire. Dit onderzoek over didactische ontwikkeling wijst uit dat de meeste leraren na de inductiefase (begeleidingsfase

van ongeveer drie tot vier jaar van een beginnend docent) hun didactische basisvaardigheden op orde hebben. Deze didactische vaardigheden zijn: zorg dragen voor een veilig leerklimaat, duidelijk kunnen uitleggen en voldoende structureren van de les. Meer complexe (vak)didactische vaardigheden worden vaak onvoldoende beheerst. Deze didactische vaardigheden bestaan uit het hanteren van activerende didactiek en het variëren in werkvormen. Het tegemoet komen aan verschillen tussen leerlingen, oog hebben voor zwakke en excellente leerlingen en op grond daarvan differentiëren binnen de les, wordt weinig toegepast. Het aanleren en begeleiden van voor het vak relevante leerstrategieën is een punt van aandacht.

Systematische aandacht, voor de impact van het eigen vakdidactisch handelen op leeractiviteiten en leerresultaten van leerlingen, maakt slechts bij uitzondering deel uit van de professionele 'mindset' van de leraar. Uit onderzoek is gebleken dat deze activiteit leraren effectief maakt. (Hattie, 2011; 2012) Het volgen van cursussen en studiedagen geeft niet het gewenste rendement, het staat te ver weg van de dagelijkse lespraktijk. (Diepstraten et al., 2010)

Voor een effectieve vorm van professionaliseren is een koppeling met de praktijk noodzakelijk. Het leren van docenten moet plaatsvinden op de werkplek. (van Driel, 2006) Een manier om je te professionaliseren op de werkplek is door middel van *lesson study*. De basis van deze professionele ontwikkeling wordt gezocht in het gezamenlijk observeren van lespraktijken en het samen reflecteren daarop. Op deze manier krijg je inzicht in het leren van leerlingen. Deze manier van professionaliseren sprak ons aan en zodoende hebben wij deelgenomen aan het lesson study project. Wij hebben ons verdiept in de oorsprong en verspreiding van lesson study. Onze eigen ervaringen met lesson study zullen we beschrijven in dit reflectieverslag.

1.2 Context

ELAN is het instituut voor Lerarenopleiding, Wetenschaps- en techniekcommunicatie & Onderwijspraktijk van Universiteit Twente. Zij houdt zich onder andere bezig met het professionaliseren van docenten. Op de Universiteit Twente bestaan er twee typen samenwerkingsverbanden tussen VO- en WO-docenten, namelijk Community of Learners (CoL) en DocentOntwikkelTeam (DOT). Bij de CoL ga je samen met een groep vakgenoten en deskundigen van de Universiteit Twente werken aan onderwijsontwikkeling, ontwerp en onderzoek. De CoL heeft in 2012 een lesson study project doorlopen, waarbij de lesson study aanpak werd beproefd en waarvan de effecten wetenschappelijk zijn onderzocht. Bij het DocentOntwikkelTeam kun je jezelf als docent verder ontwikkelen in je vak.

Voor 2013-2014 heeft de Universiteit Twente voor docenten uit de bovenbouw VO de CoL Wiskunde vernieuwd via onderzoek in de lespraktijk: lesson study. Voor docenten uit de onderbouw VO heeft zij de DOT Wiskunde Onderbouw: lespraktijk onderzoeken met lesson study.

Wij hebben als docent deelgenomen aan een lesson study project in 2012-2013. We gebruiken onze ervaringen als referentiekader en hebben zo de focus van ons reflectieverslag bepaald.

1.3 Focus van het reflectieverslag

Door een terugblik op ons lesson study project gaan we een antwoord formuleren op de volgende vraag:

“Hoe is ons didactisch repertoire veranderd naar aanleiding van de opgedane ervaringen met lesson study?”

Een verbeterd didactisch repertoire zal bijdragen tot onze professionalisering en structuur bieden voor de toekomst wat betreft meer complexe didactische vaardigheden. De indeling van het verslag zullen wij in de leeswijzer aangeven.

1.4 Leeswijzer

In hoofdstuk 2 beschrijven we de bestudeerde theorie over wiskunde didactiek. We gaan verder in op het begrip *lesson study*. De wiskundige probleemaanpak was de onderzoeksfocus bij ons lesson study project. Om dit te onderbouwen lichten we *probleemoplossend wiskundeonderwijs* en *heuristisch wiskundeonderwijs* binnen de wiskundendidactiek toe. We eindigen dit hoofdstuk met *het leren van docenten* in termen van Mathematical Knowledge for Teaching (MKT). In hoofdstuk 3 komt onze praktijkervaring met lesson study aan bod. Door onze ervaringen en die van collega's nader te bezien komen we in hoofdstuk 4 tot conclusies. In hoofdstuk 5 brengen we theorie en praktijk samen en blikken we terug om in hoofdstuk 6 tot aanbevelingen voor de toekomst te komen.

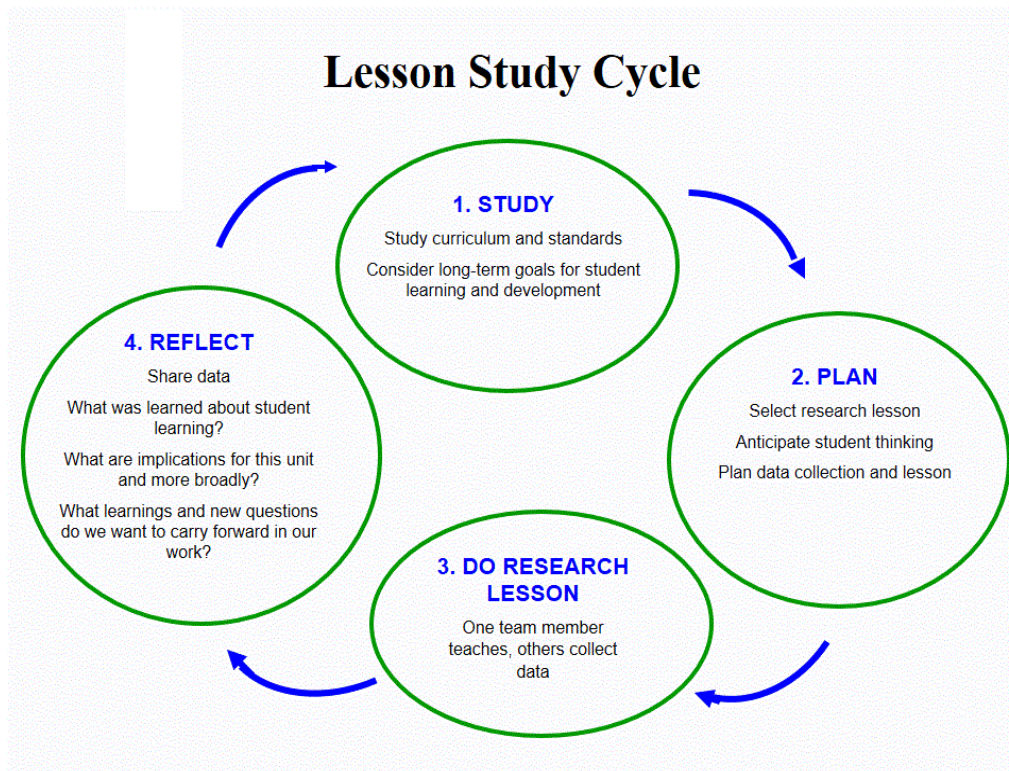
2 Theoretisch kader

Onze reflectie heeft als centraal thema de lesson study aanpak. In de eerste paragraaf lichten we het begrip lesson study toe. Onze onderzoeksfocus bij lesson study was 'probleemaanpak van leerlingen'. Op de probleemaanpak gaan we in de tweede paragraaf nader in. Om een wiskundig probleem op te lossen heb je denkstrategieën nodig, ook wel heuristieken genoemd. In de laatste paragraaf nemen we het leren van docenten nader onder de loep door bestudering van de theorie over MKT.

2.1 Lesson study

Lesson study is een professionaliseringsstrategie voor docenten, die plaatsvindt in de lespraktijk. De deelnemende docenten zitten in een lesson study team. Zij werken, op grond van een gezamenlijk vastgestelde onderzoeksfocus, intensief samen. Als team zijn ze verantwoordelijk voor de opzet en uitvoering van de lessen. Vervolgens wordt een onderzoeksles ontworpen. De onderzoeksles wordt door één van de docenten gegeven, waarbij de andere deelnemers de les observeren. De observanten houden hierbij de onderzoeksfocus voor ogen en maken notities. Het observeren van elkaars les is een wezenlijk onderdeel van lesson study. Hierbij worden de leerlingen geobserveerd en niet de docent. Na afloop van de les wordt er geëvalueerd aan de hand van de gemaakte notities. De docent vertelt zijn bevindingen over de gegeven les en daarna vertellen de observanten wat hen opgevallen is over het (wiskundig) denkvermogen van hun leerlingen. De gegeven les wordt na grondige reflectie bijgesteld en verbeterd. Daarna wordt deze herziene les aan een parallelgroep gegeven door een andere docent en opnieuw geobserveerd en geëvalueerd.

De lesson study cyclus kan meerdere keren doorlopen worden in een jaar. (figuur 2.1) De cyclus kan plaatsvinden binnen één school, of binnen een verband van scholen. (Isoda, 2010) Iedereen die geïnteresseerd is, kan de uitvoering van de les observeren. In Japan komt het wel voor dat er meer dan twintig observanten zijn. (Verhoef & Tall, 2011) De leerling observaties leggen bloot waar zich problemen kunnen voordoen, welke misconcepties er leven en waar blokkades optreden wat betreft het (wiskundig) denkvermogen. Als docent kun je hier op inspelen en het (wiskundig) leren van leerlingen verbeteren.



Figuur 2.1 Lesson study cyclus (Rebecca Perry, Catherine Lewis et al, 2009)

2.1.1 Lesson study in Japan

Lesson study is afkomstig uit Japan, het is daar al meer dan honderd jaar een manier om docenten te scholen. (Fernandez & Yoshida, 2004) Er kwam in Japan een herleving van lesson study in de jaren zestig. Het onderwijspeil was tot een dieptepunt gedaald en er moest iets gebeuren. De regering nam het besluit om het salaris van de onderwijsgeevenden te verhogen, onder voorwaarde dat de schooldag van de onderwijsgeevenden niet om drie uur maar om vijf uur zou eindigen. (Nakatome, 1984) Daardoor hadden docenten ruim de tijd om te overleggen en samen lessen voor te bereiden. Dit was een voorwaarde voor het succes van lesson study. Yoshida (1999) rapporteert na grondige bestudering van lesson study op scholen hoe docenten leren van het observeren van lessen en hoe zij vervolgens hun eigen lessen kunnen verbeteren met het oog op het leren van leerlingen. (Verhoef & Tall, 2011) Lesson study is vanuit Japan uitgewaaierd naar de Verenigde Staten en van daaruit naar Europa. Lesson study werd in Duitsland, vervolgens in Engeland en Nederland in praktijk gebracht.

2.1.2 Lesson study in de Verenigde Staten

Langzamerhand wordt de lesson study aanpak ook in westerse landen geïntroduceerd. Dat gaat niet vanzelf, omdat er grote cultuurverschillen zijn. In de VS zijn docenten geneigd om snel tot resultaat te komen. De nadruk ligt in de VS, ingegeven door de prestatiecultuur, op het verbeteren van het lesmateriaal in plaats van het optimaliseren van het leren van leerlingen. (Verhoef, 2011) De auteurs van The Teaching Gap analyseerden video-opnames van dezelfde niveau klassen wiskunde in Duitsland, Japan en de VS. Daaruit bleek hoeveel de lespraktijk varieerde tussen culturen en hoe weinig het varieerde binnen culturen. Er zijn, stellen zij, duidelijk Amerikaanse, Duitse en Japanse manieren van lesgeven. De Amerikaanse manier van lesgeven, in het vak wiskunde, bestond uit een relatief beperkt repertoire. De methoden zijn gericht op het helpen van studenten bij het verwerven van geïsoleerde vaardigheden door middel van herhaalde oefening (procedureel begrip). In tegenstelling tot het Japanse onderwijs dat gericht is op het onderwijs voor conceptueel begrip. (Stigler & Hiebert, 2009) Stigler en Hiebert presenteren de Japanse lesson study aanpak voor het verbeteren van onderwijs. In de Verenigde Staten wordt lesson study vooral toegepast binnen wiskunde en wetenschap, op ten minste 250 scholen in 29 staten.

Lewis, Perry en Hurt verwoordden het succes van lesson study op de volgende wijze:

“Seven key pathways to improvement that underlie successful lesson study: increased knowledge of subject matter, increased knowledge of instruction, increased ability to observe students, stronger collegial networks, stronger connection of daily practice to longterm goals, stronger motivation and sense efficacy and improved quality of available lesson plans.” (Catherine Lewis, Rebecca Perry and Jacqueline Hurt, 2004)

Vanwege dit belang zien de aanhangers deze onderwijsinnovatie als een belangrijke langdurige manier om leerprestaties van leerlingen te verbeteren.

2.1.3 Lesson study in Europa

In Europa staat lesson study nog in de kinderschoenen, maar door enthousiaste ervaringen van deelnemende leraren, zal er de komende jaren meer onderzoek en wetenschappelijke studie worden gedaan naar deze manier van professionaliseren.

In Engeland doet Peter Dudley (2001) onderzoek naar lesson study. Dudley onderzoekt hoe en wat leraren leren in lesson study en of hun lesgeven hierdoor verandert en verbetert. Dudley onderzoekt tevens hoe de pedagogische en didactische kennis en de culturele historische achtergrond van een leraar van invloed is op zijn leren. Dudley geeft aan dat, als leraren hun lesgeven willen ontwikkelen en verbeteren, er aan de volgende voorwaarden voldaan moet worden:

- Het leren van leraren vindt plaats over meerdere weken.
- De klas is de plaats van de professionele leeractiviteit.
- Experimenteel onderzoek naar het leren van leerlingen maakt deel uit van het leerproces van de leraar.
- In het leerproces van de leraar is er een samenwerking met één of meerdere andere leraren.

Bij het voorbereiden van de onderzoeksles probeer je vooraf een voorstelling te maken van hoe leerlingen een probleem aanpakken, hoe ze leren, individueel en van elkaar (voorspelling). Geef de leerlingen open vragen, die uitnodigen tot discussie. De leerlingen zijn gesprekspartners en leggen elkaar hun aanpak uit.

In de onderzoeksles let je op zogenaamde *case pupils* en *key points* in de les. Observeer wat er in de gedachten van de leerlingen gebeurt, door hen ruimte te geven om te reageren en door naar hun discussies te luisteren. Omdat je hierdoor andere inzichten krijgt in hoe leerlingen leren, verandert je lesgeven in de praktijk. Je krijgt meer kennis over wat leerlingen nodig hebben en krijgt meer zicht op waar fouten en misconcepties ontstaan. Nabespreken van de onderzoeksles aan de hand van de volgende drie punten (post-lesson discussion convention, Dudley, 2011, 2012):

1. De observatie van het leren van focus- leerlingen vergelijken met wat je voorspeld had bij het voorbereiden van de onderzoeksles.
2. Op welke manier hebben andere kinderen geleerd.
3. Het effect van het lesgeven op het leren van de leerling en wat ga je in de volgende onderzoeksles aanpassen voor een beter effect.

Dudley komt tot het volgende onderzoeksresultaat:

1. Docenten ontwikkelen strategieën om beoogde leerdoelen expliciet naar leerlingen te maken. Door de manier van vragen te veranderen, het belang van succescriteria te beseffen en door het waarderen van inbreng van leerlingen.
2. Docenten ontwikkelen hun praktische kennis over het groeperen van leerlingen bij een aangeboden probleem. Bijvoorbeeld homogene of heterogene groepen en welke groeps grootte is geschikt.

Lang na het lesson study project gebruikten de leraren wat ze geleerd hadden nog in de praktijk. Omdat ze meer zicht gekregen hadden op wat leerlingen nodig hebben, veranderde hun kijk op de inhoud en de praktijk.

In Nederland wordt onderzoek gedaan naar lesson study op de Universiteit Twente.

Onderzoeker en vakdidacticus Nellie Verhoef richt haar onderzoek op professionaliseringstrajecten, met name op actieve betrokkenheid en samenwerking van docenten en professionals in leer- en kennisgemeenschappen. Kenmerkend is de focus op vakinhoud en vakdidactiek met het oog op de professionele ontwikkeling van docenten. Een middel hiertoe is lesson study. Het gaat erom dat docenten deelnemen aan het gezamenlijke ontwerpproces en aan de feitelijke implementatie van het ontwerp in de lespraktijk van alledag. De basis van de professionele ontwikkeling wordt gezocht in het gezamenlijk observeren van lespraktijken en het samen reflecteren daarop. Verhoef heeft meerdere artikelen, over lesson study, geplaatst in de vakbladen voor wiskundeleraren (Euclides en Nieuwe archief voor Wiskunde). Verhoef (2011) richt zich, in het eerste artikel over lesson study, op de praktijk door een aantal voorbeelden van uitdagende open opdrachten te geven, die je in een onderzoeksles zou kunnen doen. Verhoef (2012) beschrijft in het tweede artikel over de observaties van leerlingen tijdens lesson study. Leerlingen leren van elkaar, van onderlinge discussies. Door als docent uitdagende opdrachten uit te zoeken wordt het wiskundig denkvermogen van de leerlingen geactiveerd (conceptueel leren). Verhoef geeft aan dat er een heldere afspraak moet komen over de manier van observeren. In het derde artikel van Verhoef (2012) komen enkele theorieën over het wiskundig denken aan bod. Bruner (1966) heeft de ontwikkeling van het denken onderzocht, gebruik makend van representaties (iconen en symbolen). Tall (2012) heeft het wiskundig denken van leerlingen bestudeerd en heeft de wiskundige gedachte-experimenten in drie fasen onderscheiden: waarneming, bewerking en redenering (bewerken en redeneren aan de hand van symbolen).

2.2 Wiskundendidactiek

De didactiek van het vak wiskunde is voortdurend in ontwikkeling. In het eindrapport van de vernieuwingscommissie wiskunde cTWO *Denken & doen* wiskunde op havo en vwo per 2015 staat haar visie op vernieuwd wiskundeonderwijs. Deze visie is vastgelegd in het rapport *Rijk aan betekenis* van 2007. Eén van de onderwerpen uit het rapport gaat over wiskundige denkactiviteiten. Hierin wordt gesteld dat bij het vak wiskunde procedurele kennis en vaardigheid en conceptuele kennis een grote rol spelen.

Met procedurele kennis en vaardigheid bedoelt cTWO onder andere het automatiseren van het oplossen van vergelijkingen en het uitwerken van haakjes. Conceptuele kennis omschrijft ze als 'inzicht in de onderliggende wiskundige concepten, vermogen om problemen te overzien en vervolgens geschikte oplossingsstrategieën te kiezen'. Volgens cTWO moet er in het examenprogramma voor gezorgd worden, dat er een goede balans tussen beide soorten kennis is. Te eenzijdige nadruk op procedurele kennis leidt tot het leren van een aantal trucjes, waarbij het wiskundig inzicht niet verkregen of vergroot wordt. Procedurele kennis is niet flexibel. Als de nadruk te zeer op de conceptuele kennis ligt en de procedurele kennis niet voldoende aanwezig is zal dit echter ook tot problemen leiden. Om te komen tot een goede begripsvorming of oplossingsstrategie heeft men procedurele kennis zeker nodig.

cTWO probeert de conceptuele kennis nieuw leven in te blazen, om zo een goede balans tussen de procedurele en conceptuele kennis te verkrijgen. CTWO heeft in haar visie zes wiskundige denkactiviteiten benoemd. Dit zijn 'modelleren en algebraïseren', 'ordenen en structureren', 'analytisch denken en probleemoplossen', 'formules manipuleren', 'abstraheren' en 'logisch redeneren en bewijzen'. Bij 'analytisch denken en probleemoplossen' gaat het om de vaardigheid een probleem te formuleren, te analyseren en op te lossen. Met behulp van heuristieken (denkstrategieën) kan een probleem geformuleerd en geanalyseerd om zo te komen tot een juiste oplossing.

In de praktijk worden de wiskundige denkactiviteiten, waaronder het probleemoplossen, door de jaren heen erkend, maar meestal niet expliciet geoefend. De commissie adviseert om wiskundige denkactiviteiten op te laten nemen in de examenprogramma's voor 2015. De laatste jaren zijn leerlingen te veel gewend geraakt aan reproducerende opgaven, die met behulp van deelvragen werden opgedeeld in kleine stapjes. Dit zijn niet de opgaven, die het wiskundig denken ontwikkelen. Een wiskundige denkactiviteit vraagt specifieke problemen, waarbij de oplossing niet direct voor de hand ligt en ook de weg naar de oplossing toe niet al wordt uitgestippeld. Deze denkactiviteit zal ontwikkeld en onderhouden moeten worden.

Twee personen, die een belangrijke rol gespeeld hebben in de wiskundige probleemaanpak zijn de Hongaar George Pólya, methodoloog, wis- en natuurkundige, geboren te Boedapest in 1887 en de Nederlander Anne van Streun geboren in 1941, emeritus hoogleraar in de didactiek van de wiskunde en natuurwetenschappen. Laatstgenoemde promoveerde in 1989 op een proefschrift getiteld "Heuristisch wiskundeonderwijs". Beide vinden, dat een leerling ruime ervaring moet opdoen met het oplossen van wiskundige problemen en dat zij daarbij een systematische aanpak moeten ontwikkelen.

2.2.1 Probleemoplossend wiskundeonderwijs

Probleemoplossen met behulp van wiskunde is al eeuwenoud. Maar omgekeerd kan wiskunde ook geleerd worden met behulp van probleemoplossen. De Hongaar George Pólya, was een hervormer van het wiskundeonderwijs en wordt gezien als een grondlegger van de heuristiek. In 1945 schreef hij het boek 'How to Solve it'. Hierin beschrijft hij hoe je een wiskundig probleem kunt aanpakken om deze op te lossen. Pólya stelt dat een wiskundeleraar door probleemoplossen een goede kans geboden wordt om zijn leerlingen te stimuleren in het denken. Door hen een probleem te geven, dat ze wat kennis betreft aankunnen, wordt hun nieuwsgierigheid geprikkeld. Door hen de juiste vragen te stellen zullen zij er plezier in krijgen en handvatten leren voor het onafhankelijk denken. Als hij zijn leerlingen daarentegen alleen maar routinebewerkingen aanleert, zal hun belangstelling afnemen en hun intellectuele ontwikkeling belemmerd worden. Uit zijn eigen studententijd herinnert hij zich, dat als hij een oplossing las, hij deze probeerde te doorgronden, maar zich daarbij ook altijd afvroeg hoe het mogelijk was tot deze oplossing te komen. (Pólya, 1945) Hij concludeert, dat het vak wiskunde twee kanten heeft. Enerzijds is het een systematische, deductieve wetenschap, anderzijds een experimentele, inductieve.

Pólya introduceert de volgende vier stappen om een probleem op te lossen:

1. Eerst moet je het probleem begrijpen
2. Wanneer je het begrijpt, moet je een plan maken
3. Voer het plan uit
4. Kijk terug op je werk en denk na hoe het verbeterd zou kunnen worden

Ad 1 Om het probleem te begrijpen moet de leerling de gegevens eerst ordenen. Hiervoor moet hij zichzelf allerlei vragen stellen, zoals:

- Wat wordt gevraagd?
- Wat zijn de gegevens?
- Wat zijn de voorwaarden?

- Zijn alle voorwaarden relevant?
- Kan ik er een tekening bij maken?

Ad 2 Heeft de leerling het probleem begrepen dan volgt de tweede stap. Nu vraagt hij zich het volgende af:

- Heb ik eerder zo'n soort probleem gezien?
- Kan ik de gebruikte oplossing van dat probleem hier gebruiken?
- Kan ik het probleem anders formuleren?
- Kan ik een deel van het probleem oplossen?
- Houd ik met alle voorwaarden rekening?

Ad 3 In de derde stap voert hij het plan. Daarbij moet hij elke stap controleren op correctheid.

Ad 4 Als laatste stap blikt de leerling terug op de verkregen oplossing en vraagt zich af:

- Kan ik de oplossing controleren?
- Kan ik het probleem ook anders oplossen?
- Kan ik de oplossing ook voor een ander probleem gebruiken?

Wat is, volgens Pólya, de rol van de leraar bij de aanpak van een probleem? Een leerling moet zoveel mogelijk ervaring opdoen met het zelfstandig werken. Als een leerling hulp vraagt, moet de leraar zich in deze leerling proberen te verplaatsen. Hij zal zijn gedachtegang moeten volgen en proberen een vraag te stellen of aanwijzing te geven, die deze leerling zelf had kunnen bedenken. Een leerling moet het gevoel krijgen, zelf een aandeel te hebben, in het vinden van de volgende stap van de oplossing. Het is belangrijk om leerlingen goede vragen te stellen, zoals 'Wat wordt gevraagd?' en 'Ben je al eens eerder zo'n soort probleem tegengekomen?'. Met deze vragen wordt het denken van leerlingen geactiveerd. Op deze manier wordt een leerling geholpen, het probleem en zijn manier van aanpak helder onder woorden te brengen. Als het stellen van de juiste vragen een leerling helpt om het probleem op te lossen, kan hij een volgende keer deze denkstrategie kunnen toepassen. Een belangrijke taak van de leraar is interesse voor problemen bij de leerlingen op te wekken en hun vermogen deze op te lossen te ontwikkelen. Leren doe je door te doen. Op deze manier leert een leerling een belangrijke wiskundige vaardigheid. Een bekend citaat van Pólya is: 'Als je er niet in slaagt een bepaald probleem op te lossen, zoek dan een eenvoudiger probleem dat je wel kunt oplossen'.

Een voorbeeld: Bereken de lengte van de lichaamsdiagonaal van een balk, als lengte, breedte en hoogte gegeven zijn. De leraar kan de lichaamsdiagonaal van het klaslokaal als een concreet voorbeeld nemen. De leerlingen kennen de stelling van Pythagoras en kunnen deze toepassen in het platte vlak.

Stap 1: Eerst moeten ze het probleem begrijpen. Wat is een lichaamsdiagonaal? Wat moet er berekend worden? Wat zijn de gegevens? Is er een verband tussen de gegevens? Maak een schets.

Stap 2: Als het probleem duidelijk is, moet er een plan gemaakt worden. Ken je een soortgelijk probleem? Ken je een soortgelijk eenvoudiger probleem? Vragen als: Benoem wat je moet berekenen. Waar zie je dat in je tekening? Weet je een stelling die je zou kunnen gebruiken? Zijn er voldoende gegevens om de berekening uit te voeren? Als hier aan voldaan is, kunnen ze aan de volgende stap beginnen.

Stap 3: Met het bedachte plan kan nu het werk beginnen. Er zal nauwkeurig gekeken moeten worden of het plan goed wordt uitgevoerd, dat er geen fouten worden gemaakt en dat de gemaakte stappen correct zijn. Het is belangrijk, dat ze hun plan niet uit het oog verliezen.

Stap 4: Als laatste moet de leerling terugkijken op zijn werk. Is hij tot een correcte oplossing gekomen? Kan hij zijn werkwijze beargumenteren? Had hij het ook anders kunnen aanpakken? Zijn er nog verbeteringen mogelijk? Kun je de toegepaste werkwijze ook voor een ander probleem gebruiken? Hij moet de oplossing niet als een op zichzelf staande oplossing zien. Door de terugblik op zijn eigen werk zal de leerling zijn wiskundige kennis verstevigen.

2.2.2 Heuristisch wiskundeonderwijs

Ook in het huidige wiskundeonderwijs bestaat er nog aandacht voor het probleemoplossen. Probleemoplossen wordt nog steeds als een goede wiskundendidactiek gezien. Anne van Streun schonk ruim aandacht aan dit thema in zijn oratie in 2001. Hij maakte deel uit van cTWO (2004) en was o.a. lid van de werkgroep denkactiviteiten. In september 2010 heeft cTWO een projectgroep ingesteld, met de opdracht om wiskundige denkactiviteiten te operationaliseren. De inzichten en materialen waarin dit geresulteerd heeft, staan beschreven in het laatste hoofdstuk van het Handboek wiskundendidactiek. (Drijvers, Van Streun en Zwaneveld, 2012) Dit hoofdstuk bevat ook een selectie van de voorbeeldopgaven die door de projectgroep zijn ontwikkeld en verzameld.

Onder een wiskundig probleem verstaat van Streun (2012) een probleem, dat de oplosser, in deze context de leerling, niet zomaar op kan lossen. Er bestaat geen directe link naar kennis in het langetermijngeheugen. De leerling moet eerst een mentale voorstelling van het probleem vormen. Een mentale voorstelling is het geheel aan beelden, begrippen, methoden en kenmerken van de gegeven situatie. De oplosser heeft deze voorstelling actueel in het werkgeheugen beschikbaar. Als dit niet lukt, loopt hij vast. Hoe moet hij nu verder? Hij kan met behulp van heuristische methoden proberen zich een mentale voorstelling van het probleem te maken. Heurisko (Grieks) betekent vinden. Onder een heuristische methode wordt een methode om iets te vinden, een oplossingsaanpak verstaan. Enkele voorbeelden hiervan zijn:

- Maak een plaatje
- Werk een voorbeeld uit
- Concretiseer met een getallenlijn

De leerling moet het probleem analyseren en proberen een link te leggen tussen zijn werkgeheugen en zijn langetermijngeheugen. Dit lukt alleen als zijn kennis in het langetermijngeheugen goed geordend is. In het Handboek wiskundendidactiek onderscheidt van Streun (2012) onderstaande componenten van wiskundige bekwaamheid, die de doelen van wiskundeonderwijs vormen:

- Weten dat
- Weten hoe
- Weten waarom
- Weten over weten
- Houding

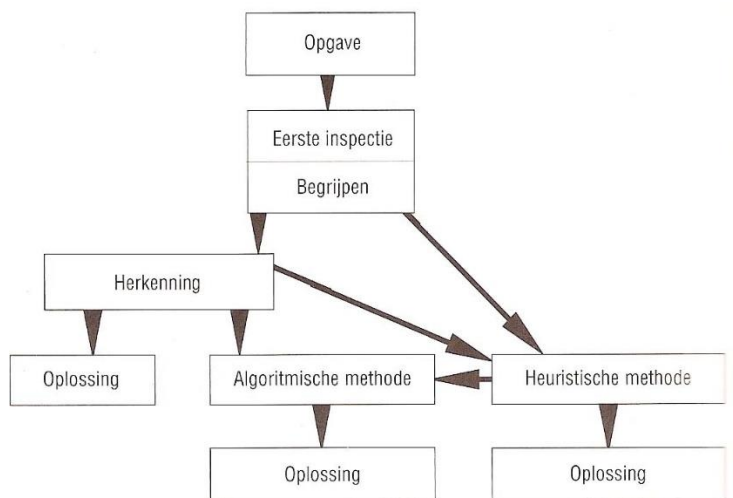
Onder '*weten dat*' verstaat hij, de bij de leerling aanwezige kennis van feiten en begrippen, het kunnen reproduceren hiervan, zijn beheersing van technieken (wat moet de leerling weten, paraat hebben). De parate wiskundekennis ziet hij als een bouwsteen. Een voorbeeld hiervan is de beheersing van technische vaardigheden, herkenning van feiten en begrippen. Parate kennis ontlast het werkgeheugen. In de fase '*weten hoe*' analyseert de leerling het probleem. Dit doet hij onder andere met behulp van heuristische methoden. Met zijn wiskundige kennis en vaardigheden moet hij een niet-standaard probleem oplossen. Zonder deze kennis is de toepassing van feiten en begrippen in nieuwe situaties, waarbij geen sprake is van louter *reproductie*, niet mogelijk. Het uiteindelijke doel is, dat de leerling een systematische wiskundige probleemaanpak ontwikkelt. Bij het '*weten waarom*' gaat het er om dat de leerling de concepten en methoden kan begrijpen en verklaren, deze kan formaliseren, abstraheren en generaliseren. Hij moet overzicht hebben en moet kunnen redeneren met voor hem bekende kenmerken en stellingen. Kennis van leerlingen is vaak fragmentarisch opgeslagen, zonder onderlinge verbanden. Daardoor is deze, in het langetermijngeheugen aanwezige kennis, slecht toegankelijk bij het oplossen van problemen. Tijdens de fase '*Weten over weten*' reflecteert de leerling. Hij houdt een intern dialoog over waar hij mee bezig is, over zijn vorderingen en de juistheid hiervan. Tijdens de reflectie bedenkt hij welke aanpak hij geschikt vindt. Tevens vergroot hij daarmee zijn eigen repertoire van methoden. Ook stapt hij even uit zijn eigen oplossingspoging en kijkt van buitenaf hoe hij verder moet gaan. Dit wordt monitoren genoemd. Uiteindelijk leert hij zijn eigen inzicht en denken te beoordelen. Als laatste noemt van Streun '*houding*'. Leerlingen ervaren, dat zij een wiskundig probleem op kunnen lossen. Dit geeft hen voldoening. Hun zelfvertrouwen wordt vergroot. Dit resulteert in een positieve houding ten opzichte van het vak wiskunde.

In zijn oratie merkt Van Streun (2001) op dat zelfstandig werkende leerlingen vaak niet genoeg reflecteren. Na het vinden van een juiste oplossing beginnen zij meteen aan een nieuw probleem. Het 'doel weten dat' wordt wel gehaald, maar de doelen 'weten waarom' en 'weten hoe' worden overgeslagen. Hierdoor leren zij te weinig van de opdracht. Zij breiden hun repertoire, de kennis in het langetermijngeheugen, niet voldoende uit. Verder merkt hij nog op dat het langetermijngeheugen alleen toegankelijk

is, als de aanwezige kennis geordend is in cognitieve schema's. Het langetermijngeheugen zal dan ook beter in staat zijn, bij nieuw verworven kennis, deze schema's uit te breiden en indien nodig een nieuwe structuur hierin aan te brengen. Wiskunde leren met behulp van probleemoplossen gaat verbodskeling van kennis in het langetermijngeheugen tegen. Deze verbodskeling ontstaat wel als de lesstof in kleine hapklare brokken wordt aangeboden. Die worden dan in kleine onsaamenhangende schema's opgeslagen. Dit is slecht voor de flexibiliteit van het langetermijngeheugen.

Welke opdrachten lenen zich nu voor deze manier van leren. Een opdracht moet een leerling aanzetten tot een wiskundig denken. Van Streun onderscheidt twee soorten opdrachten. Reproductie-opdrachten: leerlingen moeten direct herkennen hoe deze op te lossen zijn. Het gaat hier om het 'weten dat'. Hierbij wordt niet getoetst of de stof fragmentarisch aanwezig is of al in een context geplaatst is. Het tweede type noemt hij productieopdrachten: de oplossing wordt niet meteen gezien, de opgave moet geanalyseerd worden, er moet gezocht worden naar een oplosstrategie. Dit proces moet convergeren naar een oplossing. Bij laatstgenoemde vragen is er bij de leerlingen sprake van een wiskundige denkactiviteit. We spreken van een wiskundig probleem.

Van Streun (1989) stelde hierbij het volgende schema (figuur 2.2) op:



Figuur 2.2 Schematische weergave van een oplossingsproces (Van Streun, 1989, p. 31)

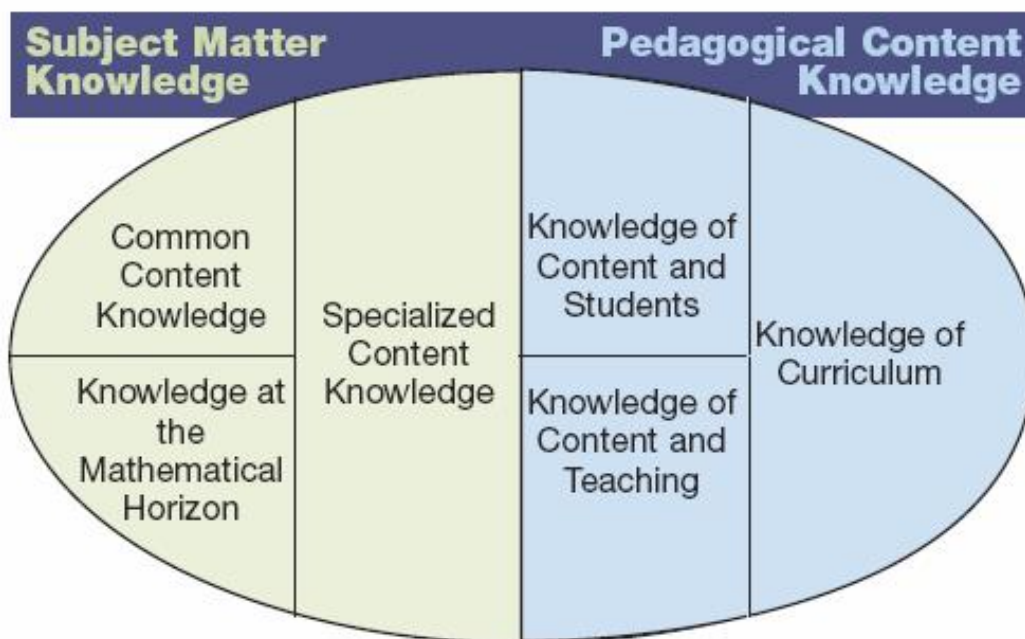
Het startpunt is de opgave. Vervolgens doorlopen we het schema. Als de leerling de opgave herkent, kan hij deze meteen oplossen, eventueel met een bekend algoritme. Bij een wiskundig probleem lukt hem dat niet. Hij moet het probleem eerst proberen te begrijpen. Kan hij er een mentale voorstelling van maken? Kan hij een aanknopingspunt in het langetermijngeheugen vinden? Is de conceptuele kennis aanwezig om dit probleem op te lossen? Beschikt hij over een overzicht van toepasbare procedures en methoden? Als hij de opgave begrepen heeft, kan hij proberen deze op te lossen. Hierbij kan hij een heuristische methode gebruiken. Hoe meer hij van deze methoden kent, hoe groter zijn kans van slagen is:

- het onderzoeken van een eenvoudig geval
- het maken van een plaatje
- het doorrekenen van een getallenvoorbeeld
- het vertalen van de probleemsituatie naar een andere representatieve situatie
- lettervariabelen invullen voor de onbekenden
- systematisch doorlopen van eigen kennis
- een tabel maken

Een voorbeeld: De leerlingen van de tweede klas vwo moeten de volgende vergelijking oplossen: $4 - 2x = x + 13$. In de brugklas hebben zij al met het oplossen van eerstegraads vergelijkingen gewerkt. Voor een aantal leerlingen zal dit een bekend probleem zijn. Zij zullen, zonder veel na te hoeven denken, de vergelijking oplossen. Een ander deel van de leerlingen zal wat beter naar de opgave moeten kijken en dan herkennen dat het hier om een eerstegraads vergelijking gaat. Zij kennen het algoritme om deze vergelijking op te lossen, passen deze toe en komen zo tot een oplossing. Er zullen echter ook leerlingen zijn, die het probleem niet direct herkennen. Zij zullen het eerst moeten onderzoeken en hebben misschien een hulpvraag nodig.

2.3 Het leren van docenten: Mathematical Knowledge for Teaching

De theorie, besproken in paragraaf 2.1 en 2.2, komt samen in de theorie van Mathematical Knowledge for Teaching (MKT). Deze theorie beschrijft de kennis die docenten bezitten. In een lesson study project is de kennis van docenten een essentieel onderdeel. Met lesson study kan een docent zijn kennis delen en verbreden. Wiskundige probleemaanpak kan het inzicht in het denken van leerlingen vergroten. Deze theorie is een afgeleide van de theorie Pedagogical Content Knowledge(PCK). PCK werd geïntroduceerd door Shulman (1986). Shulman constateerde, dat er een kunstmatig onderscheid gemaakt werd tussen vakinhoud en pedagogiek in het onderwijs en bij de lerarenopleidingen. Hij zag PCK als één van de zeven vaardigheden, die een docent moet beheersen. De andere zes vaardigheden zijn: inhoudelijke kennis, algemene pedagogische kennis, curriculum kennis, kennis van de leerlingen, kennis van educatieve contexten, en kennis van educatieve doeleinden en waarden. Twee centrale componenten van PCK zijn de kennis van instructiestrategieën en kennis van bestaande misconcepties. Wat maakt het bestuderen van een specifiek onderwerp gemakkelijk of moeilijk? Welke concepties en misconcepties zijn bij de leerlingen al aanwezig? Shulman werd ook bekritiseerd. PCK als een op zichzelf staande vaardigheid zien, werd onvoldoende theoretisch en empirisch onderbouwd. (e.g., Ball, Thames & Phelps, 2008; Bromme,1995) Men vond zijn visie op PCK te statisch. Shulman zag PCK los van de praktijk in het klaslokaal. Er bestonden twijfels of PCK theoretisch en empirisch los gezien kan worden van kennis van de inhoud van het vak. Shulman zou te veel nadruk leggen op de kennis van instructiestrategieën en misconcepties. Er kwamen verschillende reacties op zijn theorieën. Eén van de reacties is Mathematical Knowledge for Teaching (MKT). (e.g. Ball et al., 2008, Hill et al., 2004) MKT richt zich op wiskundige kennis, die nodig is om wiskunde te onderwijzen. MKT is opgebouwd uit drie wiskundige en drie pedagogisch-didactisch inhoudelijke componenten. Schematisch (figuur 2.3) ziet dat er als volgt uit:



Figuur 2.3 Schema MKT (Hill & Ball, 2009)

Wiskundige en pedagogisch-didactische inhoudelijke componenten:

1. Algemene inhoudelijke kennis: wiskundige kennis en vaardigheden, kennis van bijvoorbeeld algebra of meetkunde. Deze kennis is pure wiskundige kennis en niet onderwijsgericht.
2. Speciale inhoudelijke kennis: wiskundige kennis en vaardigheden, kennis van algebra, maar nu wel gericht op wiskundeonderwijs. Hoe los je een probleem op met behulp van de aanwezige algebraïsche kennis.
3. Horizon verbredende inhoudelijke kennis: wat is het verband tussen verschillende wiskundige onderdelen. Bij een wiskundig probleem over maximaliseren bijvoorbeeld, kun je meetkunde en algebra, afzonderlijk of gecombineerd gebruiken om een oplossing te vinden. Bij het modelleren komt dit goed naar voren.

4. Kennis over inhoud en leerlingen: kennis over het wiskundig denken van leerlingen. Dit vraagt een interactie tussen wiskundige kennis en kennis van het wiskundig denken van leerlingen. Bijvoorbeeld welke misconcepties bestaan er? De leraar moet leren, moet weten hoe een leerling denkt.
5. Kennis van de inhoud van de didactiek: kennis van het geven van instructies, dit vraagt interactie tussen wiskundig begrip en begrip van pedagogiek, die het leren van leerlingen beïnvloedt. Hoe motiveer je leerlingen? Geef ze een uitdagend probleem.
6. Kennis van de inhoud, curriculum. De docent moet kennis hebben van de gebruikte methode. Hoe is de leerstof ingedeeld, per leerjaar, maar ook in de totale leergang? Hoe wordt de leerstof aangeboden? Is ieder hoofdstuk een op zichzelf staand hoofdstuk of bestaat er onderling verband tussen de hoofdstukken? Worden bepaalde onderdelen voldoende herhaald? De docent moet weten hoe de leerlijn loopt en wat de uiteindelijke eindexameneisen zijn.

Een wiskundedocent moet niet alleen voldoende wiskundige kennis bezitten. Hij moet ook over voldoende pedagogisch-didactische kennis beschikken om zijn leerlingen wiskunde te kunnen onderwijzen.

3 Praktijkervaring met lesson study

In het schooljaar 2012-2013 heeft het Etty Hillesum Lyceum voor het tweede jaar deelgenomen aan een lesson study project. Voor ons was het de eerste keer en een goede gelegenheid praktijkervaring op te doen met lesson study. In dit hoofdstuk doen we verslag van onze bevindingen. De focus in dit reflectieverslag is gericht op onze didactische vaardigheden, hoe zijn ze veranderd naar aanleiding van onze ervaringen met lesson study? In hoofdstuk 3 beschrijven we een lesson study cyclus (paragraaf 2.1, figuur 2.1) en mede 'probleem van de week' opdrachten, die pasten binnen ons lesson study project. Omdat we behalve onze eigen terugblik ook de feedback van de andere lesson study deelnemers willen onderzoeken, hebben we een enquête opgesteld over onze ervaringen met de lesson study cycli. In deze enquête hebben wij een aantal uitspraken geformuleerd, waarop wij zelf feedback geven. Vervolgens hebben we onze uitspraken en feedback als membercheck naar de andere lesson study deelnemers gestuurd. In paragraaf 3.2.2 bespreken we de uitkomsten van de membercheck.

3.1 Lesson study

Onze lesson study cyclus, zie figuur 2.1 in paragraaf 2.1, zullen we hier beschrijven. In deze reflectie verwerken we de eigen praktijkervaringen met lesson study. Op het Etty Hillesum Lyceum, locatie Het Vlier in Deventer wordt, binnen de wiskunde vakgroep, sinds schooljaar 2011- 2012 gewerkt met een lesson study team (LST). In schooljaar 2011-2012 was dat nog één team, in schooljaar 2012-2013 waren er twee teams. Dit onder begeleiding van Daan van Smaalen van de Universiteit Twente. Sinds schooljaar 2012- 2013 zitten Evelien en ik in een lesson study team (LST-2) van 5 docenten. Ons team heeft een lesson study cyclus doorlopen met klas 4 vwo wiskunde B, bij het hoofdstuk over meetkunde. Dit team heeft tevens in het teken van het lesson study project 'probleem van de week' opdrachten geselecteerd. Er zitten twee personen (docent D en docent E) in deze groep (LST-2) die vorig jaar ook in een lesson study team zaten. Zij hadden dus al enige ervaring met het doorlopen van een lesson study cyclus. Die cyclus was voor eenzelfde niveau groep en over hetzelfde onderwerp. Het was de bedoeling dat we, met de ervaringen van het jaar ervoor, verder zouden gaan met het ontwikkelen van goede lessen met als doel het leerresultaat van leerlingen te verbeteren.



Figuur 3.1 Lesson study op Het Vlier (2013)

3.1.1 Voorbereiding

Tijdens de eerste bijeenkomst hebben we een planning gemaakt.

TIJDSPLANNING			
Bijeenkomst	datum en tijd	voorbereiding individueel	agenda
1	01-11-2012 Tijd: 15.15 – 17.00 uur		Eerste bijeenkomst: Ervaringen uitwisselen en planning maken Onderzoeksfocus vaststellen
2	22-11-2012 Tijd: 15.15 – 17.00 uur	Iedereen neemt een 'geschikte' opdracht voor de onderzoeksles en/of 'probleem van de week' mee en geeft aan waarom	Opdracht uitzoeken voor de onderzoeksles, eerste lesopzet maken
3	06-12-2012 Tijd: 15.15 – 17.00 uur	Nadenken over geschikte inleiding probleem van de week Materiaal LS 2011-2012 bekijken	Lesopzet van de onderzoeksles definitief maken Opdrachten uitzoeken voor "probleem van de week"
4	17-01-2013 Tijd: 12.30 – 14.30 uur	Iedereen maakt zijn uitgezochte opdracht geschikt voor uitvoering bij "probleem van de week"	Definitieve lesopzet van de onderzoeksles
5	24-01-2013 Tijd: hele dag	LS-dag, deelnemers zijn uitgeroosterd voor overige lessen. De lesgever bereidt zijn onderzoeksles voor	Observatie onderzoeksles, evalueren, bijstellen, volgende les, evalueren...
6	14-02-2013 Tijd: 16.05 – 18.00 uur	"probleem van de week" uitvoeren	Nieuwe LS-dag voorbereiden
7	28-02-2013 Tijd: hele dag	LS-dag	

Tabel 3.1 Tijdsplanning lesson study team 2 (2012-2013)

De voorbereiding van de lesson study dag heeft op de eerste vier bijeenkomsten plaatsgevonden. Hier volgt een kort verslag van deze voorbereidingen.

Eerste bijeenkomst:

Omdat dit het tweede jaar was dat we bij wiskunde een lesson study project hadden, hebben de 'oude leden' de nieuwe leden uitleg gegeven over wat ze het jaar ervoor met lesson study gedaan hadden. In de bijlage staan enkele aandachtspunten van het lesson study team van schooljaar 2011-2012 (bijlage 1). Daarna hebben we in grote lijnen besproken wat er schooljaar 2012-2013 gedaan zou gaan worden en is er een studieplanner voor periode 3 gemaakt (bijlage 2). Verder gaf Daan ons een format om structuur te kunnen geven aan de planningsbijeenkomsten (bijlage 3). De notulen van deze eerste bijeenkomst zijn ook toegevoegd (bijlage 4). Er werden twee lesson study dagen gepland. Op deze dagen

zou de onderzoeksles en de aangepaste versie gegeven worden door een van de docenten van LST-2. De anderen, waaronder Daan, zouden observeren en notities maken. Verder hebben we deze periode zo ingedeeld dat, van de drie lessen, er twee volgens het boek gepland werden en een les als “probleem van de week” les, zie studieplanner periode 3 (bijlage 2). De onderzoeksles (eventueel aangepast) zou verder in alle parallelklassen gegeven worden door de eigen docent, als “probleem van de week” les. Het was de bedoeling dat dit zou plaatsvinden in de week van de lesson study dag. De lesgevende docent zou de “probleem van de week” opdracht uitdelen en was daarna de enige observant in zijn eigen klas. Als we tijdens onze observaties bijzonderheden constateerden over de probleemaanpak van de leerlingen, zouden we deze bevindingen uitwisselen tijdens pauzes en tussenuren. Bij de lesson study bijeenkomsten konden we er eventueel uitvoeriger op terugkomen.

De eerste stap binnen een lesson study cyclus is het bepalen van de onderzoeksfocus (paragraaf 2.1, figuur 2.1). Onze onderzoeksfocus was “*probleemaanpak van leerlingen*”. De leerlingen kregen de opdracht de oplossing van een wiskundig probleem te zoeken. Ze werkten daarbij samen in een groepje. Wij hadden gekozen om onze lessen, voorbereid door het lesson study team, te geven aan 4 vwo wiskunde B bij het hoofdstuk meetkunde. Meetkunde was naar ons idee een geschikt onderwerp om uitdagende opdrachten bij te zoeken. De oplossing van een uitdagende opdracht is niet meteen te geven. Leerlingen moeten het probleem eerst analyseren en daarna een oplosstrategie bedenken en vervolgens uitvoeren.

De leerlingen waren op de hoogte gebracht dat we bij dit hoofdstuk over meetkunde één les in de week in groepjes zouden werken aan het ‘probleem van de week’ en twee lessen op de ‘normale manier’ met het boek. De lesindeling bij de “probleem van de week” les was duidelijk gemaakt: korte introductie, daarna ongeveer een half uur om met je groepje tot een oplossing te komen en aan het eind van de les zou een groepje uitleg voor/op het bord geven over hoe zij tot hun oplossing gekomen waren. De vakdocent was observator in zijn eigen klas en zou in principe geen vragen beantwoorden. We spraken af ervaringen met en observaties bij “probleem van de week” lessen in de eerstvolgende bijeenkomst of tijdens pauzes/ tussenuren te bespreken. We maakten de afspraak om voor de volgende bijeenkomst uitdagende meetkundige opdrachten te zoeken, ieder zou twee opdrachten aanleveren. Een uitdagende opdracht moest naar het idee van het lesson study team voldoen aan de volgende selectiecriteria:

1. De opdracht moet de leerlingen tot denken aanzetten
2. Oplossing is niet onmiddellijk via een algoritme te vinden
3. Er zijn meerdere oplosstrategieën mogelijk
4. Een open opdracht, geen stapelvraag

Tweede bijeenkomst:

De onderzoeksfocus werd herhaald en daarna zijn de aangeleverde opdrachten besproken. Het doel van deze bijeenkomst was om een opdracht te selecteren die we geschikt vonden voor de onderzoeksles. Daan hield ons scherp met vragen als:

- Waarom heb je die opdracht gekozen?
- Wat verwacht je voor aanpak bij de leerlingen?
- Welke mogelijke oplossingen zie je zelf?
- Heb je een oplossing op papier?
- Is er een werkblad nodig?

We meldden waar we de opdrachten vandaan gehaald hadden. Dat varieerde van een aangepaste opdracht uit het boek, een oude examenopdracht, een zelf gemaakte opgave tot een opdracht uit een oude toets. We waren het er over eens dat een opdracht geen of zo min mogelijk deelvragen moest hebben. Leerlingen moeten creatief aan de slag kunnen en de opdracht moest daartoe mogelijkheden bieden. We selecteerden een opdracht voor de onderzoeksles. Deze opdracht is uitgewerkt op een lesvoorbereidingsformulier (bijlage 5). Uit de overige aangeleverde opdrachten hebben we een selectie voor “probleem van de week” opdrachten gemaakt. We maakten de afspraak dat iedereen zijn geselecteerde opdracht nog eens kritisch zou bekijken en op papier zou aanleveren met eventueel een werkblad erbij. In de bijlage staat een format dat we konden gebruiken bij het uitwerken van de aangeleverde opdracht (bijlage 6).

Derde bijeenkomst:

De derde bijeenkomst is door ziekte van teamleden en afwezigheid van Daan niet doorgegaan.

Vierde bijeenkomst:

De vierde bijeenkomst was de laatste bijeenkomst voor de lesson study dag en “probleem van de week” lessen. De onderzoeksfocus werd nog eens herhaald en we hebben de puntjes op de ‘i’ gezet. Iedereen moest voor zichzelf bedenken hoe hij de “probleem van de week” les (de onderzoeksles) zou gaan inleiden. De inleiding moet niet te lang zijn, hadden we afgesproken. We hebben gekozen voor de didactische werkvorm ‘in groepjes werken’. We spraken af om in eerste instantie de groepen willekeurig in te delen. We verwachtten dat het even wennen zou zijn voor sommige leerlingen, omdat ze niet bij iedere wiskunde docent gewend zijn om in groepjes werken. De groepssamenstelling zouden we zoveel mogelijk wisselen bij een nieuwe “probleem van de week” opdracht. Verder kregen de leerlingen als opdracht om tot een oplossing te komen met hun groepje. Aan het eind van de les moesten één of meerdere groepen voor het bord hun gevonden oplossing presenteren. Dat zou voor de meeste leerlingen een nieuwe ervaring worden.

Een aantal “probleem van de week” opdrachten, met een mogelijke oplossing en verwachte aanpak van leerlingen staat beschreven in de bijlage (bijlage 7).

Het resultaat van de voorbereiding was een uitgewerkte lesvoorbereiding van de onderzoeksles en ‘probleem van de week’ lessen en de dagindeling van de lesson study dag.

Lesvoorbereiding

Klas: 4 V wiskunde B, meetkunde Docent: A-E Les: week 5: 24-01-2013

Leerproces leerlingen

Beginsituatie/voorkennis:

Goniometrie in rechthoekige driehoek, Stelling van Pythagoras, gelijkvormigheid en congruentie in vlakke figuren

Doelen:

Lange termijn doel:

Wiskundige probleemaanpak van leerlingen efficiënter maken.

Lesdoelen:

Leerlingen kunnen door samenwerking in een groepje een oplossing vinden van het gegeven meetkundige probleem.

Leerlingen kunnen de aanpak van een meetkundige opdracht formuleren, deze uitwerken en hun werkwijze uitleggen voor/op het bord.

Werkvorm:

Leerlingen werken samen in een groepje van vier.

Lesmaterialen:

Meetkundig probleem op stencil eventueel een werkblad, ruitjespapier.

Kernopgaven:

Deelnemers van het lesson study team hebben opgaven uitgezocht en voorbereid.

TIJDSHEMA					
Tijd	Doel	Leerstof	Werkvorm	Activiteit van de docent	Activiteit van de leerling
10 min	Introductie probleem van de week	Probleem van de week	Instructie	Uitleg	Luisteren wat de bedoeling is
30 min	Oplossing zoeken van een meetkundig probleem	Vlakke meetkunde	Groeps-werk	Observerend, begeleidend	Onderling overleggen, hardop denken, tekenen en schrijven
10 min	De oplossing voor/op het bord uitleggen	Meetkunde	Uitleg geven voor de klas	Begeleidend	Uitleg- luisteren-interactie-schrijven op bord

Tabel 3.2 Tijdschema geplande les (2013)

Kritische factoren:

Leerstof:

Eerste lessen meetkunde: Is de beginsituatie goed ingeschat? Kunnen de leerlingen op weg zonder uitleg vooraf over het onderwerp?

Leerlingen:

Leerlingen werken in groepjes: Hoe pakken ze dat op? Zijn de groepjes goed ingedeeld?

Leerproces docent

Leerdoel:

Probleemoplossend leren van een groepje leerlingen bestuderen. Begrijpen ze het probleem? Kunnen ze een mogelijke aanpak vinden en aan elkaar uitleggen? Waar ontstaan problemen en hoe kan een docent daar op reageren?

Verder ontwikkelen van didactische vaardigheden om optimaal leerresultaat bij leerlingen te verkrijgen. Hieronder staat de dagindeling van de lesson study dag (tabel 3.3):

DAGINDELING	
9.00 uur	Samenkomen, laatste dingetjes
10.15 uur	Onderzoeksles (bijlage 7, probleem 1) wordt gegeven aan de klas 4Va, vwo wi B door docent E, docent B tot en met docent 6 zijn observator
11.10 uur	Nabespreken, verbeteren en aanpassen
14.25 uur	Aangepaste les wordt gegeven aan de klas 4Vb, vwo wi B door docent B, docent E en docent A t/m D zijn observator
15.30 uur	Nabespreken

Tabel 3.3 Dagindeling lesson study dag (2013)

3.1.2 Observatie

De onderzoeksfocus was 'probleemaanpak van leerlingen', daar zouden we bij de observatie op gaan letten. Verder hadden we geen observatiecriteria afgesproken. Iedere observator schoof aan bij een groepje en noteerde wat hem opviel bij de aanpak van de leerlingen.

Observatienotities (docent B) van de onderzoeksles (gegeven door docent E):

- Een jongen leest hardop voor, anderen luisteren
- Mag je meten?
- Het tekenen van de rechthoeken gebeurt in twee verschillende zeshoeken
- Docent E loopt rond, als hij bij mijn groepje komt, wordt er meteen een vraag gesteld, waar docent E op ingaat
- We moeten zo wie zo iets 'x' stellen
- Is dit twee keer zolang?
- $360^\circ : 6 = 60^\circ$ voor een hoek?
- Opmeten, klopt niet?
- Hoe zit het met de hoeken? 6-hoek samen 720° , want $360 + 180 + 180 = 720^\circ$, dan is deze hoek 120° en die 60° . Meten na dat het klopt.
 $\sin 30^\circ = \frac{?}{x}$ dus $? = 0.5x$, klopt niet doe eens $\sin 60^\circ$. Weer hetzelfde doen $\sin 60^\circ * 0.5x = 0.43x$, de lengte $= 0.25x * 2 + x = 1.5x$
- $Opp = 1.29x^2$, andere $opp = 1.73x^2$, dus verhouding $= 1.35 : 1$

Aan het eind van de les kwamen er twee groepjes voor het bord om hun manier van aanpakken uit te leggen. Twee verschillende manieren van aanpak, een uitleg met verhoudingen (meetkundige aanpak) en een met SOS CAS TOA (algebraïsche aanpak). Omdat we de uitwerking met verhoudingen zo'n mooie vondst vonden, hebben we deze als bijlage toegevoegd (bijlage 8).



Figuur 3.2 Observatieles op Het Vlier (2013)

3.1.3 Nabespreking en aanpassing

Nabespreken les van docent E:

Als eerste gaf docent E een reflectie op zijn les. Hij was tevreden. De leerlingen gingen enthousiast aan het werk en binnen een half uur had ieder groepje een oplossing gevonden. Docent E vond de meetkundige oplossing de beste. Waarom de beste? was de vraag van de andere leden. Er komt geen berekening aan te pas, aldus docent E. Toch concludeerden we als groep dat je naar leerlingen toe niet moet zeggen 'de beste oplossing'. Het is een mooie vondst, maar een algebraïsche oplossing is niet minder goed. Er is niet één weg die naar Rome leidt, voor leerlingen is het goed dat te beseffen. Het viel wel op dat medeleerlingen geïnteresseerd naar de uitleg van de verhoudingen keken, ze waren zelf niet op die manier van aanpakken gekomen. Vervolgens werden de observatienotities uitgewisseld. Deze kwamen overeen met de notities van docent B.

Wat verder opviel: meestal neemt één persoon het initiatief in een groepje. Eén groepje had afgesproken eerst een aantal minuten individueel na te denken en dan gezamenlijk te overleggen. Docent E ging een paar keer op vragen van leerlingen in, we begrepen dat, want daar ben je als docent snel toe geneigd. We spraken af daar de volgende les alert op te zijn. Het groepje moet tot de oplossing komen zonder inmenging van de docent. Loopt een groepje helemaal vast dan zijn er enkele hulpvragen mogelijk (bijlage 6). Sommige groepjes gingen in verschillende zeshoeken tekenen op het werkblad, dat hadden we vooraf niet verwacht. Voor het vinden van de oplossing is het geen probleem. De nabespreking met de klas was wat kort, daar moeten we rekening mee houden de volgende keer. We vonden dat er goed werd samengewerkt.

Hebben we naar aanleiding van de observaties de les aangepast? De les hoefde naar ons idee niet aangepast te worden. Dit kwam waarschijnlijk doordat deze observatieles in 2012 tijdens het vorige lesson study project al een aantal keer aangepast was. We hadden wel drie aandachtspunten, docent D zou dit meenemen voor zijn les:

1. Als lesgever rondlopen en daarbij geen vragen beantwoorden, hooguit een hulpvraag aanreiken bij vastlopen.
2. De eerste groep kwam tot goede oplossingen, maar de gevraagde verhouding was vaak een afronding. Logisch omdat ze de bijzondere rechthoekige driehoeken nog niet gehad hadden, kwamen ze niet altijd tot een exact antwoord als ze met SOS CAS TOA werkten. Je zou aan een groepje dat snel tot een oplossing komt, kunnen vragen: kun je het exacte antwoord berekenen?
3. Eindtijd oplossen probleem vooraf aankondigen en genoeg tijd inruimen voor de presentatie van de oplossing.

3.1.4 Vervolgles

Observatienotities (docent A) van de tweede les (van docent D):

- Eén leerling legt de anderen uit wat er bedoeld wordt met de vraag.
- Zijden zijn even lang, neem 1
- Hoeken 120° ?
- Werken goed samen, geven elkaar uitleg
- Gaat om verhouding, geen oppervlaktemaat nodig
- Hoek 45° , nee, hoek = 60° .
- Komen vervolgens vlot tot een uitwerking

Er kwam één groepje voor het bord, want dat was de enige groep! die tot een oplossing gekomen was. Dat was de groep die door docent A geobserveerd werd.

Nabespreken les van docent D:

Docent D was verbaasd dat er maar één groep tot een oplossing kwam. Opvallend minder niveau in deze klas vergeleken met de vorige klas. Hier ontbrak het doorzettingsvermogen om tot een oplossing te komen. Leerlingen zaten er ongeïnteresseerd bij. 'We weten het niet' was een veelgehoorde reactie. Er was niet de motivatie om er samen uit te komen. Dit vonden we zorgelijk. Ligt het aan de klas? Ligt het aan de samenstelling van de groepjes? We gaven het door aan docent C, die deze klas lesgeeft en niet aanwezig was deze dag. Zouden de toetsresultaten ook slechter zijn bij deze klas vroegen we ons af? Het was een enerverende, vermoeiende, maar waardevolle lesson study dag.

3.1.5 Evaluatie

Het werken in groepjes, bij lesson study en 'probleem van de week' lessen gaf bijzondere resultaten. Wij, als collega's hebben ervan geleerd. We zijn ons meer bewust, doordat we de discussies in de groepjes hoorden, dat leerlingen elkaar wat kunnen uitleggen. Ze leren van elkaar. Dit kun je meer gebruiken in je lessen. Het was leerzaam, voor ons als docent, te constateren dat er leerlingen zijn die een opdracht anders aanpakken dan jij vooraf ingeschat had. Je kunt deze aanpak in de toekomst gebruiken in je les. De leerlingen leren op een andere manier met wiskunde bezig te zijn, ze merken expliciet dat ze van elkaar kunnen leren en dat de docent niet altijd de eerst aangewezen persoon hoeft te zijn om iets van te leren. Dit werkt motiverend. Deze periode is het werken in groepjes, als didactische werkvorm, expliciet aan de orde geweest in 4 vwo met het 'probleem van de week'. De leerlingen vonden het leuk: Hebben we vandaag 'probleem van de week' was het dan? De voorlaatste keer hadden we afgesproken dat de uitwerkingen (van probleem 3, zie *bijlage 7*) netjes opgeschreven moesten worden omdat we de uitwerkingen de week erop zouden laten bekijken door een ander groepje, eventueel uit een andere klas. De laatste les van deze periode kreeg iedere groep dan als opdracht een uitwerking van een andere groep te beoordelen en van commentaar te voorzien. Hoe heeft een andere groep een probleem aangepakt? Is er een meest handige manier van aanpak? Wat leren we hiervan?

Omdat de toetsweek naderde gunden we ons niet de tijd om deze evaluatie met de klas te doen. We wilden theorie herhalen als voorbereiding op de toets. Toen we dat in de klassen vertelden, wilden ze toch graag elkaars uitwerkingen bekijken omdat ze daar ook van konden leren. We hebben toen binnen de klas elkaars uitwerkingen bekeken. De leerlingen vonden het zinvol, bleek uit de klassikale bespreking aan het eind van de les. Dat er verschillende manieren van aanpak zijn om tot een goede oplossing te komen, was een belangrijke constatering van de leerlingen. Ze vonden het interessant om een andere uitleg van een medeleerling te horen. Het is een geslaagd project geweest gaven de leerlingen aan.

De tweede lesson study dag die gepland stond, is door omstandigheden niet doorgegaan. Een korte periode waarin veel extra dingen op het programma stonden, gaf ons niet de tijd en energie om nog een lesson study dag te plannen en uit te voeren. Het lesson study project zal volgend jaar weer een vervolg krijgen. Het is de bedoeling dat er ook op het havo een lesson study dag komt. Wat we verder nog gedaan hebben naar aanleiding van onze lesson study ervaringen: In de toets en herkansing van wiskunde B hoofdstuk 4 meetkunde, hebben we een soort 'probleem van de week' vraag opgenomen als bonusopgave (*bijlage 9*).

3.2 Membercheck

Na afloop van het project hebben wij onze ervaringen met lesson study uitgewisseld. Dit resulteerde in vragen als:

- Wat hebben we geleerd?
- Wat was er tijdens deze lessen anders?
- Wat waren voor ons de pluspunten?
- Welke problemen deden zich voor?
- Wat kan er nog verbeterd worden?

Aan de hand van deze vragen hebben we een aantal uitspraken geformuleerd. Deze uitspraken hebben we in drie categorieën verdeeld: voorbereiding, observatie en evaluatie. De evaluatie betreft het nabespreken van de onderzoeksles en de evaluatie van de LS-dag. Deze verdeling is analoog aan de cyclus van lesson study. In paragraaf 3.2.1 hebben wij, uitgaande van onze bevindingen, een reflectie gegeven op deze uitspraken. Ze zijn in ik-vorm opgesteld, maar worden door ons beide onderschreven. Vervolgens hebben wij deze gegevens, in de vorm van een enquête aan de overige leden van het lesson study team gemaild met het verzoek aan te geven in hoeverre zij het met onze bevindingen en uitspraken eens waren. Als laatste vroegen wij hen antwoord te geven op de vraag:

"Hoe is uw didactisch repertoire veranderd naar aanleiding van de opgedane ervaringen met lesson study?"

De uitkomsten van deze enquête staan in paragraaf 3.2.2 beschreven. In hoofdstuk 4 worden conclusies getrokken.

3.2.1 Uitspraken en reflectie

De volgende uitspraken hebben betrekking op onze ervaringen met lesson study en zijn onderverdeeld in *voorbereiding, observatie en evaluatie*.

Vorbereiding:

- 1 Het gezamenlijk voorbereiden van een onderzoeksles heeft een meerwaarde omdat ik van collega's hoor hoe zij de les zouden willen geven en dat kan verschillen met hoe ik het doe of deed.

Het discussiëren over de te geven les doe je normaal gesproken niet. Dat is nieuw voor mij, maar wat is de meerwaarde?

Als ik normaal gesproken een les voorbereid, denk ik na over onderstaande punten, in willekeurige volgorde vermeld:

- Wat wil ik met deze les bereiken?
- Hoe deel ik de les in?
- Ik bestudeer de leerstof in het boek, hoe wordt het daar uitgelegd?
- Hoe deed ik het vroeger zelf?
- Ik neem de bevindingen van een eerder gegeven les mee.
- Laat ik hen individueel, in tweetallen of in een groepje werken?
- Welke problemen verwacht ik bij leerlingen?
- Welke misconcepties verwacht ik?
- Ik houd rekening met de klas die ik voor me heb.
- Welke voorkennis mag ik verwachten?
- Welke lesmaterialen gebruik ik?
- Hoe beëindig ik de les?

Je eigen ervaring is je enige referentiekader. Met de voorbereiding tijdens lesson study denk je met het team over deze punten na en je ervaart dat niet iedereen het op dezelfde manier doet. Je praat met collega's en je krijgt inzicht in de ziens- en werkwijze van hen. Dit geeft je nieuwe inzichten. Het is wat mij betreft verrijkend. Enerzijds omdat het bevestigend kan zijn omdat je eenzelfde manier van aanpakken hebt, maar anderzijds kan het een andere manier zijn, waar je nog nooit aan gedacht hebt. Kortom je reflecteert op elkaars en op je eigen lessen.

Leraren leren van elkaar.

- 2 Het individueel en tijdens de voorbereiding gezamenlijk selecteren van uitdagende opdrachten voor de onderzoeksles en voor de 'probleem van de week' lessen, heeft ons didactisch kader vergroot.

We hadden vooraf samen de selectiecriteria voor een uitdagende opdracht bepaald:

1. De opdracht moet de leerlingen tot denken aanzetten.
2. Een oplossing is niet onmiddellijk met een algoritme te vinden.
3. Er zijn meerdere oplosstrategieën mogelijk.
4. Een open opdracht, geen stapelvraag.

Als teamlid moet je eerst individueel nadenken waar je geschikte opdrachten gaat zoeken: uit het boek, uit oude examens, zelf bedenken? Je hoort tijdens de bespreking hoe anderen dit gedaan hebben. Ik heb gekozen voor twee opdrachten uit het boek, die ik aangepast heb.

De geselecteerde opdracht voldeed naar mijn mening aan de gestelde criteria. Je kunt door tekenen en/of vouwen oplossingen vinden voor dit meetkundige probleem, maar algebraïsch oplossen behoort ook tot de oplosstrategieën. Ik merk dat ik zelf een meetkundig probleem meestal algebraïsch aanpak en ben daardoor geneigd dat ook bij mijn leerlingen te verwachten. Doordat je samen discussieert over de geselecteerde opdrachten, rekening houdend met de moeilijkheidsgraad en mogelijke aanpak van leerlingen, vul je elkaar als collega's aan. Leerlingen in een groepje laten werken, om samen tot de oplossing van een (meetkundig) probleem te komen, is iets wat ik tot nu toe niet vaak deed. De verwachte voorkennis, de verwachte aanpak, wel of geen werkblad gebruiken, bespraken we tijdens de voorbereiding. Het uitwisselen van deze verwachtingen was verrijkend. Tijdens de observaties kunnen we erachter komen of onze verwachtingen kloppen of bijgesteld moeten worden.

Ons didactisch kader is vergroot.

3 Het maakt voor mijn manier van voorbereiden *niet* uit, dat ik meegedaan heb aan lesson study.

Door mee te doen aan lesson study ben ik meer gaan nadenken over mijn eigen lessen. Bij de voorbereiding van een goede les komt heel wat kijken. Dat merk je als je de punten van aandacht expliciet gaat benoemen (zie uitspraak 1). Bovendien geeft het observeren van lessen tijdens lesson study je inzicht in wat leerlingen doen, maar je ziet ook hoe een collega voor de klas staat en hoe hij lesgeeft. Als docent moet je oppassen dat je lessen niet routinematig worden. Je moet uitdagingen en mogelijkheden tot ontwikkeling blijven zien. Bovendien wil ik met de tijd meegaan. Daardoor hoop ik het voor mezelf en de leerlingen aantrekkelijk te blijven houden.

Het maakt voor mij wel degelijk uit dat ik meedoe aan lesson study. Door de ervaringen van vorig jaar heb ik een aantal dingen geleerd die ik hier wil noemen:

1. Leerlingen kunnen van elkaar leren, geef daar meer ruimte voor tijdens je lessen.
2. Een uitdagende opdracht op zijn tijd en zeker ook aan het begin van een hoofdstuk werkt motiverend voor leerlingen.
3. Een docent moet open staan voor andere oplosstrategieën en zich daar in verdiepen.
4. Werken in groepjes bij sommige onderwerpen is een goede didactische werkvorm.
5. Docenten kunnen van elkaar leren.
6. Docenten krijgen meer inzicht in de wiskundige aanpak van leerlingen.

Lesson study heeft onze manier van lesgeven positief beïnvloed.

Observatie:

1 Tijdens het laten maken van de opdracht heb ik kunnen observeren of de leerlingen de opdracht begrepen hebben.

Ik heb geobserveerd bij een groepje van vier personen. De leerlingen begonnen gelijk te discussiëren met het gegeven werkblad erbij. Wat opviel is dat ze hardop denken en hardop vragen stellen. Ze zijn dan nog op zichzelf gericht.

Vervolgens, door vraag en antwoord naar elkaar toe, proberen ze grip te krijgen op het probleem. Ze gebruiken daarbij het werkblad en schetsen daarin. Ze halen samen voorkennis op: Stelling van Pythagoras, som van de hoeken in een veelhoek, SOSCASTOA. Het viel verder op dat als de docent langskomt er een (onnodige) vraag gesteld wordt om bevestiging te krijgen of ze het goed doen. Dit terwijl er vooraf gezegd was dat ze er met het groepje (samen) uit moesten komen, dat zegt de docent dus nog een keer.

Na enkele minuten begrijpt iedereen het probleem, ze kunnen dat verwoorden naar elkaar.

Leerlingen krijgen grip op het probleem door met elkaar te overleggen.

2 Het is mij duidelijk geworden welke misconcepties er bij de leerlingen leven.

Een aantal misconcepties kwam tijdens het observeren naar voren. Een groepje berekende met behulp van de stelling van Pythagoras de lengte van een zijde in een rechthoekige driehoek. Eén leerling nam de verkeerde zijde als schuine zijde en kwam tot een verkeerd antwoord. Hij werd snel gecorrigeerd door zijn groepsgenoten. Een snelle feedback op een gemaakte fout heeft meer effect dan correctie in een volgende les. Een andere misconceptie ontstond door het verkeerd berekenen van de som van de hoeken van een zeshoek. Iemand kwam op het idee, het antwoord te controleren, door een hoek op te meten. Ze zagen dat het antwoord niet juist was en er werd een nieuwe strategie bedacht. Doordat ze in een groepje werkten, kwamen ze er zelf achter dat ze een denkfout gemaakt hadden en puzzelden ze verder. Ook was er een leerling die de haakjes in $(1 + \sqrt{3})^2$ verkeerd wegwerkte. Ook hij werd door zijn groepje gecorrigeerd. Als observant tijdens lesson study kun je deze misconcepties goed constateren. Je ziet sneller wat er in een groepje gebeurt. Leerlingen observeren en corrigeren elkaar. Je kunt tijdens je lessen rekening houden met deze misconcepties en er nog eens op terugkomen.

Misconcepties worden zichtbaar.

- 3 Ik heb kunnen observeren hoe de leerlingen tot een bepaalde oplosstrategie kwamen.

Hoe gaan we het aanpakken? vraagt iemand. Een jongen neemt het voortouw en legt zijn plan uit. Hij wacht de reacties van de anderen af. De anderen kunnen zich vinden in zijn manier van aanpak. Ze pakken het probleem algebraïsch aan. Ze zijn zich niet bewust of het de enige manier is. Ze gaan daarna hun plan uitvoeren. Ze meten dingen na als een soort controle. Er was dus een soort leider in het groepje, de anderen probeerden zijn uitleg te volgen. Is deze leider een goede wiskundeleerling? Zou hij een volgende keer weer de leiding nemen? Ook in een andere groep? Een interessante vraag. Gebeurt het in ieder groepje op deze manier?

Verskillende manieren van aanpak worden duidelijk.

- 4 Het laten maken van de opdracht heeft mij meer inzicht gegeven in de manier van aanpak van individuele leerlingen.

Dat is zeker waar. Je bent nu alleen bezig met observeren en hebt daar alle aandacht voor. Je hoort en ziet wat de individuele leerling doet in de groep die je observeert.

In de klas is dat in mindere mate mogelijk, omdat lang niet alle leerlingen hun gedachten durven te vertellen in de hele klas. In een kleinere groep komt de individuele leerling meer tot zijn recht. De klassikale uitleg kan belemmerend werken voor de individuele aanpak. Een leerling met een andere aanpak durft dit niet altijd te zeggen, omdat hij bang is een fout te maken. Het te snel grijpen naar de uitwerkbundel in een klassikale situatie kan belemmerend werken voor de individuele aanpak. Het is goed dat leerlingen zich bewust worden dat er meerdere oplosstrategieën zijn.

Verskillende manieren van denken worden duidelijk.

- 5 Ik heb geconstateerd, dat de leerlingen dit een uitdagende opdracht vonden, waarmee ze gemotiveerd aan de slag gingen.

Het enthousiasme, waarmee de leerlingen aan het werk gingen, viel meteen op. Ze probeerden er echt samen uit te komen. Samen grip krijgen op het probleem en dan samen een goede aanpak zoeken. Het was voor hen een uitdaging om binnen de gestelde tijd een oplossing te vinden. De voldoening die ze uitstraalden toen het gelukt was, gaf aan dat ze er plezier in beleefd hadden. Dat ze in de weken na de onderzoeksles vroegen of we een 'probleem van de week' les gingen doen, gaf aan dat het motiverend werkte. Bij de meeste groepjes was het doorzettingsvermogen groot en dat zegt ook iets over de motivatie.

Uitdagende opdrachten werken motiverend.

- 6 Tijdens de presentatie van de antwoorden op het bord kwam naar voren dat de groepjes het probleem op verschillende manieren hadden opgelost.

Er was een groepje dat het probleem meetkundig oploste. Met behulp van tekenen en verhoudingen kwamen ze tot de juiste oplossing. Een ander groepje loste het probleem algebraïsch op. Het was voor de leerlingen verrassend te zien, dat dit probleem ook op een heel andere manier op te lossen was. Leerlingen gaan er nog vaak van uit dat er maar één oplossing goed kan zijn. Ook voor mij was het leerzaam te zien, dat leerlingen een probleem anders aanpakken dan ik zelf vooraf bedacht had.

Presentaties van verschillende manieren van aanpak is verrijkend voor zowel de docent als de leerling.

Evaluatie:

- 1 In de nabespreking kwam u erachter dat verschillende groepjes soms verschillende manieren van probleemaanpak hadden.

Iedere collega had een ander groepje geobserveerd en deed hier verslag van. Doordat je maar één groepje observeerde kon je het groepsproces en de manier van aanpak goed volgen. Het was verrassend te zien, dat er een groepje was, die het probleem op een niet door ons verwachte manier oploste. Je bespreekt met elkaar waarom leerlingen voor een bepaalde aanpak kiezen en krijgt zo inzicht in het denken van de leerlingen. Je bespreekt dit met elkaar en samen denk je er over na waarom leerlingen voor een bepaalde aanpak kiezen. Dit vergroot jouw denkkader. Je kunt dit later bij het geven van uitleg

gebruiken. Ook bij hulp aan individuele leerlingen, kan een breder zicht op manieren van aanpak, je helpen de leerling op maat te helpen. Je wordt je door lesson study weer goed bewust van het feit dat de gekozen aanpak van een probleem door de docent, of door het boek niet de enig juiste manier is. Daar houdt je als docent niet altijd voldoende rekening mee. Je behandelt een onderwerp en met behulp van die stof los je een probleem op. Leerlingen denken vaak dat er maar één goede oplossing is en zij denken, dat jij of het uitwerkingenboekje die geeft. Leerlingen met een andere aanpak melden zich lang niet altijd. Door lesson study zie je hoe verschillend groepjes een probleem aanpakken en tijdens het nabespreken in de vorm van een groepspresentatie laat je verschillende manieren van aanpak zien. Je krijgt als docent inzicht in de denkwijze van de leerlingen en leerlingen krijgen zo wat meer wiskundige bagage, die ze ook durven te gebruiken.

Door het uitwisselen van observatienotities krijg je een overzicht van gebruikte oplosstrategieën.

- 2 Er was sprake van niveauverschil tussen klassen. Het was zinvol te bespreken hoe we hier een volgende les mee om zouden kunnen gaan.

De onderzoeksles werd gegeven zoals we hadden voorbereid. Bij de tussentijdse evaluatie bleek dat de leerlingen tot goede oplossingen kwamen binnen de gestelde tijd. We maakten drie afspraken. Ten eerste: als leerlingen vragen stellen aan de docent dan geen antwoord geven op het probleem, maar hooguit een hulpvraag stellen, zodat ze verder kunnen. Het bleek dat leerlingen vaak hulp vroegen als een soort bevestiging terwijl ze er samen ook goed uitkwamen. De docent is geneigd toch op vragen in te gaan, ondanks de afspraak dat niet te doen. Ten tweede: als een groepje snel tot een oplossing gekomen is, kunnen we als extra vraag stellen: kun je op het exacte antwoord komen? Ze hadden op dat moment nog niet de exacte waarden van hoeken van 30° , 45° en 60° gehad. We bespraken dus hoe we bij het aangeboden probleem konden differentiëren, meer gericht op verzwaren dan op versimpelen. Het nabespreken was dus zinvol en we konden het toepassen in de vervolgles.

Ten derde: begintijd van de presentatie(s) vooraf aangeven.

De vervolgles aan een parallelklas bleek echter anders uit te pakken. Er was sprake van een onverwacht niveauverschil. Er was maar één groepje dat tot een oplossing kwam, de rest haakte na enig proberen af. Deze klas zou meer gebaat zijn geweest met een ingrijpen van de docent. Dit gebeurde zoals afgesproken niet. Leerlingen haakten af en wachtten tot de uitleg kwam. Er was sprake van weinig doorzettingsvermogen in deze klas. Ze vonden het te moeilijk. Dit verschil verbaasde ons en we spraken onze zorgen erover uit tijdens de evaluatie. Was deze houding gebruikelijk in deze klas? Moesten ze wennen aan een groepsopdracht? Is er werkelijk sprake van een niveauverschil of is het meer een verkeerde attitude. We moeten ons hier een volgende keer beter op voorbereiden. Wat doen we als een groepje dreigt af te haken? Grijp je klassikaal in als dit bij veel groepjes gebeurt?

Een geconstateerd niveauverschil vraagt om een aangepaste didactische aanpak.

- 3 Het praten met collega's over de didactiek van uw vak is leerzaam.

Tijdens de evaluatie van de gegeven lessen leer je veel van je collega's. Je bespreekt na een onderzoeksles, wat de andere docenten hebben geobserveerd. Door met elkaar te bespreken wat je gezien en gehoord hebt, hoor je van elkaar wat iedereen van een bepaalde aanpak vindt. Er ontstaat een discussie over hoe je bepaalde theorie uitlegt. Er komen veel thema's aan de orde. Ik noem er hier nog een paar:

- Hoe leg je iets uit?
- Welke voorkennis is er nodig?
- Waarom speciaal op die manier?
- Bied je meerdere manieren van oplossen aan?
- Welke misconcepties bestaan er bij de leerlingen?
- Hoe laat je leerlingen kennismaken met de nieuwe stof?
- Werk je in groepjes?

Bij de voorbereiding kwam dit voor een deel ook al aan de orde.

Dit zijn onderwerpen waar je niet vaak met collega's over spreekt. Je leert van je collega's en reflecteert op je eigen lesgeven.

Evaluatie van een lesson study cyclus draagt bij tot een verbreding van je didactisch repertoire.

4 Was de vervolgles een verbeterde versie van de onderzoeksles?

Zoals voorbereid was de vervolgles verbeterde versie van de onderzoeksles. Dit kwam echter niet uit de verf, omdat de praktijk heel anders uitpakte. De eerste les was ons referentiekader. We hadden verwacht dat de vervolgles op een vergelijkbare manier zou verlopen als de onderzoeksles, het was immers een parallelklas. Dit bleek heel anders te gaan. Op zo'n moment komt het aan op je improvisatietalent. Je moet overwegen of je per groepje gaat ingrijpen of toch even klassikaal. Leerlingen moeten niet afhaken, dat is het uitgangspunt. Een volgende keer moeten we deze ervaring meenemen als we een les gaan voorbereiden.

De praktijk blijft om aanpassingen vragen.

Uw mening

Wilt u antwoord geven op de volgende vraag?

“Hoe is uw didactisch repertoire veranderd naar aanleiding van de opgedane ervaringen met lesson study?”

Feedback collega's

Nadat we onze uitspraken en reflectie geformuleerd hadden, hebben we deze via een enquête (bijlage 10) naar de andere lesson study deelnemers gestuurd. Docenten B, D en E vormden samen met LST-2. Docenten D, E, F en G zaten in LST-1. We hebben hen eerst enkele persoonlijke vragen gesteld (tabel 3.2.1).

Persoonlijke gegevens					
Docent	Leeftijd	Geslacht	Aantal jaren les-ervaring	Aantal jaren werkzaam in bovenbouw	Hoogst genoten opleiding
C	30-<40	v	9	5	Universitair
D	30-<40	m	7	7	Universitair
E	60-<...	m	38	34	HBO
F	30-<40	v	13	9	HBO
G	40-<50	v	12	11	Universitair

Tabel 3.2.1 Persoonlijke gegevens lesson study deelnemers

Vervolgens hebben we gevraagd in hoeverre ze het met onze bevindingen eens waren. Hiervoor konden ze een keuze maken uit onderstaande opties.

- 1 - helemaal oneens
- 2 - grotendeels oneens
- 3 - eens
- 4 - grotendeels eens
- 5 - helemaal eens

Deze gegevens hebben wij in tabel 3.2.2 verwerkt.

FEEDBACK COLLEGA'S:					
VOORBEREIDING:					
	Docent				
	C	D	E	F	G
Verbreding referentiekader	5	4	4	4	5
Uitbreiding didactisch kader	5	4	4	4	5
Verbeterde lesvoorbereiding	4	2	3	4	5
OBSERVATIE:					
	Docent				
	C	D	E	F	G
Opdracht begrepen	5	4	4	4	5
Misconcepties worden duidelijk	4	4	4	4	5
Verschillende oplosstrategieën geconstateerd	4	4	4	4	5
Verschillende denkstrategieën geconstateerd	4	4	3	4	5
Uitdagende opdracht motiveert	4	4	4	4	5
Presentaties zijn verrijkend	5	4	4	4	5
EVALUATIE:					
	Docent				
	C	D	E	F	G
Overzicht gebruikte oplosstrategieën	5	1	4	4	5
Niveaueverschil vraagt om aanpassing	4	1	4	3	5
Verbreding didactisch repertoire	5	4	4	4	5
Lespraktijk blijft om aanpassingen vragen	5	4	5	4	5

Tabel 3.2.2 Feedback lesson study deelnemers

Reacties van lessen study deelnemers wat betreft laatste vraag: ***Uw mening***

“Hoe is uw didactisch repertoire veranderd naar aanleiding van de opgedane ervaringen met lesson study? “

Deze vraag is niet door iedereen beantwoord, hier volgen de reacties die we binnenkregen.

Docent C: Lesson study maakt dat je je eigen aanpak kunt spiegelen aan anderen, waardoor je kunt verdiepen en verbeteren. Ik doe dingen nu niet heel anders, maar wel (hopelijk) op allerlei punten ietsje beter.

Docent D: Gegroeid door lesson study

Docent E: Niet zozeer is mijn didactisch repertoire veranderd, als wel ga je beter nadenken over welke didactiek je inzet in bepaalde situaties.

Wat opvalt, als je tabel 3.2.2 bestudeert, is dat we als lesson study team op eenzelfde lijn zitten, wat betreft ervaringen met lesson study. Bij docent D zien we bij de evaluatie een paar afwijkende reacties. Dit is een mooi discussiepunt voor een volgend lesson study project.

4 Conclusie

De focus van het reflectieverslag, geformuleerd in paragraaf 1.3 was:

“Hoe is ons didactisch repertoire veranderd naar aanleiding van de opgedane ervaringen met lesson study?”

Door een terugblik op ons lesson study project gaan we een antwoord formuleren op deze vraag. Bij de uitvoering van de lesson study cyclus zijn de volgende fasen te onderscheiden: voorbereiding, observatie en evaluatie. In elke fase zijn er leermomenten geweest. Aan de hand van deze leermomenten komen wij tot onze conclusie.

Vorbereiding:

Het is belangrijk een (nieuw) onderwerp vanuit meerdere invalshoeken te belichten. Discussie met collega's geeft een bredere kijk op het voorbereiden van een les.

Observatie:

Leerlingen leren van elkaar. Het werkt voor leerlingen motiverend om een uitdagende opdracht op te lossen. Verschillende oplosstrategieën komen in een groep naar voren en leerlingen leggen elkaar hun manier van aanpak uit. Gemaakte fouten worden direct geconstateerd en gecorrigeerd. Leerlingen kunnen hun manier van aanpak goed verwoorden, zowel in de groepjes als bij de presentaties.

Evaluatie:

Bij het bespreken van de observatienotities blijkt op welke onderdelen de onderzoeksles aangepast moet worden.

Conclusie:

Ons didactisch repertoire is veranderd, beter gezegd uitgebreid. Wij hebben gevarieerd in didactische werkvormen en gaan dat in de toekomst meer doen. Leerlingen activeren door hen op niveau te laten werken, daarbij zijn we ons bewust dat we meer moeten en willen differentiëren.

Lesson study is voor ons een goed middel geweest om te professionaliseren. Omdat lesson study op de werkplek plaatsvindt, kun je opgedane ervaringen gemakkelijk toepassen in andere lessen. Wij vinden dat we bij lesson study het meeste geleerd hebben van het observeren van leerlingen. Daar ben je expliciet gefocust op het leergedrag van leerlingen en met name de probleemaanpak. Dat kun je in je lessen weer gebruiken door leerlingen uit te dagen met juiste vraagstelling en opdrachten.

5 Reflectie en discussie

Bij lesson study was de onderzoeksfocus “probleemaanpak” van leerlingen. De leerlingen kregen als opdracht een oplossing voor een wiskundig probleem te zoeken. De leerlingen moeten het probleem eerst begrijpen, daarna een plan van aanpak maken. Vervolgens het plan uitvoeren en tenslotte presenteren op het bord. We zien hier de vier stappen van Pólya in terug. Volgens Pólya moet de leerling zoveel mogelijk ervaring op doen met het zelfstandig werken. De leraar moet goede hulpvragen stellen, zodat het denkproces van de leerlingen geactiveerd wordt. De leerling moet het gevoel krijgen, een groot aandeel te hebben in het vinden van een oplossing.

Probleemoplossen wordt nog steeds als een goede wiskundendidactiek gezien. Van Streun verstaat onder een wiskundig probleem, een probleem dat niet zomaar door de leerling opgelost kan worden. Van Streun onderscheidt, vergelijkbaar met Pólya, vijf componenten van wiskundige bekwaamheid om een probleem op te lossen. Deze componenten zijn ‘weten dat’, ‘weten hoe’, ‘weten waarom’, ‘weten over weten’ en ‘houding’. De leerling moet zich eerst een mentale voorstelling van het probleem vormen. Vervolgens moet hij voor dit wiskundige probleem een oplosstrategie bedenken met behulp van heuristische methoden. Onze ‘probleem van de week’ opdrachten waren voorbeelden van zulke wiskundige problemen. Bij deze ‘probleem van de week’ opdrachten heeft de leerling een actieve rol in het leerproces. De docent begeleidt dit proces door het stellen van goede hulpvragen.

De docent beschikt over wiskundige en pedagogisch-didactische kennis (MKT). Hoe kan deze kennis worden uitgebreid en optimaal ingezet worden bij het leerproces van de leerlingen? Bij de observatie kan de wiskundige kennis van de leraar uitgebreid worden. Leerlingen en collega’s komen soms met oplosstrategieën, waaraan jij op dat moment niet gedacht had (Subject Matter Knowledge uit schema MKT). Tijdens het observeren bestudeert de leraar hoe de leerling denkt. Zo kan hij kan hulp op maat aanbieden (Pedagogical Content Knowledge uit schema MKT). Als docent is het belangrijk om zowel wiskundige als pedagogisch-didactische kennis te bezitten en deze verder te ontwikkelen.

Het uitwisselen van ervaringen met collega’s is waardevol. De druk is hoog op de bovenbouw van een havo/vwo school en dan wordt er (te) weinig gesproken over didactische vaardigheden. Wij hebben het, tijdens onze studie, als nadeel ervaren dat we bij de vakken onderwijskunde en didactiek de colleges niet konden bijwonen, een gemiste kans (planning). Juist bij deze vakken gaat het niet alleen om theoretische kennis, maar ook om praktische kennis en uitwisseling van praktijkervaringen.

We willen tot slot nog even terugkomen op onze lesson study dag. Achteraf gezien hadden we beter een nieuw onderwerp voor de onderzoeksles kunnen kiezen. Nu hebben we de onderzoeksles niet hoeven aanpassen (paragraaf 3.3.3), omdat de les al ‘aangepast’ was met de bevindingen van het jaar ervoor van LST-1. Echter als de eerste les aan de mindere parallelklas was gegeven, hadden we de les waarschijnlijk wel aangepast.

Bij de observatieles zouden de observanten notities maken en daarbij letten op de ‘probleemaanpak van leerlingen’ (paragraaf 3.1.2 en 3.1.3). We hadden geen afspraken gemaakt over observatiecriteria. Hier is meer uit te halen.

6 Aanbevelingen

Aan het eind van ons reflectieverslag komen we tot enkele aanbevelingen voor de toekomst. Tijdens lesson study en 'probleem van de week' opdrachten hebben we gewerkt met groepjes. Een punt van aandacht zou kunnen zijn, hoe je deze groepjes zo efficiënt mogelijk kunt indelen. Een doel van groepswork is dat leerlingen van elkaar leren. Je kunt willekeurig groepjes maken, zoals wij gedaan hebben bij lesson study. Je zou ook kunnen kiezen voor heterogene of homogene groepjes. Een voordeel van heterogene groepjes is dat de betere leerling de zwakkere leerling kan helpen. Een nadeel kan zijn, dat een zwakke leerling te weinig wordt uitgedaagd om zelf na te denken. De betere leerling daarentegen zal niet altijd de motivatie hebben om uitleg te geven. Door het kiezen voor een homogene groep kun je zowel de excellente, als de zwakke leerling op niveau laten presteren. Je kunt de opdracht per groepje aanpassen. Dit biedt differentiatiemogelijkheden. Afhankelijk van de opdracht kun je variëren in de groepsgrootte.

Het observeren van de groepjes tijdens lesson study kan volgens ons verbeterd worden, door hier vooraf afspraken over te maken. Je zou een vast observatieformulier kunnen maken met vooraf opgestelde observatiecriteria. Je kunt de bevindingen dan beter met elkaar vergelijken.

Verder hebben we voor onszelf nog een aantal punten op een rijtje gezet, waar we in de toekomst aan willen werken:

- Meer ruimte inplannen voor groepsopdrachten, zodat leerlingen kunnen leren van elkaar.
- Regelmatig uitdagende opdrachten geven.
- Werken in homogene/heterogene groepjes is een goede didactische werkvorm bij sommige onderwerpen.
- Bewust observatiemomenten inplannen.
- Regelmatiger verschillende oplossstrategieën aan bod laten komen.

In de vakgroep willen we het volgende voorstellen:

- Tijd inruimen in jaarplanning voor lesson study.
- In de vakgroepvergadering ruimte inplannen om te discussiëren over de didactiek van je lessen.

7 Referenties

- Bakker, M., & Berg, M. van den (2013). Nationaal Onderwijsakkoord. *De Volkskrant* (2013, 20 september).
- Ball, D.L., Thames, M.H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: what makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59, 389-407.
- Creemers, B.P.M., & Kyriakides, L. (2008). *The dynamics of educational effectiveness. A contribution to policy, practice and theory in contemporary schools*. London: Routledge.
- Commissie Toekomst WiskundeOnderwijs (cTWO). (2007). *Visiedocument*.
- Depaepe, F., Verschaffel, L., & Kelchtermans, G. (2013). Pedagogical content knowledge: A systematic review of the way in which the concept has pervaded mathematics educational. *Teaching and Teacher Education*, 2013(34), 12-25.
- Diepstraten, I., Wassink, H., Stijnen, S., Martens, R., & Claessen, J. (2010). *Professionalisering van leraren op de werkplek, jaarboek Ruud de Moor Centrum*. Open Universiteit.
- Driel, I. van, (2006). *Professionalisering in school: een studie naar verbetering van het pedagogisch-didactisch handelen*. (Proefschrift Universiteit Utrecht).
- Drijvers, P., Streun A. van, & Zwaneveld B. (2013). *Handboek wiskundededidactiek*. (3^e druk). Amsterdam: Epsilon Uitgaven.
- Drijvers, P. (december 2011). Wat bedoelen ze toch met ...denkactiviteiten? *Nieuwe Wiskrant*, 31(2).
- Doorman, M., Kooij, H. van der, & Mooldijk, A. (2012). Denkactiviteiten, onderzoekend leren en de rol van de docent, *De Nieuwe Wiskrant (Freudenthal Instituut)* 31(4).
- Dudley, P. (2013). Teacher learning in Lesson Study. *Teaching and Teacher Education*, 2013(34), 107-121.
- Fernandez, C., Cannon, J., & Chokshi, S. (2003). A US-Japan lesson study collaboration reveals critical lenses for examining practice. *Teaching and Teacher Education*, (19), 171 – 185.
- Geerts, W., & Kralingen, R. van (2013). *Handboek voor Leraren*. (1^e druk). Bussum: Coutinho.
- Grift, W.J.C.M. van de, & Lam, J.F. (1998). Het didactisch handelen in het basisonderwijs. *Tijdschrift voor Onderwijsresearch*, 24(3), 224-241.
- Grift, W.J.C.M. van de, (2007). Quality of Teaching in Four European Countries: a review of the literature and an application of an assessment instrument. *Educational Research*, 49(2) 127-152.
- Grift, W.J.C.M. van de, Wal, M. van der, & Torenbeek, M. (2011). Ontwikkeling in de pedagogisch didactische vaardigheid van leraren in het basisonderwijs. *Pedagogische Studiën*, 88, 416-432.
- Grift, W.J.C.M. van de, & Helms-Lorenz, M. (in voorbereiding). *Vaardigheid en ervaring van leraren*.
- Grift, W. van de, Helms-Lorenz, M., Maandag D., & Vries, S. de (2012). Vakkundig meesterschap en meesterlijk vakmanschap. Geraadpleegd op 19 augustus 2013, van <http://www.rug.nl/education/lerarenopleiding/onderzoek/vakkundigmeesterschapmeesterlijkvakmanschap.pdf>
- Hattie, John A.C. (2009). *Visible Learning: a synthesis of over 800 of meta-analyses relating to achievement*. (1^e druk). Abingdon: Routledge.
- Isoda, M. (2010). Lesson Study: problem solving approaches in mathematics education as a Japanese Experience. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 8, 17-27
- Kyriakides, L., Creemers, B. P. M., & Antoniou, P. (2009). Teacher Behaviour and Student Outcomes: Suggestions for Research on Teacher Training and Professional Development. In: *Teaching and Teacher Education: An International Journal of Research and Studies*, 25(1) 12-23.
- Lesson Study UK. Geraadpleegd op 19 augustus 2013, van <http://lessonstudy.co.uk/about-us-pete-dudley/>
- Lester, Frank K. (2007). *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (Chapter 17 Lesh, R.; Zawojewski, J. Problem solving and modeling).
- Lewis, C. (2009). What is the nature of knowledge development in lesson study? *Educational Action Research*, 17 (1), 95 – 110.
- Nakatome, T. (1984). Konaikenshu o tsukuru: *Nihon no konaikenshu keiei sogoteki kenkyu* [Developing konaikenshu: A comprehensive study of the management of Japanese konaikenshu]. Tokyo: Tooyookan Shuppansha.
- Noffke, S. E., & Somekh, B. (1997). *The SAGE Handbook of Educational Action Research* (Chapter 11 Lewis, C., Perry, R., Friendkin, S. Lesson Study as action Research).
- OpenUniversiteitNederland (2009), Onderwijs Innovatie. Geraadpleegd op 12 augustus 2013, van <http://www.ou.nl/documents/10815/77b218b6-bef9-4aa6-8e1f-fc5012fb949d>
- Pólya, G. (1974). *Heuristiek en wiskunde*. Den Bosch: Malmberg.
- Roorda, Gerrit. (2012). *Ontwikkeling in verandering*, proefschrift. Geraadpleegd op 2 september 2013, van <http://www.rug.nl/education/lerarenopleiding/nieuws/proefschriftgerritroorda.pdf>

- Shulman, L.S. (1986). Those who understand: *knowledge growth in teaching*. *Educational Researcher*, 15, 4-14.
- Stigler, J.W., & Hiebert, J. (2009). *The Teaching Gap: Best Ideas from the World's Teachers for Improving Education in the Classroom*. Free Press, New York.
- The Ball MKT Framework van Computer-Aided College Algebra. Geraadpleegd op 7 oktober 2013, van math.okstate.edu/~wescoatt/CA%5E2/instructor/mkt.html
- Universiteit Twente. Geraadpleegd op 2 september 2013, van <http://www.utwente.nl/elan/medewerkers/verhoef.docx/>
- Verhoef, Nellie C. & Tall, David O. (2011). *Lesson study: the effect on teachers' professional development*. In: 35th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME), Ankara, Turkey, 10-15 July 2011.
- Verhoef, Nellie C. (2011). Lesson Study, deel 1. *Euclides*, 87(3). pp. 171-173.
- Verhoef, Nellie C. (2012). Je zult eerst moeten ontdekken hoe leerlingen denken. *Nieuwe Archief voor Wiskunde*, vijfde serie, deel 2, nummer 3, 206-209.
- Verhoef, Nellie C. (2012). Lesson Study, deel 2. *Euclides*, 87 (4). pp.144 - 147.
- Verhoef, Nellie C. (2013). Lesson Study, deel 3. *Euclides*, 88 (4). pp.173 - 176.
- VO-raad. Geraadpleegd op 12 augustus 2013, van <http://www.vo-raad.nl/over-de-vo-raad/de-vo-raad>
- Westhoff, G., (2012). De succesfactoren van onderwijs volgens John Hattie. Geraadpleegd op 26-08-2013, van <http://gerardwesthoff.wordpress.com>
- Yoshida, M, (1999). *Lesson study: A case of a Japanese approach to improving instruction through school-based teacher development*. Unpublished doctoral dissertation. The University of Chicago, Chicago, IL.

8 Bijlagen

Bijlage 1

Lesopzet

Doelgroep:	VWO 4 Wiskunde B
Onderwerp:	Meetkunde
Leerdoelen:	Algemeen: Probleemaanpak bij leerlingen structureren Wiskundig: door wekelijks aan lastige (meetkundige) problemen te werken, stimuleren we samenwerking en het ontwikkelen van een techniek om problemen op te lossen. Hierbij kiezen we problemen uit die geen 'standaard' aanpak hebben.
Nevendoelen:	Het zelfvertrouwen van leerlingen vergroten Leerlingen meer wiskundige bagage meegeven dan Getal en Ruimte alleen
Voorkennis:	Op het gebied van de meetkunde: kennis van driehoeken en tweedimensionale figuren, goniometrie (soscatoa) Op het gebied van analyse: differentiëren.
Beoogde lessen:	In de week van maandag 30-1 een les bij elk van de groepen (beginopdracht) In de week van maandag 26-3 een les bij elk van de groepen (eindopdracht)

Aandachtspunten bij de eerste les (beginopdracht):

- **Opstarten (bij binnenkomst)**
 - Zorg voor groepjes van drie tot vier leerlingen. Het lijkt ons het beste wanneer er afgewisseld wordt in groepssamenstellingen. Daarbij is het de bedoeling dat niet iedere week dezelfde leerlingen samenwerken met dezelfde leerlingen. Wissel na een aantal lessen in gelijke groepjes daarom af.
- **Introductie mogelijkheden (5 tot 10 minuten)**
 - Vertel iets over de maatschappelijke relevantie van het vak wiskunde. Dat kan zijn met filmpjes van (<http://www.uitzendinggemist.nl>), zoeken op wiskunde (wiskunde voor de profielen). Of bereid een verhaal voor over het beroep van de wiskundige en waar hij/zij zoal mee te maken krijgt. Er kan ook gewezen worden op het belang van het vak wiskunde bij vervolgstudies.
 - Vertel over het belang van de opdracht voor henzelf. Ze gaan iets leren over probleem-aanpak, en het omgaan met problemen die verder gaan dan de stof van het boek. Dit bereidt hen voor op een vervolgstudie, maar ook op het eindexamen.
 - Vertel over de bedoeling van het groepswork. Er wordt een voorzitter aangewezen (binnen de groep) die het proces in de gaten houdt. Er moet iets op papier komen, er moet iemand gaan presenteren en het is de bedoeling dat iedereen meedoet (samenwerking)! Groepen mogen ook pas een vraag stellen, als ze er over uit zijn, dat ze het niet binnen de groep kunnen oplossen.
 - Sluit af door te benadrukken, dat het niet alleen om de uiteindelijke oplossing gaat, maar toch ook vooral om de manier van aanpakken van een dergelijk probleem.
- **Zelfwerkzaamheid in groepjes (20 tot 30 minuten)**
 - Deel de opdrachten uit en zorg ervoor dat elke groep een voorzitter heeft.
 - Loop rond en houd het proces in de gaten.
 - Beantwoord vragen waar nodig.
- **Nabespreking (10 tot 15 minuten)**
 - Haal verschillende groepjes leerlingen naar voren. Laat per groepje één of twee leerlingen hun oplossing aan de klas presenteren. Zorg ervoor dat verschillende oplossingen aan bod komen.
 - Stel als docent kritische vragen aan de leerlingen waarom ze bepaalde stappen gezet hebben. Betrek ook de klas daarin en vraag bijvoorbeeld wat de voor- of nadelen zijn van verschillende oplossingsmethoden.
 - Sluit af door nogmaals te benadrukken dat leerlingen toch vooral de verschillende manieren van aanpak moeten onthouden. Er zullen meer opdrachten komen, waarin ze opnieuw de kans krijgen ermee te oefenen.

Bijlage 2

Planning LST-2 voor schooljaar 2012-2013

Lesson study team 2 wiskunde schooljaar 2012/2013

Climmy, Marjan, Michiel, Frits en Evelien

Begeleider: Daan van Smaalen, Universiteit Twente

Tijdsplanning

Week	Lesson Study	Stof uit boek	Bijzonderheden
4 / do. 24-1	Beginopdracht	Voorkennis H4 Goniometrische Verhoudingen Opgaven 1, 2	Start Lessen na SE2
5 / eigen moment	Probleem v/d week 1	4.1 Rekenen met Wortels Opg. 1, 2, 3 4.2 Lengte en Oppervlakte Opgaven 11 t/m 21	Start 2 ^e Semester
6	Probleem v/d week 2	4.1 Rekenen met Wortels Opg. 4, 5, 6 4.2 Lengte en oppervlakte Opgaven 22 t/m 28 4.3 Gelijkvormige en Congruente Driehoeken Opg. 29 t/m 34	
7	Probleem v/d week 3	4.1 Rekenen met Wortels Opg. 7, 8 4.3 Gelijkvormige en Congruente Driehoeken Opg. 36 t/m 52	
8	Probleem v/d week 4	§4.5 Meetkunde en Geogebra Opg.53 t/m 64	
9	Vakantie	Vakantie	Vakantie
10	Probleem v/d week 5 Afsluitende probleem, eindopdracht		
11/ do 28-2	Nabespreking eindopdracht		
12	Eindopdracht		
13			Wo. 20-3 Start SE3 5H/6V

Beginopdracht: Een les aansluitend op de toetsstof van SE2. Te denken valt aan een meetkundeopdracht, waarbij leerlingen moeten maximaliseren.

Eindopdracht: Een afsluitend meetkundig probleem

Probleem v/d week:

- één les per week: leerlingen lossen in groepjes een groter probleem op
- één groep presenteert: in de loop van de les wordt een groep aangewezen

Planningsbijeenkomst

Opening van de bijeenkomst (ongeveer 10 minuten)

- Landen: wil iemand terugkomen op de vorige bijeenkomst?
- Verdeel de taken: kies een voorzitter en een notulist.
- Bespreek/herhaal de onderzoeksfocus.
 - Wat willen we dat de leerlingen leren van de onderzoekslessen?
 - Wat willen we zelf leren van de onderzoekslessen?
- Bespreek de notulen van de vorige bijeenkomst.
- Stel de agenda vast: bespreek het doel van de bijeenkomst, welke punten aan bod zullen komen en hoeveel tijd er voor elk punt is.

Agenda

Agendapunt	Tijd
•	
•	
•	

Sluiting van de bijeenkomst (ongeveer 15 minuten)

- Bespreek de uitkomsten van de bijeenkomst.
 - Wat was het doel van de bijeenkomst?
 - Wat is er besproken?
 - Welke besluiten zijn er genomen?
- Bepaal de actiepunten: wie doet wat wanneer?
- Verzamel aandachtspunten en ideeën voor de volgende bijeenkomst en maak een conceptagenda.
- Blik terug op de bijeenkomst.
 - Hoe heeft een ieder de bijeenkomst ervaren? Wat ging er goed en wat kan er beter?
 - Wat heb je aan de bijeenkomst gehad?

LST-2: Team Frits, Marjan, Climmy

Notulen bijeenkomst 1/11/12 met Daan, Marjan, Frits en Climmy

De **onderzoeksfocus** voor dit team is: De houding van leerlingen omtrent probleemaanpak versterken. Daarbij ligt de focus op het gedrag van de lln en niet op de docent. We willen leerlingen leren “puzzelen”, doorzetten bij moeilijke problemen, zelfstandig. En prettig neveneffect is als docenten meer bewust worden van het belang hiervan en het meer integreren in elke les.

Klas: 4vwo wiskunde B

Wanneer: periode 3. In die periode is er 3 uur/week les, wat niet noodzakelijk is voor de lesstof. We zullen 2 uur/week gebruiken voor de reguliere stof en 1 uur/week aan de 'probleemaanpak' lessen, in de stijl van vorig jaar met het Probleem van de Week.

Voor de kerstvakantie beginnen lukt niet, vanwege gebrek aan voorbereidingstijd.

Er komen 2 observatielessen, aan het begin en het einde van de periode. De observatieles wordt 2 maal gegeven en uitgebreid geëvalueerd.

Wat: opdrachten met een meetkundige insteek, die passen bij de periode. Opdrachten worden in wellicht deels in groepjes gemaakt, deels individueel, of combinaties hiervan. We moeten nog nadenken over hoe we dat inrichten, zodat we juist het leerproces het beste kunnen observeren.

Het is belangrijk de leerlingen goed voor te bereiden op het waaróm van de lessen. Het gaat niet om de oplossing maar om verschillende oplostechnieken.

Volgende bijeenkomsten:

Do 22 nov 15.15 – 17.00 uur. Iedereen neemt 1 opdracht mee naar bijeenkomst, met uitleg waarom je die opdracht gekozen hebt en wat je er mee wilt bereiken. Eerste lesopzet maken.

Do 6 dec 15.15 – 17.00 uur. Lesopzet definitief maken.

Actielijstje:

- Vragen aan Chantal en Anneke welke opdrachten van vorig jaar geschikt waren. (Wie?)
- Iedereen: een opdracht zoeken voor de lessen en doormailen voor de volgende vergadering, zodat men tijd heeft het door te lezen van te voren. Naast de opdracht ook een uitleg waarom je deze hebt gekozen en ook wat verwacht je dat de leerlingen zullen doen.

Bijlage 5

Lesvoorbereidingformulier

Klas:4VWO datum: 13 februari lesuur:1

leerproces leerlingen

Beginsituatie/voorkennis: goniometrie in rechthoekige driehoek, stelling van pythagoras, gelijkvormigheid en congruentie in vlakke figuren

Lesdoelen:

Na de les weten/begrijpen de leerlingen: door samenwerking de oplossing kunnen vinden voor een gegeven meetkundig probleem: 'probleem van de week'

Na de les kunnen de leerlingen: door overleg in een groepje van 4 personen de aanpak van een lastige meetkundige opdracht aangeven, deze uitwerken en hun werkwijze uitleggen voor het bord

Leerstof: vlakke meetkunde

Werkvormen: werken in een groepje van 4

Lesmaterialen: 'probleem van de week' op stencil , werkblad, ruitjespapier

Kernvoorbeelden of kernopgaven: door LST uitgezocht en voorbereid o.l.v. Daan van Smaalen

Evaluatie van de lesdoelen: discussie aan de hand van de uitleg van een groepje voor het bord. Heeft de groep een oplossing gevonden? Waren er andere manieren om tot de oplossing te komen?

Kritische factoren

Leerstof: eerste les meetkunde, is de beginsituatie goed ingeschat? Kunnen de leerlingen op weg zonder uitleg vooraf over het onderwerp

Leerlingen: eerste keer dat ze in groepjes werken, hoe pakken ze dat op? Ik maak de groepjes willekeurig op binnenkomst van de leerlingen.

School: leerlingen zijn niet gewend om bij wiskunde in groepjes te werken. Dat een groepsopdracht bij wiskunde mogelijk is, is een nieuwe ervaring voor de leerlingen en ook voor mij.

Tijd	doel	Leerstof	werkvorm	Activiteit van de docent	Activiteit van de leerling
10 min	Introductie probleem van de week	Probleem van de week	Instructie en filmpje	uitleg	Luisteren wat de bedoeling is
30 min	Oplossing zoeken van een meetkundig probleem	Vlakke meetkunde	groepswork	Observerend begeleidend	Onderling overleggen, hardop denken, tekenen en schrijven
10 min	De oplossing voor/op het bord uitleggen	Meetkunde	Uitleg geven voor de klas	begeleider	Uitleg-luisteren-interactie-schrijven op bord

leerproces Docent In Opleiding

Beginsituatie/aanleiding: LST: een groep docenten heeft een opdracht opgesteld van een meetkundig probleem. Hierbij wordt zo weinig mogelijk informatie gegeven in de opdracht, zodat de leerlingen bij de uitwerking meerdere kanten op kunnen. Iedere docent geeft deze periode, naast 2 reguliere lessen over meetkunde, 1 les het 'probleem van de week' aan klas 4 vwo, wiskunde B.

Leerdoel: probleemoplossend leren in een groep, van en met medeleerlingen, zonder tussenkomst van de docent. In ieder geval zo min mogelijk inbreng van de docent, echter een groepje moet niet helemaal vastlopen. De docent is observator en begeleider.

Werkvorm: groepjes

Materialen: opdracht op papier, A4 met twee voorgedrukte 6-hoeken (*bijlage 3b*), (klad)papier
De opdracht luidde:

Gegeven is een regelmatige zeshoek.

Hierin zijn twee verschillende rechthoeken te vinden:

Een rechthoek die vier hoekpunten van de zeshoek verbindt en een rechthoek die de middens van vier zijden verbindt.

Vraag: Hoe verhouden zich hun oppervlaktes?

Evaluatie van leerdoel: leren van en met elkaar, docent begeleidt en observeert, maar is geen instructeur. Door samen een probleem aan te pakken komen leerlingen een heel eind op weg en hebben nauwelijks hulp nodig om tot de oplossing van de opdracht te komen.

Bijlage 6

De verschillende problemen LST-2

Probleem :

Hulpvragen:

1. Wat wordt gevraagd?
2. Wat zijn de gegevens?
3. Heb je al een figuur gemaakt?
4. Kun je een eenvoudig geval onderzoeken?
5. Kun je een getallenvoorbeeld doorrekenen?
6. Kun je lettervariabelen invullen voor onbekenden
7. Kun je probleem vertalen naar een andere representatieve situatie
8. Welke bruikbare kennis heb je?

Een mogelijke oplossing:

Verwacht leerlingengedrag:

1. ...
- 2.

Uitbreiding:

1. ...
- 2.

Bijlage 7

Probleem 1

Gegeven is een regelmatige zeshoek.

Hierin zijn twee verschillende rechthoeken te vinden:

Een rechthoek die vier hoekpunten van de zeshoek verbindt en een rechthoek die de middens van vier zijden verbindt.

Vraag: Hoe verhouden zich hun oppervlaktes?

De leerlingen kregen ook een A4-tje met daarop twee 6- hoeken getekend, die ze als werkblad mochten gebruiken(werkblad 1.1) en (klad)papier.

Wat verwacht ik vooraf bij de probleemaanpak van de leerlingen:

Werkblad gebruiken en hierin de twee rechthoeken tekenen

Letters bij de hoekpunten van de zeshoek en ook bij de getekende rechthoek die de middens van 4 zijden verbindt.

Ze gaan misschien de lengte en breedte van de rechthoeken opmeten om een idee te krijgen.

Gelijkvormigheid herkennen.

SOS, CAS, TOA toepassen.

Een zijde een waarde toekennen en dan gaan rekenen.

Letters bij de zijden van de rechthoek en daarmee rekenen.

Een mogelijke uitwerking:

Som hoeken= 720°

Stel $DF = x$ en $DC = y$, dan $\text{opp}_{ACDF} = xy$

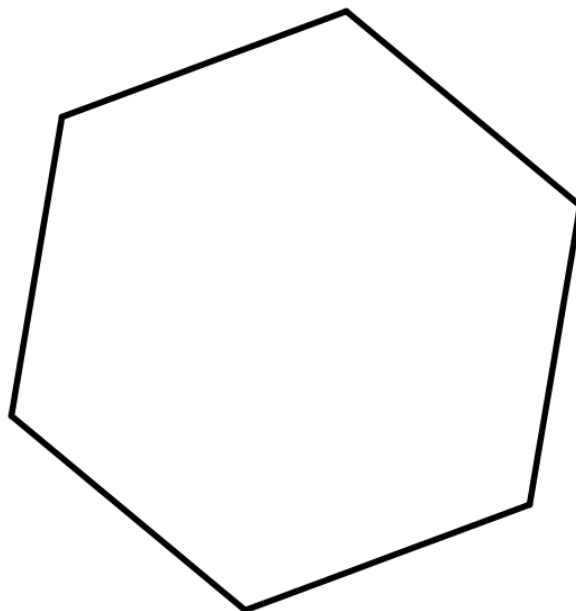
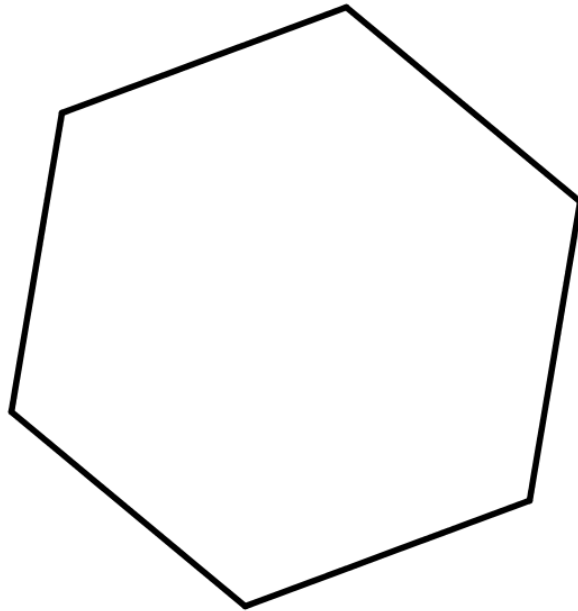
$RS = 0.5x$, vanwege gelijkvormigheid

In rechthoekig driehoekje RDT kun je RT berekenen: $\sin 30^\circ = RT/RD = RT/0.5$

Dus $RT = 0.5\sin 30 = 0.25y$

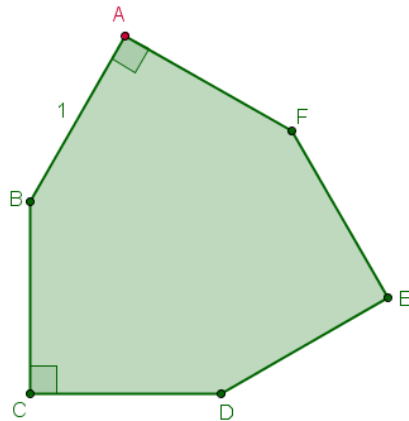
$\text{Opp}_{PQRS} = 0.5x(y + 2 \cdot 0.25y) = 0.75xy$

Verhouding $\text{opp}(ACDF) : \text{opp}(PQRS) = xy : 0.75xy = 1 : 0.75 = 4 : 3$



Probleem 2

Van een zeshoek $ABCDEF$ hebben alle zijden lengte 1.
 Gegeven is verder dat hoek A en hoek C gelijk zijn aan 90 graden.
 Wat is de maximale oppervlakte die de zeshoek kan hebben?



De
 $\frac{1}{2}$. Tezamen
 twee
 Wat overblijft
 van een

oppervlakte van $\triangle ABF = \triangle BCD = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 =$
 maakt dit een oppervlakte van 1 voor deze
 driehoeken.
 is de vierhoek BDEF. Deze heeft de vorm
 vlieger, waarbij $BD = BF = \sqrt{2}$ en $DE = DF = 1$.

Oplossing 1:

De oppervlakte van $\triangle BEF$ is maximaal als hoek BFE recht is. Immers, neem BF als basis. Deze basis heeft lengte $\sqrt{2}$. De bijbehorende hoogte is de loodrechte afstand tussen punt E en zijde BF . Deze afstand is maximaal als hoek BFE 90 graden is.
 De oppervlakte van de vlieger wordt dan: $BF \cdot BE = \sqrt{2} \cdot 1 = \sqrt{2}$.
 De totale oppervlakte wordt dan $\sqrt{2} + 1$.

Oplossing 2:

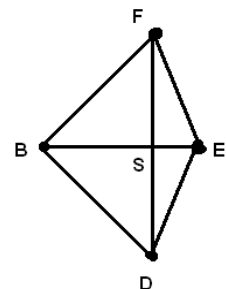
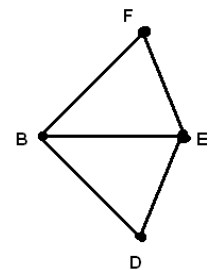
Introduceer punt S door DF te verbinden en BE . Het snijpunt is S .
 Noem $BS = x$.

De lengte van SF wordt dan (Pythagoras): $\sqrt{(2-x^2)}$.

De lengte van SE wordt dan (Pythagoras): $\sqrt{(x^2-1)}$.

De oppervlakte van de vlieger is dan: $2 \cdot \text{opp. } \triangle BEF = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot BE \cdot SF = (x + \sqrt{(x^2-1)}) \cdot \sqrt{(2-x^2)}$. Lastig algebraïsch op te lossen.

Deze functie invoeren in GR, window $X_{\min}=1$ en $X_{\max}=\sqrt{2}$. Dit geeft $x = 1,15$ en $Y = 1,41$. De maximale oppervlakte wordt dan $1 + 1,41 = 2,41$.



Probleem 3

Probleem van de Week: de droogmolen

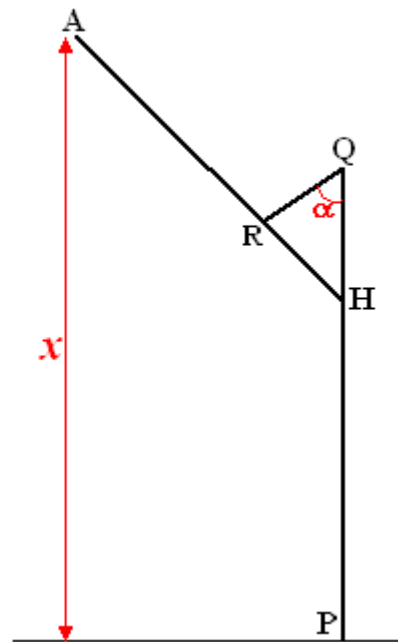
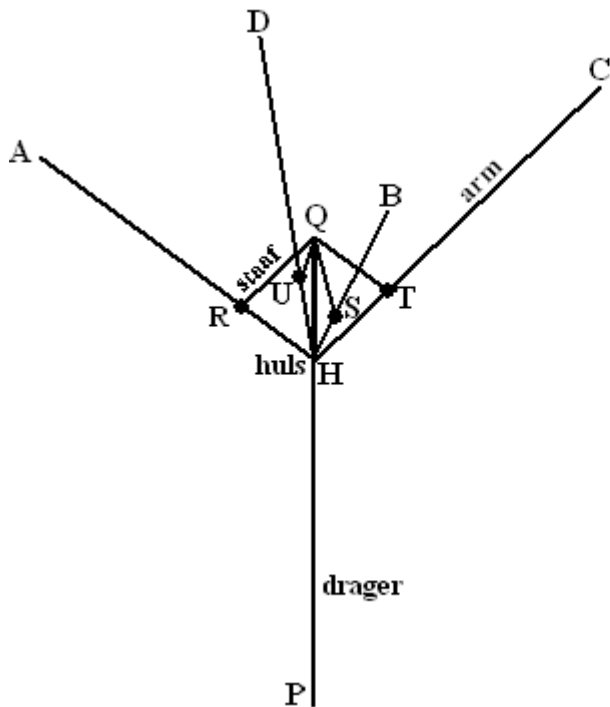
Hieronder is een metalen geraamte van een droogmolen getekend.

De waslijnen ontbreken.

Getekend zijn:

- de verticale drager PQ.
- de even lange armen HA, HB, HC en HD
- De even lange staven QR, QS, QT en QU.

De punten R, S, T en U hebben dezelfde afstand tot H.



In H zit een ringvormige huls om de drager. Deze huls kan schuiven langs de drager en met een schroefje op elke hoogte worden vastgeklemd. De hoogte van H ten opzichte van de grond is dus variabel. Alle overige verbindingen tussen twee onderdelen zijn zo gemaakt dat die onderdelen alleen maar ten opzichte van elkaar kunnen draaien.

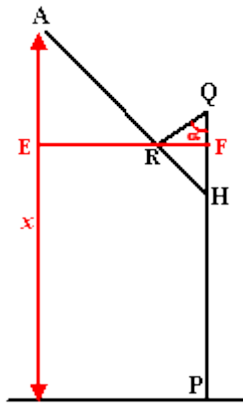
Als de huls langs de draaier wordt geschoven verandert de stand van de armen. Daardoor verandert de hoogte van de vrije uiteinden A, B, C en D.

Vat in deze opgave drager, armen en staven op als lijnstukken en de huls en overige verbindingen als punten.

Afmetingen in cm: $PQ = 200$, $QR = 40$, $AR = 120$ en $HR = 60$.

α is de hoek in graden die de staf RQ maakt met de drager PQ. De hoogte (in cm) van het vrije uiteinde A van de arm HA ten opzichte van de grond noemen we x . Zie de figuren hierboven. Bereken x als $\alpha = 30$ graden

Uitwerking:



$$x = PQ - QF + AE$$

$$\alpha = 30 \text{ graden}$$

$$\Delta QFR \quad \cos 30 = QF/40 \quad \text{dus } QF = 40 \cdot \cos 30$$

$$\sin 30 = RF/40 \quad \text{dus } RF = 40 \sin 30 = 20$$

$$\Delta RFH \quad HF^2 = RH^2 - RF^2 \quad \text{dus } HF = \text{SQRT}(60^2 - 40^2) = \text{SQRT}(3200)$$

$$\Delta RFH \sim \Delta REA \quad \text{dus } HF/AE = HR/AR$$

$$\text{dus } \text{sqrt}(3200)/AE = 60/120 \quad \text{dus } AE = 2 \cdot \text{sqrt}(3200)$$

$$x = PQ - QF + AE = 200 - 40 \cdot \cos 30 + 2 \cdot \text{sqrt}(3200) = 278,5 \text{ cm}$$

Verwachtingen:

Ik verwacht de leerlingen eerst gaan tekenen. Omdat α gegeven is, gaat een enkel groepje misschien wel op schaal tekenen en meten.

Ik verwacht dat er een discussie zal komen over ΔQRH , of hoek R een rechte hoek is of niet. Ze zullen hopelijk op zoek gaan naar rechte hoeken en een hulplijn gaan tekenen. Dat kan natuurlijk op vele manieren. Ook zullen ze op zoek gaan naar gelijkvormigheid, ook dat kan op meerdere manieren, maar is in essentie vergelijkbaar als strategie.

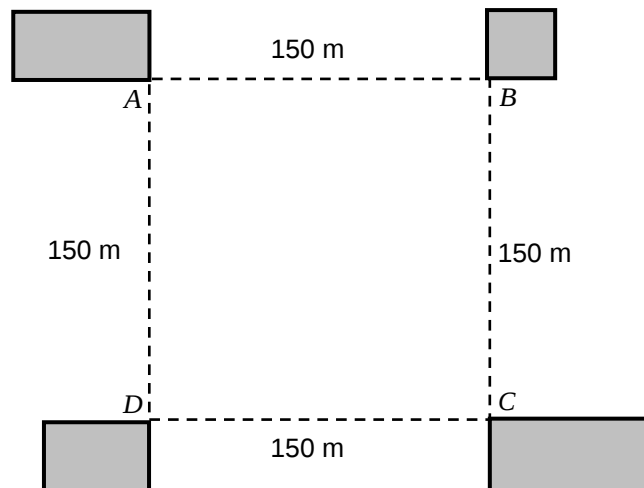
Ik vind dit een goed probleem, omdat het zowel gelijkvormigheid, als pythagoras en gonio bevat. Er zijn meerdere manieren om het probleem op te lossen, hij is zeker niet te moeilijk, maar het is wel even een puzzeltje. Ik denk dat ze hiermee wel aan de slag kunnen en altijd wel iets kunnen gaan berekenen, mits ze een hulplijn kiezen.

Doordat iedereen hier wel wat mee kan, doen ze hopelijk een positieve ervaring op, dat je met simpele technieken (hulplijn, soscatoa, pythagoras) toch een ingewikkeld lijkend probleem op kunt lossen, mits je gewoon maar aan de slag gaat.

Probleem 4

Popfestival

Op het terrein van een popfestival zijn vier tenten opgesteld zoals in figuur hieronder is weergegeven. De ingangen A , B , C en D van de tenten vormen samen een vierkant met een zijde van 150 meter.

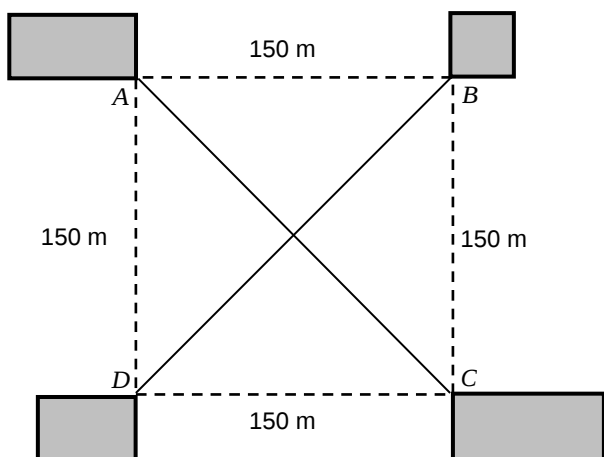


Figuur: het bovenaanzicht van het terrein van het popfestival.

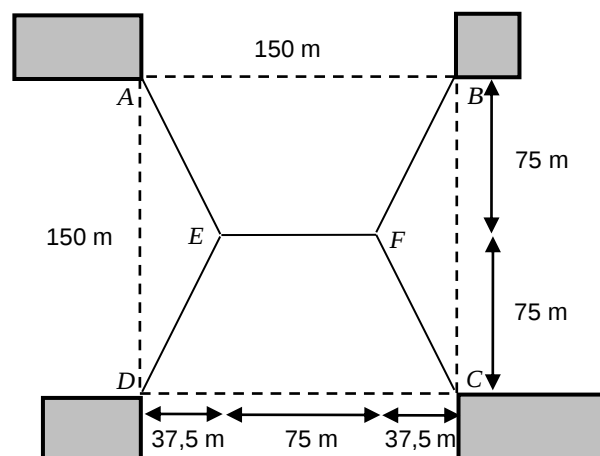
Voor de dag waarop het popfestival plaatsvindt wordt slecht weer voorspeld. De organisator besluit daarom om met platen looppaden tussen de ingangen tenten te maken. Zo hoopt hij te voorkomen dat het terrein erg modderig wordt. De looppaden worden zo aangelegd dat vanuit een tent ook de overige drie tenten bezocht kunnen worden.

De organisator wil weten hoeveel meter planken hij minimaal nodig heeft voor het aanleggen van de looppaden.

In deze opdracht zal eerst nagegaan worden hoeveel meter pad er voor twee eenvoudige situaties nodig is.



Figuur 3.5: situatie uit onderdeel a.



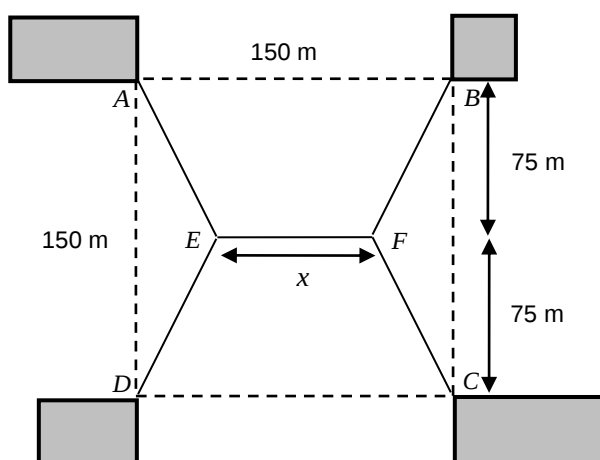
Figuur 3.6: situatie uit onderdeel b.

- a. Bereken hoeveel meter pad er aangelegd moet worden als de planken neer worden gelegd als in figuur 3.5 is weergegeven. Rond in je antwoord af op gehele meters.

De organisator merkt dat hij onvoldoende planken heeft om de planken zo neer te leggen en besluit daarom om de looppaden als in figuur 3.6 aan te leggen.

- b. Bereken hoeveel meter pad aangelegd moet worden als de planken op deze manier worden neergelegd. Rond in je antwoord af op gehele meters.

De organisator wil weten hoeveel meter planken hij minimaal nodig heeft voor het aanleggen van de looppaden. Noem de afstand EF in meters nu x . Zie figuur 3.7.



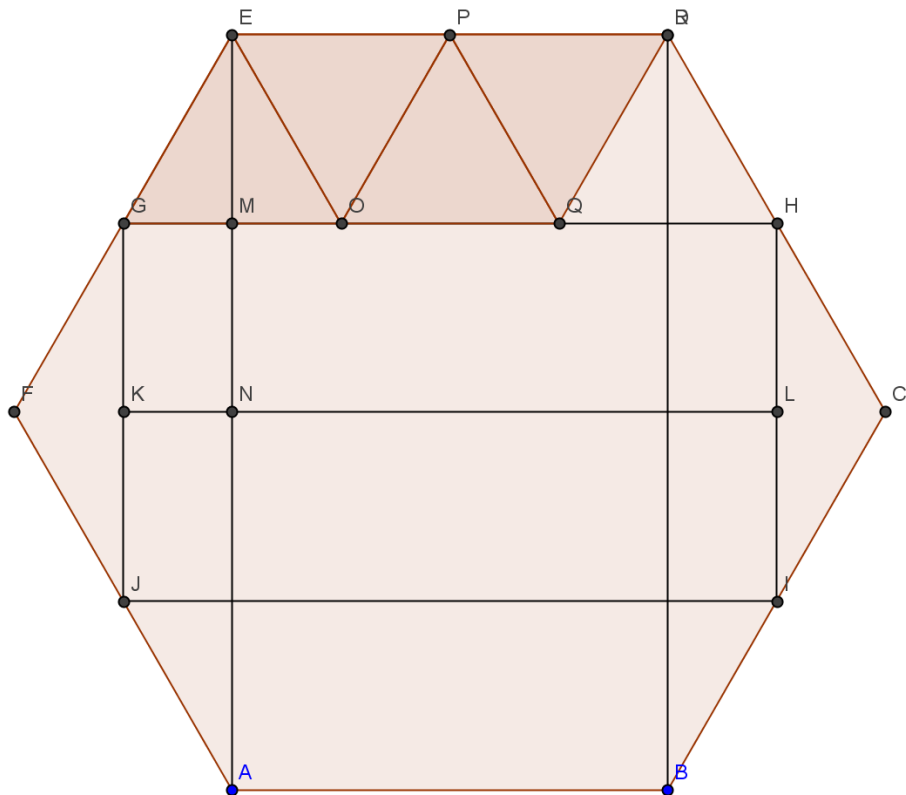
Voor de lengte l in meters geldt dan de volgende formule:

$$l = x + 4\sqrt{\frac{1}{4}x^2 - 75x + 11.250}$$

- c. Laat zien dat deze formule klopt.
d. Bereken voor welke waarde van x de lengte van het looppad minimaal is. Rond in jouw antwoord af op gehele centimeters.
e. Bereken de minimale lengte van het looppad. Rond in je antwoord af op gehele meters.
f. Maak op schaal 1 : 3.000 een tekening van de situatie die hoort bij onderdeel d.

Bijlage 8

Een meetkundige oplossing van een groep:



Zij hebben gebruik gemaakt van gelijkvormigheid:

Rechthoek ABDE bestaat uit 4 congruente rechthoeken, 2 daarvan namelijk de middelste twee behoren ook tot rechthoek JIHG. De vier kleine congruente rechthoeken die overblijven in rechthoek JIHG passen precies in een congruente rechthoek van ABDE. Ze hebben dat aangetoond met behulp van gelijkzijdige driehoeken (zie tekening).

Dus de verhouding is:

Rechthoek ABDE : rechthoek JIHG = 4 : 3

Bijlage 9

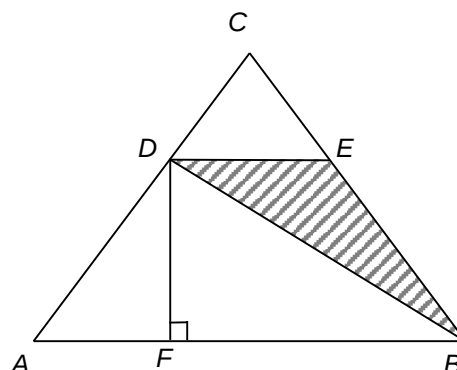
Twee uitgezochte opdrachten, de eerste uit de toets, de tweede uit de herkansing:

BONUSOPGAVE

Gegeven is de gelijkbenige driehoek ABC met $AB = 6$ en $AC = BC = 5$.

Punt D ligt op AC en punt E op BC zo, dat $DE \parallel AB$.

- 5p Bereken algebraïsch de maximale oppervlakte van driehoek DBE.



Antwoordmodel:

BONUS

Een mogelijke oplossing:

Aantonen dat $\triangle ABC$ en $\triangle DEC$ gelijkvormig zijn 1

Stel $DE = x$, *hoogtelijn* $ABC = 4$, dan *hoogtelijn* $DEC = \frac{2}{3}x$ 1

$DF = 4 - \frac{2}{3}x$ 1

$opp = x \cdot \left(4 - \frac{2}{3}x\right) \cdot \frac{1}{2} = -\frac{1}{3}x^2 + 2x$ 1

$x_{top} = 3$, of mbv afgeleide geeft $opp = 3 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} = 3$ 1

4p **BONUSOPGAVE**

Gegeven is rechthoek ABCD met $AB = 10$ en $BC = 5$. Op de zijden BC en CD zijn rechthoekige driehoeken BCP en CDQ geplaatst, zo dat de punten P, C en Q op één lijn liggen. Verder is $BP = 4$. De lijn door A, die loodrecht staat op PQ, snijdt PQ in R.

Bereken AR.

BONUS

Een mogelijke oplossing:

Juiste tekening 1p

loodlijn DS op AR 1p

$AS = BP = 4$ 1p

$AR = 10$ 1p

Bijlage 10

Van: leusinkevelien@gmail.com
Verzonden: maandag 11 november 2013 12:45
Aan: marjanatema@hetnet.nl
Onderwerp: Enquête lesson study

Als je problemen hebt met het weergeven of verzenden van dit formulier, kun je het online invullen:
https://docs.google.com/forms/d/1LXHnDL9_VEXRFIBoKEILJp8N_tnDq9VXTY_FSn_VT3A/viewform

Enquête lesson study

Algemene vragen

Wat is uw naam? *

*Wat is uw leeftijd?

- ☐ ()<30
- ☐ () 30-<40
- ☐ () 40-<50
- ☐ () 50-<60
- ☐ () 60-<.....

*

Wat is uw geslacht?

- ☐ () m
- ☐ () v

*

Hoeveel jaar leservaring heeft u?

*

Hoeveel jaar geeft u les in de bovenbouw?

*

Wat is uw hoogst genoten opleiding?

- ☐ () HBO
- ☐ () Universitair

Uitspraken en reflectie

De volgende uitspraken hebben betrekking op onze ervaringen met lesson study en zijn onderverdeeld in voorbereiding, observatie en evaluatie. Wilt u aangeven in hoeverre u het met onze reflectie eens bent?

Vorbereitung:

1 Het gezamenlijk voorbereiden van een onderzoeksles heeft een meerwaarde omdat ik van collega's hoor hoe zij de les zouden willen geven en dat kan verschillen met hoe ik het doe of deed. *

Het discussiëren over de te geven les doe je normaal gesproken niet. Dat is nieuw voor mij, maar wat is de meerwaarde? Als ik normaal gesproken een les voorbereid, denk ik na over onderstaande punten, in willekeurige volgorde vermeld: • Wat wil ik met deze les bereiken? • Hoe deel ik de les in? • Ik bestudeer de leerstof in het boek, hoe wordt het daar uitgelegd? • Hoe deed ik het vroeger zelf? • Ik neem de bevindingen van een eerder gegeven les mee. • Laat ik hen individueel, in tweetallen of in een groepje werken? • Welke problemen verwacht ik bij leerlingen? • Welke misconcepties verwacht ik? • Ik houd rekening met de klas die ik voor me heb. • Welke voorkennis mag ik verwachten? • Welke lesmaterialen gebruik ik? • Hoe beëindig ik de les? Je eigen ervaring is je enige referentiekader. Met de voorbereiding tijdens lesson study denk je met het team over deze punten na en je ervaart dat niet iedereen het op dezelfde manier doet. Je praat met collega's en je krijgt inzicht in de ziens- en werkwijze van hen. Dit geeft je nieuwe inzichten. Het is wat mij betreft verrijkend. Enerzijds omdat het bevestigend kan zijn omdat je eenzelfde manier van aanpakken hebt, maar anderzijds kan het een andere manier zijn, waar je nog nooit aan gedacht hebt. Kortom je reflecteert op elkaars en op je eigen lessen. Leraren leren van elkaar.

	1	2	3	4	5	
helemaal oneens						
Selecteer een waarde uit een bereik van 1,helemaal oneens, tot en met 5,helemaal eens,.	()	()	()	()	()	helemaal eens

2 Het individueel en tijdens de voorbereiding gezamenlijk selecteren van uitdagende opdrachten voor de onderzoeksles en voor de 'probleem van de week' lessen, heeft ons didactisch kader vergroot. *

We hadden vooraf samen de selectiecriteria voor een uitdagende opdracht bepaald: 1. De opdracht moet de leerling tot denken aanzetten. 2. Een oplossing is niet onmiddellijk met een algoritme te vinden. 3. Er zijn meerdere oplosstrategieën mogelijk. 4. Een open opdracht, geen stapelvraag. Als teamlid moet je eerst individueel nadenken waar je geschikte opdrachten gaat zoeken: uit het boek, uit oude examens, zelf bedenken? Je hoort tijdens de bespreking hoe anderen dit gedaan hebben. Ik heb gekozen voor twee opdrachten uit het boek, die ik aangepast heb. De geselecteerde opdracht voldeed naar mijn mening aan de gestelde criteria. Je kunt door tekenen en/of vouwen oplossingen vinden voor dit meetkundige probleem, maar algebraïsch oplossen behoort ook tot de oplosstrategieën. Ik merk dat ik zelf een meetkundig probleem meestal algebraïsch aanpak en ben daardoor geneigd dat ook bij mijn leerlingen te verwachten. Doordat je samen discussieert over de geselecteerde opdrachten, rekening houdend met de moeilijkheidsgraad en mogelijke aanpak van leerlingen, vul je elkaar als collega's aan. Leerlingen in een groepje laten werken, om samen tot de oplossing van een (meetkundig) probleem

te komen, is iets wat ik tot nu toe niet vaak deed. De verwachte voorkennis, de verwachte aanpak, wel of geen werkblad gebruiken bespraken we tijdens de voorbereiding. Het uitwisselen van deze verwachtingen was verrijkend. Tijdens de observaties kunnen we erachter komen of onze verwachtingen kloppen of bijgesteld moeten worden. Ons didactisch kader is vergroot.

	1	2	3	4	5	
helemaal oneens						
Selecteer een waarde uit een bereik van 1,helemaal oneens, tot en met 5,helemaal eens,.	()	()	()	()	()	helemaal eens

3 Het maakt voor mijn manier van voorbereiden niet uit, dat ik meegedaan heb aan het lesson study. *

Door mee te doen aan lesson study ben ik meer gaan nadenken over mijn eigen lessen. Bij de voorbereiding van een goede les komt heel wat kijken. Dat merk je als je de punten van aandacht expliciet gaat benoemen (zie uitspraak 1). Bovendien geeft het observeren van lessen tijdens lesson study je inzicht in wat leerlingen doen, maar je ziet ook hoe een collega voor de klas staat en hoe hij lesgeeft. Als docent moet je oppassen dat je lessen niet routinematig worden. Je moet uitdagingen en mogelijkheden tot ontwikkeling blijven zien. Bovendien wil ik met de tijd meegaan. Daardoor hoop ik het voor mezelf en de leerlingen aantrekkelijk te blijven houden. Het maakt voor mij wel degelijk uit dat ik meedoe aan lesson study. Door de ervaringen van vorig jaar heb ik een aantal dingen geleerd die ik hier wil noemen: 1. Leerlingen kunnen van elkaar leren, geef daar meer ruimte voor tijdens je lessen. 2. Een uitdagende opdracht op zijn tijd en zeker ook aan het begin van een hoofdstuk werkt motiverend voor leerlingen 3. Een docent moet open staan voor andere oplosstrategieën en zich daar in verdiepen 4. Werken in groepjes bij sommige onderwerpen is een goede didactische werkvorm. 5. Docenten kunnen van elkaar leren. 6. Docenten krijgen meer inzicht in de wiskundige aanpak van leerlingen. Lesson study heeft onze manier van lesgeven positief beïnvloed.

	1	2	3	4	5	
helemaal oneens						
Selecteer een waarde uit een bereik van 1,helemaal oneens, tot en met 5,helemaal eens,.	()	()	()	()	()	helemaal eens

Observatie:

1 Tijdens het laten maken van de opdracht heb ik kunnen observeren of de leerlingen de opdracht begrepen hebben. *

Ik heb geobserveerd bij een groepje van vier personen. De leerlingen begonnen gelijk te discussiëren met het gegeven werkblad erbij. Wat opviel is dat ze hardop denken en hardop vragen stellen. Ze zijn dan nog op zichzelf gericht. Vervolgens, door vraag en antwoord naar elkaar toe, proberen ze grip te krijgen op het probleem. Ze gebruiken daarbij het werkblad en schetsen daarin. Ze halen samen voorkennis op: Stelling van Pythagoras, som van de hoeken in een veelhoek, SOSCASTOA. Het viel verder op dat als de docent langskomt er een (onnodige) vraag gesteld wordt om bevestiging te krijgen of ze het goed doen. Dit terwijl er vooraf gezegd was dat ze er met het groepje (samen) uit moesten komen, dat zegt de docent dus nog een keer. Na enkele minuten begrijpt iedereen het probleem, ze kunnen dat verwoorden naar elkaar. Leerlingen krijgen grip op het probleem door met elkaar te overleggen.

	1	2	3	4	5	
helemaal oneens						
Selecteer een waarde uit een bereik van 1,helemaal oneens, tot en met 5,helemaal eens,.	()	()	()	()	()	helemaal eens

2 Het is mij duidelijk geworden welke misconcepties er bij de leerlingen leven. *

Een aantal misconcepties kwam tijdens het observeren naar voren. Een groepje berekende met behulp van de stelling van Pythagoras de lengte van een zijde in een rechthoekige driehoek. Eén leerling nam de verkeerde zijde als schuine zijde en kwam tot een verkeerd antwoord. Hij werd snel gecorrigeerd door zijn groepsgenoten. Een snelle feedback op een gemaakte fout heeft meer effect dan correctie in een volgende les. Een andere misconceptie ontstond door het verkeerd berekenen van de som van de hoeken van een zeshoek. Iemand kwam op het idee, het antwoord te controleren, door een hoek op te meten. Ze zagen dat het antwoord niet juist was en er werd een nieuwe strategie bedacht. Doordat ze in een groepje werkten, kwamen ze er zelf achter dat ze een denkfout gemaakt hadden en puzzelden ze verder. Ook was er een leerling die de haakjes in $[(1+\sqrt{3})]^2$ verkeerd wegwerkte. Ook hij werd door zijn groepje gecorrigeerd. Als observant tijdens lesson study kun je deze misconcepties goed constateren. Je ziet sneller wat er in een groepje gebeurt. Leerlingen observeren en corrigeren elkaar. Je kunt tijdens je lessen rekening houden met deze misconcepties en er nog eens op terugkomen. Misconcepties worden zichtbaar.

	1	2	3	4	5	
helemaal oneens						
Selecteer een waarde uit een bereik van 1,helemaal oneens, tot en met 5,helemaal eens,.	()	()	()	()	()	helemaal eens

3 Ik heb kunnen observeren hoe de leerlingen tot een bepaalde oplosstrategie kwamen. *

Hoe gaan we het aanpakken? vraagt iemand. Een jongen neemt het voortouw en legt zijn plan uit. Hij wacht de reacties van de anderen af. De anderen kunnen zich vinden in zijn manier van aanpak. Ze pakken het probleem algebraïsch aan. Ze zijn zich niet bewust of het de enige manier is. Ze gaan daarna hun plan uitvoeren. Ze meten dingen na als een soort controle. Er was dus een soort leider in het groepje, de anderen probeerden zijn uitleg te volgen. Is deze leider een goede wiskundeleerling? Zou hij een volgende keer weer de leiding nemen? Ook in een andere groep? Een interessante vraag. Gebeurt het in ieder groepje op deze manier? Verschillende manieren van aanpak worden duidelijk.

	1	2	3	4	5	
helemaal oneens						
Selecteer een waarde uit een bereik van 1,helemaal oneens, tot en met 5,helemaal eens,.	()	()	()	()	()	helemaal eens

4 Het laten maken van de opdracht heeft mij meer inzicht gegeven in de manier van aanpak van individuele leerlingen. *

Dat is zeker waar. Je bent nu alleen bezig met observeren en hebt daar alle aandacht voor. Je hoort en ziet wat de individuele leerling doet in de groep die je observeert. In de klas is dat in mindere mate mogelijk, omdat lang niet alle leerlingen hun gedachten durven te vertellen in de

hele klas. In een kleinere groep komt de individuele leerling meer tot zijn recht. De klassikale uitleg kan belemmerend werken voor de individuele aanpak. Een leerling met een andere aanpak, durft dit niet altijd te zeggen, omdat hij bang is een fout te maken. Het te snel grijpen naar de uitwerkbundel in een klassikale situatie kan belemmerend werken voor de individuele aanpak. Het is goed dat leerlingen zich bewust worden, dat er meerdere oplosstrategieën zijn. Verschillende manieren van denken worden duidelijk.

	1	2	3	4	5	
helemaal oneens						
Selecteer een waarde uit een bereik van 1,helemaal oneens, tot en met 5,helemaal eens,.	()	()	()	()	()	helemaal eens

5 Ik heb geconstateerd, dat de leerlingen dit een uitdagende opdracht vonden, waarmee ze gemotiveerd aan de slag gingen. *

Het enthousiasme, waarmee de leerlingen aan het werk gingen, viel meteen op. Ze probeerden er echt samen uit te komen. Samen grip krijgen op het probleem en dan een goede aanpak zoeken .Het was voor hen een uitdaging om binnen de gestelde tijd een oplossing te vinden. De voldoening die ze uitstraalden toen het gelukt was, gaf aan dat ze er plezier in beleefd hadden. Dat ze in de weken na de onderzoeksles vroegen of we een 'probleem van de week' les gingen doen, gaf aan dat het motiverend werkt. Bij de meeste groepjes was het doorzettingsvermogen groot en dat zegt ook iets over de motivatie. Uitdagende opdrachten werken motiverend.

	1	2	3	4	5	
helemaal oneens						
Selecteer een waarde uit een bereik van 1,helemaal oneens, tot en met 5,helemaal eens,.	()	()	()	()	()	helemaal eens

6 Tijdens de presentatie van de antwoorden op het bord kwam naar voren dat de groepjes het probleem op verschillende manieren hadden opgelost. *

Er was een groepje dat het probleem meetkundig oploste. Met behulp van tekenen en verhoudingen kwamen ze tot de juiste oplossing. Een ander groepje loste het probleem algebraïsch op. Het was voor de leerlingen een verrassend te zien, dat dit probleem ook op een heel andere manier op te lossen was. Leerlingen gaan er nog vaak van uit dat er maar één oplossing goed kan zijn. Ook voor mij was het leerzaam te zien, dat leerlingen een probleem anders aanpakken dan ik zelf vooraf bedacht had. Presentaties van verschillende manieren van aanpak is verrijkend voor zowel de docent als de leerling.

	1	2	3	4	5	
helemaal oneens						
Selecteer een waarde uit een bereik van 1,helemaal oneens, tot en met 5,helemaal eens,.	()	()	()	()	()	helemaal eens

Evaluatie:

1 In de nabespreking kwam u erachter dat verschillende groepjes soms verschillende manieren van probleemaanpak hadden. *

Iedere collega had een ander groepje geobserveerd en deed hier verslag van. Doordat je je maar één groepje observeerde kon je het groepsproces en de manier van aanpak goed volgen. Het was verrassend te zien, dat er een groepje was, die het probleem op een niet door ons verwachte manier oploste. Je bespreekt met elkaar waarom leerlingen voor een bepaalde aanpak kiezen en krijgt zo inzicht in het denken van de leerlingen. Je bespreekt dit met elkaar en samen denk je er over na waarom leerlingen voor een bepaalde aanpak kiezen. Dit vergroot jouw denkkader. Je kunt dit later bij het geven van uitleg gebruiken. Ook bij hulp aan individuele leerlingen, kan een breder zicht op manieren van aanpak, je helpen de leerling op maat te helpen. Je wordt je door lesson study weer goed bewust van het feit dat de gekozen aanpak van een probleem door de docent, of door het boek niet de enig juiste manier is. Daar houdt je als docent niet altijd voldoende rekening mee. Je behandelt een onderwerp en met behulp van die stof los je een probleem op. Leerlingen denken vaak dat er maar één goede oplossing is en zij denken, dat jij of het uitwerkingenboekje die geeft. Leerlingen met een andere aanpak melden zich lang niet altijd. Door lesson study zie je hoe verschillende groepjes een probleem aanpakken en tijdens het nabespreken in de vorm van een groepspresentatie laat je verschillende manieren van aanpak zien. Je krijgt als docent inzicht in de denkwijze van de leerlingen en leerlingen krijgen zo wat meer wiskundige bagage, die ze ook durven te gebruiken. Door het uitwisselen van observatienotities krijg je een overzicht van gebruikte oplosstrategieën.

	1	2	3	4	5	
helemaal oneens						
Selecteer een waarde uit een bereik van 1,helemaal oneens, tot en met 5,helemaal eens,.	()	()	()	()	()	helemaal eens

2 Er was sprake van niveauverschil tussen klassen. Het was zinvol te bespreken hoe we hier een volgende les mee om zouden kunnen gaan. *

De onderzoeksles werd gegeven zoals we hadden voorbereid. Bij de tussentijdse evaluatie bleek dat de leerlingen tot goede oplossingen kwamen binnen de gestelde tijd. We maakten drie afspraken. Ten eerste: als leerlingen vragen stellen aan de docent dan geen antwoord geven op het probleem, maar hooguit een hulpvraag stellen, zodat ze verder kunnen. Het bleek dat leerlingen vaak hulp vroegen als een soort bevestiging terwijl ze er samen ook goed uitkwamen. De docent is geneigd toch op vragen in te gaan, ondanks de afspraak dat niet te doen. Ten tweede: als een groepje snel tot een oplossing gekomen is, kunnen we als extra vraag stellen: kun je op het exacte antwoord komen? Ze hadden op dat moment nog niet de exacte waarden van hoeken van 30°, 45° en 60° gehad. We bespraken dus hoe we bij het aangeboden probleem konden differentiëren, meer gericht op verzwaren dan op versimpelen. Het nabespreken was dus zinvol en we konden het toepassen in de vervolgles. Ten derde: de begintijd van de presentatie(s) vooraf aangeven. De vervolgles aan een parallelklas bleek anders uit te pakken. Er was sprake van een onverwacht niveauverschil. Er was maar één groepje dat tot een oplossing kwam, de rest haakte na enig proberen af. Deze klas zou meer gebaat zijn geweest met een ingrijpen van de docent. Dit gebeurde, zoals afgesproken, niet. Leerlingen haakten af en wachtten tot de uitleg kwam. Er was sprake van weinig doorzettingsvermogen in deze klas. Ze vonden het te moeilijk. Dit verschil verbaasde ons en we spraken onze zorgen erover uit tijdens de evaluatie. Was deze houding gebruikelijk in deze klas? Moesten ze wennen aan een groepsopdracht? Is er werkelijk sprake van een niveauverschil of is het meer een verkeerde attitude. We moeten ons hier een volgende keer beter op voorbereiden. Wat doen we als een groepje dreigt af te haken? Grijp je klassikaal in als dit bij veel groepjes gebeurt? Een geconstateerd niveauverschil vraagt om een aangepaste didactische aanpak.

	1	2	3	4	5	
helemaal oneens						
Selecteer een waarde uit een bereik van 1,helemaal oneens, tot en met 5,helemaal eens,.	()	()	()	()	()	helemaal eens

3 Het praten met collega's over de didactiek van uw vak is leerzaam. *

Tijdens de evaluatie van de gegeven lessen leer je veel van je collega's. Je bespreekt na een onderzoeksles, wat de andere docenten hebben geobserveerd. Door met elkaar te bespreken wat je gezien en gehoord hebt, hoor je van elkaar wat iedereen van een bepaalde aanpak vindt. Er ontstaat een discussie over hoe je bepaalde theorie uitlegt. Er komen veel thema's aan de orde. Ik noem er hier nog een paar: • Hoe leg je iets uit? • Welke voorkennis is er nodig? • Waarom speciaal op die manier? • Bied je meerdere manieren van oplossen aan? • Welke misconcepties bestaan er bij de leerlingen? • Hoe laat je leerlingen kennismaken met de nieuwe stof? • Werk je in groepjes? Bij de voorbereiding kwam dit voor een deel ook al aan de orde. Dit zijn onderwerpen waar je niet dagelijks met collega's over spreekt. Je leert van je collega's en reflecteert op je eigen lesgeven. Evaluatie van een lesson study cyclus draagt bij tot een verbreding van je didactisch repertoire.

	1	2	3	4	5	
helemaal oneens						
Selecteer een waarde uit een bereik van 1,helemaal oneens, tot en met 5,helemaal eens,.	()	()	()	()	()	helemaal eens

4 Was de vervolgles een verbeterde versie van de onderzoeksles? *

Zoals voorbereid was de vervolgles een verbeterde versie van de onderzoeksles. Dit kwam echter niet uit de verf, omdat de praktijk heel anders uitpakte. De eerste les was ons referentiekader. We hadden verwacht dat de vervolgles op een vergelijkbare manier zou verlopen als de onderzoeksles, het was immers een parallelklas. Dit bleek heel anders te gaan. Op zo'n moment komt het aan op je improvisatietalent. Je moet overwegen of je per groepje gaat ingrijpen of toch even klassikaal. Leerlingen moeten niet afhaken, dat is het uitgangspunt. Een volgende keer moeten we deze ervaring meenemen als we een les gaan voorbereiden. De praktijk blijft om aanpassingen vragen.

	1	2	3	4	5	
helemaal oneens						
Selecteer een waarde uit een bereik van 1,helemaal oneens, tot en met 5,helemaal eens,.	()	()	()	()	()	helemaal eens

Uw mening

Wilt u antwoord geven op de volgende vraag? *

"Hoe is uw didactisch repertoire veranderd naar aanleiding van de opgedane ervaringen met lesson study?"

[Verzenden]

Verzend nooit wachtwoorden via Google Formulieren.

Mogelijk gemaakt door  Google Drive

Deze inhoud is niet gemaakt of goedgekeurd door Google.
[Misbruik rapporteren](#) - [Servicevoorwaarden](#) - [Aanvullende voorwaarden](#)