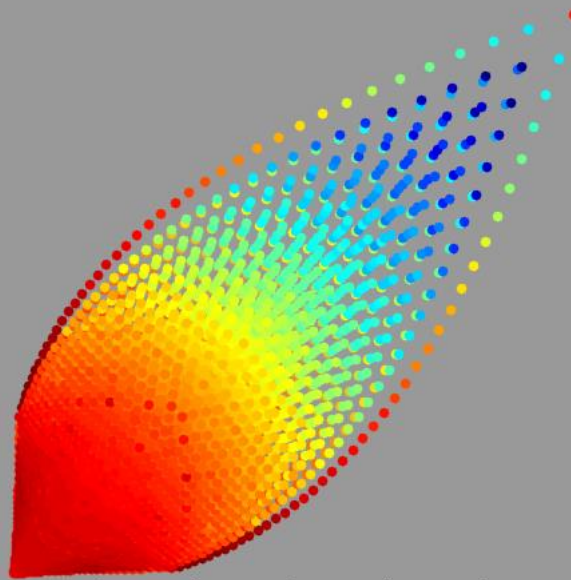


- BACHELOROPDRACHT -

DE TOEPASSING VAN DE EWMA-METHODE OP HET ADVERTEERMODEL VAN JOOSTEN (2015)



BASTIAAN C. DUNN

BACHELOR TECHNISCHE BEDRIJFSKUNDE

UNIVERSITEIT TWENTE

JUNI 2015

Student

Bastiaan C. Dunn
s 1364286 (studentnummer)
+31 6 50901916
b.c.dunn@student.utwente.nl

Bacheloropdracht

Universiteit Twente, Enschede
Faculteit Behavioural, management and Social Sciences (BMS)
Bachelor Technische Bedrijfskunde
<http://www.utwente.nl>
digitale versie: <http://essay.utwente.nl>

Eerste begeleider

Reinoud A. M. G. Joosten
Assistant Professor
School of Management and Governance/ Financial Engineering Laboratory University of Twente
r.a.m.g.joosten@utwente.nl

Tweede begeleider

Berend Roorda
Assistant Professor
School of Management and Governance/ Financial Engineering Laboratory University of Twente
b.roorda@utwente.nl

SAMENVATTING

In deze scriptie is de EWMA-methode toegepast op het adverteermodel beschreven in *Long-run Strategic Advertising and Short-run Bertrand Competition* (Joosten, 2015). Dit model beschrijft de interactie tussen twee spelers (A en B) in een duopolie, over een oneindig lang tijdsinterval. Iedere periode (t) beslist elke speler of hij wel of niet adverteert. Dit resulteert dus in één van de vier mogelijke beslissingscombinaties (speler A en B wel, speler A en B niet, speler A wel en speler B niet en vice versa). De winst die iedere speler in een periode behaalt is afhankelijk van de beslissingscombinaties uit voorgaande perioden en de huidige beslissingscombinatie.

Het lange termijn effect op de winst is in de vorm van een zogenaamde relatieve frequentie matrix. Deze geeft aan hoe vaak een bepaalde beslissingscombinatie is voorgekomen. De manier waarop deze relatieve frequentie matrix tot stand komt, in het originele model, is door het gemiddelde te nemen van alle voorgaande beslissingscombinaties. Echter resulteert dit er in dat als t oneindig is, een nieuwe beslissingscombinatie geen effect meer heeft op de relatieve frequentie matrix. Daarom wordt de EWMA-methode hierop toegepast. Deze geeft onafhankelijk van t, evenveel gewicht aan t-1, t-2 etc. Want, de adverteerbeslissing op 1 januari 1960 heeft evenveel effect op 2 januari 1960 als dat 1 september 2014 heeft op 2 september 2014. Hierin zijn eventuele periode afhankelijke effecten niet meegenomen.

Het effect dat de EWMA-methode heeft op de uitkomsten van het adverteermodel zijn geanalyseerd in deze scriptie. Hiervoor is een programma gebruikt dat ontwikkeld is in MATLAB, dit is ook onderdeel van deze bacheloropdracht. Om conclusies te kunnen trekken zijn verschillende functies ontwikkeld zoals de benadermethode-functie en het efficiëntie rekenproces. Ook worden principes zoals de settletijd geïntroduceerd.

Zo blijkt dat als de EWMA-methode een lang geheugen gegeven wordt de uitkomst zo goed als gelijk is aan de uitkomst van de originele methode. Wanneer de EWMA-methode een zo kort mogelijke geheugen krijgt wordt de ruimte waarin uitkomsten zich kunnen bevinden drastisch gereduceerd, er zijn immers maar vier verschillende stadia waarin de spelers zich kunnen bevinden. Bij een korter geheugen wordt de gemiddelde winst voor iedere speler wel meer. Dit heeft te maken met het niet-lineaire verband tussen de beslissingscombinaties en de winst.

VOORWOORD

Deze scriptie is het eindresultaat van mijn bacheloropdracht voor de bacheloropleiding Technische Bedrijfskunde aan de Universiteit Twente. Het onderzoek is onafhankelijk uitgevoerd op de Universiteit onder toezicht van Reinoud Joosten. Bij het onderzoek heb ik onder meer gebruik gemaakt van MATLAB; het gebruik hiervan in een analytische context was een zeer leerzame ervaring. Het onderwerp en de manier van analyseren sluit goed aan bij mijn vervolgopleiding Econometrie aan de Erasmus Universiteit te Rotterdam.

Ik wil graag Reinoud Joosten als mijn eerste begeleider bedanken voor het aandragen van deze opdracht en zijn begeleiding. Ook wil ik Berend Roorda bedanken voor zijn begeleiding en zijn frisse blik op de conceptversie van deze scriptie.

INHOUD

Samenvatting	4
Voorwoord	5
Inhoud.....	6
Introductie.....	8
Opbouw van de scriptie	10
Theorie	11
Speler processen.....	12
Lange termijn effecten.....	16
Samenvatting van het adverteermodel	18
De EWMA-methode	19
Methode	22
Doelmatrix generatie	22
Benadermethode	23
Winst-paar berekening	23
Uitgebreide rekenproces	24
Efficiënte rekenproces	25
Visualisatieproces	26
Overige onderdelen	27
Analyse.....	28
De volgorde van beslissingencombinaties.....	29
Het effect van T	30
Vergelijking EWMA-methode met de originele methode en het effect van $\delta 1$	32
Het effect van α op de benadermethode.....	35
Het effect van α bij een vaste beslissingsreeks	37
Conclusie	39
Discussie.....	40
Bronnen	41
Bijlagen	42
Bijlage 1: Standaard omgevingsparameters	43
Bijlage 2: Efficiënte rekenproces.....	44

Bijlage 3: Visualisatie laagst mogelijke winst	45
Bijlage 4: Visualisatie hoogst mogelijke winst	45
Bijlage 5: Pad van winst-paren bij variëren α bij vaste beslissingsreeks	46
Bijlage 6: Visualisatie van effect van verschillende waarden van α	47
Bijlage 7: Winst-paren onder andere omgevingsparameters	48

INTRODUCTIE

Deze scriptie is het resultaat van een onderzoek naar de toepassing van de Exponentially Weighted Moving Average (EWMA) methode op het adverteermodel beschreven in *Long-run Strategic Advertising and Short-run Bertrand Competition* (Joosten, 2015). Er zal in het vervolg van deze scriptie verwezen worden naar dit model als “het adverteermodel”.

Het adverteermodel modelleert de interactie tussen twee spelers in een duopolie, over een oneindig lang tijdsinterval. In iedere periode maken beide spelers de keuze om wel of niet te adverteren. Dit resulteert in een viertal verschillende beslissingscombinaties per periode. Deze beslissingscombinaties zijn: beide adverteren, beide niet adverteren, speler A wel adverteren en speler B niet en vice versa. De winst die iedere speler in een bepaalde periode behaalt is afhankelijk van de huidige beslissingscombinatie en van de beslissingscombinaties in voorgaande perioden. De beslissingscombinaties hebben dus korte en lange termijn effecten op de behaalde winst in een gegeven periode.

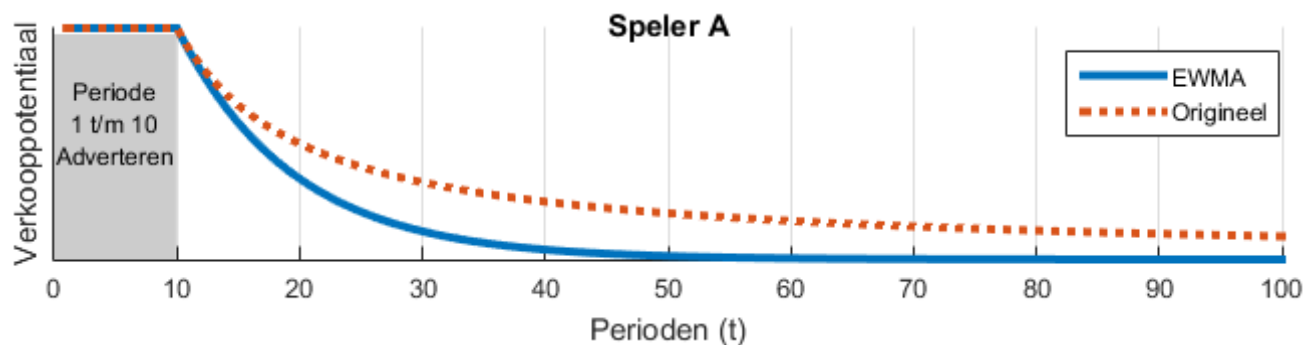
Het lange termijn effect is in de vorm van de omgeving die zich ontwikkelt. Deze omgeving heeft voornamelijk effect op het zogenoemde verkooppotentieel. Grofweg betekent dit dat het verkooppotentieel in een bepaalde periode groot is als er in de voorgaande perioden veel geadverteerd is en laag als er weinig geadverteerd is. Op de korte termijn bepaalt de beslissingscombinatie in een bepaalde periode hoeveel procent van dit verkooppotentieel omgezet wordt in daadwerkelijke verkoop. Als beide spelers bijvoorbeeld adverteren, dan zal 100 procent van het verkooppotentieel omgezet worden in daadwerkelijke verkoop.

De manier waarop de omgeving zich ontwikkelt staat centraal in deze scriptie. Bij de originele methode komt dit er op neer dat er naar het gemiddelde van alle voorgaande beslissingscombinaties gekeken wordt. Dit is in het bijzonder handig om uitkomsten te analyseren omdat de omgevingsparameters op deze manier convergeren naar constante waarden, waardoor een deterministische aanpak gebruikt kan worden om de gemiddelde winst uit te rekenen. Echter ontwikkelt de omgeving zich niet zoals je zou verwachten wanneer deze methode van uitrekenen gebruikt wordt. Vooral na een langere tijd ontwikkelt de omgeving zich erg traag. Dit zal later in een voorbeeld gedemonstreerd worden. Er is dus een realistischere methode nodig om de ontwikkeling van de omgeving te berekenen. Op het eerste gezicht lijkt de EWMA-methode hier geschikt voor. De grootste verschillen tussen deze twee methoden worden navolgend in een voorbeeld gedemonstreerd.

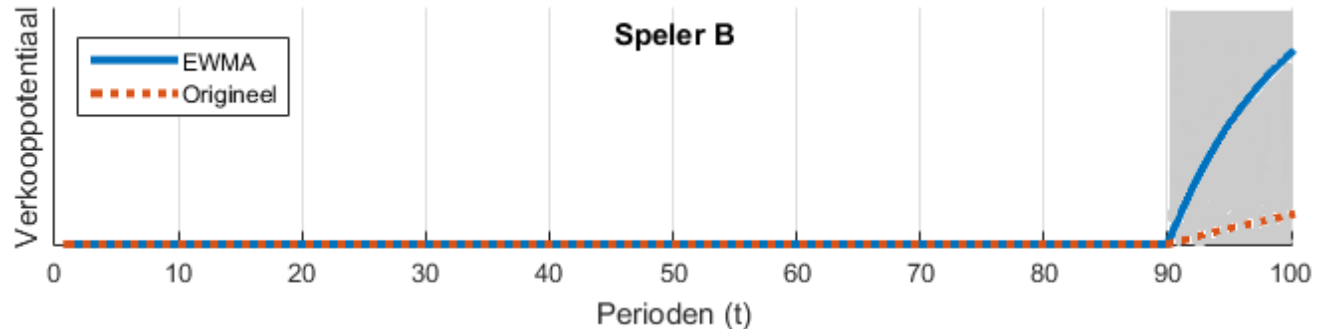
Voorbeeld

Over een tijd van 100 perioden adverteert speler A in de eerste 10 perioden en speler B in de laatste 10 . We stellen dat het verkooppotentieel direct afhangt van de beslissingen die genomen zijn (d.w.z.: Adverteren zorgt voor hoger verkooppotentieel). Let op: dit is een vereenvoudigd voorbeeld. In het daadwerkelijke adverteermodel zijn er bijvoorbeeld ook nog kruislingse effecten tussen de spelers die in dit voorbeeld achterwege gelaten worden.

In de onderstaande figuren (*Figuur 1 en Figuur 2*) zijn de beslissingen en het verkooppotentieel weergegeven voor speler A en B.



FIGUUR 1: VOORBEELD ORIGINELE EN EWMA BEREKENING VOOR SPELER A



FIGUUR 2: VOORBEELD ORIGINELE EN EWMA BEREKENING VOOR SPELER B

In deze figuren kan men goed zien dat bij de originele methode het moment waarop geadverteerd wordt niet uit maakt voor het verkooppotentieel in periode 100 (zie oranje stippellijn bij $t=100$, beide grafieken). In periode 100 is voor beide spelers het verkooppotentieel 10% van het maximale terwijl speler B de laatste 10 perioden heeft geadverteerd en speler A de eerste 10 perioden. Er is weinig inbeeldingsvermogen nodig om te zien dat dit niet een juiste manier is om het verkooppotentieel uit te rekenen.

De blauwe lijn geeft het verkooppotentieel weer wanneer dit is berekend met behulp van de EWMA-methode. Bij adverteren hoort een zekere vertraging totdat het resultaat van een adverteerbeslissing terug te zien is in het verkooppotentieel. Als een speler adverteert zullen niet gelijk alle mensen zijn

product kopen, maar dit zal geleidelijk gaan. Ook geldt dat als een speler na een lange tijd adverteren niet meer adverteert, niet gelijk alle klanten weg zullen gaan.

Het momentafhankelijke aspect en de goed te reguleren vertraging zijn allebei eigenschappen van de EWMA-methode die er voor zorgen dat de EWMA-methode een potentieel goede manier is om de omgeving te berekenen. Daarom zal in deze scriptie hier verder op worden ingegaan.

OPBOUW VAN DE SCRIPTIE

Als eerste wordt het volledige adverteermodel beschreven in het hoofdstuk “Theorie”. Daarna wordt in dit zelfde hoofdstuk de EWMA-methode geïmplementeerd in het adverteermodel. Omdat door de EWMA-methode niet meer de eenvoudige aanpak gebruikt kan worden om de winsten uit te rekenen, moet er een andere manier van analyse worden toegepast. Deze analyse is daarom uitgevoerd aan de hand van een programma dat geschreven is in MATLAB. Dit programma wordt beschreven in het hoofdstuk “Methode”. Daarna vindt een analyse van de EWMA-methode plaats in het hoofdstuk “Analyse”. Afgesloten wordt met de conclusie en discussie.

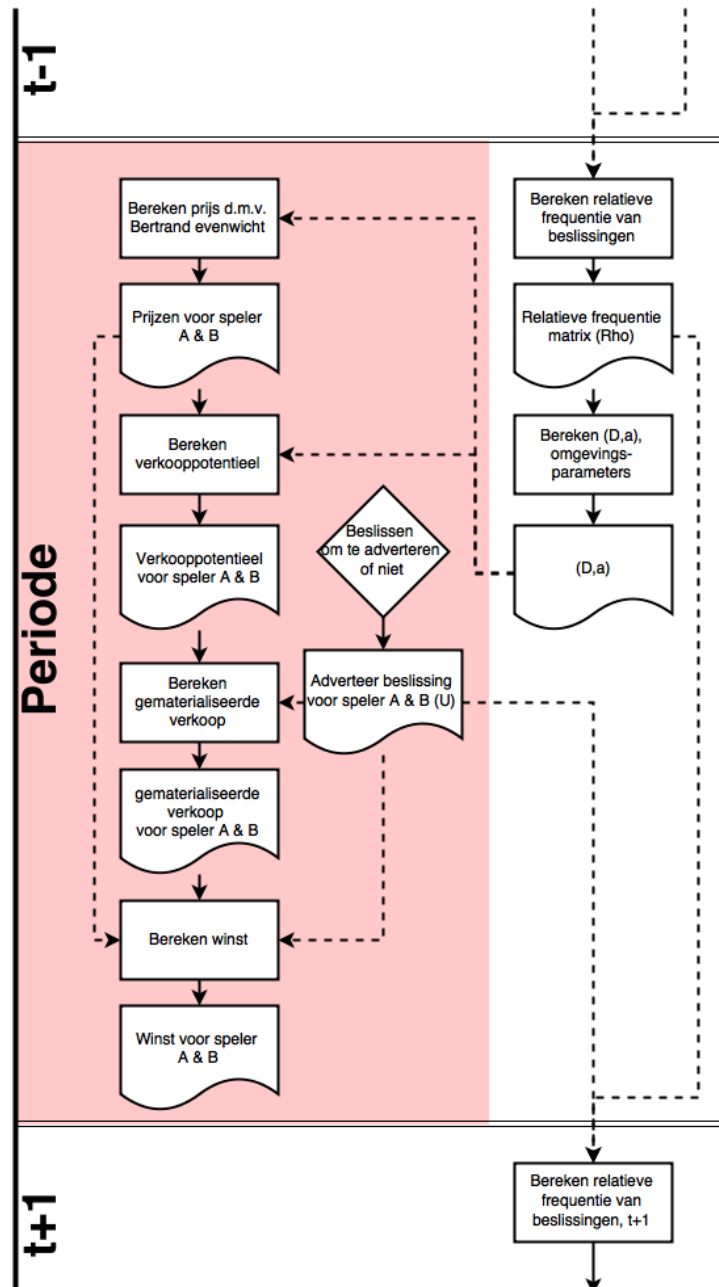
THEORIE

In het adverteermodel wordt de interactie tussen twee spelers (speler A en speler B) in een duopolie gemodelleerd over een bepaalde tijd $T \in N$. Ieder tijdstip $t \in N, t = \{1, 2, 3 \dots T\}$ maken de spelers onafhankelijk van elkaar de beslissing of zij gaan adverteren of niet. De berekeningen die iedere periode gedaan moeten worden zijn weergegeven als rechthoeken in *Figuur 3*. De variabelen die resulteren uit deze berekeningen zijn de rechthoeken met de golvende onderkant. Het gekantelde vierkant geeft het beslissingsmoment aan.

Op het eerste gezicht lijkt het onlogisch om eerst de prijs te bepalen en daarna pas de adverteerbeslissing te maken maar later in dit hoofdstuk zal aangetoond worden waarom dit wel mogelijk is. In het echt zullen de spelers namelijk wel eerst de beslissing maken, maar ze zullen onafhankelijk van de beslissingen op de zelfde prijs uitkomen.

De focus van het artikel (Joosten, 2015) waarin het adverteermodel beschreven wordt ligt meer op de spelers. De stappen die doorlopen moeten worden zijn dan ook vaak vanuit het oogpunt van de spelers. In deze scriptie zal de focus meer liggen op het berekenen van de winst aan de hand van gegeven beslissingscombinaties.

De toelichting van het model zal in twee delen gebeuren. Het eerste deel is het proces dat doorlopen wordt door beide spelers in iedere periode (in het rood weergegeven in *Figuur 3*). Het tweede deel is de ontwikkeling van de omgeving waarin de spelers opereren welke onder andere het verkooppotentieel bepaald.



FIGUUR 3: GRAFISCHE WEERGAVE ADVERTEERMODEL

SPELER PROCESSEN

De processen die doorlopen moeten worden om tot de winst te komen van speler A en B zijn weergegeven in *Figuur 3* in het rode deel. Eerst moeten de prijzen van beide spelers bepaald worden. Deze zijn afhankelijk van de veranderende omgeving, maar voor nu zal deze omgeving nog als constant beschouwd worden. Daarna wordt het verkooppotentieel berekend voor iedere speler. Nu wordt een deel van het verkooppotentieel omgezet in gematerialiseerde verkoop. De grootte van het deel dat omgezet wordt is afhankelijk van de adverteerbeslissingen die gemaakt zijn door speler A en B. Hier heeft de eerder genoemde kruislingse relatie wel effect op de daadwerkelijke verkoop (d.w.z.: de grootte van het deel dat gematerialiseerd wordt voor een bepaalde speler is afhankelijk van de beslissing van beide spelers). Vervolgens wordt de behaalde winst voor elke speler berekend. Deze is afhankelijk van de prijs, verkoop en kosten.

Het berekenen van de prijs

Voor de bepaling van de vraag en de prijs wordt een variant van het model van (Bertrand, 1883) gebruikt. De vraagfunctie voor iedere speler $k = A, B$ is als volgt:

$$x_k = D_k - a_{1k} * p_k + a_{2k} * p_{-k} \quad (1)$$

- x_k : De vraag naar het product van speler k .
- p_k : De prijs van het product van speler k .
- p_{-k} : De prijs van het product van de andere speler.
- D_k , a_{1k} en a_{2k} : de omvang van de markt, de prijselasticiteit en de kruislingse prijselasticiteit van de producten.

Onder de voorwaarde:

$$4a_{1A}a_{1B} - a_{2A}a_{2B} > 0 \quad (2)$$

Alle parameters uit de *vraagfunctie (1)* zijn groter dan nul en de vraag moet positief zijn. Vanaf nu zal de volgende afkorting gebruikt worden voor de omgevingsparameters:

$$(D, a) = (D_A, D_B, a_{1A}, a_{1B}, a_{2A}, a_{2B}).$$

Uit *formule (1)* en *voorwaarde (2)* kunnen enkele relaties opgemaakt worden:

1. Een hogere eigen prijs heeft een negatief effect op de vraag.
2. Een hogere prijs van de andere speler heeft een positief effect op de vraag.
3. De eigen prijs heeft meer effect op de vraag dan de prijs van de andere speler.

De kosten voor speler k bij een bepaalde vraag x_k zijn:

$$c_k(x_k) = c_k x_k + c_{0,k}$$

Waarbij c_k de variabele kosten per product zijn en $c_{0,k}$ de vaste kosten. De bovenstaande formules resulteren in het volgende maximalisatie probleem voor speler k .

$$\max_{p_k} p_k * x_k - c_k x_k - c_{0,k} \quad (3)$$

Door het combineren van de *formules (1) – (3)* kan een prijs gevonden worden voor iedere speler. Dit wordt gedaan met behulp van een Bertrand Equilibrium. Beide spelers hebben een prijsfunctie met als input de prijs van de andere speler. Deze prijsfunctie komt er op neer dat je prijs net iets onder de prijs van de andere speler moet zitten. Wanneer beide spelers dit echter doen zal de prijs zakken tot de minimale prijs. Vervolgens kan een speler de prijs niet lager maken of hoger want dit zou leiden tot verlies of verlies van klanten. Hierdoor treedt er dus een evenwicht op. Het bepalen van de prijsformule is gedaan door (Joosten, 2015). Hij stelt dat de prijs bepaald wordt door de volgende formule:

$$p_k^*(D, a) = \frac{2 * a_{1-k} * (D_k + c_k * a_{1k}) + a_{2k} * (D_{-k} + c_{-k} * a_{1-k})}{4 * a_{1A} * a_{1B} - a_{2A} * a_{2B}} \quad (4)$$

De winstfunctie is dus als volgt:

$$\pi_k^*(D, a) = p_k^*(D, a) * x_k^*(D, a) - c_k(x_k^*(D, a)) \quad (5)$$

Directe effecten van adverteren

De keuze om wel of niet te adverteren heeft effect op de *vraagfunctie (1)*. Zo zal de keuze om te adverteren een positief effect hierop hebben en de keuze om dit niet te doen een negatief effect. Om het effect van de beslissing te kunnen modelleren zijn de omgevingsparameters (D, a) uitgebreid. Deze worden nu:

$$(D, a)^{j^A, j^B} = (D_A^{j^A, j^B}, D_B^{j^A, j^B}, a_{1A}^{j^A, j^B}, a_{1B}^{j^A, j^B}, a_{2A}^{j^A, j^B}, a_{2B}^{j^A, j^B})$$

De vraag $x_k^{j^A, j^B}$ is dus afhankelijk van de beslissing.

De beslissing die iedere speler moet maken is of hij gaat adverteren $j^k = 1$ of dat hij niets doet $j^k = 2$. De keuze voor één en twee als indicator is gebaseerd op het artikel (Joosten, 2015). Dit komt er dus op neer dat er vier verschillende beslissingscombinaties mogelijk zijn:

- $j^A, j^B = (1,1)$: Beide adverteren.
- $j^A, j^B = (2,2)$: Niemand adverteren.
- $j^A, j^B = (1,2)$: Speler A adverteert wel en B niet.
- $j^A, j^B = (2,1)$: Speler A adverteert niet en B wel.

De directe effecten van adverteren zijn in de vorm van een factor waarmee de zes omgevingsparameters vermenigvuldigd worden. De prijs, welke ook afhankelijk is van deze omgevingsparameters, blijft gelijk omdat de omgevingsparameters allemaal met de zelfde factor vermenigvuldigd worden (dit kan algebraïsch aangetoond worden). Omdat de *vraagfunctie (1)* lineair is, zal het aantal verkochte producten x_k toenemen met de zelfde factor als waar de omgevingsparameters mee vermenigvuldigd worden. Deze eigenschap is handig bij het uitvoeren van de berekeningen.

De hierboven beschreven factor zal de vorm aannemen van de constante $\gamma_k^{j^A, j^B}$. Er moet gekozen worden voor een standaard set omgevingsparameters waarop deze factor toegepast kan worden. Bijvoorbeeld $(D, a)^{2,2}$. Hierop kunnen dan de andere omgevingsparameters voor de overige drie beslissingsets gebaseerd worden.

$$x_A^{1,1} = \gamma_A^{1,1} * x_A^{2,2} \quad (6)$$

$$x_A^{1,2} = \gamma_A^{1,2} * x_A^{2,2} \quad x_B^{1,2} = \gamma_B^{1,2} * x_B^{2,2}$$

$$x_A^{2,1} = \gamma_A^{2,1} * x_A^{2,2} \quad x_B^{2,1} = \gamma_B^{2,1} * x_B^{2,2}$$

Onder de voorwaarde: $\gamma_k^{1,1} \geq \gamma_k^{2,2}$, $\gamma_k^{1,2} \geq \gamma_k^{2,2}$ en $\gamma_k^{1,1} \geq \gamma_k^{2,1}$

Als bijvoorbeeld $\gamma_A^{1,1} = 2$ dan betekent dit dat speler A twee keer zoveel producten verkoopt indien zowel speler A en B adverteren dan wanneer speler A en B beide niet adverteren.

Er wordt aangenomen dat adverteren geen effect heeft op productiekosten maar alleen een eenmalige heffing met zich mee brengt. Deze kosten zijn AC^k .

In iedere fase bestaat er dus het volgende matrix spel. De eerste rij betekent dat speler A adverteert en de tweede rij dat speler A dit niet doet. De eerste kolom betekent dat speler B adverteert en de tweede rij dat speler B dit niet doet. De eerste som in een element is de winst voor speler A en de som na de komma is de winst voor speler B:

$$M = \begin{bmatrix} \pi_A^*(D, a)^{1,1} - AC_A, \pi_B^*(D, a)^{1,1} - AC_B & \pi_A^*(D, a)^{1,2} - AC_A, \pi_B^*(D, a)^{1,2} \\ \pi_A^*(D, a)^{2,1} - AC_A, \pi_B^*(D, a)^{2,1} - AC_B & \pi_A^*(D, a)^{2,2} - AC_A, \pi_B^*(D, a)^{2,2} \end{bmatrix}$$

Er zal nu een voorbeeld gegeven worden van de bovenstaande theorie. Dit betekent dat de omgeving nog steeds constant is. Na dit voorbeeld zal de dynamiek van de omgeving beschreven worden.

Voorbeeld

Er zijn twee spelers, speler A en speler B. De vraagfunctie en kostenfunctie zijn als volgt (zie ook *Bijlage 1*):

Vraagfunctie: $x_k^{2,2} = 120 - 12 * p_k + 4 * p_{-k}$

Kostenfunctie: $c_k(x_k) = 3x_k + 200$

Adverteerkosten: $AC^A = AC^B = 200$

Directe effecten: $\gamma_k^{1,1} = 2, \gamma_k^{1,2} = \frac{7}{4}, \gamma_k^{2,1} = \frac{5}{4}$ $x_k^{1,1} = 2 * x_k^{2,2}$
 $x_A^{1,2} = \frac{7}{4} * x_A^{2,2}$ $x_B^{1,2} = \frac{5}{4} * x_B^{2,2}$
 $x_A^{2,1} = \frac{5}{4} * x_A^{2,2}$ $x_B^{2,1} = \frac{7}{4} * x_B^{2,2}$

Het berekenen van de prijs

Met behulp van *formule (4)* kan de prijs uitgerekend worden.

$$p_k^*((D, a)^{2,2}) = p_k^*(120, 120, 12, 4, 12, 4) = \frac{2 * 12 * (120 + 3 * 12) + 4 * (120 + 3 * 12)}{4 * 12 * 12 - 4 * 4} = 7.8$$

Om aan te tonen dat de prijs gelijk blijft bij een andere beslissingscombinatie zal nu de prijs voor $(D, a)^{1,1}$ uitgerekend worden. Deze is zoals te zien ook 7.8.

$$p_k^*((D, a)^{1,1}) = p_k^*(240, 240, 24, 8, 24, 8) = \frac{2 * 24 * (240 + 3 * 24) + 8 * (240 + 3 * 24)}{4 * 24 * 24 - 8 * 8} = 7.8$$

De vraag $x_k^{2,2}$ is uit te rekenen met behulp van *formule (1)*.

$$x_k^{2,2} = 120 - 12 * 7.8 + 4 * 7.8 = 57.6$$

Wanneer de bovenstaande vraagfunctie gecombineerd wordt met *formules (6)*, de kostenfunctie en *formule (5)* kan de uitbetalingsmatrix gemaakt worden.

De winst voor speler A in het geval dat beide spelers adverteren is bijvoorbeeld:

Verkoop: $x_A^{1,1} = \gamma_A^{1,1} * x_A^{2,2} = 2 * 57.6 = 115.2$

Winst: $\pi_A^*(D, a) = 7.8 * 115.2 - 3 * 115.2 - 200 = 352.96$

Winst – adverteerkosten: $352.96 - 200 = 152.96$

De matrix M, die de uitbetalingen voor iedere beslissingscombinatie bepaalt, is dus als volgt:

$$M = \begin{bmatrix} 152.96; 152.96 & 83.84; 145.6 \\ 145.6; 83.84 & 76.48; 76.48 \end{bmatrix}$$

LANGE TERMIJN EFFECTEN

De ontwikkeling van de omgeving heeft effect op het berekenen van het verkooppotentieel en de prijs. Het verkooppotentieel wordt in het artikel (Joosten, 2015) gezien als de hoogst haalbare verkoop.

De omgeving (D, a) zal zich ontwikkelen als gevolg van de beslissingsets die voorgekomen zijn in vorige perioden. De omgeving wordt bepaald in twee stappen. Eerst wordt er een zogenoemde relatieve frequentie matrix berekend. Deze matrix geeft grofweg aan hoe vaak een bepaalde beslissingscombinatie is voorgekomen in het verleden.

Om de beslissingen (i', j') die de spelers maken handzamer te maken bestaat 2×2 matrix U :

$$U_{ij}(i', j') = \begin{cases} 1 & \text{als } (i, j) = (i', j') \\ 0 & \text{in andere gevallen} \end{cases}$$

Deze matrix neemt dus de volgende waarden aan:

$$U(1,1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, U(1,2) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, U(2,1) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, U(2,2) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

De matrix ρ_t geeft de relatieve frequentie van de beslissingscombinaties weer. Als bijvoorbeeld in periode 25 ongeveer 50 procent van de beslissingscombinaties de beslissingscombinatie was om beide te adverteren en 50 procent van de beslissingscombinatie om beide niet te adverteren, dan zou de matrix er zo uit kunnen zien:

$$\rho_{25} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix}$$

$$\rho_t = \left\{ z \in R \mid z_{ij} \geq 0 \text{ voor alle } i, j, \text{ en } \sum_{i,j} z_{ij} = 1 \right\}$$

ρ_t wordt berekend op de volgende manier:

$\rho_1 = \tilde{\rho}$: Een initiële matrix. Bij grotere t wordt het effect van deze matrix kleiner.

$$\rho_t = \frac{q + t - 1}{q + t} \rho_{t-1} + \frac{1}{q + t} U(j_{t-1}^A, j_{t-1}^B)$$

De relatieve frequentie matrix is dus het product van de relatieve frequentie matrix in de vorige periode en de beslissingscombinatie die is gekozen in die periode. Dit is goed terug te zien in *Figuur 3*. De beslissing die wordt genomen in de huidige periode heeft dus nog geen effect op de omgeving in de huidige periode. De bovenstaande formule is ook waar in dit onderzoek de EWMA methode op toegepast wordt; later meer hierover.

Het berekenen van de omgevingsparameters

Zodra ρ_t bekend is kunnen de omgevingsparameters (D, a) uitgerekend worden. Deze hangen af van ρ_t .

De omgevingsparameters zijn relatief eenvoudig af te leiden uit ρ_t . Dit gaat op de volgende manier:

$$D_A(\rho_t) = C_{D_A_1} + C_{D_A_2} * ([\rho_t]_{11} + [\rho_t]_{12}) * (C_{D_A_3} * [\rho_t]_{11} + [\rho_t]_{12} + [\rho_t]_{21})$$

$$D_B(\rho_t) = C_{D_B_1} + C_{D_B_2} * ([\rho_t]_{11} + [\rho_t]_{21}) * (C_{D_B_3} * [\rho_t]_{11} + [\rho_t]_{12} + [\rho_t]_{21})$$

$$a_{1A}(\rho_t) = C_{a1_A_1} - C_{a1_A_2} * ([\rho_t]_{11} + [\rho_t]_{12})$$

$$a_{1B}(\rho_t) = C_{a1_B_1} - C_{a1_B_2} * ([\rho_t]_{11} + [\rho_t]_{21})$$

$$a_{2A}(\rho_t) = C_{a2_A_1} - C_{a2_A_2} * ([\rho_t]_{11} + [\rho_t]_{21})$$

$$a_{2B}(\rho_t) = C_{a2_B_1} - C_{a2_B_2} * ([\rho_t]_{11} + [\rho_t]_{12})$$

C zijn constanten en allemaal groter dan of gelijk aan 1.

De formule voor het verkooppotentieel is:

$$SP_t^k = D_k(\rho_t) - a_{1k}(\rho_t) * p_k + a_{2k}(\rho_t) * p_{-k} \quad (7)$$

Door te adverteren groeit de markt voor beide spelers het zelfde, namelijk: ($C_{D_k_3} * [\rho_t]_{11} + [\rho_t]_{12} + [\rho_t]_{21}$). De hoeveelheid die iedere speler van deze marktgrootte daadwerkelijk krijgt is afhankelijk van hun eigen adverteer pogingen in het verleden: ($[\rho_t]_{11} + [\rho_t]_{12}$) en ($[\rho_t]_{11} + [\rho_t]_{21}$). De constante $C_{D_k_3}$ zorgt ervoor, mits deze groter is dan één, dat het tegelijk adverteren voor beide spelers de meeste verkoop oplevert (d.w.z. Als $[\rho_t]_{11} = 1$ dat de vraaglijn maximaal naar boven is geschoven).

Naast het verschuiven van de vraaglijnen over de horizontale as zal de helling ook variëren. Als een speler veel geadverteerd heeft dan zal de eigen vraag minder gevoelig zijn voor eigen prijs verandering. Als de andere speler veel adverteert dan zal dat een negatief effect hebben op de eigen verkoop.

Als we *formule (7)* combineren met de *formules (1) en (6)* en het verkooppotentieel definiëren als het hoogst haalbare dan zijn de verkoopformules als volgt:

$$x_{A,t}^{1,1} = 1 * SP_t^A \quad x_{B,t}^{1,1} = 1 * SP_t^B \quad (9)$$

$$x_{A,t}^{1,2} = \frac{\gamma_A^{1,2}}{\gamma_A^{1,1}} * SP_t^A \quad x_{B,t}^{1,2} = \frac{\gamma_B^{1,2}}{\gamma_B^{1,1}} * SP_t^B$$

$$x_{A,t}^{2,1} = \frac{\gamma_A^{2,1}}{\gamma_A^{1,1}} * SP_t^A \quad x_{B,t}^{2,1} = \frac{\gamma_B^{2,1}}{\gamma_B^{1,1}} * SP_t^B$$

$$x_{A,t}^{2,2} = \frac{1}{\gamma_A^{1,1}} * SP_t^A \quad x_{B,t}^{2,2} = \frac{1}{\gamma_B^{1,1}} * SP_t^B$$

SAMENVATTING VAN HET ADVERTEERMODEL

In iedere periode gebeurt er het volgende:

Eerst wordt de relatieve frequentie matrix berekend. Voor de eerste periode is dit de initiële relatieve frequentie matrix. In de overige periodes is deze afhankelijk van de relatieve frequentie matrix en de beslissingscombinatie in de vorige periode. Hieruit kunnen vervolgens de omgevingsparameters berekend worden. Dit zal grofweg resulteren in een betere omgeving voor de speler die veel adverteert en een minder goede omgeving voor de speler die minder adverteert.

Nu de omgeving in de huidige periode bekend is kan de prijs van iedere speler bepaald worden. Zoals beschreven in de theorie is de prijs niet afhankelijk van de beslissingscombinatie in dezelfde periode.

Hierna kan het verkooppotentieel berekend worden. Naast dat de omgeving via de prijs hier effect op heeft, heeft deze er ook direct effect op. Dit verkooppotentieel geeft aan wat de spelers in het beste geval verkopen. Het beste geval is als beide spelers adverteren.

Nu komt de adverteerbeslissing van beide spelers aan bod. Het deel van het verkooppotentieel dat echt verkocht gaat worden is afhankelijk van de beslissingscombinatie. Er bestaan vier beslissingscombinaties: Beide adverteren, beide niet adverteren, één adverteert en de ander niet en vice versa. Iedere beslissingscombinatie zorgt ervoor dat een bepaald percentage van het verkooppotentieel daadwerkelijk omgezet wordt in verkoop. Dit is een percentage tussen 0 en 100. De verkoop die overblijft wordt de gematerialiseerde verkoop genoemd.

Er is nu bekend wat de prijs is en hoeveel er verkocht wordt. Nu kan de winst dus berekend worden. Deze bestaat uit de omzet, kosten en eventueel adverteerkosten.

Nu is dus de winst in periode t bekend. Waarbij de omgeving en de beslissingen als input dienden.

DE EWMA-METHODE

Het idee dat het effect van adverteren op de verkoop langer bestaat dan alleen in de huidige periode is intuïtief aantrekkelijk (Clarke, 1976).

Een onderzoek gedaan door (Nerlove & Waugh, 1971) naar de vraag naar sinaasappelen als gevolg van adverteren draagt de EWMA-methode aan als een geschikte manier om de verkoop te berekenen. Hun onderzoek is toegepast op een markt met imperfecte substitutiegoederen net zoals het adverteermodel.

De Exponentially Weighted Moving Average (EWMA) methode is voor het eerst geïntroduceerd door (Roberts, 1959). In zijn artikel beschreef hij hoe het zogenoemde Geometric Moving Average gebruikt kan worden voor het afvlakken van controle grafieken. Sindsdien is zijn methode in ruim 130000 artikelen gebruikt. Vooral in het vakgebied van financiën is de EWMA-methode een veel gebruikte methode. Dit omdat het korte-termijn fluctuaties kan elimineren en lange-termijn trends markeren.

De EWMA-methode is een methode waarbij voor ieder tijdstip t een gemiddelde berekend kan worden. Dit gemiddelde is het gemiddelde van alle voorgaande waarden die exponentieel gewogen zijn. Recursief ziet de formule om het EWMA te berekenen er als volgt uit:

$$S_1 = Y_1$$

$$\text{Voor: } t > 1, \quad S_t = \alpha * Y_t + (1 - \alpha) * S_{t-1}$$

Y_t : Waarde van datapunt in tijdstip t

S_t : Waarde van EWMA in tijdstip t

α : Smoothing factor tussen 0 en 1, bij lage waarde weinig invloed nieuwere data

Het artikel van (Stuart Hunter, 1986) beschrijft het gedrag van de EWMA-methode als een methode die steeds minder gewicht geeft aan data naarmate deze ouder worden. Met behulp van α kan de methode een lang en een kort geheugen gegeven worden. Als α nadert naar nul dan heeft de methode een lang geheugen waardoor het eindresultaat lijkt op een normaal gemiddelde. Als α groter wordt dan lijkt het eindresultaat op een Shewhart grafiek (Shewhart, 1931). Deze kijkt alleen naar de paar laatste datapunten. Als α nader naar één, dan is het eindresultaat gelijk aan de datapunten.

De EWMA-methode zal toegepast worden op de berekening van de relatieve frequentie matrix. Deze is bij de originele methode:

$\rho_1 = \tilde{\rho}$: Een initiële matrix. Bij grotere t wordt het effect van deze matrix kleiner.

$$\rho_t = \frac{q+t-1}{q+t} \rho_{t-1} + \frac{1}{q+t} U(j_{t-1}^A, j_{t-1}^B) \quad (10)$$

Bij het gebruik van de EWMA methode ziet deze er anders uit. Voor de relatieve frequentie matrix die gegenereerd is met behulp van de EWMA-methode zal het teken **delta**, δ_t gebruikt worden.

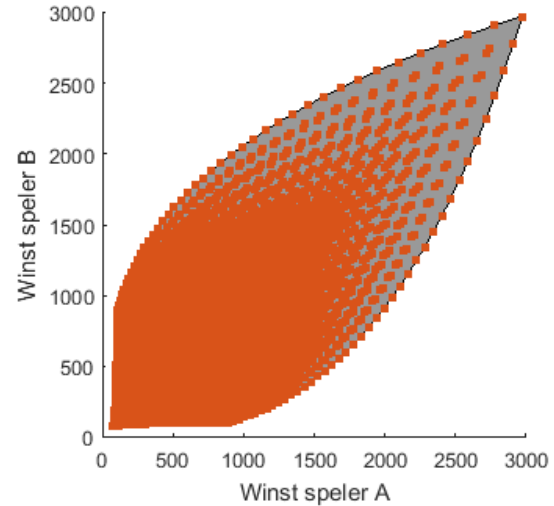
$$\delta_1 = \text{Initiele matrix} \quad (11A)$$

$$\delta_t = (1 - \alpha) * \delta_{t-1} + \alpha * U(j_{t-1}^A, j_{t-1}^B), \quad 0 \leq \alpha \leq 1 \quad (11B)$$

δ_t zal de plek van ρ_t innemen bij het berekenen van de omgevingsparameters.

Een belangrijk onderdeel in de analyse van het adverteermodel is het genereren van een zogenaamde winst-paren grafiek te zien in *Figuur 4*.

Ieder punt stelt een gemiddelde winst-paar voor, voor een bepaalde frequentie matrix. Dit is de grafiek die hoort bij het voorbeeld in dit hoofdstuk, berekend met de originele methode van (Joosten, 2015). De frequentie matrix (niet te verwarren met de relatieve frequentie matrix) geeft aan hoe vaak een bepaalde beslissingscombinatie voorkomt. *Formule (10)* convergeert naar de frequentie matrix naarmate t oneindig nadert. Dat wil zeggen:



FIGUUR 4: VOORBEELD WINST-PAREN

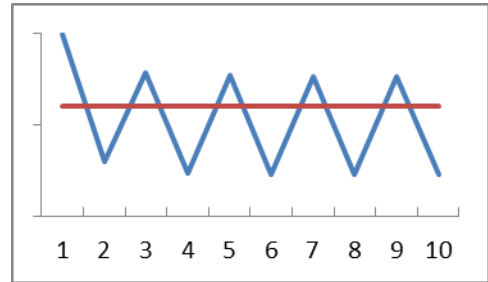
$$\lim_{t \rightarrow \infty} \rho_t = \text{frequentie matrix} \quad (12)$$

Met behulp van deze *eigenschap (12)* kan dus voor een bepaalde frequentie matrix het winst-paar berekend worden. Dit gaat op de zelfde manier als de verwachtingswaarde uitrekenen in een stochastisch probleem. De frequentie matrix neemt dan de rol in van de kansen en de relatieve frequentie matrix blijft gelijk. In *Figuur 4* is dit gedaan voor 12341 verschillende frequentie matrices.

Bij het gebruik van de EWMA-methode om de relatieve frequentie matrix te berekenen gaat *eigenschap (12)* niet op. Want bij de EWMA-methode krijgt een nieuwe waarde steeds het zelfde gewicht in de relatieve frequentie matrix onafhankelijk van t . Dat wil zeggen dat de beslissing in $t = 100000$ evenveel gewicht heeft in de berekening van de relatieve frequentie matrix van $t = 100000$ als de beslissing in $t = 10$ op de relatieve frequentie matrix van $t = 10$. Dit gewicht is α . Dit betekent dat we niet op deze relatief makkelijke manier de winst-paren grafiek kunnen maken.

Dit betekent niet dat je niet kan convergeren naar een bepaalde waarde met behulp van de EWMA-methode in het algemeen. Dit is heel goed mogelijk namelijk. Echter, als er geconvergeerd moet worden naar een fractionele waarde en dit moet gedaan worden met waarden 0 of 1 (wat het geval is in het adverteermodel. Zie *U.*) dan zal de uitkomst steeds om deze fractionele waarde slalommen. Dit principe is gedemonstreerd in *Figuur 5*. Let op: dit is een vereenvoudigde weergave om een principe te demonstreren. Hier is geprobeerd te convergeren naar waarde 0.6 (zie rode lijn). Dit is gebeurd door te kiezen voor 1 als de waarde onder 0.6 zit en te kiezen voor 0 als de waarde boven 0.6 zit. De blauwe lijn is het resultaat van de berekeningen van de EWMA-methode. Alpha is 0.3. Deze manier wordt de benadermethode genoemd.

Een reeks beslissingen is niet per se uniek voor een bepaald streefgetal als de benadermethode wordt gebruikt om deze reeks te genereren. De reeks beslissingen van nullen en éénen uit *Figuur 5*, {1,0,1,0,1,0,1,0,1,0}, zal hetzelfde zijn als voor de streefgetallen in het bereik 0.3 tot 0.7. De waarde van α heeft effect op dat bereik. Als α kleiner is dan zal het bereik van streefgetallen waarvoor een bepaalde beslissingsreeks geldt, kleiner zijn. Over dit principe wordt in de analyse verder uitgeweid.



FIGUUR 5: VOORBEELD SLALOMMEN

Door α heel klein te maken kan dus relatief goed het streefgetal benaderd worden. Het gemiddelde van de relatieve frequentie matrices berekend door de EWMA-methode kan het zelfde zijn als de doelmatrix. Maar aangezien het verband tussen de relatieve frequentie matrix en de winst niet lineair is kan niet met zekerheid gezegd worden dat de winst dan gelijk is als bij het berekenen op de originele manier.

Dit alles maakt dat op dit moment de enige betrouwbare manier om het effect van de EWMA-methode te analyseren is door te simuleren. Daarom is er een MATLAB programma ontwikkeld wat over een lange tijd ($0 \leq T \leq 100\,000$) voor meerdere frequentie matrices ($0 \leq N \leq 50\,000$) efficiënt de winstparen kan uitrekenen. Dit programma zal beschreven worden in het volgende hoofdstuk en vervolgens zullen de uitkomsten gebruikt worden in de analyse.

METHODE

Om het effect van de EWMA-methode volledig te kunnen analyseren is er een programma ontwikkeld in MATLAB R2015a. Dit programma bestaat uit verschillende onderdelen welke hier onder toegelicht worden. De belangrijkste onderdelen zijn “Doelmatrix generatie”, “Benadermethode”, “Winst-paar berekening”, “Uitgebreide rekenproces”, “Efficiënte rekenproces”, “Visualisatieproces” en “Overige onderdelen”.

DOELMATRIX GENERATIE

Een belangrijk onderdeel van de benadermethode is het genereren van doelmatrices. De benadermethode is al kort aan bod gekomen in de theorie en zal in het volgende hoofdstuk uitgebreid toegelicht worden. De doelmatrix generatie is onderdeel van de benadermethode en deze zal dus ook eerst uitgelegd worden.

Bij de doelmatrix generatie wordt aan de hand van een bepaalde precisie een set doelmatrices F gegenereerd. Deze doelmatrices hebben vergelijkbare eigenschappen als de frequentie matrices bij de originele (niet-EWMA) methode. Om de doelmatrices te genereren moet een bepaalde precisie opgegeven worden. De bedoeling is dat alle mogelijke waarden voor a, b, c en d gegenereerd worden welke op het vlak liggen van *formule (13)*.

$$F = \left\{ z \in R^{2 \times 2} \mid z_{ij} \geq 0 \text{ voor alle } i, j, \text{ en } \sum_{i,j} z_{ij} = 1 \right\}$$
$$a, b, c, d \in N$$
$$a + b + c + d = \text{precisie} \tag{13}$$
$$F_{11} = \frac{a}{\text{precisie}}, \quad F_{12} = \frac{b}{\text{precisie}}, \quad F_{21} = \frac{c}{\text{precisie}}, \quad F_{22} = \frac{d}{\text{precisie}}$$

Voor een $\text{precisie} = 2$ levert dit bijvoorbeeld de volgende doelmatrices op.

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0.5 & 0.5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0.5 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0.5 \\ 0.5 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0.5 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Het aantal doelmatrices N is uit te rekenen met behulp van de volgende formule:

$$N = \frac{(\text{precisie} + 1) * (\text{precisie} + 2) * (\text{precisie} + 3)}{6}$$

Een precisie van 50 levert dus 23426 resultaten op en een precisie van 100 al 176851.

BENADERMETHODE

Nu de doelmatrices bekend zijn kunnen de beslissingscombinaties en relatieve frequentie matrices behorende bij een doelmatrix gegenereerd worden. Het aantal beslissingscombinaties en relatieve frequentie matrices die gegenereerd worden per doelmatrix wordt gedefinieerd door de gebruiker. Deze hoeveelheid is T . Ook moet de gebruiker de waarde van α en een initiële matrix δ_1 definiëren.

Nu zal per doelmatrix F periode 1 tot en met T doorlopen worden. Beginnend bij periode 1. De relatieve frequentie matrix in periode 1 is de initiële matrix δ_1 . In de overige perioden wordt de relatieve frequentie matrix bepaald aan de hand van de EWMA-formule. Vervolgens wordt er gekeken naar het verschil tussen doelmatrix F en de relatieve frequentie matrix δ_t in die periode (let op: dit is NIET het absolute verschil, een waarde kan dus ook negatief zijn). Daarna wordt de hoogste waarde gezocht in deze verschil matrix. De index matrix die resulteert uit deze bewerking is de beslissingscombinatie U_t die gekozen wordt. In het geval dat er twee waarden het grootst zijn wordt degene gekozen welke de hoogste waarde heeft in de doelmatrix.

$\delta_1 = \text{initiele matrix.}$

$$\delta_t = (1 - \alpha) * \delta_{t-1} + \alpha * U_{t-1}$$

$$\text{verschil}_t = F - \delta_t$$

$$U_t = \max(\text{verschil}_t)$$

Voorbeeld:

$$F = \begin{bmatrix} .1 & .2 \\ .3 & .4 \end{bmatrix}, \quad \text{Initiele matrix} = \delta_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \alpha = 0.1$$

$$\delta_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \text{verschil}_1 = \begin{bmatrix} .1 & .2 \\ .3 & .4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.2 \\ \mathbf{0.3} & -0.6 \end{bmatrix} \rightarrow U_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\delta_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ .1 & .9 \end{bmatrix} \rightarrow \text{verschil}_2 = \begin{bmatrix} .1 & .2 \\ .3 & .4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ .1 & .9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} .1 & \mathbf{.2} \\ .2 & -.5 \end{bmatrix} \rightarrow U_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\delta_3 = \begin{bmatrix} 0 & .1 \\ .09 & .81 \end{bmatrix} \rightarrow \text{verschil}_3 = \begin{bmatrix} .1 & .2 \\ .3 & .4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & .1 \\ .09 & .81 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} .1 & .1 \\ \mathbf{.21} & -.41 \end{bmatrix} \rightarrow U_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

WINST-PAAR BEREKENING

In het winstberekeningsproces wordt de berekening uitgevoerd die in de theorie onder "Spelerprocessen" zijn beschreven. De winst zal daarna per speler K, per periode t, per geval n uitgerekend worden. Vervolgens wordt dit opgeslagen. De complexiteit van dit proces zit in de berekeningen, welke al volledig toegelicht zijn in de theorie.

UITGEBREIDE REKENPROCES

Om winst-paren uit te rekenen zijn er twee verschillende processen ontwikkeld. Het eerste proces is de uitgebreide versie, deze slaat alle gegevens op. Deze versie is vooral handig als het verloop van bepaalde matrices geanalyseerd moet worden. Het genereren van doelmatrices en de benadermethode zijn beide onderdeel van dit proces. Dit komt dus neer op de volgende matrices die opgeslagen worden (de grootte van de matrices is ook aangegeven):

- Doelmatrices $= 2 \times N$
- Relatieve frequentie matrices $= 2 \times 2 \times T \times N$
- Beslissingscombinaties $= 2 \times 2 \times T \times N$
- Winst-paren $= 2 \times T \times N$

Omdat de uitgebreide versie alle gegevens opslaat is het soms nodig deze simulatie op te delen in kleinere stukken. Dit heeft te maken met de beperking van MATLAB op de maximale grootte van matrices. Dit is afhankelijk van het beschikbare RAM-geheugen. De grootte van de matrices waarop een bepaald moment mee gerekend wordt moet niet groter zijn dan het beschikbare geheugen. De beste grootte van matrices, zo blijkt uit ervaring, is rond de 500 Megabyte. Stel dat we een simulatie willen uitvoeren met een precisie van 50 wat resulteert in $N = 23426$ en over $T = 50000$. De grootte van één element uit een matrix is 64 bits. De grootte van zowel de beslissingsmatrices als de relatieve frequentie matrices is dan:

$$\frac{64}{8} * 2 * 2 * 23426 * 50000 = 37\,481\,600\,000 \text{ bytes} = 34.9 \text{ Gigabyte}$$

Als deze simulatie dus in één keer uitgevoerd zou worden zou dus ± 70 Gigabyte aan RAM-geheugen beschikbaar moeten zijn. Dit is vele malen groter dan de 8 Gigabyte die de meeste PC's van tegenwoordig hebben. Dit proces zal dus in $\frac{70}{0.5} = 140$ sub-simulaties opgedeeld worden. Zodat deze sub-simulaties 500 megabyte per keer gebruiken van het RAM-geheugen.

Het uitgebreide rekenproces bestaat vooral uit de losse onderdelen die al beschreven zijn. Een extra module in dit proces zorgt er voor dat een simulatie die te groot is opgedeeld wordt. Ook zorgt deze module er voor dat de gegevens van de sub-simulaties opgeslagen worden en later weer uitgelezen kunnen worden.

EFFICIËNTE REKENPROCES

Omdat het niet altijd nodig is om de volledige beslissingscombinatie reeksen en relatieve frequentie matrices te hebben maar alleen de gemiddelde winst-paren, is er ook nog een tweede rekenproces ontwikkeld. In dit proces worden de beslissingscombinaties, relatieve frequentie matrices en winst-paren per periode niet opgeslagen. Deze drie variabelen hebben het grootste aandeel in de grootte van de simulatie. Door deze niet mee te nemen is de module die de simulatie opdeelt dus niet meer nodig. Ook zal de totale simulatie tijd iets minder zijn. Deze methode gebruikt de zelfde onderdelen als de uitgebreide methode.

Voor iedere periode worden de volgende stappen doorlopen, deze zijn ook te zien in *Bijlage 2*:

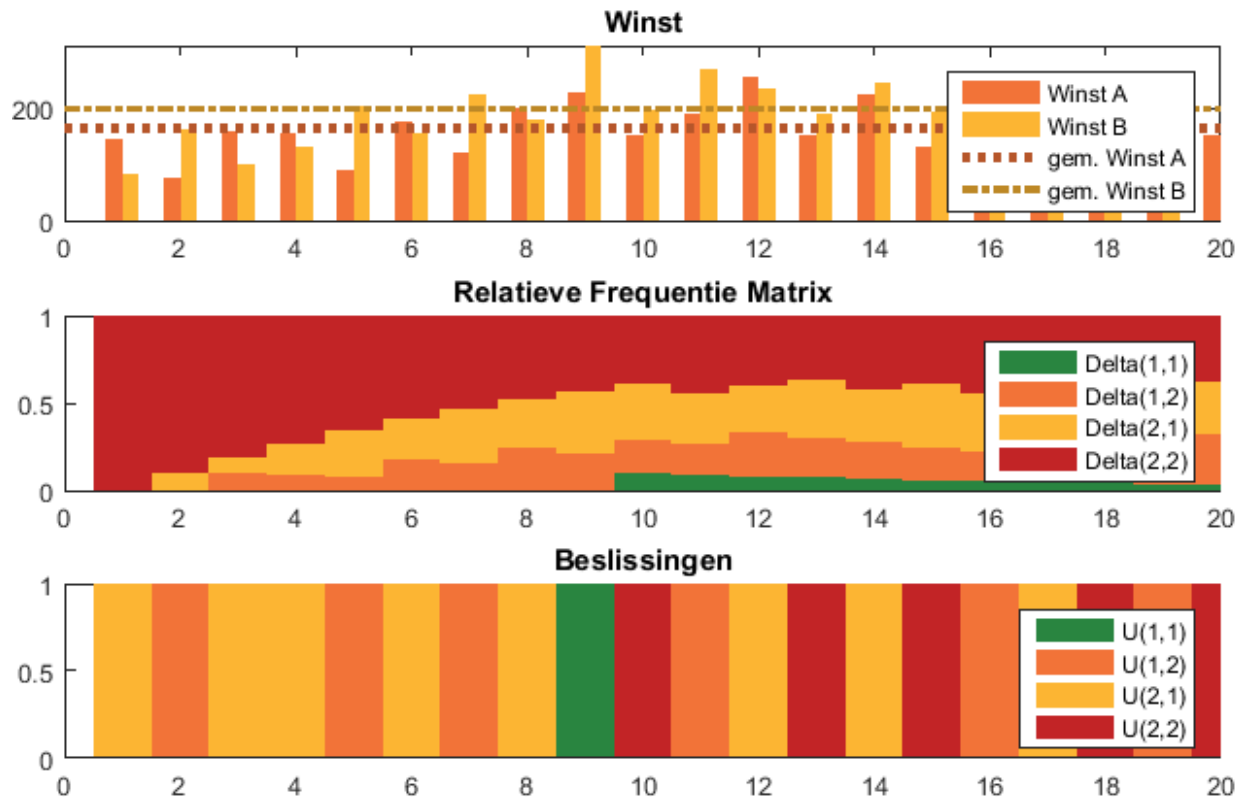
Eerst wordt de relatieve frequentie matrix uitgerekend aan de hand van de relatieve frequentie matrix en beslissingscombinatie uit de vorige periode. Deze twee variabelen zijn opgeslagen en worden iedere periode overschreven. Dit is mogelijk omdat voor de berekeningen in periode t alleen de gegevens uit periode $t - 1$ nodig zijn. Vervolgens wordt het winst-paar berekend voor de specifieke periode. Dit wordt dan op de volgende manier opgeteld bij één gemiddelde winst-paar variabele voor een specifiek geval:

$$GemiddeldeWinstpaar = GemiddeldeWinstpaar + \frac{Winstpaar_t}{T} \quad \text{voor } t = \{1 \dots T\}$$

Op deze manier is de simulatie dus veel minder opslagruimte-intensief. De berekeningen die gedaan moeten worden blijven wel hetzelfde. In *Bijlage 2* is onderscheid gemaakt tussen de waarde voor α die gebruikt wordt voor het genereren van de beslissingscombinaties en de α die gebruikt wordt om de winst te berekenen. Dit omdat het soms gewenst is voor een bepaalde beslissingscombinatie-reeks verschillende winst-paren te berekenen door α te variëren. Hoewel dit dus wel mogelijk is met de efficiënte methode is het makkelijker dit te doen met de uitgebreide methode. Dit omdat hierbij de beslissingsreeksen opgeslagen zijn en dus niet steeds opnieuw gegenereerd hoeven worden.

VISUALISATIEPROCES

Het visualisatieproces zorgt ervoor dat de gemiddelde winst-paren uitgezet worden in een grafiek zoals *Figuur 4*. Wanneer de uitgebreide rekenmethode gebruikt wordt kunnen individuele beslissingsreeksen en relatieve frequentie matrices gevisualiseerd worden zoals gedaan is in *Figuur 6*.



FIGUUR 6: VOORBEELD INDIVIDUELE VISUALISATIE

De gegevens in deze grafiek zijn gegenereerd met behulp van de benadermethode en de onderstaande gegevens:

$$\delta_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.2 \\ 0.3 & 0.4 \end{bmatrix}, \alpha = 0.1 \text{ en standaardomgevingsparameters uit Bijlage 3.}$$

In de grafiek 'Beslissingen' staat een rode balk voor de beslissingscombinatie om geen van beide te adverteren, groen voor beide wel adverteren en geel en oranje voor de één wel adverteren en de ander niet. In de 'Relatieve Frequentie Matrix' grafiek zijn de zelfde kleuren gebruikt.

In deze grafieken is goed te zien hoe de relatieve frequentie matrix afhangt van de genomen beslissingen. Ook is goed te zien wat het effect is van de initiële relatieve frequentie matrix.

OVERIGE ONDERDELEN

Ook zijn er nog losse onderdelen ontwikkeld. Eén van deze onderdelen is een functie die aan de hand van een vaste frequentie van iedere beslissingscombinatie, alle mogelijke volgorden van die beslissingscombinatie kan genereren. Deze functie is handig om het effect van de volgorde van de beslissingscombinaties te analyseren.

Een tweede functie die ontwikkeld is, is een functie welke controleert of de som van de individuele elementen van iedere relatieve frequentie matrix gelijk is aan één. Deze is vooral handig als T dusdanig groot is dat de individuele perioden niet meer te controleren zijn.

Een derde functie berekent de winst-paren met behulp van de oude methode. Dit is handig om te vergelijken met de EWMA-methode.

ANALYSE

Als we twee winst-paren grafieken vergelijken, één die op de originele manier is gegenereerd en één met behulp van de EWMA-methode dan zien we hier verschil tussen. Het variëren van α , δ_1 en T heeft effect op de omtrek van de punten en de plaatsing van de verschillende punten binnen deze omtrek. Om het effect van de EWMA-methode en daarbij behorende parameters te analyseren is het hoofdstuk analyse opgedeeld in verschillende onderdelen.

Eerst zal het effect van de EWMA-methode op individuele gevallen geanalyseerd worden in het hoofdstuk “Volgorde van beslissingen”. Daarna wordt gekeken wat het effect van T is op de winst-paren in het hoofdstuk “Het effect van T ”. Daarna worden de EWMA-methode en de originele methode vergeleken in “Vergelijking EWMA-methode met de originele methode en het effect van δ_1 ”. Dan wordt gekeken wat het effect van α is op het gedrag van de benadermethode in “Het effect van α op de benadermethode”. Als laatste wordt gekeken wat het effect van het variëren van α is bij een vaste reeks beslissingen in “Het effect van α bij een vaste beslissingsreeks”.

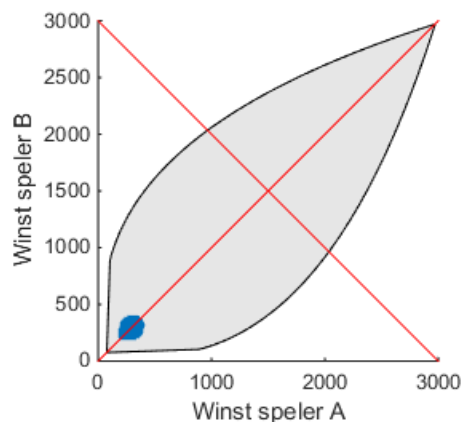
In het gehele hoofdstuk wordt er uitgegaan van de standaard omgevingsparameters uit *Bijlage 1* tenzij anders vermeld is.

DE VOLGORDE VAN BESLISSINGENCOMBINATIES

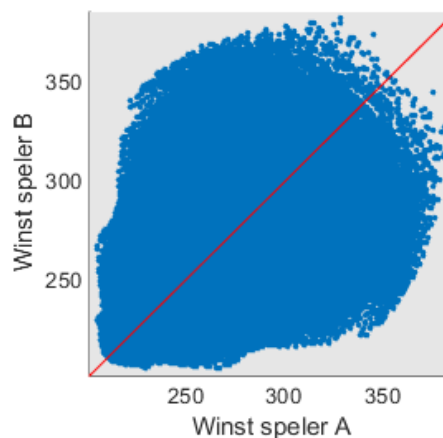
Bij de originele methode maakt de volgorde van de beslissingscombinaties op den duur niet meer uit. Dit principe is uitgelegd in de theorie. Bij het gebruik van de EWMA-methode maakt dit wel degelijk uit. Dit zal gedemonstreerd worden door voor 12 beslissingscombinaties op alle mogelijke volgorden de gemiddelde winst-paren te berekenen. In dit voorbeeld komt de benadermethode dus niet voor. Er wordt 3 keer gekozen om beide te adverteren, 3 keer om beide niet te adverteren, 3 keer dat speler A wel adverteert en B niet en 3 keer andersom. Dit levert 369600 verschillende beslissingsreeksen op met bijbehorende winst-paren. De initiële matrix voor ieder geval is $\delta_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ en $\alpha = 0.2$. De winst-paren die uit deze beslissingsreeksen resulteren zijn te zien in *Figuur 7* en *Figuur 8*.

Zoals te zien liggen de waarden relatief dicht bij elkaar. Er zitten geen extreme uitschieters tussen. De wolk is, zoals verwacht, symmetrisch. Interessant zijn de punten die het meest links en rechts liggen (en boven en onder, maar die hebben de zelfde eigenschappen door de symmetrie). De beslissingsreeksen zijn weergegeven die horen bij het rechtste punt (383.06; 328.59) in *Bijlage 3* en linkste punt (205.56; 265.88) in *Bijlage 4*.

Uit de volgorde van de beslissingscombinaties kan geconcludeerd worden dat als de beslissingscombinaties die gunstig zijn voor speler A (groen en oranje) in het begin van de reeks zitten de winst groter is voor A dan wanneer deze aan het eind van de reeks zitten. Dit is logisch want als een gunstige beslissingscombinatie zich heeft voorgedaan in het verleden dan heb je daar nog profijt van in het heden en je hebt in het heden geen profijt van toekomstige gunstige beslissingscombinaties. Ook wordt duidelijk dat gunstige beslissingscombinaties het beste geclusterd kunnen worden. Dit heeft te maken met het vergrotende korte termijn effect van een beslissingscombinatie en het feit dat het verband tussen de omgeving en de winst niet lineair is.



FIGUUR 7: WINST-PAREN BIJ VASTE FREQUENTIE



FIGUUR 8: UITVERGROTING VAN FIGUUR 7

HET EFFECT VAN T

Zoals in *Bijlage 3* en *Bijlage 4* al te zien is heeft de initiële matrix δ_1 effect op het verloop van δ . Deze heeft ook effect op de ontwikkeling van δ als de benadermethode gebruikt wordt. Als de benadermethode wordt gebruikt om beslissingscombinaties te genereren dan zal na enige tijd een bepaalde reeks beslissingscombinaties zich herhalen. Dit is niet altijd exact de zelfde reeks maar deze reeksen lijken wel erg op elkaar. Wanneer deze bijna herhalende reeks begint met voorkomen is afhankelijk van T en α .

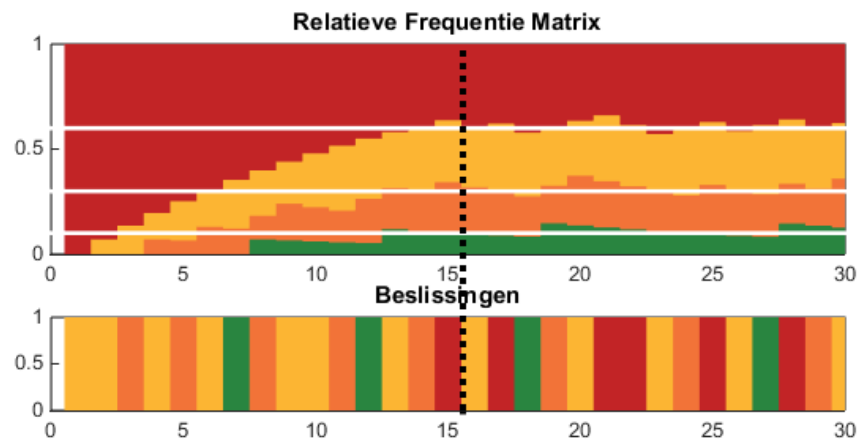
Het is duidelijk dat δ_1 geen effect meer heeft als T nadert tot oneindig. Maar in het MATLAB programma kan T niet oneindig zijn. Er kan wel met zekerheid gezegd worden dat een bepaald gemiddelde voor maximaal een aantal procent afwijkt van het gemiddelde wanneer T nadert tot oneindig.

Om dit te bepalen wordt het principe van settelen geïntroduceerd. Het settelen zijn de eerste paar beslissingscombinaties die afwijken van de rest van de beslissingsreeks. In *Figuur 9* is δ aan het settelen tot de zwarte stippellijn.

De witte lijnen zijn de doelmatrix $F = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.2 \\ 0.3 & 0.4 \end{bmatrix}$,

$\delta_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ en $\alpha = 0.07$.

In *Figuur 9* vindt het settelen plaats van $t = 1$ tot $t = 15$. Dit is de helft van de gehele beslissingsreeks. De maximale afwijking is dus 50% ten opzichte van hetzelfde geval als T oneindig is.



FIGUUR 9: VOORBEELD SETTELEN

Deze maximale afwijking is afhankelijk van α , δ_1 , T en F . Om een algemene regel op te stellen voor de maximale afwijking moeten enkele variabelen voor nu vast gezet worden. δ_1 zal $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ zijn. Dit is een logische beslissingscombinatie want dit representeert dat er nog nooit geadverteerd is. Voor F zal $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ genomen worden. De reden hiervoor is dat voor deze F het verschil tussen δ_1 en F het grootst is van alle mogelijkheden van F . Dus als voor die F een bepaalde maximale afwijking geldt, dan geldt dit ook voor alle andere mogelijkheden van F .

De volgende stap is het berekenen van het settlepunt voor verschillende waarden van α . Door de complexiteit van deze berekening (geometrische reeks) zullen deze punten benaderd worden in Excel. Omdat δ nooit echt F zal worden zal δ gesetteld zijn als $\delta_t = \begin{bmatrix} [\delta_t]_{11} > 0.99 & 0 \\ 0 & [\delta_t]_{22} < 0.01 \end{bmatrix}$. In

Tabel 1 zijn voor verschillende waarden van α de settlepunten weergegeven.

Omdat bij het berekenen van de gemiddelde winst de winsten in alle perioden het zelfde gewicht hebben wordt de maximale afwijking bepaald door de volgende formule:

$$\text{Max. Afwijking (\%)} = \frac{\text{Settlepunt}(\alpha)}{T} \quad (14)$$

Met deze formule kan ook de minimale T berekend worden als een bepaalde maximale afwijking gewenst is. Als men bijvoorbeeld een reeks

beslissingen wil genereren met $\alpha = 0.01$ en een maximale afwijking van 1% dan is $T = \frac{\text{Settlepunt}(0.01)}{0.01} = 45\,900$.

De standaard maximale afwijking is 1%. In het aankomende hoofdstuk zullen de resultaten voor verschillende waarden van α geanalyseerd worden. Omdat voor $\alpha < 0.01$ de grootte van T boven 50000 komt te liggen, is er besloten dat $\alpha \geq 0.01$ moet zijn. Dit om de grootte van de simulaties zo laag mogelijk te houden.

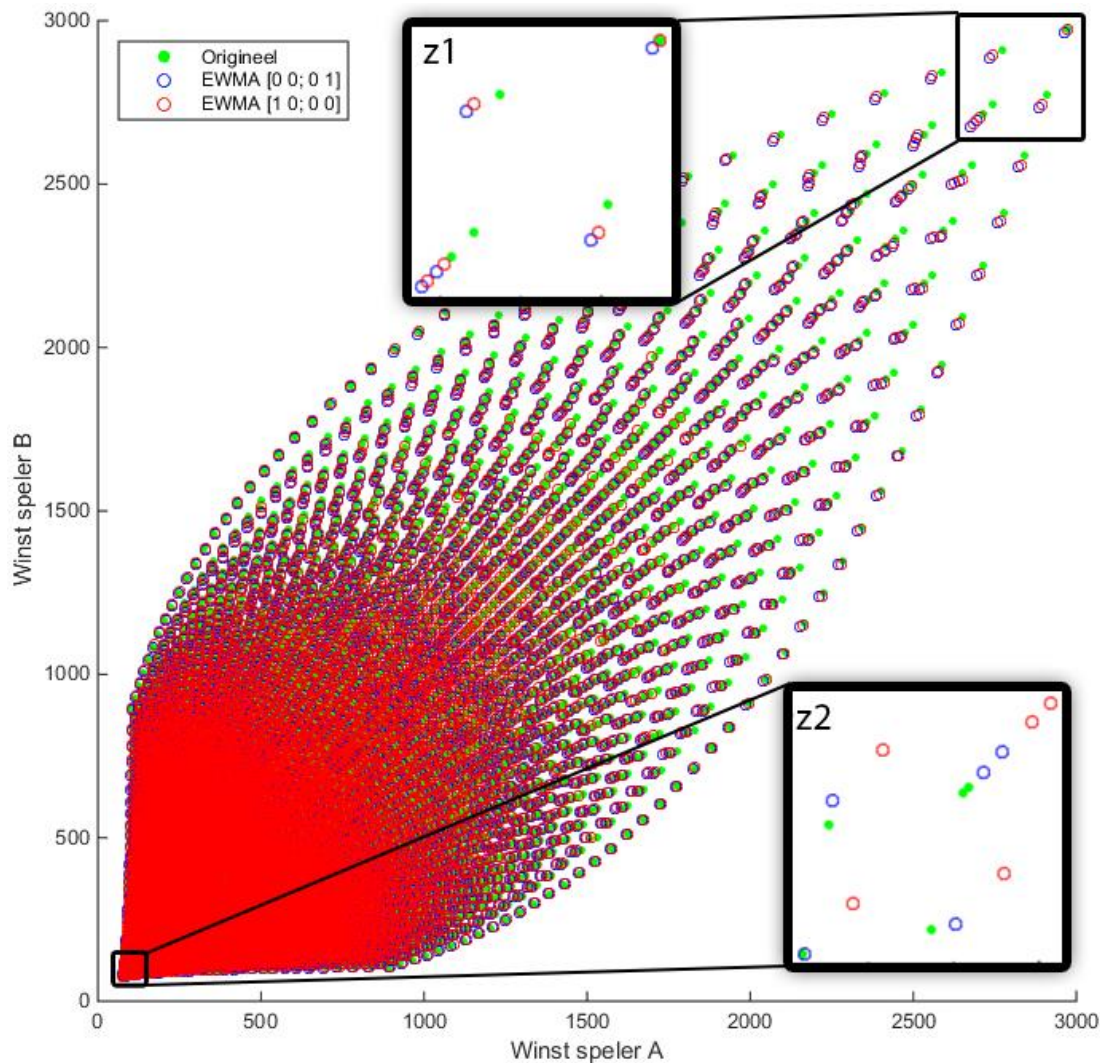
TABEL 1: SETTLEPUNTEN

α	Settlepunt(α)
0,001	4603
0,010	459
0,050	90
0,100	44
0,300	13
0,500	7
0,700	4
0,900	2
0,950	2
0,990	1
0,999	1

VERGELIJKING EWMA-METHODE MET DE ORIGINELE METHODE EN HET EFFECT VAN δ_1

Om het effect van EWMA-methode op het adverteermodel in het algemeen te analyseren worden de originele methode en EWMA-methode vergeleken. Ook worden er verschillende initiële matrices vergeleken.

In *Figuur 10* zijn verschillende situaties uitgezet in een winst-paren grafiek. Voor alle winst-paren zijn dezelfde 12341 doelmatrices genomen (precisie 40). De groene winst-paren stellen de winst-paren voor die berekend zijn met behulp van de originele methode onder de omstandigheden uit *Bijlage 1*. De blauwe cirkels stellen de winst-paren voor die berekend zijn met behulp van de EWMA-methode, een waarde $\alpha = 0.01$, $\delta_1 = [0 \ 0; 0 \ 1]$ en onder de omstandigheden zoals beschreven in *Bijlage 1*. De rode cirkels zijn op dezelfde manier berekend als de blauwe cirkels maar dan met $\delta_1 = [1 \ 0; 0 \ 0]$. De vakken 'z1' en 'z2' zijn uitvergrotingen van respectievelijk de rechterbovenhoek en linkeronderhoek.



FIGUUR 10: WINST-PAREN EWMA EN ORIGINELE METHODE

Het eerste wat opvalt is dat de winst-paren met een zelfde doelmatrix relatief dicht bij elkaar liggen, verschillen zijn pas echt duidelijk te zien in vakken 'z1' en 'z2'. De omtrek van de winst-paren komen overeen tussen de verschillende situaties en ook de plaatsing van de verschillende winst-paren in deze omtrekken liggen bij elkaar.

Het tweede wat opvalt, als er gekeken wordt naar de uitvergrotingen, is dat alle punten die met behulp van de EWMA-methode zijn gegenereerd naar het midden lijken af te wijken ten opzichte van de originele methode. Alle winst-paren, onafhankelijk van de initiële matrix, wijken iets af. Behalve de winst-paren met doelmatrix $F = \delta_1 = [1\ 0; 0\ 0]$ en $F = \delta_1 = [0\ 0; 0\ 1]$ (winst-paren meest rechtsboven en linksonder). Maar voor deze twee winst-paren is dat logisch omdat de relatieve frequentie constant is in deze gevallen.

In 'z1' is te zien hoe ook de rode cirkels naar linksonder afwijken ten opzichte van de originele methode, terwijl je juist zou verwachten dat deze er rechtsboven van zouden liggen omdat de initiële matrix $\delta_1 = [1\ 0; 0\ 0]$ is. Dit betekent namelijk dat, dat winst-paar begint in een gunstigere situatie. Dit zelfde geldt voor de rode punten in 'z2', je zou verwachten dat deze linksonder van de groene punten zouden liggen.

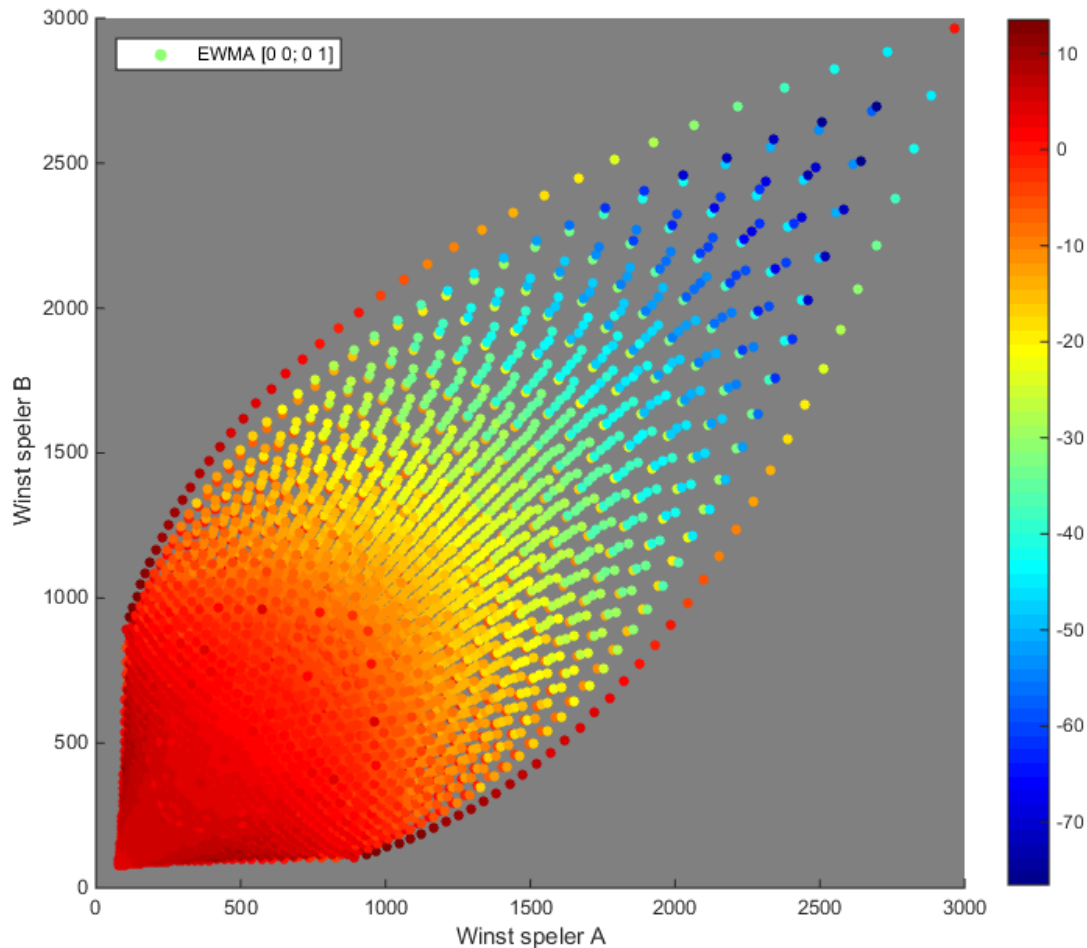
De winst-paren, onafhankelijk van de initiële matrix, wijken dus af van de winst-paren van de originele methode. Het verschil tussen de winst-paren onder verschillende initiële matrices is zoals verwacht: een gunstigere initiële matrix zorgt voor een gunstiger eindresultaat (winst-paar).

Daarom zal nu alleen naar het verschil tussen de originele methode en de EWMA-methode met initiële matrix $\delta_1 = [0\ 0; 0\ 1]$ gekeken worden. In *Figuur 11* zijn de winst-paren van de EWMA-methode met initiële matrix $\delta_1 = [0\ 0; 0\ 1]$ opnieuw weergegeven. De kleuren geven de afwijking ten opzichte van de originele methode weer. De afwijking wordt bepaald als volgt:

$$\text{afwijking} = (WinstEWMA(spelerA) - WinstOrigineel(spelerA)) + (WinstEWMA(spelerB) - WinstOrigineel(spelerB)) \quad : \text{Voor elk winst-paar.} \quad (15)$$

Er is bewust niet gekozen om voor de afwijking euclidische afstanden te nemen omdat dit alle afwijkingen positief zou maken. Op deze manier is de richting van de afwijking ook te zien.

Iedere waarde voor de afwijking is gekoppeld aan een kleur zoals te zien is in de kleurlegenda in *Figuur 11*. In deze grafiek is dus goed te zien welke winst-paren veel afwijken en welke winst-paren minder.

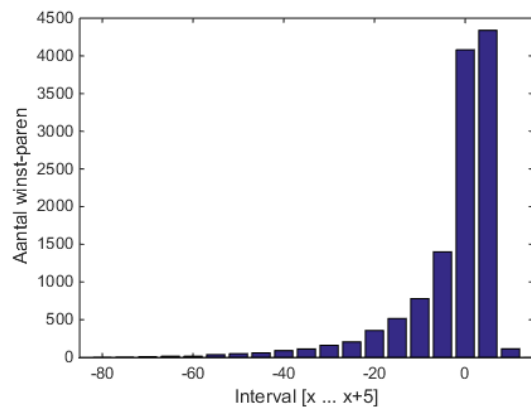


FIGUUR 11: AFWIJINGEN T.O.V. DE ORIGINELE METHODE WEERGEVEN IN KLEUR

Een paar dingen kunnen opgemaakt worden uit *Figuur 11*:

- De winst-paren die de rand vormen van de figuur veranderen allemaal relatief weinig.
- De afwijking naar beneden is vaak groter dan de afwijking naar boven.
- Alle winst-paren lijken iets te trekken naar het gebied tussen de punten: (350, 900), (500, 500), (900, 350) en (750, 750).

In *Figuur 12* is de verdeling van de afwijking, berekend met *formule 15*, weergegeven. Voor ieder interval tussen -80 en 10 met stapgrootte 5 is weergegeven hoe veel winst-paren een afwijking hadden in een specifiek interval. Hieruit kan ook geconcludeerd worden dat maar een klein deel van de afwijkingen zo extreem is en dat 92% van de afwijkingen tussen -5 en 5 ligt. Als de relatieve afwijking wordt genomen dan blijkt dat alle afwijkingen tussen -1.8% en 1.6% liggen.



FIGUUR 12: VERDELING VAN DE AFWIJINGEN

HET EFFECT VAN α OP DE BENADERMETHODE

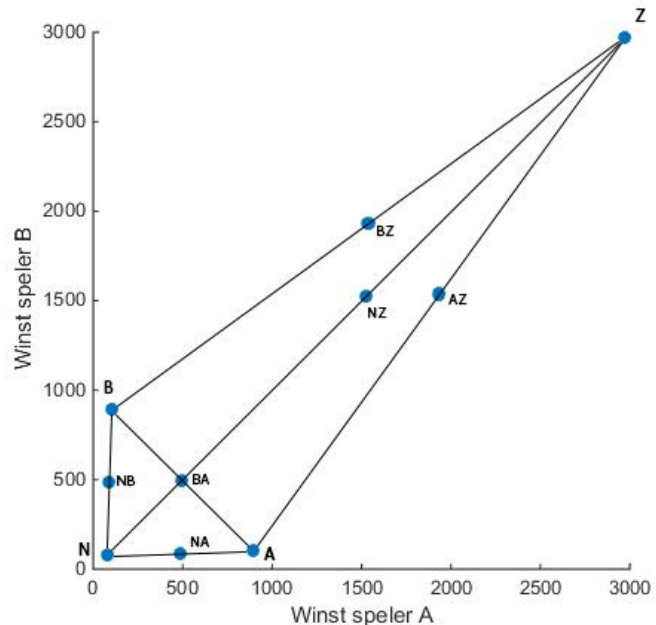
Zoals uitgelegd in de methode, wordt bij de benadermethode een bepaalde doelmatrix F benaderd. Voor iedere periode wordt eerst de relatieve frequentie matrix δ uitgerekend waarna aan de hand van het verschil tussen δ en F een nieuwe beslissing wordt genomen. De waarde voor α heeft invloed op δ en dus ook op de beslissingscombinaties die gekozen worden. De beslissingsreeks, en dus waarschijnlijk ook het winst-paar, zal dus verschillen bij andere waarden voor α wanneer de benadermethode wordt gebruikt.

Naarmate α groter wordt zullen de winst-paren zich verplaatsen richting een tiental punten in de wolk. Deze punten zijn te zien in *Figuur 13*. Dit zijn 12341 winst-paren die gegenereerd zijn met $T = 1000$, $\alpha = 1$ en een initiele matrix $\delta_1 = [0 \ 0; 0 \ 1]$. Verder gelden de standaard omgevingsparameters uit *Bijlage 1*. De waarde van $\alpha = 1$ zorgt ervoor dat er vier verschillende stadia zijn waarin spelers zich kunnen bevinden. Iedere beslissingscombinatie is een mogelijk stadium. De punten waar de verschillende winst-paren zich verzamelen hebben een label gekregen. Tussen de punten zijn lijnen getekend.

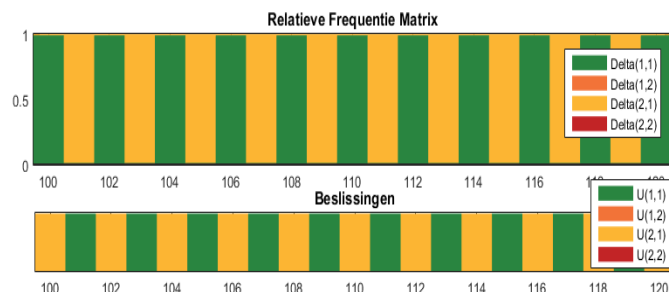
Dit resulteert in tien punten waar winst-paren zich verzamelen:

- N: Beide spelers adverteren nooit.
- Z: Beide spelers adverteren altijd.
- A: Speler A adverteert altijd en B nooit.
- B: Speler B adverteert altijd en A nooit.
- NA, NB, BA, AZ, NZ, BZ: Afwisselen van twee beslissingscombinaties, aangegeven door de twee letters. NA betekent bijvoorbeeld dat in periode x door beide niet geadverteerd wordt, in periode $x + 1$ alleen speler A adverteert en in periode $x + 2$ ze beiden weer niet adverteren en in periode $x + 3$ alleen speler A etc.

De combinaties (NA, NB, BA, AZ, NZ, BZ) van beslissingscombinaties liggen precies in het midden tussen de twee beslissingscombinaties die die combinatie maken. De reden dat er maximaal twee beslissingscombinaties gecombineerd worden is omdat $\alpha = 1$. Dit zorgt ervoor



FIGUUR 13: WINST-PAREN ALS ALPHA=1



FIGUUR 14: RFM EN BESLISSINGSCOMBINATIES AZ

dat als de ene waarde in de relatieve frequentie matrix niet het hoogst is, dat de ander dat dan wel is en andersom. *Figuur 14* geeft de beslissingscombinaties en bijbehorende relatieve frequentie matrix weer van de winst-paren op punt AZ.

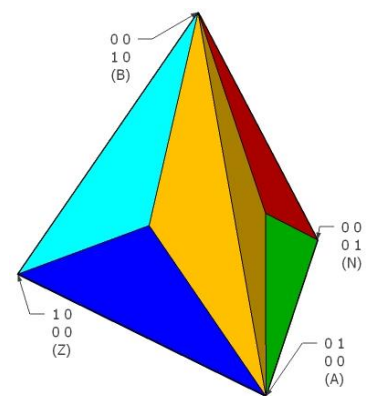
Op deze manier komt iedere doelmatrix dus uit in één van die tien punten. Om een goed beeld te krijgen van welke doelmatrices in welke van de tien punten uitkomen, is de ruimte gevisualiseerd waarin elke mogelijke doelmatrix zich bevindt in *Figuur 15* en *Figuur 16*. Dit is een simplex met vier hoeken en vier vlakken. Iedere hoek stelt één van de vier basis punten N, Z, A en B voor. Alle doelmatrices liggen in deze figuur. Zo ligt bijvoorbeeld de doelmatrix $F = [0.25 \ 0.25; 0.25 \ 0.25]$ precies in het midden en $F = [0.5 \ 0.5; 0 \ 0]$ tussen de punten A en N. De positie van een doelmatrix in deze figuur wordt dus bepaald door de afstand tot de verschillende hoeken. Deze afstand is afhankelijk van de waarde van de individuele elementen van de doelmatrix. Als de waarde van F_{11} bijvoorbeeld hoog is dan zal het punt dicht bij punt Z liggen.

Figuur 16 is *Figuur 15* met doorzichtige buitenvlakken. In deze twee figuren is goed te zien hoe alle doelmatrices netjes verdeeld worden over de tien punten. Er zijn maar vier doelmatrices die naar punten N, Z, A en B trekken. Dit zijn de doelmatrices waarvan één van de elementen één is. Bij de rest van de doelmatrices wordt er gekeken naar de twee hoogste elementen in de doelmatrix. Deze twee hoogste waarden bepalen op welke van de overige zes punten het winst-paar uitkomt.

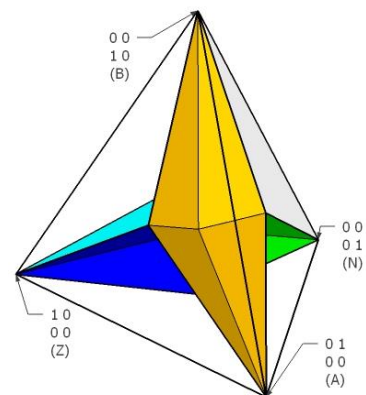
De volgende doelmatrices trekken naar de volgende punten als $\alpha = 1$:

- Doelmatrices in het GELE gebied trekken naar punt BA.
- Doelmatrices in het GROENE gebied trekken naar punt NA.
- Doelmatrices in het BLAUWE gebied trekken naar punt AZ.
- Doelmatrices in het CYANE gebied trekken naar punt BZ.
- Doelmatrices in het RODE gebied trekken naar punt NZ (niet zichtbaar).
- Doelmatrices in het ROZE gebied trekken naar punt NB (niet zichtbaar).

Zodra de waarde van α kleiner wordt zullen er meer punten ontstaan dan de tien punten bij $\alpha = 1$. Er zullen extra ruimten gecreëerd worden, beginnend in het midden.



FIGUUR 15: RUIMTE DOELMATRICES



FIGUUR 16: RUIMTE DOELMATRICES (OPEN)

HET EFFECT VAN α BIJ EEN VASTE BESLISSINGSREEKS

Nu het bekend is dat bij een lage α de winst-paren zo goed als overeenkomen met de originele manier, is het interessant om te kijken wat er gebeurt als α een andere, grotere, waarde aanneemt. In het vorige hoofdstuk is toegelicht hoe de benadermethode beïnvloed wordt door α . De beslissingsreeksen werden anders en daardoor de winst-paren.

In dit hoofdstuk wordt een vaste reeks beslissingen genomen waarvoor de relatieve frequentie matrix wordt berekend voor verschillende waarden voor α . De reeks beslissingen die gebruikt worden hiervoor zijn de beslissingen die gegenereerd worden door de benadermethode met een waarde $\alpha = 0.01$. De reden hiervoor is omdat deze reeks beslissingen het meest uniek zijn, zoals uitgelegd in het vorige hoofdstuk.

In *Figuur 17* zijn de winst-paren voor $\alpha = \{0.01, 0.30, 0.70, 0.99\}$ weergegeven. Er valt te zien hoe de punten zich naar rechtsboven begeven. In *Bijlage 5* zijn de paden die de winst-paren afleggen weergegeven. Hierin is ook goed te zien hoe de winst-paren naar rechtsboven bewegen.

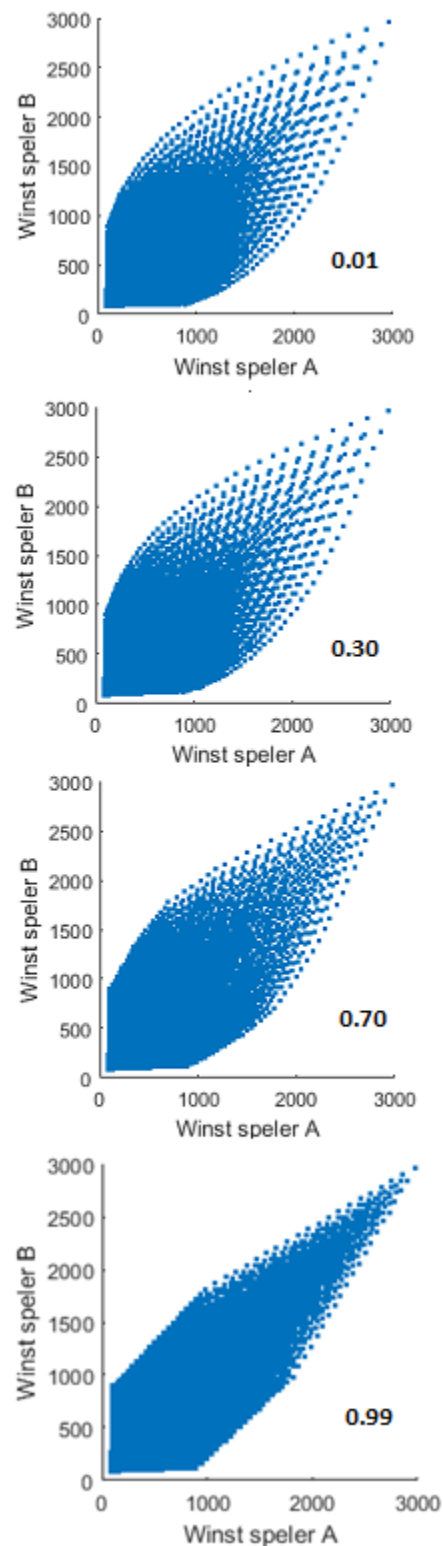
De over het algemeen hogere winst-paar is te verklaren:

Zoals al eerder opgemerkt is het verband tussen de relatieve frequentie matrix en het verkooppotentieel(SP) niet lineair. Dus:

$$2 * SP \left(\begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix} \right) < SP \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \right) + SP \left(\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right)$$

Het linker deel vertegenwoordigt een lage alpha (constante δ) en het rechter deel vertegenwoordigd een hoge alpha (schommelende δ). De schommeling is te zien in *Bijlage 6*.

De reden dat het niet lineair is heeft onder andere te maken met $C_{D_A_3}$ en $C_{D_B_3}$ (zie theorie). Als deze groter zijn dan 1 (3 in dit voorbeeld) dan heeft een toename van δ_{11} een 3 keer zo groot effect op het verkooppotentieel als de toename van andere δ . De andere waarden voor δ hebben niet een soortgelijke vergrotende factor. Dit maakt dat een vergroting van δ_{11} ten koste van de andere δ 's een positief effect heeft op het gemiddelde verkooppotentieel en dus de gemiddelde winst. Dit is wat gebeurt door α te vergroten. Dit is ook wat de verkleining van het verschil tussen de winst van speler A en de winst van speler B veroorzaakt



FIGUUR 17: ONTWIKKELING WOLK

en de rechte lijnen van de omtrek bij $\alpha = 0.99$.

Als voor variabele $C_{D_A_3}$ en $C_{D_B_3}$ bijvoorbeeld 1 genomen wordt dan ziet dat er uit als in *Bijlage 7*. Het verschuivende effect dat een vergroting van α heeft op de winst-paren is nu veel minder. De originele omtrek wordt, zo goed als, behouden.

CONCLUSIE

Zoals blijkt uit deze scriptie kan de EWMA-methode goed toegepast worden op het adverteermodel. Het effect dat deze methode heeft op het adverteermodel is geanalyseerd. Deze analyse is gedaan met behulp van een MATLAB programma. Dit programma heeft bewezen dat het snel en efficiënt grote simulaties kan uitvoeren. Dit MATLAB programma kan in de toekomst gebruikt worden om andere analyses uit te voeren.

De volgorde van de individuele beslissingen van spelers is belangrijk voor de gemiddelde winst. Zo kan er het beste gecoördineerd worden op gezamenlijk adverteren. Dit principe is al toegelicht door (Joosten, 2015). Maar de volgorde van de gecombineerde beslissingen, de beslissingscombinaties, is ook belangrijk voor de gemiddelde winst, zo blijkt uit de analyse. Hieruit blijkt dat beslissingscombinaties waar een speler baat bij heeft het beste zo vroeg mogelijk geplaatst kunnen worden voor een positief effect op de winst van die speler. Ook werd duidelijk dat het clusteren van beslissingscombinaties die een positief effect hebben op de gemiddelde winst, een positief effect heeft op de winst.

Het effect van T en δ_1 op de gemiddelde winst is afhankelijk van α . Dit komt omdat bij een lage α er meer tijd nodig is om de invloed van δ_1 te minimaliseren, omdat δ zich trager aanpast. Bij het gebruik van de benadermethode heeft δ dus even tijd nodig om tot de doelmatrix F te komen. De tijd totdat δ bij F (in de buurt) is, is de settletijd. Deze is afhankelijk van α en deze tijden zijn gegeven in deze scriptie. Aan de hand van deze settletijd en T kan een maximale afwijking berekend worden. Dit is de maximale afwijking van het gemiddelde ten opzichte van het gemiddelde dat je zou krijgen als je voor T oneindig zou nemen. Op deze manier kan dus voor verschillende waarden van α de minimale grootte van T bepaald worden voor een gegeven maximale afwijking.

De originele methode en EWMA-methode zijn vergeleken. Bij een lage waarde voor α lijken deze op het eerste gezicht overeen te komen. Er zijn echter wel kleine afwijkingen zichtbaar. Zo wijken alle winst-paren, ongeacht wat de initiële matrix is, af van de winst-paren die berekend zijn met behulp van de originele methode. Deze afwijking is volledig geanalyseerd. Het blijkt dat 92% van de winst-paren tussen -5 en 5 afwijkt ten opzichte van de winst-paren berekend met behulp van de originele methode. De relatieve afwijking ligt tussen -1.8% en 1.6%. Winst-paren rechtsboven in de wolk wijken iets af naar beneden en winst-paren linksonder in de wolk wijken iets af naar boven. Het effect van de initiële matrix is zoals verwacht: een gunstigere initiële matrix heeft een gunstiger winst-paar tot gevolg. Echter, ten opzichte van de originele methode wijken de winst-paren onder verschillende initiële matrices allemaal af in dezelfde richting.

Bij het gebruik van de benadermethode maakt de waarde van α uit voor de beslissingsreeks die gegenereerd wordt. Een lage waarde voor α resulteert in de meest unieke beslissingsreeks voor iedere doelmatrix. Daarom wordt er aangeraden om de benadermethode toe te passen met een lage α en vervolgens met de gewenste α de relatieve frequentie matrices nogmaals uit te rekenen. Bij $\alpha = 1$ verzamelen alle winst-paren zich in tien verschillende punten. Deze tien punten zijn toegelicht en er is verklaard welke winst-paren verzamelen op welke punten aan de hand van de doelmatrices.

De bovenstaande methode (eerst de beslissingscombinaties genereren met een lage α en dan opnieuw de relatieve frequentie matrix berekenen met een andere α) is toegepast voor verschillende waarden van α . Het bleek dat voor een vaste reeks beslissingen de winst voor beide spelers toenam als α groter wordt bij de berekening van de relatieve frequentie matrix. Dit effect wordt verklaard door het niet-lineaire verband tussen de relatieve frequentie matrix en de winst. Dit is gedemonstreerd in *Bijlage 6* door de grootste veroorzaker van het niet-lineair zijn te verwijderen. Het resultaat hiervan was dat de vorm van de omtrek van de winst-paren nauwelijks veranderde. Dit in tegenstelling tot de vorm van de omtrek onder de normale omstandigheden uit *Bijlage 3*.

Over het algemeen is de EWMA-methode goed toe te passen op het adverteermodel. De effecten van deze methode op het adverteermodel zijn geanalyseerd in deze scriptie. Zoals al een paar keer naar voren gekomen is heeft de manier waarop de omgevingsparameters berekend worden veel effect op de uiteindelijke winst. Een vervolgonderzoek zou moeten uitwijzen wat exact het effect van de omgevingsparameters in combinatie met α is op de winst. Het geschreven MATLAB programma kan voor deze gevoeligheidsanalyse goed gebruikt worden.

DISCUSSIE

Uit deze scriptie is gebleken dat de EWMA-methode een betere manier van uitrekenen is dan de originele manier. Echter is deze nog niet perfect. Het verband tussen adverteren en de verkoop is nog veel complexer dan de EWMA-methode, zoals onder andere blijkt uit het artikel (Clarke, 1976). Ook is de relatie tussen adverteren en de verkoop per organisatie verschillend. Er zou dus een methode moeten komen welke meer te personaliseren is per organisatie en/of markt.

Bij het gebruik van de uitgebreide rekenmethode loopt MATLAB tegen het probleem aan dat er te weinig werkgeheugen beschikbaar is. Dit is onoverkomelijk in MATLAB en daarom zou misschien beter een programmeertaal als C++ gebruikt kunnen worden voor dit model. Ook is het aantal berekening dat MATLAB per seconde kan uitvoeren relatief laag in vergelijking met andere programmeertalen. Bij grotere simulaties zal de totale rekentijd dus lager zijn als een andere programmeertaal gebruikt wordt.

Zoals al kort gedemonstreerd is in *Bijlage 7* heeft het aanpassen van twee parameters al een significant effect op de winst-paren wolk. In deze scriptie zijn vooral de standaardparameters uit het artikel (Joosten, 2015) gebruikt. Omdat de omgevingsparameters zoveel effect hebben op het winst-paar zou hierop een gevoeligheidsanalyse uitgevoerd moeten worden. Ook zou uitgezocht moeten worden welke waarden voor omgevingsparameters het beste passen bij bepaalde markten/situaties. Op deze manier kan het model met de EWMA-methode beter toegepast worden op de praktijk.

BRONNEN

Bertrand, J. (1883). Book review of *theorie mathematique de la richesse sociale* and of *recherches sur les principes mathematiques de la theorie des richesses*. *Journal De Savants*, 67, 499-508.

Clarke, D. (1976). Econometric Measurement of the Duration of Advertising Effect on Sales. *Journal of Marketing Research*, 13(4), 345-357.

Joosten, R. (2015). Long-run Strategic Advertising and Short-run Bertrand Competition. *International Game Theory Review*, 17(2).

Nerlove, M., & Waugh, F. (1971). Advertising without Supply Control: Some Implications of a Study of the Advertising of Oranges. *Journal of Farm Economics*, 43(4), 813-813.

Roberts, S. (1959). Control Chart Tests Based on Geometric Moving Averages. *Technometrics*, 1(3), 97-97.

Shewhart, W. (1931). Economic Quality Control of Manufactured Product. *Bell System Technical Journal*, 509, 364-389.

Hunter, J. S. (1986). The exponentially weighted moving average. *J. Quality Technol.*, 18(4), 203-210.

BIJLAGEN

Bijlage 1: Standaard omgevingsparameters	43
Bijlage 2: Efficiënte rekenproces.....	44
Bijlage 3: Visualisatie laagst mogelijke winst.....	45
Bijlage 4: Visualisatie hoogst mogelijke winst	45
Bijlage 5: Pad van winst-paren bij variëren α bij vaste beslissingsreeks.....	46
Bijlage 6: Visualisatie van effect van verschillende waarden van α	47
Bijlage 7: Winst-paren onder andere omgevingsparameters.....	48

BIJLAGE 1: STANDAARD OMGEVINGSPARAMETERS

Tenzij anders vermeld gelden de volgende standaard parameters:

Dit zijn de zelfde parameters als in het artikel van (Joosten, 2015).

Vraagfunctie: $x_k^{2,2} = 120 - 12 * p_k + 4 * p_{-k}$

Kostenfunctie: $c_k(x_k) = 3x_k + 200$

Adverteerkosten: $AC^A = AC^B = 200$

Directe effecten: $\gamma_k^{1,1} = 2, \gamma_k^{1,2} = \frac{7}{4}, \gamma_k^{2,1} = \frac{5}{4}$ $x_k^{1,1} = 2 * x_k^{2,2}$

$$x_A^{1,2} = \frac{7}{4} * x_A^{2,2} \quad x_B^{1,2} = \frac{5}{4} * x_B^{2,2}$$

$$x_A^{2,1} = \frac{5}{4} * x_A^{2,2} \quad x_B^{2,1} = \frac{7}{4} * x_B^{2,2}$$

Omgevingsparameters

$$C_{D_A_1} = C_{D_B_1} = 240$$

$$C_{D_A_2} = C_{D_B_2} = 80$$

$$C_{D_A_3} = C_{D_B_3} = 3$$

$$C_{a1_A_1} = C_{a1_B_1} = 24$$

$$C_{a1_A_2} = C_{a1_B_2} = 6$$

$$C_{a2_A_1} = C_{a2_B_1} = 8$$

$$C_{a2_A_2} = C_{a2_B_2} = 4$$

$$D_A(\delta_t) = 240 + 80 * ([\delta_t]_{11} + [\delta_t]_{12}) * (3 * [\delta_t]_{11} + [\delta_t]_{12} + [\delta_t]_{21})$$

$$D_B(\delta_t) = 240 + 80 * ([\delta_t]_{11} + [\delta_t]_{21}) * (3 * [\delta_t]_{11} + [\delta_t]_{12} + [\delta_t]_{21})$$

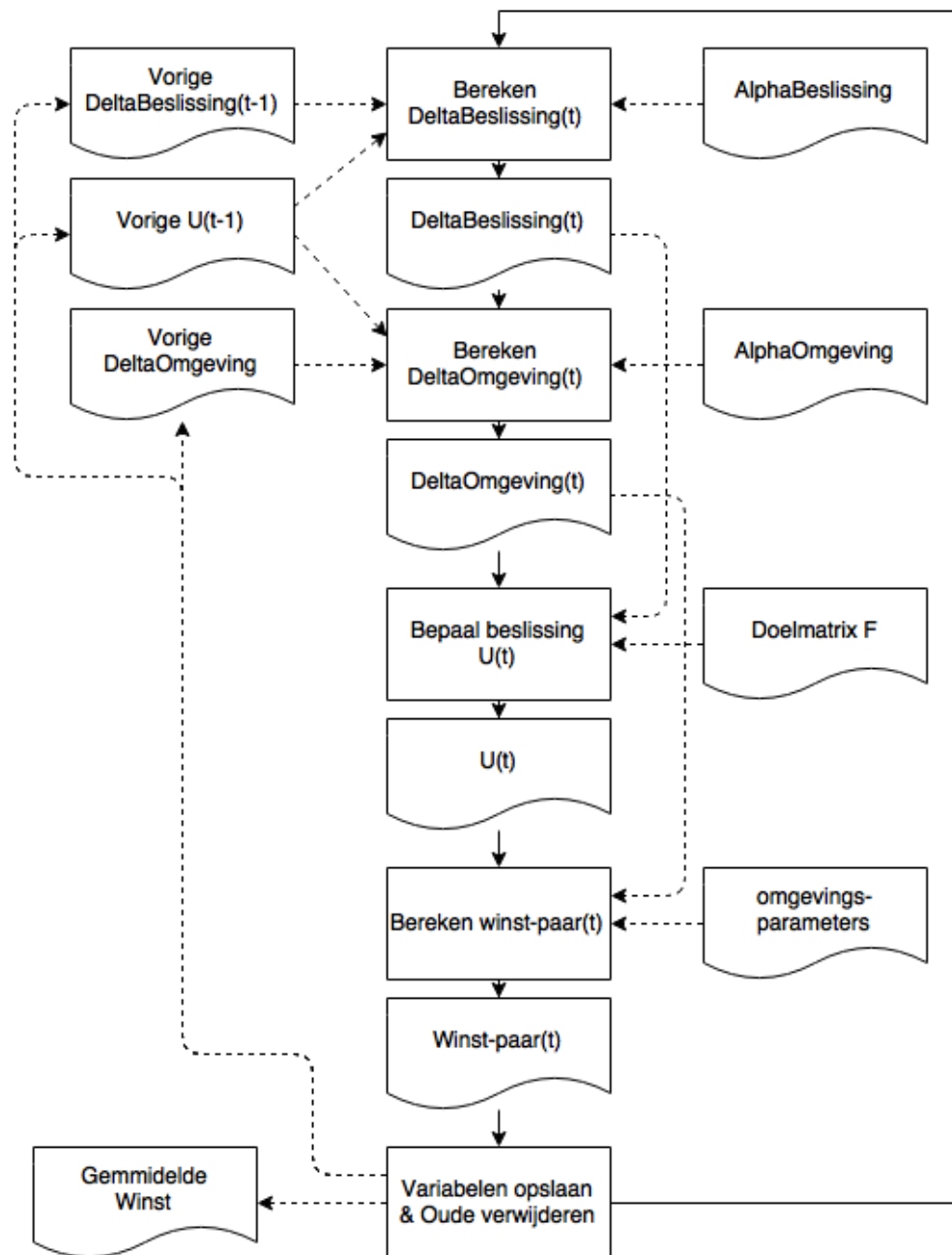
$$a_{1A}(\delta_t) = 24 - 6 * ([\delta_t]_{11} + [\delta_t]_{12})$$

$$a_{1B}(\delta_t) = 24 - 6 * ([\delta_t]_{11} + [\delta_t]_{21})$$

$$a_{2A}(\delta_t) = 8 - 4 * ([\delta_t]_{11} + [\delta_t]_{21})$$

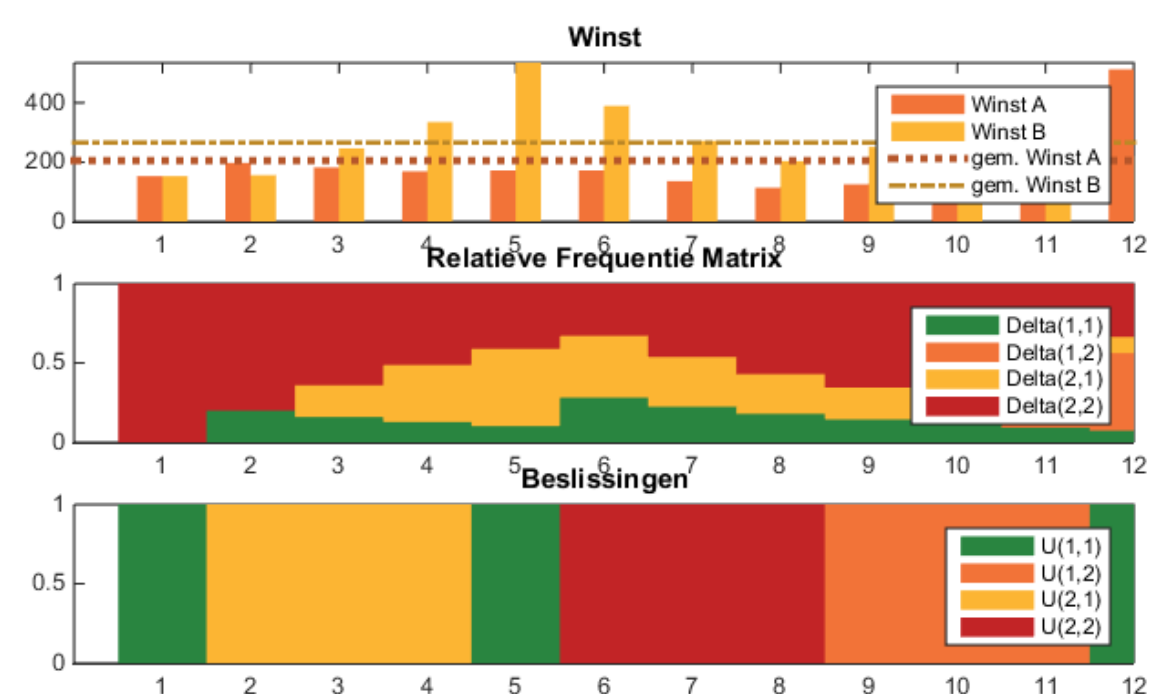
$$a_{2B}(\delta_t) = 8 - 4 * ([\delta_t]_{11} + [\delta_t]_{12})$$

BIJLAGE 2: EFFICIËNTE REKENPROCES



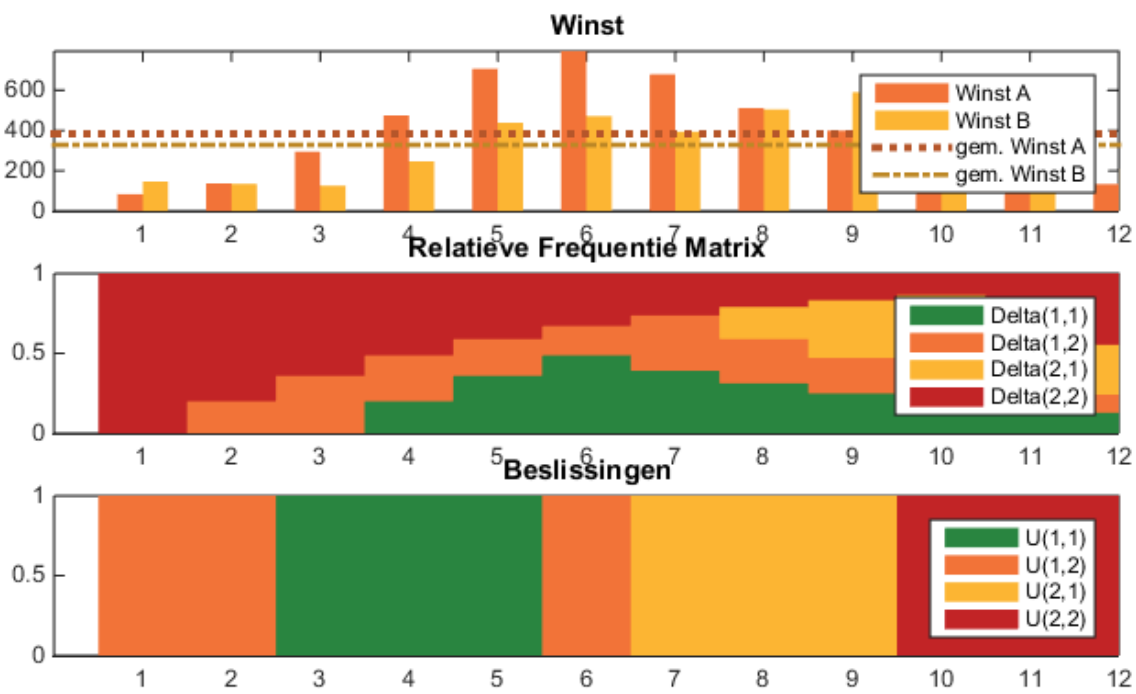
BIJLAGE 3: VISUALISATIE LAAGST MOGELIJKE WINST

Laagst mogelijk winst voor speler A bij vaste frequentie van beslissingscombinaties.

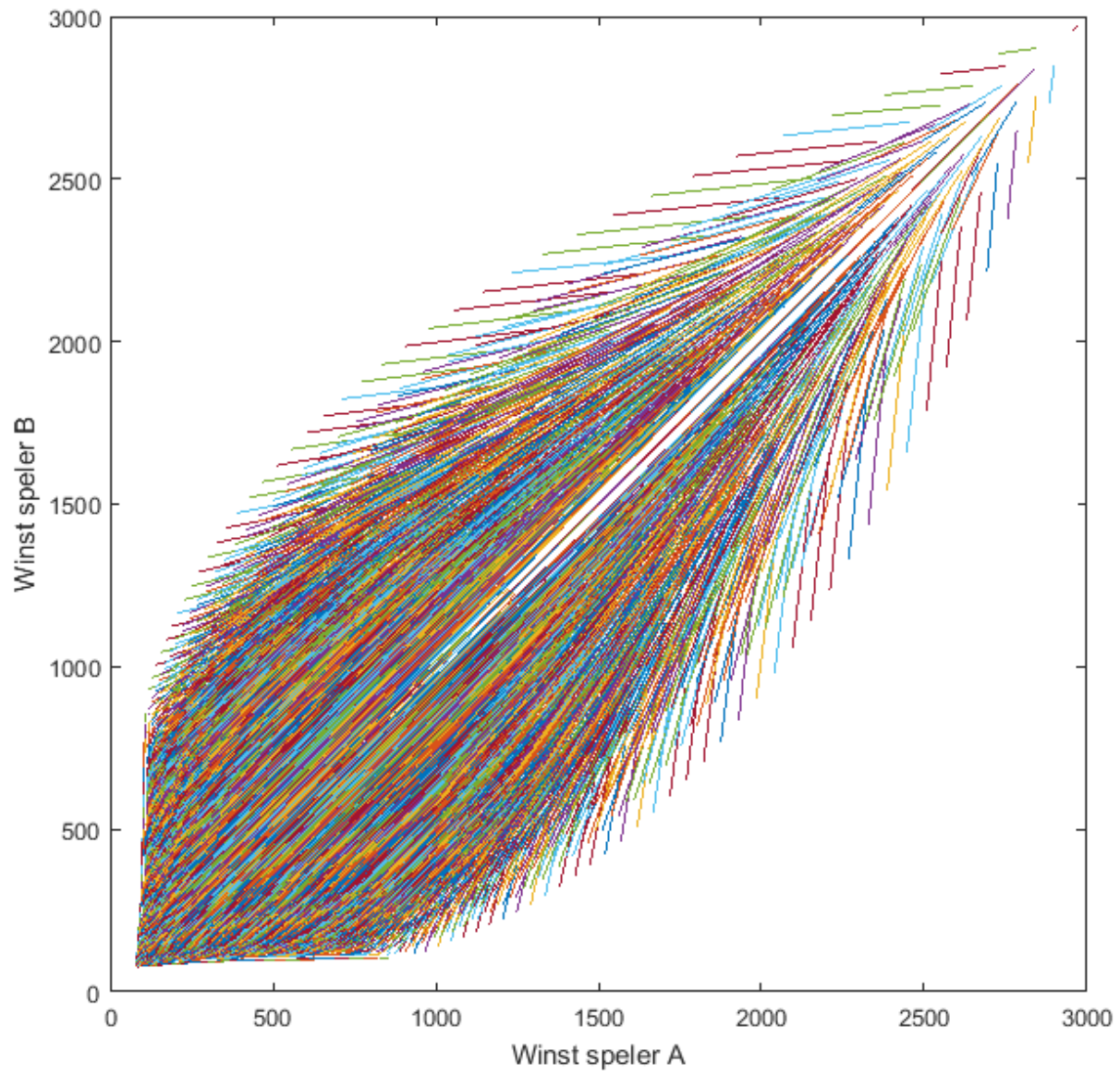


BIJLAGE 4: VISUALISATIE HOOGST MOGELIJKE WINST

Hoogst mogelijk winst voor speler A bij vaste frequentie van beslissingscombinaties.



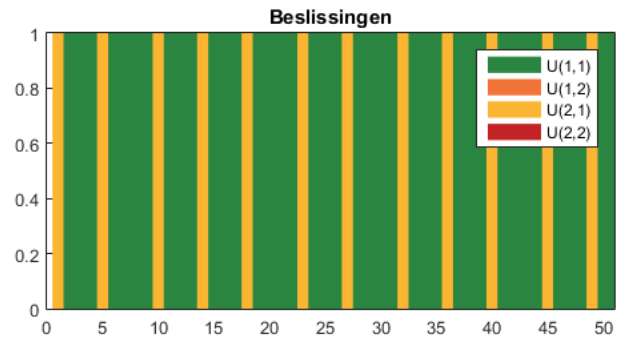
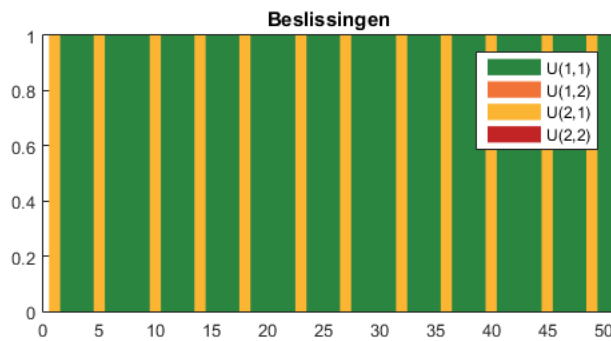
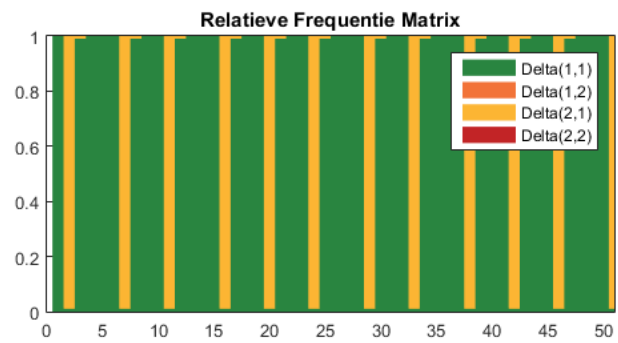
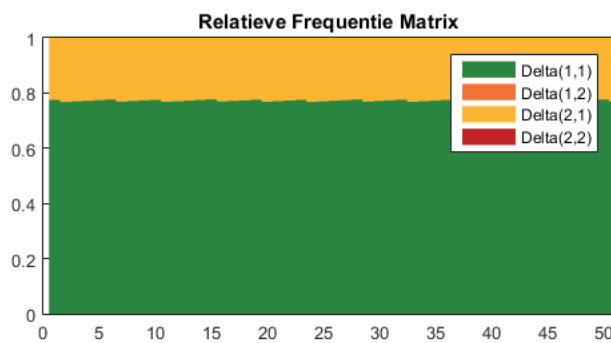
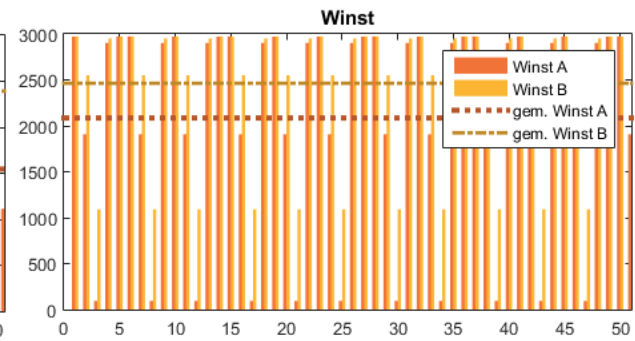
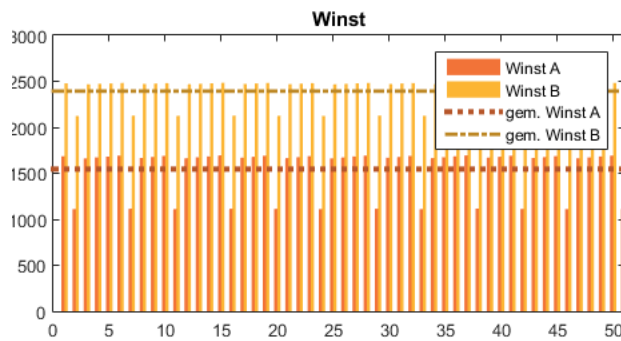
BIJLAGE 5: PAD VAN WINST-PAREN BIJ VARIËREN α BIJ VASTE BESLISSINGSREEKS



BIJLAGE 6: VISUALISATIE VAN EFFECT VAN VERSCHILLENDE WAARDEN VAN α

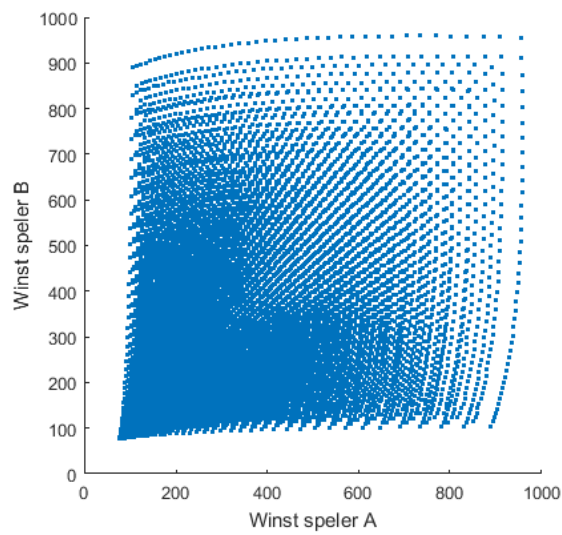
ALPHA = 0.01

ALPHA = 0.99

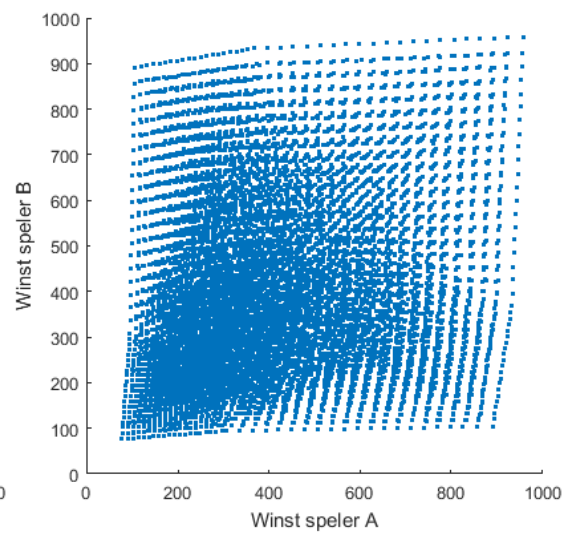


BIJLAGE 7: WINST-PAREN ONDER ANDERE OMGEVINGSPARAMETERS

$\alpha = 0.01$



$\alpha = 0.99$



Winst-paren bij $\alpha=0.01$ en $\alpha=0.99$ verbonden.

