

Het testen of een enkelvoudige strategie methode effectiever werkt dan een meervoudige strategieën methode voor het leren met een educatief rekenspel.

Bachelorthese

Wisse Boomsluiter, s1365460

Eerste begeleider: Judith ter Vrugte

Tweede begeleider: Pascal Wilhelm

Universiteit Twente

Faculteit Gedragswetenschappen, Psychologie

Afdeling: Instructie Leren en Ontwikkeling

Enschede, Juni 2015

Samenvatting

In dit onderzoek is onderzocht in welke mate het aanbieden van één of meerdere strategieën aan VMBO-TL leerlingen, in combinatie met een educatief rekenspel, effect heeft op het leren van rekenkundige verhoudingen en de prestaties tijdens het spel. Het domein in dit onderzoek is verhoudingen met drie type problemen: missing value, transformation en transfer problemen. Het onderzoeksdesign bevatte twee condities: Een conditie die maar één oplossingsstrategie aangeboden kreeg en een conditie die drie oplossingsstrategieën aangeboden kreeg. Er werd één significante leereffect gevonden bij de transfer sommen de enkelvoudige-strategie conditie behaalde hierbij een vooruitgang in kwaliteit van domeinkennis. Er werden geen verschillen tussen condities bij domeinkennis gevonden. Het bleek dat de leerlingen in de enkelvoudige-strategie conditie enkel procentueel gezien meer goede antwoorden hadden gegeven in het rekenspel en dus effectiever, maar niet efficiënter hebben gewerkt dan de leerlingen in de meervoudige-strategie conditie. Verder werd gevonden dat leerlingen die rekenen vloeiend beheersten in de enkelvoudige-strategie conditie beter scoorden op de transfer problemen dan de leerlingen die rekenen vloeiend beheersten in de meervoudige-strategie conditie. Dit kwam niet overeen met de hypothese dat er een kleiner effect zou zijn bij leerlingen met vloeiendheid dan bij leerlingen zonder vloeiendheid in rekenen.

Summary

This study researched the effects of single and multiple strategy instruction on prevocational students (dutch: VMBO-TL) game-based learning of proportional reasoning. Effects on both learning gains and game-performance were evaluated. The current study evaluated the effects of strategy use on students success to solve proportional problems and near-transfer problems. The design of the current study contained two conditions: One condition which was provided with only one solution strategy, and one condition which was provided with three solution strategies. There was one significant learning effects found between the conditions, in which the one-strategy condition improved in quality of domain knowledge. There were no difference found in learning gains. It was found that students in the one-strategy condition got a higher score only in percentage correct in the math game, and thus were more effective but not more efficient. This supports the hypothesis that the one strategy condition would score better than the multiple strategy condition. There was also found that students without a fluency in math, scored better on the transfer problems in the one-strategy condition than in the multiple-strategy condition, which is contradictory with the hypothesis that students without a fluency in math would give a smaller effect than students with fluency.

Inleiding

Het is nodig om te onderzoeken hoe leerlingen rekenkundige strategieën aanleren en deze gebruiken; het leren van rekenstrategieën is namelijk belangrijk voor het versterken van het probleemoplossend vermogen van leerlingen voor zowel binnen als buiten de schoolsetting (Bjorklund, & Rosenblum, 2001). Leerlingen gebruiken vaak meerdere strategieën wanneer ze nieuwe vaardigheden onder de knie proberen te krijgen, dit doen ze (onbewust) om een methode te vinden die zo vaak mogelijk tot het juiste antwoord leidt (Bjorklund, & Rosenblum, 2001). Bjorklund en Rosenblum (2001) vonden echter dat wanneer leerlingen een vaardigheid (bijvoorbeeld optelsommen bij rekenen) volledig beheersen, ze voor een enkele strategie kiezen die ze geautomatiseerd hebben (zonder nadenken uitgevoerd kan worden). Er is dus duidelijk een verschil in de hoeveelheid van strategieën die leerlingen gebruiken afhankelijk van het niveau van de leerlingen in een vaardigheid. Dit onderzoek is echter niet geïnteresseerd in wanneer leerlingen een rekenvaardigheid volledig beheersen, maar wanneer leerlingen moeite hebben met een rekenvaardigheid. Deze these zal daarom onderzoeken wat het effect is van de hoeveelheid aangeboden oplossingsstrategieën aan leerlingen met een achterstand in rekenvaardigheden.

Er is onderzoek over het aanbieden van meerdere oplossingsstrategieën bij rekenen bij basisscholieren. Neem bijvoorbeeld een onderzoek van Jitendra, Griffin, Haria, Leh, Adams en Kaduvettoor (2007), die onderzoek gedaan hebben onder basisschoolleerlingen (9-10 jaar) die een achterstand hadden met rekenen. Uit het onderzoek bleek dat het aanbieden van een enkele strategie betere resultaten gaf dan het aanbieden van meerdere strategieën. Er is echter nauwelijks onderzoek verricht naar het aanbieden hiervan bij middelbare scholieren (Lynch & Star, 2014). Dit onderzoek is nodig want we kunnen niet aannemen dat de resultaten van de onderzoeken bij basisscholieren generaliseerbaar zijn naar middelbare scholieren.

Volgens Torbeyns, Verschaffel en Ghesquière (2005) is het voordeel van meerdere oplossingsstrategieën dat de leerlingen efficiënter kunnen zijn in het oplossen van rekenproblemen, omdat de leerlingen een passende strategie kunnen kiezen voor een rekenprobleem. Torbeyns e.a. (2005) concludeerde dat als je leerlingen (van 6-7 jaar) de keuze geeft om één of meerdere strategieën te gebruiken, meer dan twee derde van de leerlingen met een achterstand voor een enkele strategie kiest, terwijl minder dan één derde van de leerlingen zonder achterstand voor een enkele strategie kiest. Dit betekent dat leerlingen met een achterstand redeneren hebben om het gebruik één enkele strategie te verkiezen boven het gebruik van meerdere strategieën, bijvoorbeeld omdat één enkele strategie makkelijker eigen te maken is en deze te automatiseren dan om dit bij meerdere strategieën te doen (Bjorklund, & Rosenblum, 2001; en Swanson, 1989).

Ondanks dat er nauwelijks onderzoek verricht is naar het aanbieden van meerdere oplossingsstrategieën bij middelbare scholieren, is er wel gekeken naar de verwachtingen van leerkrachten van middelbare scholen over het aanbieden van meerdere oplossingsstrategieën (Silver, Ghouseini, Gosen, Charalambous & Strawhun, 2005; Lynch & Star, 2014). Aan de ene kant bleek uit deze twee onderzoeken dat de leerkrachten positief waren tegenover het gebruik van meerdere strategieën. Een voordeel volgens de leerkrachten is dat het aanbieden hiervan, mits de leerling deze juist gebruikt, efficiënter is. Ook geeft het de leerlingen de mogelijkheid om een oplossingsstrategie te gebruiken die bij hen past en een mogelijkheid om van strategie te veranderen wanneer de oude niet goed blijkt te werken. Daarnaast dachten ze dat het aanbieden van meerdere strategieën bij wiskundige problemen bevorderlijk is voor het probleemoplossend-vermogen en de efficiëntie hiervan, het logisch denken en het zelfvertrouwen van de leerlingen. Aan de andere kant bleek uit de twee onderzoeken (Silver e.a., 2005; Lynch & Star, 2014) dat de leerkrachten een aantal negatieve gevolgen verwachten bij het aanbieden van meerdere strategieën. Hierbij wordt onder andere genoemd dat leerlingen mogelijk verward raken over welke strategie ze moeten gebruiken, of strategieën (foutief) proberen te combineren. Vaak hebben deze leerlingen liever één strategie die altijd leidt tot een correct antwoord.

Dus er kan worden geconcludeerd dat de verwachtingen over de effectiviteit van het aanbieden van één of meerdere oplossingsstrategieën verdeeld zijn. Leerkrachten geven de voorkeur aan het aanbieden van meerdere oplossingsstrategieën, zij verwachten dat leerlingen hierdoor efficiënter kunnen werken (Silver e.a., 2005; Lynch & Star, 2014). Terwijl onderzoek van Torbeyns e.a. (2005) laat zien dat het merendeel van de leerlingen (met achterstand) zelf de voorkeur geeft aan een enkele strategie. Onderzoek bij leerlingen met een rekenachterstand laat tevens zien dat voor deze groep een enkele strategie het meest effectief is (Jitendra e.a., 2007).

Educatieve games en game based learning

Game based learning is het gebruik van spellen om gewenste vaardigheden aan te leren, voor game based learning kunnen elektronische spellen (bijvoorbeeld op computers en tablets), maar ook andere vormen van spellen (zoals bordspelen) gebruikt worden (Wilson, 2015). Een van de redenen om game based learning te gebruiken is omdat het gebruik van (computer) games motiverend werkt, een aantrekkingskracht bij gebruikers heeft en bovendien academisch effectief blijkt te zijn (Mitchell en Savile-Smith, 2004; en Van Eck, 2006). Hoewel de meeste leerlingen educatieve computerspellen, soms serious games of instructional games genoemd (zie bijv. Kebritchi, Hirumi & Bai, 2010; en Wouters & Van Oostendorp, 2013b), minder snel uit zichzelf zouden spelen als

commerciële computerspellen (Leddo, 1994 zoals geciteerd in Mitchell & Savill-Smith, 2004), blijkt uit onderzoek dat leerlingen de educatieve computerspellen vaak wel leuker vinden dan traditionele instructiemethoden (Mitchell & Savill-Smith, 2004).

Andere voordelen van het gebruik van educatieve games zijn bijvoorbeeld: (a) het werkt de interesse op bij leerlingen die een gebrek aan vertrouwen hebben in de traditionele instructiemethoden (Mitchell & Savill-Smith, 2004); (b) een game kan bij grote groepen leerlingen, gericht en snel ondersteuning bieden wanneer een leerling vastloopt (Mitchell & Savill-Smith, 2004); (c) het geeft weinig tot geen risico voor de leerling (Trybus, 2009); (d) het is kosteneffectief (Trybus, 2009); en (e) het leertempo kan individueel worden afgesteld (Trybus, 2009). Uit een meta-analyse van Wouters, van Nimwegen, van Oostendorp, en van der Spek. (2013a) bleek ook dat wanneer leerlingen actief betrokken worden bij het leerproces dit voor een betere integratie van nieuwe kennis met voorgaande kennis zorgt en daarmee voor hogere niveaus van transfer.

In een recente onderzoek van Ferguson (2014) werd onderzocht wat de impact van het aanbieden van digitale game based learning naast traditionele methoden op wiskundige/rekenkundige prestaties bij middelbare scholieren (van 14-15 jaar oud) is tegenover het enkel aanbieden van traditionele wiskundige/rekenkundige methoden. Uit de literatuurstudie van het onderzoek bleek dat in alle onderzoeken die gevonden waren vooruitgang in prestaties werden bereikt bij het aanbieden van digitale game based learning. In tegenstelling met de bevindingen uit zijn literatuur concludeerde Ferguson (2014) dat de groep leerlingen die via de traditionele methoden instructie kreeg meer vooruitgang in prestaties ondervond dan leerlingen die naast de traditionele instructie ook instructie kreeg via game based learning, hoe verschillende instructies vormgegeven zijn in het onderzoek is echter onduidelijk.

Dat er een verschil is tussen de vooruitgang in prestaties bij het aanbieden van educatieve games kan verklaard worden door een verschil in mate van instructieve ondersteuning in de games. Uit een meta-analyse van Wouters en Van Oostendorp (2013b) blijkt namelijk dat games met instructieve ondersteuning, zoals scaffolding, het geven van feedback en het geven van advies, een betere leerprestaties bewerkstelligen dan games zonder deze ondersteuning. Dat er instructieve ondersteuning gegeven moet worden blijkt ook uit een onderzoek van Ke (2014), in dit onderzoek werkten leerlingen met een educatieve game waarin vaak niet duidelijk was wat de studenten moesten doen. Dit was voornamelijk frustrerend als ze een probleem tegen kwamen, niet verder konden en ze geen hulp kregen.

Onderzoek

In deze these wordt er gekeken naar wat de gevolgen zijn van het aanbieden van meerdere oplossingsstrategieën tegenover het aanbieden van één enkele oplossingsstrategie met behulp van een educatief rekenspel. De reden hiervoor, zoals eerder vermeld is dat het belangrijk is om te weten hoe leerlingen rekenstrategieën aanleren en gebruiken, zodat ze hiermee hun probleemoplossend vermogen versterkt kan worden en zowel in een schoolsetting als daarbuiten toegepast kan worden (Bjorklund, & Rosenblum, 2001). Dit zal onderzocht worden met een educatief rekenspel. Voor de combinatie met game based learning is onder meer gekozen omdat educatieve (computer) games zijn goed te gebruiken om verschillende strategieën aan te leren en om nieuwe kennis te vergaren (Gros, 2007; en Tarng, & Tsai, 2010), daarnaast stimuleren educatieve games het probleemoplossend vermogen, onderzoekend leren en andere soorten van leren (Johnson, Smith, Willis, Levine, & Haywood, 2011; en Tarng, & Tsai, 2010).

VMBO leerlingen zijn leerlingen die onderling erg kunnen verschillen in cognitieve capaciteit en potentie, en waar velen moeite hebben met vakken zoals rekenen (ter Vrugte et al., in press). Het blijkt dat VMBO leerlingen veel moeite hebben met rekenen en er geen stijging blijkt te zijn in de gemiddelde rekenvaardigheden (gebaseerd op de centrale rekentoets) van deze leerlingen, gemeten in een periode van drie jaar (CvE, College voor Examens, 2014). Omdat VMBO (voorbereidend middelbaar beroepsonderwijs) leerlingen mogelijk veel baat hebben bij een alternatieve instructiemethode die de studenten gemotiveerd houdt (ter Vrugte et al., in press), is in dit onderzoek gekozen om VMBO studenten te gebruiken. Omdat er veel VMBO leerlingen zijn die moeite hebben om gemotiveerd te blijven (ter Vrugte et al., in press), is de koppeling met game based learning ideaal voor VMBO studenten.

In de huidige studie worden twee condities vergeleken: Een conditie die maar één oplossingsstrategie aangeboden krijgt en een conditie die meerdere oplossingsstrategieën aangeboden krijgt. Er zal hierbij worden onderzocht in welke mate het aanbieden van één of meerdere strategieën, gecombineerd met een rekenspel, effect heeft op het leren van verhoudingen door VMBO leerlingen.

Om te kijken of een verschil in effectiviteit is tussen een enkelvoudige of meervoudige strategie instructie, wordt er gekeken naar: (a) leereffecten; (b) verschillen tussen condities op basis van domeinkennis en (c) verschillen tussen de condities op basis van spelscores. Op basis van eerder besproken literatuur wordt *als eerste* verwacht dat er zowel bij een enkelvoudige als bij een meervoudige strategie instructie een leereffect voor domeinkennis behaald zal worden bij VMBO leerlingen. *Ten tweede* wordt verwacht dat een enkelvoudige strategie instructie een groter effect zal

hebben dan een meervoudige strategie instructie, op het leren van verhoudingen door VMBO leerlingen. *Als derde* wordt verwacht dat de leerlingen in de enkelvoudige-strategie conditie beter zullen presteren dan de leerlingen in de meervoudige-strategie conditie bij de educatieve game.

Ook zal er gekeken worden of er een verschil in effectiviteit van instructie en de educatieve game aanwezig is wanneer leerlingen vergeleken worden die wel of niet de rekenvaardigheden vloeiend beheersen. Hierbij wordt *als eerste* verwacht dat bij leerlingen die rekenen niet vloeiend beheersen een enkelvoudige strategie instructie effectiever zal werken dan een meervoudige strategie instructie. *Ten tweede* wordt er verwacht dat, wanneer dezelfde analyse uitgevoerd wordt bij leerlingen die rekenen wel vloeiend beheersen er een kleiner of tegengesteld effect zal zijn dan bij leerlingen die rekenen niet vloeiend beheersen. Een tegengesteld effect betekend hierbij dat een meervoudige strategie instructie meer effect blijkt te hebben dan een enkelvoudige strategie instructie. *Als derde* wordt verwacht dat de leerlingen die rekenen niet vloeiend beheersen beter zullen presteren bij de educatieve game in de enkelvoudige-strategie conditie dan in de meervoudige-strategie conditie. *Als vierde* wordt verwacht dat wanneer dezelfde analyse uitgevoerd wordt bij leerlingen die rekenen vloeiend beheersen het verschil in prestaties tussen de twee condities kleiner of tegengesteld zal zijn dan bij leerlingen die rekenen niet vloeiend beheersen. Een tegengesteld effect betekend hierbij dat er beter gepresteerd zal worden in de meervoudige-strategie conditie.

Methoden

Proefpersonen en design

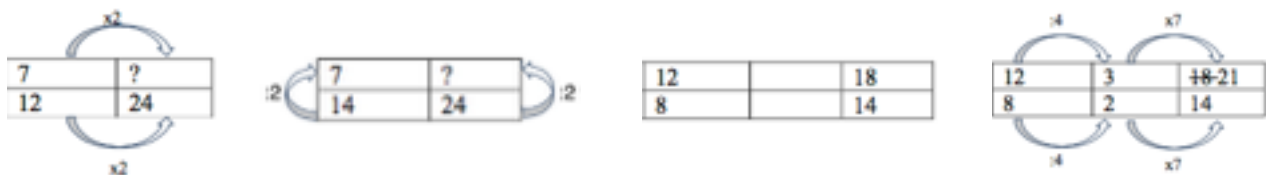
De proefpersonen waren tweede jaars VMBO-TL leerlingen van twee middelbare scholen uit Apeldoorn. Er deden in totaal 42 leerlingen mee, verdeeld over twee klassen, 17 meiden en 25 jongens tussen de 13.3-15.2 jaar oud ($M=14.08$, $SD=0.44$). Het onderzoek maakte gebruik van een experimenteel design met een voormeting, interventie (bestaande uit instructie en een educatieve game) en nameting. Het design bestond uit twee experimentele condities welke willekeurig klassikaal werden toegekend: deze condities waren de enkelvoudige-strategie conditie ($N=24$), en de meervoudige-strategie conditie ($N=18$).

Domein

In dit onderzoek wordt gebruikt gemaakt van het domein verhoudingen. Er is voor verhoudingssommen (ratio's) gekozen, omdat rekenen belangrijk wordt gevonden in het

hedendaagse curriculum, het domein verhoudingssommen wordt daarbij gezien als fundamenteel voor wiskundig inzicht (Rick, Bejan, Roche, & Weinberger, 2012).

Er werd in dit onderzoek met twee type verhoudingsproblemen gewerkt: missing value en transformation problemen. Missing value problemen gaan over een verhouding waarbij één waarde ontbreekt; de leerlingen moeten hierbij de ontbrekende waarde uitrekenen om zo de verhouding volledig te maken (ter Vrugte et al., in press). Bij transformation problemen hebben de leerlingen twee ratio's, waarvan er één nog niet kloppend is, de leerling moet dan uitrekenen hoeveel toegevoegd moet worden bij één ratio om de verhouding kloppend te maken (ter Vrugte et al., in press). Zie Figuur 1 voor voorbeelden van missing value en transformation problemen.



Figuur 1: Missing value problemen met de methode van interne ratio (links), en externe ratio (links-midden). Transformation probleem met de methode van vereenvoudigen (rechts-midden en rechts).

In dit onderzoek werden er drie methoden aan leerlingen uitgelegd, zoals gebruikt in ter Vrugte et al. (in press), om verhoudingsproblemen op te lossen; de methoden zijn: de methode van interne ratio, van externe ratio en van vereenvoudigen. De bedoeling van deze methoden is om, zonder het gebruik van kommagetallen, de verhouding kloppend te maken. Als voorbeeld wordt Figuur 1 (Verhagen, 2015) gebruikt. Bij de methode van interne ratio wordt er gekeken of er intern (van links naar rechts) een ratio te vinden is, in dit geval 2 ($24/12$), waarna het ontbrekende getal uitgerekend kan worden ($7 \cdot 2 = 14$). Bij de methode van externe ratio wordt gekeken of er extern (van boven naar onder) een ratio te vinden is, in dit geval 2 ($14/7$), waarna het ontbrekende getal uitgerekend kan worden ($24/2 = 12$). De methode van vereenvoudigen maakt gebruik van een tussenstap. Eerst wordt er gekeken of de twee getallen van de eerste ratio een (zo groot mogelijke) gemeenschappelijke deler hebben, in dit geval zijn beide getallen deelbaar door 4, wat ons een ratio van $3/2$ geeft; daarna wordt er gekeken of er een interne ratio te vinden is met de nieuwe ratio, in dit geval is dit 7 ($14/2$), waarna het correcte getal uitgerekend kan worden ($3 \cdot 7 = 21$) en het antwoord zal zijn dat er nog 3 bij (de 18) opgeteld moet worden.

Hoewel de methode van de interne en externe ratio efficiënter zijn, zijn deze niet universeel. Bij zowel een niet integere interne als externe ratio kan een leerling die de verhouding uit het hoofd moet oplossen problemen ervaren. De methode van vereenvoudigen kan echter ook ingezet worden bij een niet integere interne/externe ratio. De leerling maakt hierbij gebruik van de tussenstap om

een niet integere interne/externe ratio te vereenvoudigen, deze vereenvoudiging zorgt er voor dat de interne/externe ratio integer wordt.

Materialen

Tempo Toets Rekenen (TTR).

De TTR (Tempo Toets Rekenen) die in dit onderzoek gebruikt werd, is een aangepaste versie van de TTR van de Vos (1992), zie Bijlage 6 voor de aangepaste versie. Deze toets is bedoeld om het algemene rekenniveau van de leerlingen te meten, en kan gebruikt worden om rekenproblemen in kaart te brengen. De test toetst de vier basisrekenvaardigheden: optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen. Leerlingen krijgen voor elke vaardigheid 40 sommen, daarna krijgen ze nog 40 sommen waar alle vier de vaardigheden gemengd in voorkomen. Voor de test krijgen leerlingen vijf minuten de tijd; voor elke reeks van sommen krijgen ze één minuut de tijd, waarin ze zoveel mogelijk sommen correct moeten oplossen.

Pre- en posttest (domeinkennistoets).

De domeinkennistoets is een aangepast versie van de oorspronkelijke versie van ter Vrugte, de Jong, Wouters, Vandercruysse, Elen & van Oostendorp (in press). In de oorspronkelijke versie worden vier typen verhoudingsproblemen getoetst (missing value, transformation, transfer en comparison problemen); in deze versie (zie Bijlage 7 en 8) wordt er niet gekeken naar comparison problemen omdat deze buiten het kader van het onderzoek vallen.

In beide toetsen zijn de problemen één tot en met vier missing value problemen, vijf tot en met acht transformation problemen, en acht tot en met twaalf transfer problemen. De (near) transfer problemen zijn verhoudingsproblemen waarbij de context verschilt van de andere verhoudingsproblemen, het zijn een methode om de kwaliteit van kennis te meten ze. De transfer problemen zijn onder te verdelen in missing value (probleem elf en twaalf) en transformation problemen (probleem negen en tien). Voor de scoring werd bij elke vraag gekeken of het antwoord correct is, hierbij werd bij transformation opgaven een antwoord ook goed gerekend wanneer in plaats van de toegevoegde hoeveelheid de totale hoeveelheid werd gegeven. Ter verduidelijking: Bij het transformation probleem in Figuur 1 wordt zowel de antwoorden 21 en 3 goed gerekend.

De domeinkennistoets fungeert als pre- en posttest voor de domeinkennis. Er werden twee parallelversies van deze toets gebruikt (zie Bijlage 7 en 8), elke leerling krijgt beide toetsen eenmaal. De helft van de klassen kreeg in de eerste les versie A, en in de laatste les B, en vice versa voor de andere helft. De leerlingen kregen in beide gevallen twintig minuten voor het maken van de

verhoudingssommen. Om de interne betrouwbaarheid van de domeinkennisstoets te schatten is er een Cronbachs Alfa berekend bij beide pretesten (12 items elk). Hieruit bleek een goede interne betrouwbaarheid (consistentie) van de test zowel bij versie A ($\alpha=.83$) als bij versie B ($\alpha=.80$).

Self-efficacy vragenlijst.

De self-efficacy vragenlijst in het huidige onderzoek is meegenomen vanwege het vervolledigen van de dataset. Het huidige onderzoek richt zich niet op deze component en daarom worden de uitkomsten van deze vragenlijst niet opgenomen in de dataset en verdere analyses. Echter, om volledige transparantie te geven over de procedure van dit onderzoek volgt een korte beschrijving.

De self-efficacy vragenlijst, gemaakt door Verhagen (2015) (zie Bijlage 9) is gekoppeld aan de domeinkennisstoets. De vragenlijst is bedoeld om te kijken of er een verandering plaatsvindt in het vertrouwen dat de leerlingen hebben in hun vermogen om de verhoudingssommen (de domeinkennisstoets) op te lossen. Hiervoor krijgen ze één minuut de tijd om de domeinkennisstoets door te lezen, waarna ze zeven minuten de tijd hebben om de self-efficacy vragenlijst in te vullen. De vragenlijst bestaat uit twaalf vragen, waarbij de leerlingen bij elke vraag moeten aangeven (op een schaal van één tot honderd) hoe zeker ze er van zijn dat ze een bepaald aantal verhoudingssommen kunnen oplossen (het aantal variërend van één tot twaalf sommen).

Educatieve game (Hotel Zeldenrust).

De leerlingen kregen de educatieve game “Hotel Zeldenrust” aangeboden. Het spel in de huidige studie is een aangepaste versie van het spel dat gebruikt is in het onderzoek van ter Vrugte e.a. (in press). In het spel moeten de leerlingen (virtueel) geld zien te verdienen door verhoudingssommen correct op te lossen. Het spel, waarvan beide condities een verschillende versie kregen, bestaat uit twee scenario's, deze scenario's kunnen de leerlingen op vier verschillende niveaus (levels) spelen. Het doel van het spel, voor de leerlingen, is om zoveel mogelijk geld te verdienen, per vraag kunnen ze een bepaalde hoeveelheid geld verdienen. De hoeveelheid die ze kunnen verdienen per vraag hangt af van het aantal pogingen. Wanneer de leerlingen foute antwoorden geven, gebruik maken van de rekenmachine of in het koelkastspel flessen stuk laten vallen, wordt het geldbedrag wat de leerlingen bij een correct antwoord zal krijgen (niet het al verkregen geld) verminderd.

Nadat de leerlingen met een persoonlijke code zijn ingelogd en een spelkarakter hebben kunnen uitkiezen komen ze bij het spelcentrum (zie Figuur 2). Na een korte introductie kunnen de leerlingen kiezen tussen de verschillende scenario's. Gedurende het spel kunnen de leerlingen hun voortgang bekijken (en deze vergelijken met andere spelers) door op de kaart te drukken (zie Figuur



Figuur 2: Screenshots spelcentrum (links) en kaart (rechts).

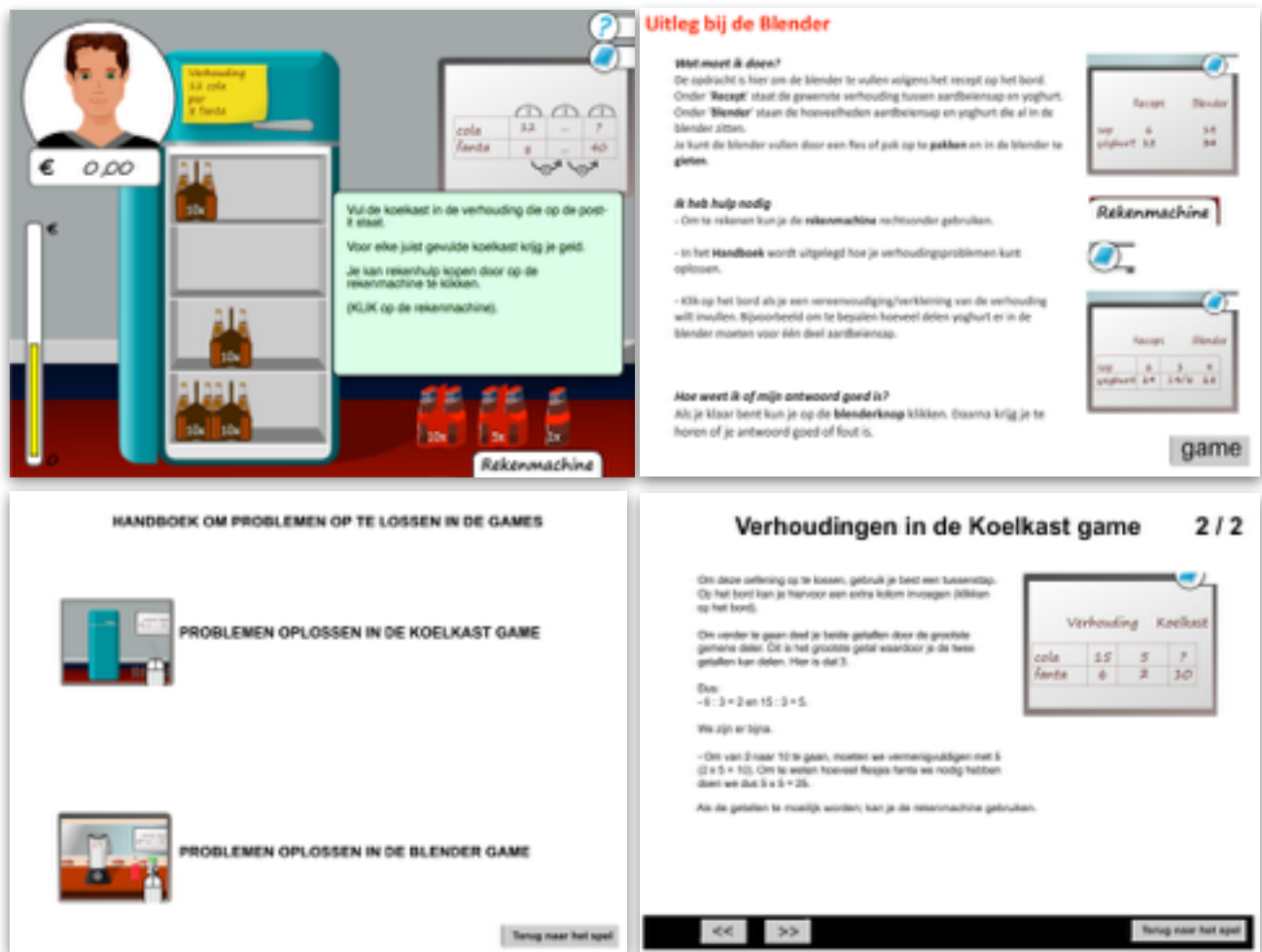
2).

Er zijn in totaal 32 sommen te maken, 16 per scenario, verdeeld over vier levels (in het spel worden deze dagen genoemd). Elk level bestaat dus uit vier sommen (per scenario), na elk level worden de sommen moeilijker. In het missing value scenario (zie Figuur 3) krijgen de leerlingen een missing value verhoudingsprobleem waarbij de leerlingen een koelkast, waar fanta flessen in staan, moeten aanvullen met cola flessen zodat de uiteindelijke ratio in verhouding staat met de oorspronkelijke ratio (gele post-it). In het transformation scenario (zie Figuur 3) moesten ze een blender, waar al een hoeveelheid sap en yoghurt in zat, aanvullen met yoghurt of sap (in een enkel geval met beide) zodat de verhouding sap en yoghurt in de blender overeenkomt met het recept (gele post-it).

Beide scenario's beginnen in het eerste level met een interactieve tutorial (zie Figuur 4), en legt daarbij ook de hulpmiddelen uit waar ze gebruik van mogen maken (bijvoorbeeld handboek en rekenmachine). Deze hulpmiddelen zijn te bereiken door op de symbolen te drukken van deze



Figuur 3: Screenshots missing value scenario (links) en transformation scenario (rechts).



Figuur 4: Screenshots van de interactieve tutorial in het spel (linksboven), het vraagtekensymbool (rechtsboven), en het boeksymbool (linksonder en rechtsonder).

hulpmiddelen. Het vraagteken-symbool geeft de uitleg over hoe de verhoudingsproblemen, afhankelijk van het scenario, op te lossen zijn en welke hulpmiddelen er gebruikt kunnen worden (zie Figuur 4 voor de uitleg bij het blender scenario). Het boek-symbool geeft de uitleg (de soort uitleg is afhankelijk van de conditie) voor het oplossen van de verhoudingssommen weer voor beide scenario's (zie Figuur 4 voor de uitleg bij het koelkast scenario). De knop met de tekst "rekenmachine" geeft de leerlingen een rekenmachine.

Instructie.

Het onderzoek heeft plaatsgevonden tijdens de reguliere wiskunde- of rekenlessen van de klassen, en heeft in totaal vier lesuren per klas in beslag genomen. Voor elke les is er een instructie geschreven door Verhagen (2015) (zie Bijlagen 1-5), de instructie verschilt per conditie. De instructie is door haar vormgegeven aan de hand van het ADI-model (Activerende Directe Instructie model) van Kerpel (2014). Dit model bestaat uit zeven fasen: terugblik, oriëntatie, instructie, begeleide inoefening, zelfstandige verwerking, evaluatie en "terug- en vooruitblik". Deze zeven

fasen worden door de docent en de leerlingen tezamen op een interactieve manier doorlopen. Volgens Kerpel (2014) is de algemene gedachte bij dit model, dat wanneer nieuwe informatie gekoppeld wordt aan bestaande kennis, dit beter bij de leerlingen blijft hangen dan wanneer dit niet gebeurt.

Ter ondersteuning van de instructie heeft Verhagen (2015) oefensommen (zie Bijlage 10 en 11) en stroomdiagrammen (zie Bijlage 12 en 13) ontworpen. De oefensommen en stroomdiagrammen verschillen per conditie. De stroomdiagrammen, zijn bedoeld als hulpmiddel om de methode(n) die de leerlingen net geleerd hadden stapsgewijs toe te passen. Het geeft de leerlingen een overzicht en een voorbeeld om mee te werken wanneer ze (moeilijkere) sommen moeten oplossen.

Condities

In het huidige onderzoek wordt onderscheid gemaakt tussen twee condities: enkelvoudige-strategie conditie en meervoudige-strategie conditie. De condities waren identiek in domein, instructietijd, inoefentijd tijdens instructie, speeltijd, maar verschilden in het aantal strategieën dat aangeleerd/ondersteund werd. Dit verschil uitte zich in de instructie en in de procedurele prompts en ondersteuning die tijdens het spel geboden werden.

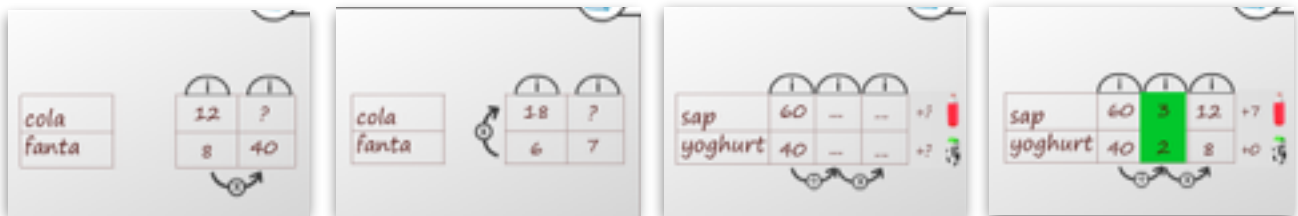
De *enkelvoudige-strategie conditie* kreeg in de instructie de methode van vereenvoudigen uitgelegd aan de hand van twee missing value problemen en één transformation problemen (zie Bijlage 2). De *meervoudige-strategie conditie* kreeg naast de methode van vereenvoudigen ook de methoden van interne en externe ratio uitgelegd aan de hand van drie missing value problemen en één transformation probleem (zie Bijlage 3). Tijdens de instructie werd in beide condities klassikaal uitleg gegeven, na de uitleg was er tijd voor inoefening. In totaal hadden de leerlingen in beide condities 10 minuten de tijd om te oefenen.

De *enkelvoudige-strategie conditie* kreeg na de uitleg van de methode van vereenvoudigen tien minuten de tijd om drie oefensommen te maken (zie Bijlage 10). Op het eind werd som twee klassikaal besproken. De *meervoudige-strategie conditie* kreeg uitleg van over de methode van de interne ratio, methode van de externe ratio en de methode van vereenvoudigen. Na de uitleg van elke methode was er twee minuten de tijd om één oefensom te maken. Na de uitleg van het transformation probleem kregen ze vier minuten om de transformation som zelf te oefenen.

Net zoals bij de oefensommen is er een verschillend stroomdiagram voor de enkelvoudige-strategie conditie (zie Bijlage 12) en de meervoudige-strategie conditie (zie Bijlage 13). Bij de *meervoudige-strategie conditie* worden de keuzes voor de verschillende strategieën stapsgewijs

aangeboden, om de leerlingen niet te verwarren met de stappen is er voor gekozen dat de meervoudige-strategie conditie het stroomdiagram enkel bij de transformatie som kregen, waarbij ze het hele stappenplan moesten doorlopen.

Ook tijdens de educatieve game waren er verschillen tussen de condities. De enkelvoudige-strategie conditie kreeg in de eerste drie levels bij alle sommen de methode van vereenvoudigen geprompt door op het bord een middenkolom aan te bieden met pijlen voor vereenvoudigen en vermenigvuldigen. In deze extra kolom konden ze een vereenvoudigde verhouding invullen, het spel gaf dan aan of deze verhouding klopt (groen is correct, rood is foutief, zie ook Figuur 5). De meervoudige-strategie conditie kreeg in de eerste drie levels een verschillende methode geprompt (per level één tot drie respectievelijk de methode van interne ratio, externe ratio en vereenvoudigen), door voor de interne en externe ratio, respectievelijk een horizontale, danwel verticale pijl aan te bieden en voor de methode van vereenvoudigen (gelijk aan de enkelvoudige-strategie conditie) een extra kolom en horizontale pijlen aan te bieden (zie Figuur 5 voor screenshots van de prompts). Beide condities kregen in het vierde level geen prompts voor methoden, in dit level werd slechts een lege tabel geprompt. Ook de uitleg in de game is aangepast aan de conditie, zo kreeg de meervoudige-strategie conditie bij het boek-symbool uitleg over de drie strategieën, en kreeg de enkelvoudige-strategie conditie enkel uitleg over de methode van vereenvoudigen.



Figuur 5: Screenshots van prompts op het bord in het spel. Prompts van links naar rechts: interne ratio, externe ratio, vereenvoudigen en een ingevulde tabel van vereenvoudigen.

Procedure

In de eerste les (zie Bijlage 1) heeft de onderzoeker zich voorgesteld, de planning besproken en uitleg gegeven over wat het nut is van leerzame computerspellen (game based learning) en verhoudingssommen. Vervolgens zijn er in de eerste les de TTR (Tempo Toets Rekenen), de self-efficacy vragenlijst en de domeinkennistoets afgenomen.

Bij de tweede les werd instructie gegeven over verhoudingssommen (zie Bijlage 2 en 3). Hierbij kregen de leerlingen uitleg over het oplossen van verhoudingssommen. Afhankelijk van de

conditie kregen leerlingen één of meerdere (drie) oplossingsstrategieën aangeboden. Deze uitleg werd direct door de leerlingen toegepast aan de hand van oefensommen (zie Bijlage 10 en 11).

In de derde les (zie Bijlage 4) moesten de leerlingen de educatieve game “Hotel Zeldenrust” spelen. In dit spel moesten de leerlingen verhoudingssommen oplossen via de methoden die ze in de tweede les geleerd hadden. Ter ondersteuning kregen ze hetzelfde stroomdiagram als in de tweede les gegeven was. Ze moesten dit spel in hun eentje (dus zonder samenwerken of overleg) spelen. De leerlingen kregen voor het spel 45 minuten de tijd.

In de vierde (en laatste) les (zie Bijlage 5), werden opnieuw de domeinkennistoets gemaakt en de self-efficacy vragenlijst ingevuld. Daarna werd afgesloten met een debriefing over het doel van het onderzoek.

Scoring en data-analyse

In de huidige studie is op basis van de scores op de TTR bepaald of de leerlingen de basisrekenvaardigheden voldoende beheersten. Bij de TTR werd gescoord hoeveel vragen elke leerling goed heeft per gemaakte reeks. De uiteindelijke score bestond uit een gemiddelde van de vijf reeksen, dit geeft een minimumscore van nul en een maximumscore van 40. Om te bepalen of de leerlingen de basisrekenvaardigheden voldoende beheersten wordt er gekeken of de leerlingen de sommen geautomatiseerd (vloeiend) hebben. Een maatstaf die gehanteerd wordt voor automatisering is dat leerlingen niet langer dan drie seconden over één som doen (van den Bosch, Jager, Langstraat, Versteeg & de Vries, 2009) omgerekend komt dit op twintig sommen per minuut. Voor de TTR betekent dit dat de leerlingen gemiddeld twintig sommen per reeks goed moeten hebben. Wanneer de gemiddelde score (van alle reeksen) van een leerling onder de twintig goed ligt, kan er gezegd worden dat de leerling niet vloeiend is in rekenen. Omdat de ontwikkeling van vaardigheden die gebruikt worden voor het oplossen van verhoudingsproblemen afkomstig blijken te zijn van multiplicatieve vaardigheden (delen en vermenigvuldigen) (Nabors, 2003), zal er voor de analyse van de huidige studie een onderscheid worden gemaakt in algemene vloeiendheid (op totale TTR) en vloeiendheid in multiplicatieve rekenfuncties (op TTR delen en vermenigvuldigen). Hiervoor zijn de keer en deel scores van de TTR bij elkaar opgeteld en daarna door twee gedeeld. Een score onder de 20 geeft aan dat de leerling niet vloeiend is als het aankomt op multiplicatieve rekenfuncties.

Bij de educatieve game werden er een aantal gegevens verzameld: (a) het aantal sommen dat gemaakt is; (b) het aantal pogingen per som; (c) de tijd die een leerling nodig had om het antwoord op de som te geven en (d) of de som correct is beantwoord. Met deze gegevens is per leerling (a) de

gemiddelde tijdsduur per som; (b) het totaal aantal pogingen; (c) het totaal aantal gemaakte sommen en (d) het percentage goede antwoorden berekend. Echter deze variabelen zijn op zichzelf niet geschikt om de leerlingen te vergelijken op prestaties. Wanneer enkel naar het percentage goede antwoorden gekeken wordt, haalt een leerling die veel vragen (bijvoorbeeld 20) maakt en hier een aantal fouten in maakt (bijvoorbeeld 3) een lagere score dan iemand die maar een paar vragen maakt (bijvoorbeeld 2) en hier geen fouten bij maakt, het percentage goede antwoorden geeft daarmee aan hoe effectief de leerlingen zijn. Om de spelprestaties van de leerlingen goed te kunnen vergelijken moet er een ranking gemaakt worden die die meer hoe efficiënt de leerlingen zijn en waarmee de leerlingen onderling vergeleken kunnen worden. Het is gewenst dat een leerling die veel sommen goed heeft (bijvoorbeeld 20), maar ook veel sommen fout heeft (bijvoorbeeld 10) een lagere score behaalt dan een leerling die minder sommen goed heeft (bijvoorbeeld 17) maar geen sommen fout heeft. Dit wordt bereikt door het percentage goede antwoorden (aantal gemaakte sommen gedeeld door het aantal goede antwoorden) te vermenigvuldigen met het aantal goede antwoorden. Verder is het gewenst dat leerlingen die sommen direct goed maken een hogere ranking behalen, dan leerlingen die sommen na de tweede of derde poging goed hebben. Om deze reden is gekozen om het aantal gemaakte sommen te delen door het aantal pogingen en dit getal te

Tabel 1: Overzicht van de verschillende scores per conditie

Variabele	Enkele-strategie conditie N=20				Meervoudige-strategie conditie N=14			
	M	SD	Mdn	Range	M	SD	Mdn	Range
TTR-score*	22.62	5.16	24.7	12.8-34.4	23.61	4.50	24.2	15.0-31.2
TTR keer+deel score*	19.83	5.54	19.75	12-36	20.00	5.47	20.25	11-30
Spel: Ranking*	1.56	0.97	1.65	-0.11-3.06	0.98	1.05	0.85	-0.37-2.48
Spel: Perc. goede antwoorden*	0.77	0.18	0.80	0.44-1.00	0.60	0.20	0.58	0.36-0.93
Spel: Aantal gemaakte sommen	15.55	6.03	16	5-24	16.29	6.45	15.5	6-25
Spel: Aantal pogingen*	24.85	9.90	25	10-48	30.36	12.80	30.5	9-51
Pretest (domeinkennistoets)	3.60	2.66	3	0-10	4.21	3.29	3.5	0-10
Posttest (domeinkennistoets)	4.75	2.71	4.5	1-11	4.43	3.61	3.5	0-12
Pretest: missing value	2.00	1.17	2	0-4	1.86	1.30	2	0-4
Posttest: missing value	2.20	1.20	2	0-4	2.07	1.14	2	0-4
Pretest: transformatie	0.80	1.20	0	0-4	1.07	1.27	0.5	0-3
Posttest: transformatie	1.20	1.20	1	0-4	1.21	1.63	0.5	0-4
Pretest: transfer	0.80	0.95	1	0-3	1.29	1.07	1	0-3
Posttest: transfer	1.35	1.27	1	0-4	1.14	1.41	0.5	0-4

*Normaal verdeeld (Sharipo-Wilk test $p>0.05$)

vermenigvuldigen met de vorige berekening.

De ranking was eerst niet normaal verdeeld (Shapiro-Wilk: $p < .001$), na een logaritmische transformatie was de ranking wel normaal verdeeld (Shapiro-Wilk: $p = .122$). De gehele formule van de ranking wordt daarmee: $\text{Ranking} = \ln(\text{Percentage goede antwoorden} \cdot \text{Aantal goede antwoorden}) \cdot (\text{Aantal gemaakte sommen} / \text{Aantal pogingen})$. De hoogst mogelijke ranking (3.47) wordt behaald wanneer alle 32 sommen, zonder extra pogingen, correct opgelost worden. Omdat de formule logaritmisch is, zal deze nooit de y-as kruisen en is er geen minimumranking vast te leggen.

Hoewel tijd per opdracht wel werd vastgelegd is besloten deze niet mee te nemen in de berekening van de ranking. Verschillen in tijdsduur zijn niet eenduidig te koppelen aan de vaardigheid van de leerling; Een langere tijdsduur kan erop duiden dat een leerling problemen had met het oplossen van een som, maar kan ook aangeven dat een leerling afgeleid was.

Resultaten

Er deden in totaal 42 leerlingen mee aan het onderzoek, leerlingen die één of meerdere lessen gemist hebben zijn niet meegenomen in de analyses. Na de exclusie bleven er nog 34 leerlingen over met een gemiddelde leeftijd van 14 jaar ($M = 14.08$, $SD = 0.44$, min-max = 13.3-15.2). In totaal namen tien meiden en 24 jongens deel: tien meiden en tien jongens in de enkelvoudige-strategie conditie en 14 jongens in de meervoudige-strategie conditie. De gemiddelde leeftijd verschilde niet tussen de twee groepen, $t(32) = -0.077$, $p = .939$, $d = 0.03$. Er zijn twee leerlingen met dyslexie en één leerling met dyscalculie, omdat de scores en verschillen van deze leerlingen niet afweken van de scores van de overige leerlingen, zijn deze scores niet uitgesloten van analyse.

Om vast te stellen of de condities bij aanvang gelijk zijn, is gekeken of de condities verschillend scoorde op de pretest en op de TTR. Om na te gaan of er een verschil is in algemeen rekenniveau tussen de condities is een Independent Samples T-test uitgevoerd met de TTR score als afhankelijke variabele (zie Tabel 1 voor een overzicht van de besproken variabelen per conditie), hieruit bleek geen significant verschil te zijn tussen condities bij de TTR score, $t(32) = -0.582$, $p = .565$, $d = 0.20$. Ook bij de keer+deel TTR score ($M = 19.90$, $SD = 5.43$) bleek geen significant verschil te zijn tussen condities, $t(32) = -0.091$, $p = .928$, $d = 0.31$. Er kan hiermee aangenomen worden dat er geen verschil in algemeen rekenniveau is tussen de twee condities.

Voor een verschil tussen op voorkennis van verhoudingen, is er een Independent Samples Mann-Whitney U test gebruikt, hieruit bleek geen significant verschil te zijn tussen de condities bij de scores van de pretest ($U = 126$, $p = .641$, $d = 0.08$). Er kan hiermee worden aangenomen dat er geen

verschil in voorkennis van verhoudingen tussen de twee condities is. De twee condities zijn dus vergelijkbaar wat betreft leeftijd, rekenvaardigheid (algemeen en multiplicatieve functies) en voorkennis van het domein verhoudingen.

Effecten van conditie op domeinkennis en spelscores

Er is gekeken of er een verschil in effectiviteit is tussen een enkelvoudige of meervoudige strategie instructie. De *eerste hypothese* hierbij was dat zowel bij een enkelvoudige als bij een meervoudige strategie instructie een leereffect voor domeinkennis behaald zal worden bij VMBO leerlingen. Er is eerst onderzocht of er een leereffect in domein gevonden kon worden wanneer gekeken wordt naar alle leerlingen tezamen. Uit een Wilcoxon Signed Rank Test bleek geen verschil tussen de scores van de twee domeinkennistoetsen ($Z=-1.39$, $p=.163$, $d=0.17$) wanneer gekeken wordt naar alle leerlingen tezamen. Ook bleek, uit een Wilcoxon Signed Rank Test, geen significant verschil te zijn tussen de scores op de missing value problemen van de pretest en van de posttest ($Z=-0.92$, $p=.355$, $d=0.12$), hetzelfde geldt voor de scores van de transformation problemen ($Z=-1.09$, $p=.276$, $d=0.14$) en voor de scores van de transfer problemen ($Z=-1.31$, $p=.192$, $d=0.16$).

Daarnaast is, met een Wilcoxon Signed Rank Test, gekeken of er een leereffect gevonden kon worden per conditie. Per conditie (zie Tabel 1 voor een overzicht van de scores per conditie) bleek ook geen verschil te zijn tussen de scores (enkelvoudige-strategie conditie: $Z=-1.86$, $p=.062$, $d=0.29$; meervoudige-strategie conditie: $Z=-0.28$, $p=.776$, $d=0.05$). Ook bleek, uit een Wilcoxon Signed Rank Test, geen significant verschil te zijn tussen de scores op de missing value problemen van de pretest en van de posttest (enkelvoudige-strategie conditie: $Z=-0.64$, $p=.519$, $d=0.14$; meervoudige-strategie conditie: $Z=-0.69$, $p=.490$, $d=0.18$), hetzelfde geldt voor de scores van de transformation problemen (enkelvoudige-strategie conditie: $Z=-1.21$, $p=.225$, $d=0.27$; meervoudige-strategie conditie: $Z=-0.26$, $p=.791$, $d=0.07$). Hoewel er ook geen significant verschil bleek te zijn voor de scores van de transfer problemen van de meervoudige-strategie conditie ($Z=-0.52$, $p=.603$, $d=0.14$) was dit significante verschil er wel bij de enkelvoudige-strategie conditie ($Z=-2.14$, $p=.033$, $d=0.48$).

Hiermee kan er geconcludeerd worden dat de leerlingen in de enkelvoudige-strategie conditie de posttest significant beter hebben gemaakt dan de pretest wanneer er gekeken wordt naar de transfer sommen, er is hierbij dus een significant leereffect gevonden. Wel moet gezegd worden dat de leerlingen in allen andere gevallen de posttest niet significant beter gemaakt dan de pretest, en er zijn in de meeste gevallen dus geen significante leereffecten gevonden. De alternatieve hypothese, kan hierbij enkel voor de transfer problemen bij een enkelvoudige instructie worden

aangenomen.

De tweede hypothese was dat een enkelvoudige strategie instructie een groter effect zal hebben dan een meervoudige strategie instructie, op het leren van verhoudingen door VMBO leerlingen. Om dit te onderzoeken is is gekeken of er een verschil te vinden is tussen de condities voor de verschillcores van de domeinkennistoetsen. Uit een Independent Samples Mann-Whitney U test bleek dat er geen significant verschil te vinden is voor de verschillscore van de domeinkennistoetsen tussen de condities ($U=104$, $p=.217$, $d=0.21$). Uit een Independent Samples Mann-Whitney U test bleek echter dat er geen significant verschil te vinden was tussen de condities wanneer er gekeken werd naar de verschillscore van de missing value ($U=136$, $p=.904$, $d=0.02$), transformation ($U=124$, $p=.569$, $d=0.10$) en transfer ($U=93.5$, $p=.104$, $d=0.30$) problemen.

Hieruit blijkt dat er geen verschil in effect is tussen een enkele of meervoudige strategie instructie bij het leren van verhoudingen door VMBO leerlingen. De alternatieve hypothese, dat een enkele strategie instructie een groter effect zou hebben, moet hierbij verworpen worden.

De derde hypothese was dat de leerlingen in de enkelvoudige-strategie conditie beter zullen presteren dan de leerlingen in de meervoudige-strategie conditie bij de educatieve game. Om dit te onderzoeken is er gekeken naar verschillen in spelscores tussen condities. Uit een Independent Samples Mann-Whitney U test bleek dat het aantal gemaakte sommen ($Mdn=16$, $range=5-25$) niet significant ($U=135$, $p=.877$, $d=0.03$) verschilt tussen beide condities. Daarnaast bleek ook uit Independent Samples T-test dat het aantal pogingen ($M=27.10$, $SD=11.39$) niet significant $t(32)=-1.41$, $p=0.167$, $d=0.48$ verschilde tussen de condities.

Er is nog gekeken naar een verschil in het percentage goede antwoorden tussen de condities. Uit een Independent Samples T-test bleek een significant verschil $t(32)=2.31$, $p=.027$, $d=0.80$ tussen de condities bij het percentage goede antwoorden ($M=0.69$, $SD=0.20$). Waarbij de enkelvoudige-strategie conditie een significant hoger percentage behaalde dan de meervoudige-strategie conditie. Als laatste is nog naar de ranking gekeken. Uit een Independent Samples T-test bleek dat ook de ranking ($M=1.32$, $SD=1.02$) niet significant verschilt $t(32)=1.68$, $p=.104$, $d=0.57$ tussen beide condities.

Bij de educatieve game is er daarmee een significante verschil van het percentage goede antwoorden tussen de condities gevonden. Dit bevestigt de hypothese dat de leerlingen in de enkelvoudige-strategie conditie beter zullen presteren bij de educatieve game. Dat er geen verschil zichtbaar is bij de ranking maar wel bij het percentage goede antwoorden betekend dat de leerlingen in de enkelvoudige-strategie conditie effectiever, maar niet efficiënter hebben gewerkt dan de leerlingen in de meervoudige-strategie conditie. De ranking houdt namelijk rekening met zowel het

percentage goede antwoorden als het aantal pogingen en het aantal gemaakte sommen. De leerlingen in de enkelvoudige conditie hebben percentueel gezien meer antwoorden goed, maar dit gaat ten koste van het aantal gemaakte sommen en het aantal pogingen in het spel.

Effect van rekenvloeiendheid op effecten van instructie

Er is gekeken of er een verschil in effectiviteit van instructie en de educatieve game aanwezig is wanneer leerlingen vergeleken worden die wel of niet de rekenvaardigheden vloeiend beheersen. De *eerste hypothese* hierbij was, dat bij leerlingen die rekenen niet vloeiend beheersen een enkelvoudige strategie instructie effectiever zal werken dan een meervoudige strategie instructie. De *tweede hypothese* was, dat wanneer dezelfde analyse uitgevoerd wordt bij leerlingen die rekenen wel vloeiend beheersen er een kleiner of tegengesteld effect zal zijn dan bij leerlingen die rekenen niet vloeiend beheersen. Om deze twee hypothesen te testen is er een Kruskal-Wallis test uitgevoerd. Deze test is uitgevoerd op vier groepen (waarbij niet vloeiend een TTR-score lager dan 20 betekend): (a) leerlingen in de enkelvoudige-strategie conditie die niet vloeiend zijn (N=5); (b) leerlingen in de enkelvoudige-strategie conditie die wel vloeiend zijn (N=15); (c) leerlingen in de meervoudige-strategie conditie die niet vloeiend zijn (N=3); en (d) leerlingen in de meervoudige-strategie conditie die wel vloeiend zijn (N=11). Uit deze test bleek dat er geen significant $\chi^2(3)=5.502, p=.139$ verschil is tussen deze groepen op de verschillscore van de domeinkennistoets. Dit resultaat is mogelijk te verklaren door het gebrek aan power, aangezien er een gering aantal leerlingen die niet vloeiend in rekenen is.

Om te kijken of er mogelijk wel effect van rekenvaardigheid op de effectiviteit van strategiebenadering is, wanneer onderscheid wordt gemaakt tussen de verschillende probleemtipes. Is voorgaande analyse herhaalt met de verschillscores op de drie probleemtipes als afhankelijke variabele en de vier groepen als onafhankelijke variabele. Uit deze test bleek geen significant verschil in de verschillscore bij missing value problemen $\chi^2(3)=3.762, p=.288$ en transformation problemen $\chi^2(3)=2.925, p=.403$. Er bleek wel een significant verschil te zijn in de verschillscore bij de transfer problemen $\chi^2(3)=7.821, p=.050$. Uit Mann-Whitney tests bleek dat dit verschil te wijten is aan een significant verschil tussen de condities wanneer gekeken werd naar leerlingen die wel vloeiend kunnen rekenen ($U=39.0, p=.024, d=0.46$) en niet tussen de condities wanneer de leerlingen niet vloeiend kunnen rekenen ($U=3.50, p=.250, d=0.49$).

Omdat multiplicatieve functies een sterk verband laten zien met de vaardigheid in verhoudingen zijn voorgaande analyses ook uitgevoerd met een andere definitie om vloeiendheid in rekenen te bepalen. In plaats van algehele vloeiendheid is er specifiek gekeken naar leerlingen die

niet vloeiend zijn met tafels en deelsommen. In de data van dit onderzoek bleek dat multiplicatieve functies (de deel+keer TTR score) een sterke correlatie $r(32)=.44$, $p=.010$ heeft met de vaardigheid in verhoudingen, deze correlatie was echter niet groter dan de (sterke) correlatie van vaardigheid in verhoudingen met de de algemene TTR-score, $r(32)=.44$, $p=.010$. Om de voorgaande analyses uit te voeren bij de deel+keer TTR score is er is er een Kruskal-Wallis test uitgevoerd. Deze test is uitgevoerd op vier groepen (waarbij niet vloeiend een TTR keer+deel score lager dan 20 betekend): (a) leerlingen in de enkelvoudige-strategie conditie die niet vloeiend zijn ($N=8$); (b) leerlingen in de enkelvoudige-strategie conditie die wel vloeiend zijn ($N=12$); (c) leerlingen in de meervoudige-strategie conditie die niet vloeiend zijn ($N=6$); en (d) leerlingen in de meervoudige-strategie conditie die wel vloeiend zijn ($N=8$). Uit deze test bleek dat er geen significant $\chi^2(3)=2.249$, $p=.522$ verschil is tussen de vier groepen. Ook bij het splitsen van de domeinkennistoets aan de hand van de drie type vragen, bleken er geen significante verschillen te zijn in de verschilscore bij missing value problemen $\chi^2(3)=1.005$, $p=.800$, transformation problemen $\chi^2(3)=1.719$, $p=.633$ en transfer problemen $\chi^2(3)=3.173$, $p=.366$.

De *eerste hypothese* dat voor leerlingen die niet vloeiend in rekenen zijn een enkelvoudige strategie instructie effectiever zal werken dan een meervoudige strategie instructie, kan hierbij niet worden aangenomen. De *tweede hypothese* dat er een kleiner of tegengesteld effect zal zijn bij leerlingen die wel vloeiend in rekenen zijn dan bij leerlingen die niet vloeiend in rekenen zijn, kan hierbij ook niet worden aangenomen. Wat wel gezegd kan worden is dat leerlingen die wel vloeiend zijn beter presteerden op transfer sommen na een enkelvoudige-strategie instructie dan na een meervoudige-strategie instructie. Dit betekend dat leerlingen die wel vloeiend zijn een hogere kwaliteit van (domein)kennis hebben na een enkelvoudige strategie instructie dan na een meervoudige strategie instructie.

De *derde hypothese* was dat de leerlingen die niet vloeiend zijn in rekenen beter zullen presteren bij de educatieve game in de enkelvoudige-strategie conditie dan in de meervoudige-strategie conditie. De *vierde hypothese* was dat wanneer dezelfde analyse uitgevoerd wordt bij leerlingen die wel vloeiend in rekenen zijn het verschil in prestaties tussen de twee condities kleiner of tegengesteld zal zijn dan bij leerlingen die niet vloeiend in rekenen zijn. Om deze twee hypothesen te toetsen voor de spelscores zijn ook Kruskal-Wallis testen uitgevoerd. Uit de testen voor de vier groepen waarbij gekeken is naar de algemene TTR-score, bleek dat er geen significant verschil is bij en het aantal gemaakte sommen $\chi^2(3)=0.869$, $p=.833$, het aantal pogingen $\chi^2(3)=1.760$, $p=.624$, het percentage goede antwoorden $\chi^2(3)=5.468$, $p=.141$ en de ranking $\chi^2(3)=3.840$, $p=.279$. Ook wanneer gekeken wordt naar de vier groepen waarbij gekeken is naar de

TTR keer+deel score bleek dat er geen significant verschil is bij en het aantal gemaakte sommen $\chi^2(3)=1.249$, $p=.741$, het aantal pogingen $\chi^2(3)=2.270$, $p=.518$, het percentage goede antwoorden $\chi^2(3)=6.284$, $p=.099$ en de ranking $\chi^2(3)=4.865$, $p=.182$.

Zowel de *derde hypothese*, dat leerlingen die niet vloeiend in rekenen zijn beter zullen presteren bij de educatieve game in de enkelvoudige-strategie conditie, als de *vierde hypothese*, dat leerlingen die wel vloeiend in rekenen zijn een kleiner, of tegengesteld verschil in prestaties zal weergeven tegenover de leerlingen die niet vloeiend in rekenen zijn, kunnen hierbij niet aangenomen worden.

Conclusie en discussie

In dit onderzoek is gekeken naar het effect van het aanbieden van een enkelvoudige- of meervoudige-strategie-instructie bij een rekenspel voor VMBO leerlingen (leerlingen met een achterstand). Er is globaal gezien één leereffect gevonden en geen verschillen tussen de condities in verschilscores gevonden bij de domeinkennistoetsen. Het gevonden leereffect vond plaats bij de transfer sommen in de enkelvoudige-strategie conditie. Dit betekent dat leerlingen in deze conditie een vooruitgang in kwaliteit van (domein)kennis hebben na het ontvangen van een enkelvoudige strategie instructie. Bij de educatieve game “Hotel Zeldenrust” is er een verschil tussen de condities gevonden bij het percentage goede antwoorden, waarbij de enkelvoudige-strategie conditie procentueel gezien meer goede antwoorden gaf dan de meervoudige-strategie conditie. Omdat er geen verschil zichtbaar is bij de ranking kan er geconcludeerd worden dat de leerlingen in de enkelvoudige strategie conditie effectiever, maar niet efficiënter hebben gewerkt dan de leerlingen in de meervoudige-strategie conditie. Als men effectiviteit belangrijker vindt dan efficiëntie kan er bij de educatieve game geconcludeerd worden dat de leerlingen in de enkelvoudige-strategie conditie beter presteren dan de leerlingen in de meervoudige-strategie conditie.

Gekeken naar verschil in effectiviteit van instructie en de educatieve game wanneer leerlingen met en zonder vloeiendheid in rekenen vergeleken worden, blijkt een significant effect gevonden bij de transfer problemen op de domeinkennistoets. De leerlingen met vloeiendheid scoorde hierbij hoger in de enkelvoudige-strategie conditie, dan in de meervoudige-strategie conditie. Dit betekent dat leerlingen met vloeiendheid in rekenen een hogere kwaliteit van (domein)kennis hebben na een enkelvoudige strategie instructie dan na een meervoudige strategie instructie. Dit effect kwam niet overeen met de verwachting dat er een kleiner of tegengesteld effect zal zijn bij leerlingen met vloeiendheid dan bij leerlingen zonder vloeiendheid in rekenen.

Dit onderzoek laat geen verschil in efficiëntie zien tussen de enkelvoudige- en meervoudige

-strategie conditie bij de educatieve game, dit is in strijd met de verwachting van de leerkrachten uit de onderzoeken van Silver e.a. (2005) en Lynch en Star (2014), de leerkrachten verwachtten dat leerlingen efficiënter zouden werken met een meervoudige strategie instructie dan met een enkelvoudige strategie instructie. Wel werd er in dit onderzoek gevonden dat leerlingen in de enkelvoudige-strategie conditie effectiever waren bij de educatieve game, wat overeenkomt met de bevindingen van Jitendra e.a., (2007), welke vonden dat voor leerlingen met een achterstand een enkele strategie het meest effectief is. Deze bevinding van Jitendra e.a. (2007) komt ook overeen met het gevonden leereffect in dit huidige onderzoek, welke een vooruitgang in kwaliteit van (domein)kennis laat zien in de enkelvoudige-strategie conditie. Dat de effecten vooral bij transfer problemen aanwezig waren komt overeen met de meta-analyse van Wouters et al. (2013a) die vond dat wanneer leerlingen actief betrokken worden bij het leerproces, in dit geval met de educatieve game, dit voor een betere integratie van nieuwe kennis met voorgaande kennis zorgt en daarmee voor hogere niveaus van transfer.

Voor het repliceren van het onderzoek is aan te bevelen om (a) in een groter aantal participanten te laten deelnemen; (b) verschillen in de onderzoekssituatie tussen de klassen zo klein mogelijk te houden; (c) de leerlingen voor de groepen met en zonder vloeiendheid in rekenen van gelijkere beter te selecteren om de grootte van de groepen vergelijkbaar te krijgen; (d) een manipulatiecheck uit te voeren om te controleren of de leerlingen zelf vinden dat ze door de instructie en het educatieve spel de verhoudingssommen beter begrijpen. De meetinstrumenten zijn (zie resultaten) betrouwbaar, leerlingen gaven wel aan de domeinkennistoetsen erg lastig te vinden, wat voor een vermindering van motivatie zorgde. Omdat motivatie een mogelijke factor is voor het leerproces bij VMBO leerlingen (ter Vrugte et al., in press), is het aan te raden om te onderzoeken of het verlagen van het niveau van de domeinkennistoetsen er voor zorgt dat VMBO leerlingen meer gemotiveerd zijn, en hiermee andere effecten gevonden worden. Het zou ook kunnen dat de leerlingen meer tijd en daarmee meer lessen nodig hadden om de soort sommen te begrijpen en deze goed op te kunnen lossen. Er is meer onderzoek nodig om aan te kunnen tonen of er verschillen in effect aanwezig zijn tussen leerlingen die een enkele strategie en leerlingen die meerdere strategieën aangeboden krijgen en daarmee de resultaten van dit onderzoek mogelijk te ondersteunen.

Referenties

- Bjorklund, D. F., & Rosenblum, K. E. (2001). Children's use of multiple and variable addition strategies in a game context. *Developmental Science*, 4(2), 184-194.
doi:10.1111/1467-7687.00164

- CvE, College voor Examens (2014). *Tussenrapportage centraal ontwikkelde examens mbo en rekentoets VO, 2013-2014*. Retrieved June 6, 2015, from https://www.hetcvte.nl/document/tussenrapportage_centraal
- de Vos, T. (1992). *TTR Handleiding*. Retrieved April 19, 2015, from <http://www.pearsonclinical.nl/ttr-tempo-test-rekenen>
- Ferguson, T. K. (2014). Mathematics achievement with digital game-based learning in high school algebra 1 classes. *Dissertation Abstracts International Section A*, 75.
- Gros, B. (2007). Digital games in education: The design of games-based learning environments. *Journal of Research on Technology in Education*, 40(1), 23-38.
- Jitendra, A. K., Griffin, C. C., Haria, P., Leh, J., Adams, A., & Kaduvettoor, A. (2007). A comparison of single and multiple strategy instruction on third-grade students' mathematical problem solving. *Journal of Educational Psychology*, 99(1), 115-127.
doi:10.1037/0022-0663.99.1.115
- Johnson, L., Smith, R., Willis, H., Levine, A., & Haywood, K. (2011). *The horizonreport: 2011 edition*. Austin, TX: The New Media Consortium. Retrieved 16 June, 2015 from <http://net.educause.edu/ir/library/pdf/hr2011.pdf>
- Ke, F. (2014). An implementation of design-based learning through creating educational computer games: A case study on mathematics learning during design and computing. *Computers & Education*, 73, 26-39. doi:10.1016/j.compedu.2013.12.010
- Kebritchi, M., Hirumi, A., & Bai, H. (2010). The effects of modern mathematics computer games on mathematics achievement and class motivation. *Computers & Education*, 55, 427-443. doi: 10.1016/j.compedu.2010.02.007
- Kerpel, A. (2014). Effectieve instructie met het Directe instructiemodel. Retrieved April 21, 2015, from <http://wij-leren.nl/directe-instructie-model.php>

- Kim, S., & Chang, M. (2010). Computer games for the math achievement of diverse students. *Educatieve Technology & Society*, 13, 224-232. doi:10.1.1.174.1208
- Leddo, J. (1996). An intelligent tutoring game to teach scientific reasoning. *Journal of Instruction Delivery Systems*, 10(4), 22-25.
- Lynch, K., & Star, J. R. (2014). Teachers' views about multiple strategies in middle and high school mathematics. *Mathematical Thinking and Learning*, 16(2), 85-108. doi:10.1080/10986065.2014.889501
- Mitchell, A., & Savill-Smith, C. (2004). *The use of computer and video games for learning: A review of the literature*. London, England: Learning and Skills Development Agency.
- Nabors, W. K. (2003). From fractions to proportional reasoning: A cognitive schemes of operation approach. *The Journal of Mathematical Behavior*, 22(2), 133-179. doi:10.1016/S0732-3123(03)00018-X
- Rick, J., Bejan, A., Roche, C., & Weinberger, A. (2012). Proportion: learning proportional reasoning together. In *21st Century Learning for 21st Century Skills* (pp. 513-518). Springer Berlin Heidelberg.
- Silver, E. A., Ghouseini, H., Gosen, D., Charalambous, C., & Strawhun, B. (2005). Moving from rhetoric to praxis: Issues faced by teachers in having students consider multiple solutions for problems in the mathematics classroom. *Journal of Mathematical Behavior*, 24(3-4), 287-301. doi:10.1016/j.jmathb.2005.09.009.
- Swanson, H. L. (1989). Strategy instruction: Overview of principles and procedures for effective use. *Learning Disability Quarterly*, 12(1), 3-14. doi:10.2307/1510248
- Tarng, W., & Tsai, W. (2010). The design and analysis of learning effects for a game-based learning system. *Engineering and Technology*, 61, 336-345.

- ter Vrugte, J., de Jong, T., Wouters, P., Vandercruysse, S., Elen, J., & van Oostendorp, H. (in press). When a game supports prevocational math education but integrated reflection does not. *Journal of Computer Assisted Learning*. doi:10.1111/jcal.12104
- Torbeyns, J., Verschaffel, L., & Ghesquière, P. (2005). Simple Addition Strategies in a First-Grade Class With Multiple Strategy Instruction. *Cognition and Instruction*, 23(1), 1-21. doi:10.1207/s1532690xc2301_1
- Trybus, J. (2009). *Game-based learning: What it is, why it works, and where it's going* (New Media Institute white paper). Retrieved 16 June, 2015 from <http://www.newmedia.org/game-based-learning--what-it-is-why-it-works-and-where-its-going.html>
- van den Bosch, E., Jager, J., Langstraat, H., Versteeg, B., & de Vries, M. (2009). *Brochure Remediërend Rekenprogramma Automatiseren*. De Zuidvallei, Giralis. Retrieved May 31, 2015, from <http://www.woordhelder.nl/download/brochure-automatiseren-compleet.pdf>
- Van Eck, R. (2006). Digital game-based learning: It's not just the digital natives who are restless. *EDUCAUSE review*, 41(2), 16.
- Verhagen, K. (2015). Ongepubliceerde masterthese Kim Verhagen, Universiteit Twente.
- Wilson, M. (2015). Level up: A systematic review of the nexus between game-based learning and developmental math education. *Dissertation Abstracts International Section A*, 75.
- Wouters, P., van Nimwegen, C., van Oostendorp, H., & van der Spek, E. D. (2013a). A meta-analysis of the cognitive and motivational effects of serious games. *Journal of Educational Psychology*, 105(2), 249-265. doi:10.1037/a0031311
- Wouters, P., & van Oostendorp, H. (2013b). A meta-analytic review of the role of instructional support in game-based learning. *Computers & Education*, 60(1), 412-425.

Bijlagen

Bijlage 1. Instructie voor beide condities (1e lesuur)

Voorstellen	“Hallo, leuk om jullie te ontmoeten. Ik ben (naam) en ik doe onderzoek naar leerzame computerspellen.”
Terugblik	“Wat weten jullie van leerzame computerspellen? Hebben jullie weleens een leerzaam computerspel gespeeld? Wat leerde je hierbij?” <i>(Doelvragen om interactiviteit en activering van voorkennis te stimuleren)</i>
Oriëntatie	“Leerzame computerspellen zijn spellen waarbij je actief en spelenderwijs kunt leren. Deze spellen kunnen verschillende onderwerpen hebben. Het computerspel dat ik onderzoek is speciaal gemaakt voor leerlingen van de middelbare school. Het spel is mooi vormgegeven en een leuke manier om te leren. Goed nieuws! Over een paar dagen gaan we het spel spelen met deze klas. De dagen voordat we het spel gaan spelen, hebben we eerst twee lessen. In de derde les spelen we het spel, en daarna komt nog één les. Dus in totaal hebben we samen vier lessen. Ik stel voor dat we nu de planning gaan bespreken, zodat we weten waar deze lessen over gaan. Ok, wat gaan we doen vandaag en wat leren we in de volgende lessen? Vandaag gaan we het hebben over verhoudingssommen. Wie weet wat verhoudingssommen zijn? Verhoudingssommen maken het mogelijk om bijvoorbeeld uit te rekenen welke kleding of gadgets in verhouding het goedkoopst zijn, maar ook om lekkere recepten te maken. En om ervoor te zorgen dat je tosti's de juiste verhouding hebben tussen brood, ham en kaas. Verhoudingssommen zijn gemaakt om te leren hoeveel je van het ene nodig hebt en hoeveel je van het andere nodig hebt, om een mooi geheel te maken. Het maken van verhoudingssommen is dus heel handig en het kan je veel opleveren. Vandaag gaan we kijken wat we al weten over verhoudingssommen. Want dan kunnen we van daaruit verder werken. Dit doen we met een soort vragenlijst. Hoe dit precies werkt ga ik zo vertellen, maar eerst even een overzicht van wat we de volgende lessen gaan doen. De volgende keer dat we elkaar zien is (datum). Die les gaan we het hebben over de manier waarop we verhoudingssommen kunnen oplossen. De derde keer dat we elkaar zien is (datum). Die les gaan we naar het computerlokaal om het computerspel te spelen. De vierde keer dat we elkaar zien gaan is (datum). Die les gaan we verhoudingssommen maken en bespreken hoe we de lessen vonden. Als je het gevoel hebt dat er iets onduidelijk is mag je hand opsteken en vragen stellen. Ook

	in de vierde les is er tijd voor vragen. Ook mag je altijd na de les naar mij of (naam van docent) toekomen om je vraag te stellen. Zijn er nu vragen? En vragen over de planning? Ok, dan gaan we nu aan de slag met de eerste les."
TTR ✓ Instructie, ✓ Begeleide inoefening ✓ Zelfstandige verwerking	Tempo-Test Rekenen "Om te kijken of het spel leerzaam is, gaan we nu eerst kijken wat jullie al weten. Daarom gaan we nu eerst een soort warming-up doen. We gaan zometeen vijf minuten rekensommen maken, zoals optellen en delen. Dit gaan we als volgt doen: zometeen krijgt iedereen een vel papier uitgedeeld. Deze laten we liggen met de lege kant naar boven, en we wachten even met omdraaien totdat iedereen een papier heeft. Dit doen we, zodat iedereen een eerlijke en rustige start heeft. Als iedereen een vel papier heeft dan geef ik het aan, en dan kan iedereen zijn papier omdraaien. Dan mag je je papier omdraaien en beginnen met het invullen van je naam, geboortedatum, de datum van vandaag, je school en klas" (<i>Schrijf op het bord de datum van vandaag</i>). "Als je dit gedaan hebt, dan wacht je even totdat iedereen klaar is. Als ik het aangeef, dan slaat iedereen de bladzijde om, en dan zeg ik start. Iedereen maakt dan zelfstandig sommen van boven naar beneden." (<i>Laat de TTR zien en wijs aan dat er sommen gemaakt gaan worden van boven naar beneden</i>). "In een minuut probeer je zoveel mogelijk sommen te maken van boven naar beneden. Ik zal op de tijd letten. Als er een minuut voorbij is, dan zeg ik stop. Je zet dan gelijk een streep onder je laatst gemaakte som en als ik start zeg dan gaan we gelijk door naar de volgende kolom met sommen van boven naar beneden." (<i>Wijs de volgende kolom aan</i>). "Het maakt niet uit hoeveel sommen je af hebt, maar zet een streep als ik stop zeg en begin dan bij start met de volgende kolom. Je begint daar weer bovenaan, en probeert zoveel mogelijk sommen te maken van boven naar beneden. Als er een minuut voorbij is, dan zeg ik stop. Je zet een streep onder je laatst gemaakte som en als ik start zeg dan ga je gelijk door met de volgende kolom." (<i>Wijs de volgende kolom aan</i>). "Het maakt niet uit hoe ver je bent, maar bij stop zet je een streep en bij start ga je naar de volgende kolom. In totaal doen we dit met vijf kolommen, dus een minuut per rij. Als we alle rijen hebben gemaakt dan leg je je pen neer en je papier omdraaien. Dan kom ik ze ophalen en ondertussen kunnen jullie even tot rust komen. De sommen maken we uit ons hoofd, dus we gebruiken geen rekenmachine of kladpapier. Dus samengevat: je krijgt zo een vel papier, laat deze liggen totdat iedereen er een heeft en ik aangeef dat we hem kunnen omdraaien. Vul dan je naam in, en als iedereen dit heeft gedaan dan geef ik het aan. We draaien dan het vel om, en je

	begint bij start met het maken van sommen van boven naar beneden. Na een minuut zeg ik stop, je stopt dan gelijk met die kolom. Je zet een streep onder je laatste gemaakte som en ik zeg dan start: je gaat dan gelijk door naar de volgende kolom (<i>wijs aan</i>). Het maakt niet uit hoe ver je bent. Je maakt in die kolom weer sommen van boven naar beneden, na een minuut zeg ik stop, je zet een streep onder je laatste gemaakte som, en bij start ga je door naar de volgende kolom. Als alle vijf minuten om zijn, dan leggen we de pennen neer, draaien we de blaadjes om, en dan kom ik de blaadjes ophalen. Dan nemen we een korte pauze. Zijn er vragen? Kom even tot rust terwijl ik de papieren uitdeel.” (<i>Deel de Tempo-Test Rekenen uit en geef het aan als iedereen zijn vel papier kan omdraaien om te beginnen. Gebruik een stopwatch en laat de leerlingen na elke nieuwe minuut stoppen met de huidige kolom en doorgaan met de nieuwe kolom. Laat de leerlingen stoppen na in totaal 5 minuten en haal de papieren op</i>).
Self-efficacy vragenlijst en domeinkennis-toets (versie A of versie B) √ Instructie, √ Begeleide inoefening √ Zelfstandige verwerking	Self-efficacy vragenlijst “Nu we een warming up hebben gedaan, zijn we klaar voor de volgende stap. Zometeen krijgen jullie twee vellen papier. Op het ene vel staan 12 rekensommen over verhoudingen en op het andere vel staan vragen die erover gaan hoeveel van deze 12 verhoudingssommen je denkt te kunnen oplossen. Als ik de papieren uitdeel, dan laat je deze even rustig liggen en in de tussentijd pak je een pen. Als iedereen het papier op zijn tafel heeft liggen dan zal ik het zeggen, en dan draaien we het papier om. Vul dan eerst op allebei de papieren je naam, geboortedatum en leerweg in. Als je daarmee klaar bent dan wacht je even. Als iedereen daarmee klaar is, dan geef ik het aan. Dan pakken we het vel papier met de kleurtjes op de voorkant.” (<i>Wijs de domeinkennistoets aan</i>). “We kijken deze even samen door, om te kijken wat voor verhoudingssommen het zijn, zonder ze op te lossen. Na een minuutje slaan we de bladzijdes dicht, en dan leggen we hem met de lege kant naar boven, en plaatsen we hem in de bovenhoek van je tafel. Dan pakken we het andere vel papier.” (<i>Wijs de self-efficacy vragenlijst aan</i>). “Op deze bladzijde staan vragen die gaan over hoeveel van de 12 verhoudingssommen – die je dan even doorgekeken hebt – je denkt te kunnen oplossen. Het gaat bij die vragen om jouw gevoel. De vragen die hierover gaan, zien er zo uit.” (<i>Toon het volgende voorbeeld</i>) Voorbeeldvraag: <i>Hoe zeker denk je het antwoord te kunnen geven op deze vraag?</i> Teken een rondje om het cijfer dat het beste bij jouw gevoel past. 0 10 20 30 40 50 60 70 80 90 100 Kan ik helemaal niet Kan ik een beetje Kan ik helemaal zeker

“Bij elke vraag geef je aan hoe zeker je ervan bent dat je de verhoudingssommen kunt oplossen. Teken op elke lijn een **rondje** om het cijfer dat het beste bij jouw gevoel past.

- Een rondje om de 0 betekent dat je denkt het helemaal niet te kunnen.
- Een rondje om de 50 betekent dat je denkt het een beetje te kunnen.
- Een rondje om de 100 betekent dat je denkt het helemaal zeker te kunnen.
- Een rondje tussen deze cijfers in, betekent dat je gevoel er tussenin zit.

Omcirkel per vraag het cijfer dat het beste bij jouw gevoel past. Voor het invullen van deze vragenlijst hebben we 7 minuten. Als je klaar bent, dan leg je het papier met de onderkant naar boven in de bovenhoek van je tafel. Blijf even rustig wachten, en als iedereen klaar is dan geef ik het aan.

Dan pakken we allemaal het andere papier erbij met de 12 verhoudingssommen erop. We wachten dan even totdat iedereen zijn papier erbij heeft gepakt, en als dat zover is dan geef ik het aan. Dan begint iedereen met het maken van deze sommen zonder rekenmachine. In deze vakken schrijf je je berekening (*wijs de invulkolom op de domeinkennistoets aan*) en in deze vakken schrijf je de antwoorden (*wijs de antwoordkolom op de domeinkennistoets aan*). Hiervoor nemen we twintig minuten de tijd. Ik zal de tijd bijhouden en als de tijd voorbij is dan geef ik het aan. Dan mag je je pen neerleggen en je papier omdraaien. Dan kom ik ze ophalen en dan gaan we een nabespreking doen. Dit zijn dus de laatste sommen van deze les.

Dus samengevat: je krijgt zo twee vellen papier, en deze laat je even rustig liggen. In de tussentijd pak je een pen uit je tas. Als iedereen het papier op zijn tafel heeft liggen dan zal ik het zeggen, en dan draaien we het papier om. Vul dan alvast op allebei de papieren je naam, geboortedatum en leerweg in. Als je daarmee klaar bent dan wacht je even stil totdat iedereen dat gedaan heeft, en dan pakken we het papier met de kleurtjes op de voorkant erbij (*laat domeinkennistoets zien*). Hierop staan de 12 sommen en die kijken we gezamenlijk door, zonder dat we ze gaan maken. Je kijkt even wat je van de vragen vindt en na een minuutje leggen we dit papier aan de bovenkant van onze tafel. Dan pakken we het andere papier erbij, en daarop vul je in hoeveel van de 12 sommen jij denkt te kunnen oplossen. Zet bij elke lijn een rondje om het cijfer dat het beste bij jouw gevoel past. Als je klaar bent met alle vragen, dan leg je je papiertje in de bovenhoek van de tafel en dan wachten we even tot iedereen daarmee klaar is. Als het zover is, dan beginnen we met het maken van de sommen op het andere papier (*laat domeinkennistoets zien*). Hiervoor nemen we 20 minuten de tijd, en we maken deze sommen zonder rekenmachine. De berekeningen schrijf je hier op (*wijs aan*), en de antwoorden

	schrijf je hier op (wijs aan). Als je hiermee klaar bent, dan leg je het papier op de hoek van je tafel. Als er twintig minuten om zijn, dan geef ik dit aan. Dan leggen we de pennen neer, draaien we de blaadjes om, en dan kom ik de blaadjes ophalen. Dan gaan we even rustig de les afsluiten. Zijn er vragen? Ok, dan komen de papieren er nu aan.” <i>(Deel de Domeinkennistoets en self-efficacy vragenlijst uit en geef het aan als iedereen zijn papieren kan omdraaien om de demografische gegevens in te vullen. Als iedereen daarmee klaar is door iedereen het papier met de kleurtjes erbij laten pakken (domeinkennistoets). Laat de leerlingen deze sommen 1 minuut zelfstandig doorkijken en geef aan dat de sommen nog niet opgelost hoeven te worden. Laat iedere leerling kijken hoeveel van deze sommen hij/ zij denkt te kunnen oplossen. Gebruik een stopwatch en laat de leerlingen na 1 minuut stoppen. Laat dan het papier in de bovenhoeken van de tafels plaatsen en het andere papier (self-efficacy vragenlijst) erbij pakken. Laat de leerlingen deze vragen in 7 minuten invullen en dan het papier in de bovenhoek van de tafels plaatsen. Dan de domeinkennistoets erbij pakken en de sommen in 20 minuten laten maken zonder rekenmachine. Laat de leerlingen na 20 minuten stoppen en haal de papieren op).</i>
Evaluatie	“Vandaag zijn we bezig geweest met het ontdekken wat jullie op dit moment allemaal al weten over verhoudingssommen. Dit doen we, zodat we weten waar we ons de volgende keer op kunnen richten. Wat vonden jullie van de sommen? Wat ging er goed? Wat kan er nog beter?”
Terug- en vooruitblik	“Vandaag zijn we bezig geweest met vragenlijsten en verhoudingssommen over datgene wat jullie op dit moment allemaal al weten. Dit doen we, zodat we weten waar we ons de volgende keer op kunnen richten. De volgende keer zullen we bespreken hoe we verhoudingssommen kunnen oplossen. Verhoudingssommen zijn gemaakt om te leren hoeveel je van het ene nodig hebt en hoeveel je van het andere nodig hebt, om een mooi geheel te maken. Het maken van verhoudingssommen is dus heel handig en het kan je veel opleveren. Dit doen we, zodat we goed kunnen uitrekenen welke kleding of gadgets in verhouding het goedkoopst zijn, maar ook te berekenen hoe we het beste lekkere kookcreaties kunnen maken, zoals lekkere tosties. We zien elkaar op (datum), tot de volgende keer.”

Bijlage 2. Instructie voor enkelvoudige-strategie conditie (expliciete conditie) (2e lesuur)

Terugblik	“De vorige les hebben we met vragenlijsten gekeken wat jullie op dit moment allemaal al weten over verhoudingssommen. We hebben dit gedaan, zodat we weten waar we ons vandaag op kunnen richten. Wat is het doel van verhoudingssommen ook alweer?” (<i>Doorvragen om interactiviteit en activering van voorkennis te stimuleren</i>).								
Oriëntatie	“Verhoudingssommen zijn gemaakt om te leren hoeveel je van het ene onderdeel nodig hebt ten opzichte van het andere onderdeel, om een mooi geheel te maken. Het maken van verhoudingssommen zorgt ervoor dat je bijvoorbeeld kunt berekenen welke gadgets in verhouding het goedkoopste zijn, bij welke bijbaan je in verhouding tot het aantal uren dat je werkt het meeste verdient, en welke milkshakes het lekkerst zijn. Het maken van verhoudingssommen is dus heel handig en het kan je veel opleveren. Vandaag gaan we het hebben over een methode waarop we verhoudingssommen kunnen oplossen.”								
Vereenvoudigen √ Instructie, √ Begeleide inoefening	“De methode die we vandaag gaan bespreken, is de methode van het ‘kleiner maken’. Deze methode is te gebruiken om verhoudingssommen op te lossen. Ok, laten we deze methode eens gebruiken. Stel je voor, je wilt een bananenmilkshake maken. Om een bananenmilkshake te maken heb je volgens het recept 12 bananen en 6 bollen ijs nodig (<i>schrijf de som in woorden – zonder tabel – op het bord</i>). Hoeveel bollen ijs moet je gebruiken als je 24 bananen gebruikt en dezelfde verhouding wilt behouden? Hoe los je deze som op? Met de methode van het ‘kleiner maken’ kun je met een tussenstap op het antwoord komen. Om dit te doen, maak je eerst verhoudingstabel. Teken een lange lijn op het papier van links naar rechts, en teken daarop korte lijnen van boven naar beneden (<i>teken op het bord</i>). Wat vullen we in deze tabel in? Juist, de informatie uit de som. Bovenaan zet je de verhouding van het ene ingrediënt, in dit geval de bollen ijs. En onderaan de tabel zet je de verhouding van het andere ingrediënt, in dit geval de bananen. Hierachter zet je de getallen die in de som staan. Links de hoeveelheden van de beginverhouding, en rechts de hoeveelheden van de eindverhouding. Tussen de begin en eindverhouding hou je een lege kolom, zodat je hierin de tussenstap kunt maken. <table><tr><td>Bollen ijs</td><td>6</td><td></td><td>?</td></tr><tr><td>Bananen</td><td>12</td><td></td><td>24</td></tr></table> Nu gaan we proberen te dezelfde verhouding milkshake te maken, door in deze tabel een tussenstap te maken. Dit kun je doen door de begingetallen kleiner te	Bollen ijs	6		?	Bananen	12		24
Bollen ijs	6		?						
Bananen	12		24						

maken met een gemeenschappelijke tafel. Dit betekent, dat je probeert een tafel te zoeken waarin zowel het getal boven de streep (in dit geval '6') als het getal onder de streep (in dit geval '12') voorkomt. Wie weet in welke tafel deze getallen allebei voorkomen? Juist, dat is de tafel van 6 (*toelichten hoe beide getallen in de tafel voorkomen*).

Er is een regel met de verhoudingstabel, die zegt dat als je het getal boven de streep deelt door een getal, dat je het getal onder de streep ook door dit getal moet delen. Want als je bijvoorbeeld de helft van de bollen ijs gebruikt, dan gebruik je ook de helft van de bananen. Dus als je zes keer minder bollen ijs gebruikt, dan gebruik je ook zes keer minder bananen. Boven de tabel zet je pijlen neer, met het getal waardoor je zowel het ene ingrediënt als het andere ingrediënt kunt delen. Je krijgt dan de volgende tabel.



Bollen ijs	6	1	?
Bananen	12	2	24

Je hebt de beginverhouding nu 'kleiner gemaakt' naar de verhouding 1/2. In de nieuwe kolom staat dezelfde milkshakeverhouding als in de eerste kolom. De som vraagt hoeveel bollen ijs je nodig voor 24 bananen. Dus gaan we verder. We willen namelijk weten wat er op de plek van het vraagteken komt te staan. De regel wordt weer toegepast: als we het getal in de onderste rij met een getal vermenigvuldigen, dan moeten we het getal in de bovenste rij met hetzelfde getal vermenigvuldigen. Dus kun je kijken hoe vaak het getal '2' in het eindgetal '24' past. Hoeveel is dat? 2 maal '12' is 24. Als je het onderste getal maal 12 doet, dan moet je het bovenste getal ook maal 12 doen. Je krijgt dan de volgende tabel.



Bollen ijs	6	1	?
Bananen	12	2	24

Hoeveel is 1×12 ? Juist. In de tabel is nu te zien dat je voor 24 bananen 12 bollen ijs nodig hebt om dezelfde verhouding van de milkshake te maken.

Dan doen we nu nog een voorbeeld samen. Stel je voor: je hebt een hele lekkere smoothie gedronken met daarin 4 kopjes aardbeiensap en 12 kopjes yoghurt. Je wilt weten hoeveel kopjes aardbeiensap je moet toevoegen aan 9 kopjes yoghurt om dezelfde verhouding smoothie te maken. Hoeveel kopjes aardbeiensap heb je dan nodig?

Wat doe je eerst als je deze som wilt oplossen met de methode van het 'kleiner maken'? Juist, je tekent eerst een verhoudingstabel (*teken op het bord*). Wat zet je waar? Juist, links zet je de ingrediënten, daarnaast de beginverhouding uit de som, daarnaast lege vakjes en helemaal rechts de getallen waar naartoe je wilt rekenen.

De tabel komt er dan zo uit te zien:

Kopjes aardbeiensap	4		?
Kopjes yoghurt	12		9

Nu gaan we proberen te dezelfde verhouding smoothie te maken, door in deze tabel een tussenstap te maken. Dit kun je doen door de begingetallen kleiner te maken met een gemeenschappelijke tafel. Dit betekent, dat je probeert een tafel te zoeken waarin zowel het getal boven de streep (in dit geval '4') als het getal onder de streep (in dit geval '12') voorkomt. Wie weet in welke tafel deze getallen allebei voorkomen? Juist, dat is de tafel van 4.

Wat is de regel van de verhoudingstabel? Juist, als je het getal boven de streep deelt door een getal, dan deel je het getal onder de streep door hetzelfde getal. Dus als je het getal '4' door de gemeenschappelijke tafel van '4' deelt ($4:4=1$), dan deel je het getal '12' ook door de gemeenschappelijke tafel van '4' ($12:4=3$). Dit schrijf je dan in de lege kolom. Je krijgt dan de volgende tabel.

Aardbeiensap	4	1	?
Yoghurt	12	3	9

$\begin{array}{c} \curvearrowright \text{ :4} \quad \quad \quad \curvearrowright \text{ x} \\ \curvearrowleft \text{ :4} \quad \quad \quad \curvearrowleft \text{ x} \end{array}$

Je hebt de beginverhouding nu 'kleiner gemaakt' naar de verhouding $1/3$. In de nieuwe kolom staat dezelfde cocktailverhouding als in de eerste kolom. De som vraagt hoeveel eenheden aardbeiensap je nodig voor 9 eenheden yoghurt. Dus gaan we verder. We willen namelijk weten wat er op de plek van het vraagteken komt te staan. De regel wordt weer toegepast: als we het getal in de onderste rij met een getal vermenigvuldigen, dan moeten we het getal in de bovenste rij met hetzelfde getal vermenigvuldigen. Dus kun je kijken hoe vaak het getal '3' in het eindgetal '9' past. Hoeveel is dat? 3 maal '3' is 9. Als je het onderste getal maal 3 doet, dan moet je het bovenste getal ook maal 3 doen. Je krijgt dan deze tabel.

Aardbeiensap	4	1	3
Yoghurt	12	3	9

$\begin{array}{c} \curvearrowright \text{ :4} \quad \quad \quad \curvearrowright \text{ x3} \\ \curvearrowleft \text{ :4} \quad \quad \quad \curvearrowleft \text{ x3} \end{array}$

In de tabel is nu te zien dat je voor 9 eenheden yoghurt 3 eenheden aardbeisap nodig hebt om dezelfde verhouding van de cocktail te maken.

Dan nu de laatste som voordat we zelfstandig aan de slag gaan. Stel je voor, je geeft een groot feest en je wilt de koelkast vullen met genoeg cola en fanta. Je had op je vorige feestje 12 flessen cola en 8 flessen fanta, en dit was toen precies genoeg. Nu geef je een groter feest, dus je wilt meer cola en fanta, maar wel dezelfde verhouding behouden. Je hebt nu 14 flessen fanta en 18 flessen cola in de koelkast staan, en je merkt dat de verhouding bijna hetzelfde is. Je weet dat je wat flessen te kort hebt, en je wilt weten of je het beste cola of fanta erbij kan halen. Om deze som op te lossen gebruiken we de methode van het kleiner maken. Het werkt hetzelfde als net, maar om het op te lossen houden we er een stappenplan naast. Dit stappenplan zal ik nu uitdelen, zodat we deze kunnen toepassen (*deel stroomdiagram voor expliciete instructie uit*). Ok, wat doe je als eerst? Juist een tabel maken. Je ziet dit in het eerste vak op het stappenplan staan. En dan? Juist, de informatie uit de som invullen, zoals te zien is in het tweede blok op het stappenplan. Welke informatie zetten we waar? Juist, je krijgt dan deze tabel.

Flessen cola	12		18
Flessen fanta	8		14

En nu? Juist, het kleiner maken van de beginverhouding. Hoe doen we dat? Juist, het zoeken van een gemeenschappelijke tafel. Dit is zichtbaar in het derde blok. Waar zet je pijlen neer? Inderdaad, (*zet bijbehorende pijlen neer bij de tabel*) En waardoor kun je zowel 12 als 8 delen? Inderdaad, door 4. Wat krijg je dan? Juist, de volgende tabel.

Flessen cola	12	3	18
Flessen fanta	8	2	14

$\div 4$ (over 12 en 8)
 $\div 4$ (over 8)
 $\times 7$ (over 2 en 14)

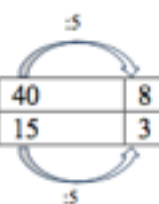
Zie je nu een verhouding tussen de getallen in de middelste kolom en de getallen in de laatste kolom? Tussen de 2 en de 14 misschien? Juist, 2 maal 7 is 14. Als je het getal onderin vermenigvuldigt met 7, wat doe je dan aan de bovenkant? Ook maal 7 inderdaad. Hoeveel is 3 maal 7? Juist, 21. Als je dat in de tabel zou invullen, hoe zou die tabel er dan uitzien? Juist, zoals de volgende tabel.

Flessen cola	12	3	18 21
Flessen fanta	8	2	14

$\div 4$ (over 12 en 8)
 $\div 4$ (over 8)
 $\times 7$ (over 2 en 14)

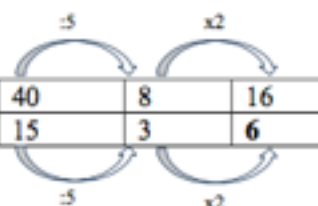
	In de tabel is nu te zien dat je voor 14 flessen fanta, 21 flessen cola nodig hebt als je dezelfde verhouding wilt behouden als op je andere feest. Dat betekent dat je nu te weinig flessen cola in de koelkast hebt staan, want je hebt er 18 en je hebt er volgens de verhouding 21 nodig. Om meer drankjes te hebben, en dezelfde verhouding te behouden, heb je dus nog 3 flessen cola nodig in je koelkast.”								
Zelfstandige verwerking	“Dan gaan we nu zelfstandig aan de slag, we gaan tien minuten verhoudingssommen maken met de methode van het ‘kleiner maken’. Dit gaan we als volgt doen: iedereen krijgt een vel papier uitgedeeld en laat deze met de witte kant naar boven liggen. Pak in de tussentijd even een pen uit je tas. Als iedereen een vel papier heeft, dan geef ik het aan en dan draaien we het papier om, zodat iedereen rustig kan beginnen. Zodra iedereen zijn papier omdraait gaan we zelfstandig werken. Er zijn in totaal 3 sommen zoals in de voorbeelden die we samen hebben gemaakt, deze gaat iedereen zelfstandig maken zonder rekenmachine. Als je klaar bent dan mag je je pen neerleggen en even rustig wachten tot iedereen klaar is. Als iedereen klaar is dan gaan we samen een nabespreking doen. Dit zijn dus de laatste sommen van deze les. Dus samengevat: je krijgt zo een papiertje, laat deze liggen totdat iedereen een papier heeft en ik aangeef dat we hem kunnen omdraaien. Pak terwijl de blaadjes worden uitgedeeld in rust even je pen. Als ik het aangeef, dan draaien we de papieren om. Iedereen maakt dan zelfstandig de sommen. Als er tien minuten voorbij zijn, dan geef ik dit aan. Dan leggen we de pennen neer en dan gaan we de sommen bespreken. Daarna gaan we de les rustig afsluiten. Zijn er vragen?”								
Evaluatie	<i>(Zodra de tien minuten voorbij zijn wordt oefensom 2 klassikaal besproken. Hierna volgt de evaluatie).</i> Wat goed dat jullie zo hard hebben gewerkt <i>(spreek de leerlingen aan op hun inzet)</i>, de tien minuten zijn voorbij. Leg je pen daarom maar neer en pak som 2 er even bij, dan gaan we deze klassikaal bespreken. In een recept voor milkshakes staat dat er per 40 dl yoghurt, 15 dl vruchtensap toegevoegd moet worden. Iemand heeft al 16 dl yoghurt en 4 dl vruchtensap gemengd. Hoeveel vruchtensap moet er nog bij om het recept af te maken? Ok, als je deze som wilt oplossen met de methode van het kleiner maken, wat doe je dan als eerst? Juist een tabel maken. En dan? Juist, de informatie uit de som invullen, je krijgt dan deze tabel: <table><tr><td>Yoghurt in dl</td><td>40</td><td></td><td>16</td></tr><tr><td>Vruchtensap in dl</td><td>15</td><td></td><td>4</td></tr></table> En nu? Juist, het kleiner maken van de beginverhouding. Hoe doen we dat? Dat klopt, we gaan zoeken naar een gemeenschappelijke tafel. Waardoor kun je	Yoghurt in dl	40		16	Vruchtensap in dl	15		4
Yoghurt in dl	40		16						
Vruchtensap in dl	15		4						

zowel 40 als 15 delen? Inderdaad, door 5. Wat krijg je dan? Juist, de volgende tabel.



Yoghurt in dl	40	8	16
Vruchtensap in dl	15	3	4

Zie je nu een verhouding tussen de getallen in de middelste kolom en de getallen in de laatste kolom? Tussen de 8 en de 16 misschien? Juist, 2 maal 8 is 16. Als je het getal bovenin vermenigvuldigt met 2, wat doe je dan aan de onderkant? Ook maal 2 inderdaad. Hoeveel is 2 maal 3? Juist, 6. Als je dat in de tabel zou invullen, hoe zou die tabel er dan uitzien? Ja, zoals de volgende tabel.



Yoghurt in dl	40	8	16
Vruchtensap in dl	15	3	6

In de tabel is nu te zien dat je voor 16 dl yoghurt, 6 dl vruchtensap nodig hebt als je dezelfde verhouding wilt behouden. Hoeveel dl vruchtensap moet er dan nog worden toegevoegd? Precies, nog 2 dl vruchtensap.

Vandaag hebben we het gehad over de methode van het 'kleiner maken'. Dit doen we, zodat we verhoudingssommen kunnen oplossen. Wat vonden jullie van deze methode? Wat ging er goed? Wat wil je verbeteren?"

Terug- en vooruitblik

"Vandaag zijn we bezig geweest de methode van het 'kleiner maken'. Dit doen we, zodat we met deze methode verhoudingssommen kunnen oplossen. De volgende keer gaan we het computerspel spelen. Hierbij kunnen we de verhoudingssommen die hierin voorkomen oplossen met de methode van het 'kleiner maken'. Lever zometeen alle blaadjes in, ook het stappenplan. Het stappenplan deel ik de volgende keer weer uit. We zien elkaar op (datum), tot de volgende keer." "We zien elkaar op (datum), tot de volgende keer."

Bijlage 3. Instructie voor de meervoudige-strategie conditie (adaptieve conditie) (2e lesuur)

De leerlingen uit de adaptieve conditie krijgen de methode van vereenvoudigen (bijlage 2), methode van interne ratio en methode van externe ratio toegelicht.

Terugblik	“De vorige les hebben we met vragenlijsten gekeken wat jullie op dit moment allemaal al weten over verhoudingssommen. We hebben dit gedaan, zodat we weten waar we ons vandaag op kunnen richten. Wat is het doel van verhoudingssommen ook alweer?” (<i>Doorvragen: interactiviteit en activering voorkennis</i>)						
Oriëntatie	“Verhoudingssommen zijn gemaakt om te leren hoeveel je van het ene onderdeel nodig hebt ten opzichte van het andere onderdeel, om een mooi geheel te maken. Het maken van verhoudingssommen zorgt ervoor dat je bijvoorbeeld kunt berekenen welke gadgets in verhouding het goedkoopste zijn, bij welke bijbaan je in verhouding tot het aantal uren dat je werkt het meeste verdient, en welke milkshakes het lekkerst zijn. Het maken van verhoudingssommen is dus heel handig en het kan je veel opleveren. Vandaag gaan we het hebben over drie methodes waarop we verhoudingssommen kunnen oplossen.”						
Methode van interne ratio √ Instructie, √ Begeleide inoefening	“De methodes die we vandaag gaan bespreken zijn de <i>methode van links naar rechts</i>, de <i>methode van boven naar beneden</i>, en de <i>methode van het kleiner maken</i>. Deze methoden zijn allemaal te gebruiken om verhoudingssommen op te lossen. Ok, laten we beginnen. Stel je voor, je wilt een bananenmilkshake maken. Om een bananenmilkshake te maken heb je volgens het recept 12 bananen per 6 bollen ijs nodig (<i>schrijf de som in woorden – zonder tabel – op het bord</i>). Hoeveel bollen ijs moet je gebruiken als je 24 bananen gebruikt en dezelfde verhouding wilt behouden? Wie weet wat je altijd eerst kan doen bij het oplossen van verhoudingssommen? Juist, een verhoudingstabel tekenen. Teken een lange lijn op het papier van links naar rechts, en teken daarop korte lijnen van boven naar beneden (<i>teken op het bord</i>). Wat vullen we in deze tabel in? Juist, de informatie uit de som. Bovenaan zet je de verhouding van het ene ingrediënt, in dit geval de bollen ijs. En onderaan de tabel zet je de verhouding van het andere ingrediënt, in dit geval de bananen. Hierachter zet je de getallen die in de som staan. Links de hoeveelheden van de beginverhouding, en rechts de hoeveelheden van de eindverhouding. <table><tr><td>Bollen ijs</td><td>7</td><td>?</td></tr><tr><td>Bananen</td><td>12</td><td>24</td></tr></table>	Bollen ijs	7	?	Bananen	12	24
Bollen ijs	7	?					
Bananen	12	24					

Nu gaan we proberen te dezelfde verhouding milkshake te maken met de methode van links naar rechts. Wie weet wat de methode van links naar rechts is? Juist, je kijkt in de tabel van links naar rechts om te kijken of je een verhouding ziet. Wie ziet er een verhouding tussen 12 en 24? Juist, 2 keer 12 is 24.

Er is een regel met de verhoudingstabel, die zegt dat als je het getal onder de streep vermenigvuldigt met een getal, dat je het getal boven de streep ook met dit getal moet vermenigvuldigen. Want als je bijvoorbeeld drie keer zoveel bananen gebruikt, dan moet je ook drie keer zoveel bollen ijs gebruiken om dezelfde verhouding te behouden. Onder de tabel zet je pijlen neer met het getal waarmee je zowel het getal onder de lijn als het getal boven de lijn vermenigvuldigt. Je krijgt dan deze tabel.

Bollen ijs	7	?
Bananen	12	24

$\xrightarrow{x2}$
 $\xleftarrow{x2}$

Nu nog een stapje, want we willen weten wat er op de plek van het vraagteken komt te staan. Hoeveel keer is 7 keer 2? Juist, 14. Dit vul je in de tabel in op de plek van het vraagteken. In de tabel is nu te zien dat je voor 24 bananen 14 bollen ijs nodig hebt om de milkshake volgens de verhouding in het recept te maken. Dit is de *methode van links naar rechts*.

Je krijgt zo een vel papier uitgedeeld en laat deze met de witte kant naar boven liggen. Als iedereen een vel papier heeft dan geef ik het aan en dan draaien we het papier om, zodat iedereen rustig kan beginnen met som 1. Neem 2 minuten de tijd om som 1 op te lossen. Dit doe je zelfstandig, stil en zonder rekenmachine. Als je klaar bent dan mag je het papier op de hoek van je tafel leggen en even rustig wachten tot iedereen klaar is. Dus alleen som 1. Pak even rustig een pen"

Methode van externe ratio
 ✓ Instructie,
 ✓ Begeleide inoefening

(Zodra de twee minuten voorbij zijn volgt methode van externe ratio)

We hebben net de methode van links naar rechts geoefend. Soms is deze methode niet toe te passen, want wat nou als we een recept willen maken waarin er **7 bollen ijs** gebruikt worden per **14 bananen**? *(wijzig de getallen in de tabel op het bord)*. Hoeveel bollen ijs heb je dan nodig om dezelfde verhouding te behouden? Wie weet wat je altijd eerst kan doen bij het oplossen van verhoudingssommen?

Bollen ijs	7	?
Bananen	14	24

Juist, een verhoudingstabel tekenen. Wat vullen we waar in? Bovenin de verhouding van het ene ingrediënt en onderin de verhouding van het andere

ingrediënt. Links de hoeveelheden van de beginverhouding en rechts de hoeveelheden van de eindverhouding.

Bollen ijs	7	?
Bananen	14	24

Dan kun je de som oplossen met de *methode van boven naar beneden*. Wie hoe je de methode van boven naar beneden gebruikt? Juist, je kijkt in de tabel van boven naar beneden om te kijken of je een verhouding ziet. Wie ziet er een verhouding tussen 7 en 14? Hoeveel keer kun je 7 doen om 14 te krijgen? Juist, twee keer.

Dan is er de regel van de verhoudingstabel: als je het getal onder de streep vermenigvuldigt met een getal, dan doe je dit ook met het getal boven de streep. Want als je bijvoorbeeld drie keer zoveel bananen gebruikt, dan gebruik je ook drie keer zoveel bollen ijs om dezelfde verhouding te behouden. Bij de tabel zet je pijlen neer met het getal waarmee je zowel het getal onder de lijn als het getal boven de lijn vermenigvuldigt. Je krijgt dan deze tabel.

Bollen ijs	7	?
Bananen	14	24

Nu nog een stapje want we willen weten wat er op de plek van het vraagteken komt te staan. Hoe rekenen we uit wat er op de plek van het vraagteken komt te staan? Iets keer 2 is 24. Juist, je kunt 24 delen door 2. Hoeveel is dat? Juist, 12. Dit vul je in de tabel in op de plek van het vraagteken. In de tabel is nu te zien dat je voor 24 bananen 12 bollen ijs nodig hebt om de milkshake van het recept te maken. Dit is de *methode van boven naar beneden*. Nu gaan we deze methode oefenen. Neem 2 minuten de tijd om som 2 op te lossen met deze methode. We doen dit zelfstandig, in stilte en zonder rekenmachine. Als je klaar bent met som 2 dan mag je het blad op de hoek van je tafel leggen en even rustig wachten tot iedereen klaar is. Over twee minuten gaan we verder.

Methode van vereenvoudigen

(Zodra de twee minuten voorbij zijn volgt methode van vereenvoudigen)

We hebben net de methode van boven naar beneden geoefend. Daarvoor hebben we de methode van links naar rechts geoefend. Maar wat nou als we een recept willen maken waarin 8 bollen ijs worden gebruikt per 14 bananen? En je wilt 35 bananen gebruiken (wijzig de bijbehorende getallen in de tabel op het bord). Hoeveel bollen ijs heb je dan nodig om dezelfde verhouding te behouden?

Bollen ijs	8	?
Bananen	14	35

Het is dan niet zo goed mogelijk om zo op het eerste oog een verhouding tussen links en rechts te zien. En ook tussen boven en beneden is er geen directe

verhouding te zien. In dat geval kun je de methode van het kleiner maken toepassen.

Wie weet wat je altijd eerst kan doen bij het oplossen van verhoudingssommen? Juist, een verhoudingstabel tekenen. Bovenaan de verhouding van het ene ingrediënt en onderaan de tabel de verhouding van het andere ingrediënt. Links de hoeveelheden van de beginverhouding en rechts de hoeveelheden van de eindverhouding. Om een tussenstap te kunnen maken, laten we de kolom er tussenin open.

Dan kun je de som oplossen met de methode van het kleiner maken. Wie weet hoe de methode van het kleiner maken werkt? Juist, je maakt de begintallen kleiner te met een gemeenschappelijke tafel. Dit betekent dat je probeert een tafel te zoeken waarin zowel het getal boven de streep (wijs 8 aan) als het getal onder de streep (in dit geval '14') voorkomt. Wie weet in welke tafel deze getallen allebei voorkomen? Juist, dat is de tafel van 2.

Wat is de regel van de verhoudingstabel? Juist, als je het getal boven de streep deelt door een getal, dan deel je het getal onder de streep door hetzelfde getal. Dus als je het getal '8' door de gemeenschappelijke tafel van '2' deelt ($8:4=2$), dan deel je het getal '14' ook door de gemeenschappelijke tafel van '2' ($14:2=7$). Dit schrijf je dan in de lege kolom. Je krijgt dan de volgende tabel.

	8	4	?
Bollen ijs	14	7	35

$\xrightarrow{2}$ $\xrightarrow{x}$
 $\xleftarrow{2}$ $\xleftarrow{x}$

Je hebt de beginverhouding nu 'kleiner gemaakt' naar de verhouding 4/7. In de nieuwe kolom staat dezelfde milkshake verhouding als in de eerste kolom. We gaan verder, want we willen weten wat er op de plek van het vraagteken komt te staan. De regel wordt weer toegepast: als we het getal in de onderste rij met een getal vermenigvuldigen, dan moeten we het getal in de bovenste rij met hetzelfde getal vermenigvuldigen. Dus kun je kijken hoe vaak het getal '7' in het eindgetal '35' past. Hoeveel is dat? Iets keer 7 is 35, dus hoe berekenen we wat er op de plek van het vraagteken komt te staan? Juist, je kunt 35 delen door 7. Hoeveel is dat? Juist, dat is 5. Je krijgt dan de volgende tabel.

	8	4	20
Bollen ijs	14	7	35

$\xrightarrow{2}$ $\xrightarrow{x5}$
 $\xleftarrow{2}$ $\xleftarrow{x5}$

	Dit vul je in de tabel in op de plek van het vraagteken. In de tabel is nu te zien dat je voor 35 bananen 20 bollen ijs nodig hebt om de milkshake van het recept te maken. Dit is de <i>methode van het kleiner maken</i> . Nu gaan we deze methode even oefenen. Neem 2 minuten de tijd om som 3 op te lossen met deze methode. Maak hem even zelfstandig, in stilte en zonder rekenmachine. Als je klaar bent dan mag je je pen neerleggen en even rustig wachten tot iedereen klaar is, en na twee minuten gaan we verder.								
Transformation som	(Zodra de twee minuten voorbij zijn volgt de transformation som) Dan nu een ander soort som dan net. We gaan een aanvul-som maken. Stel je voor: je geeft een groot feest en wilt flessen cola en fanta in je koelkast zetten. Vorig jaar had je 12 flessen cola en 8 flessen fanta nodig, en dit jaar geef je een groter feest. Je wilt dus meer flessen cola en fanta kopen, maar wel dezelfde verhouding houden tussen cola en fanta. In je koelkast staan al 18 flessen cola en 14 flessen fanta (schrijf de som in woorden op het bord). De verhouding tussen flessen fanta en cola klopt nog niet, dus je wilt nog wat flessen fanta of cola bijkopen. Want beter te veel dan te weinig drankjes in huis. Hoe bereken je hoeveel flessen fanta of cola je er nog bij moet halen om de koelkast te vullen met de juiste verhouding? Het werkt bijna hetzelfde als we net gedaan hebben, met hetzelfde stappenplan. Dit stappenplan zal ik nu uitdelen (<i>deel stroomdiagram voor adaptieve instructie uit</i>) Wie weet wat je altijd eerst kan doen bij het oplossen van verhoudingssommen? Kijk maar op het stappenplan in het 1^e vak: eerst teken je een tabel tekent (<i>teken op het bord</i>). En nu? Kijk maar in het stappenplan bij het 2^e vak. Juist, je zet de informatie uit de som op de goede plek. De tabel komt er dan zo uit te zien: <table><tr><td>Flessen cola</td><td>12</td><td></td><td>18</td></tr><tr><td>Flessen fanta</td><td>8</td><td></td><td>14</td></tr></table> En nu? Juist, je kijkt of je een verhouding kunt zien met de methode van boven naar beneden. Kijk maar in het 4^e vak van het stappenplan. Zie je een verhouding van boven naar beneden? Nee, ok dan gaan we naar vak 5: de methode van links naar rechts. Zie je een duidelijke verhouding tussen links en rechts? Nee, ok wat dan? Juist, dan gaan we naar vak 6: de methode van het kleiner maken. Dan gaan we de beginverhouding kleiner maken. We zoeken een gemeenschappelijke tafel. Waardoor kun je zowel 12 als 8 delen? Inderdaad, door 4. Je krijg dan de volgende tabel.	Flessen cola	12		18	Flessen fanta	8		14
Flessen cola	12		18						
Flessen fanta	8		14						

Flessen cola	12	3	18
Flessen fanta	8	2	14

De getallen in de laatste kolom kloppen nog niet, er moet nog een getal worden aangevuld. Zien jullie een verhouding? Ok, je ziet een verhouding tussen 3 en 18, want 6 keer 3 is 18. Als we de 2 (wijs de 2 aan) onderin ook maal 6 zouden doen, wat krijgen we dan? Juist, dan zouden we 12 krijgen. Maar klopt dit? Nee, want we willen flessen bijkopen voor het feest in plaats van wegheffen. We moeten de eindverhouding aanvullen, dus dit is niet de oplossing.

Zien jullie ook een andere verhouding tussen een getal in het midden en het getal op het eind? (*als ze het niet zien, geef dan de volgende tip*). Tussen de 2 en de 14 misschien? Juist, 2 maal 7 is 14. Als we de onderin dezelfde verhouding zouden maken door 3 (*wijs de 3 aan*) ook maal 7 te doen, wat krijgen we dan? Juist, dan krijgen we 21. De tabel zou er dan zo uitzien.

Flessen cola	12	3	18-21
Flessen fanta	8	2	14

We hebben net berekend dat we 21 flessen cola nodig hebben om dezelfde verhouding tussen cola en fanta te maken als in de beginverhouding (*wijs de beginverhouding aan*). We hebben er nu pas 18 flessen in de koelkast staan, dus we moeten 3 flessen cola bijkopen. Dit is het antwoord: 3 flessen cola bijkopen.

Nu gaan we deze aanvulsom even oefenen. Neem 4 minuten de tijd om som 4 op te lossen en gebruik daarbij het stappenplan dat je naast je hebt liggen. Maak hem even zelfstandig, in stilte en zonder rekenmachine. Als je klaar bent dan mag je je pen neerleggen en even rustig wachten tot iedereen klaar is, en na die 4 minuten gaan we bijna stoppen.

Evaluatie

(Zodra de tien minuten voorbij zijn wordt oefensom 4 klassikaal besproken. Hierna volgt de evaluatie).

Wat goed dat jullie zo hard gewerkt hebben (*spreek de leerlingen aan op hun inzet*), de tien minuten zijn voorbij. Leg je pen daarom maar neer en pak som 4 er even bij, dan gaan we deze klassikaal bespreken. In een recept voor milkshakes staat dat er per 40 dl yoghurt, 15 dl vruchtensap toegevoegd moet worden. Iemand heeft al 16 dl yoghurt en 4 dl vruchtensap gemengd. Hoeveel vruchtensap moet er nog

bij om het recept af te maken? Ok, wat doe je als eerst? Juist een tabel maken. En dan? Juist, de informatie uit de som invullen, je krijgt dan deze tabel.

Yoghurt in dl	40		16
Vruchtensap in dl	15		4

In de som staat dat de **verhouding tussen yoghurt en vruchtensap nog niet klopt: er moet nog wat vruchtensap bij om het recept af te maken**. De verhouding aan de linkerkant is het recept (*wijs de verhouding '40 en 15' aan*), dus deze verhouding is de verhouding die we willen houden. De verhouding aan de rechterkant (*wijs de verhouding '16 en 4' aan*) is nog niet af, want er moet volgens de som nog wat vruchtensap bij om het recept af te maken. Hoe weten we hoeveel vruchtensap erbij moet?" (*Laat de leerlingen bepalen welke methode er moet worden toegepast. Het doel is om uit te komen op de methode van het kleiner maken, omdat er geen directe verhouding zichtbaar is via de methode van externe ratio en methode van interne ratio. Als de leerlingen aangeven dat er een verhouding zichtbaar is tussen 16 en 4, licht dan duidelijk toe dat erin de som staat dat het recept nog niet af is: er moet nog wat vruchtensap bij om het recept af te maken, dus de verhouding rechts (tussen 16 en 4) is nog niet goed. Dat er daarom gekeken moet worden naar alleen de verhouding van het recept, dus naar 40 en 15*). "Precies, er is geen verhouding te zien tussen links en rechts, en ook niet in het recept zelf van boven naar beneden. Daarom gaan we de som oplossen met de methode van het kleiner maken. Hoe doen we dat? Juist, we gaan een gemeenschappelijke tafel zoeken. Waardoor kun je zowel 40 als 15 delen? Inderdaad, door 5. Wat krijg je dan? Juist, de volgende tabel.

Yoghurt in dl	40	8	16
Vruchtensap in dl	15	3	4

Zie je nu een verhouding tussen de getallen in de middelste kolom en de getallen in de laatste kolom? Tussen de 8 en de 16 misschien? Juist, 2 maal 8 is 16. Als je het getal bovenin vermenigvuldigt met 2, wat doe je dan aan de onderkant? Ook maal 2 inderdaad. Hoeveel is 2 maal 3? Juist, 6. Als je dat in de tabel zou invullen, hoe zou die tabel er dan uitzien? Juist, zoals de volgende tabel.

Yoghurt in dl	40	8	16
Vruchtensap in dl	15	3	6

	In de tabel is nu te zien dat je voor 16 dl yoghurt, 6 dl vruchtensap nodig hebt als je dezelfde verhouding wilt behouden. Hoeveel dl vruchtensap moet er dan nog worden toegevoegd? Juist, nog 2 dl vruchtensap. Vandaag hebben we het gehad over de methode van het 'kleiner maken'. Dit doen we, zodat we verhoudingssommen kunnen oplossen. Wat vonden jullie van deze methode? Wat ging er goed? Wat wil je verbeteren?"
Terug- en vooruitblik	"Vandaag zijn we bezig geweest met drie methodes. Dit doen we, zodat we met deze methode verhoudingssommen kunnen oplossen. De volgende keer gaan we het computerspel spelen. In dit mooie computerspel kunnen we verhoudingssommen oplossen met de methodes die we vandaag hebben geoefend. Lever zometeen alle blaadjes in, ook het stappenplan. Het stappenplan deel ik de volgende keer weer uit. We zien elkaar op (datum), tot de volgende keer."

Bijlage 4. Instructie voor beide condities (3e lesuur)

In dit lesuur wordt 'Hotel Zeldenrust' gespeeld, waarin leerlingen een persoonlijke code krijgen om in te loggen op de digitale leeromgeving. Leerlingen uit de expliciete conditie krijgen een inlogcode voor de spelomgeving waarin prompts staan voor het toepassen van de methode van vereenvoudigen. Leerlingen uit de adaptieve conditie krijgen een inlogcode voor de spelomgeving waarin prompts staan voor het toepassen van de methode van vereenvoudigen, de methode van interne ratio en de methode van externe ratio.

Aan de leerlingen wordt uitgelegd dat het spel vandaag gespeeld wordt. Het stroomdiagram wordt uitgedeeld en leerlingen gaan van start met het spel waarin digitale instructie gegeven wordt. Na 45 minuten stoppen de leerlingen met het spelen, waarna een korte evaluatie plaatsvindt. In deze evaluatie worden leerlingen gevraagd wat er goed ging, wat ze hebben geleerd en wat er nog beter kan. Hierna vindt de terug- en vooruitblik plaats. Er wordt aangegeven dat vandaag in het teken stond van het spelen van het computerspel, met als doel om verhoudingssommen te oefenen. Uitgelegd wordt dat de volgende les bestaat uit het maken van de laatste sommen en het nabespreken van het onderzoek. Laat de leerlingen alle uitgedeelde documenten na afloop weer inleveren.

Terugblik	“Vorige week hebben we het computerspel gespeeld. Wat hebben we tijdens deze les geleerd?” (<i>Doorvragen om interactiviteit en activering van voorkennis te stimuleren. Geef een voorbeeld om iedere methode kort terug te halen</i>).
Oriëntatie	“Vandaag gaan we verhoudingssommen maken en bespreken hoe we de lessen vonden. Zijn er nu vragen? Ok, dan gaan we nu aan de slag met de les.”
Self-efficacy vragenlijst en domeinkennis-toets (andere versie dan op voormeting) √ Instructie, √ Begeleide inoefening √ Zelfstandige verwerking	Self-efficacy vragenlijst “Nu we een warming up hebben gedaan, zijn we klaar voor de volgende stap. Zometeen krijgen jullie twee vellen papier. Op het ene vel staan 12 rekensommen over verhoudingen en op het andere vel staan vragen die erover gaan hoeveel van deze 12 verhoudingssommen je denkt te kunnen oplossen. Als ik de papieren uitdeel, dan laat je deze even rustig liggen en in de tussentijd pak je een pen. Als iedereen het papier op zijn tafel heeft liggen dan zal ik het zeggen, en dan draaien we het papier om. Vul dan eerst op allebei de papieren je naam, geboortedatum en leerweg in. Als je daarmee klaar bent dan wacht je even. Als iedereen daarmee klaar is, dan geef ik het aan. Dan pakken we het vel papier met de kleurtjes op de voorkant.” (<i>Wijs de domeinkennis-toets aan</i>). “We kijken deze even samen door, om te kijken wat voor verhoudingssommen het zijn, zonder ze op te lossen. Na een minuutje slaan we de bladzijdes dicht, en dan leggen we hem met de lege kant naar boven, en plaatsen we hem in de bovenhoek van je tafel. Dan pakken we het andere vel papier.” (<i>Wijs de self-efficacy vragenlijst aan</i>). “Op deze bladzijde staan vragen die gaan over hoeveel van de 12 verhoudingssommen – die je dan even doorgekeken hebt – jij denkt te kunnen oplossen. Het gaat bij die vragen om jouw gevoel. De vragen die hierover gaan, zien er zo uit:” (<i>Toon het volgende voorbeeld</i>) Voorbeeldvraag: <i>Hoe zeker denk je het antwoord te kunnen geven op deze vraag?</i> Teken een rondje om het cijfer dat het beste bij jouw gevoel past. 0 10 20 30 40 50 60 70 80 90 100 Kan ik helemaal niet Kan ik een beetje Kan ik helemaal zeker “Bij elke vraag geef je aan hoe zeker je ervan bent dat je de verhoudingssommen kunt oplossen. Teken op elke lijn een rondje om het cijfer dat het beste past bij jouw gevoel. • Een rondje om de 0 betekent dat je denkt het helemaal niet te kunnen. • Een rondje om de 50 betekent dat je denkt het een beetje te kunnen. • Een rondje om de 100 betekent dat je denkt het helemaal zeker te kunnen. • Een rondje tussen deze cijfers in, betekent dat je gevoel er tussenin zit.

Omcirkel per vraag het cijfer dat het beste bij jouw gevoel past. Voor het invullen van deze vragenlijst hebben we 7 minuten. Als je klaar bent, dan leg je het papier met de onderkant naar boven in de bovenhoek van je tafel. Blijf even rustig wachten, en als iedereen klaar is dan geef ik het aan.

Dan pakken we allemaal het andere papier erbij met de 12 verhoudingssommen erop. We wachten dan even totdat iedereen zijn papier erbij heeft gepakt, en als dat zover is dan geef ik het aan. Dan begint iedereen met het maken van deze sommen zonder rekenmachine. In deze vakken schrijf je je berekening (*wijs de invulkolom op de domeinkennistoets aan*) en in deze vakken schrijf je de antwoorden (*wijs de antwoordkolom op de domeinkennistoets aan*). Hiervoor nemen we twintig minuten de tijd. Ik zal de tijd bijhouden en als de tijd voorbij is dan geef ik het aan. Dan mag je je pen neerleggen en je papier omdraaien. Dan kom ik ze ophalen en dan gaan we een nabespreking doen. Dit zijn dus de laatste sommen van deze les.

Dus samengevat: je krijgt zo twee vellen papier, en deze laat je even rustig liggen. In de tussentijd pak je een pen uit je tas. Als iedereen het papier op zijn tafel heeft liggen dan zal ik het zeggen, en dan draaien we het papier om. Vul dan alvast op allebei de papieren je naam, geboortedatum en leerweg in. Als je daarmee klaar bent dan wacht je even stil totdat iedereen dat gedaan heeft, en dan pakken we het papier met de kleurtjes op de voorkant erbij (*laat domeinkennistoets zien*). Hierop staan de 12 sommen en die kijken we gezamenlijk door, zonder dat we ze gaan maken. Je kijkt even wat je van de vragen vindt en na een minuutje leggen we dit papier aan de bovenkant van onze tafel. Dan pakken we het andere papier erbij, en daarop vul je in hoeveel van de 12 sommen jij denkt te kunnen oplossen. Zet bij elke lijn een rondje om het cijfer dat het beste bij jouw gevoel past. Als je klaar bent met alle vragen, dan leg je je papiertje in de bovenhoek van de tafel en dan wachten we even tot iedereen daarmee klaar is. Als het zover is, dan beginnen we met het maken van de sommen op het andere papier (*laat domeinkennistoets zien*). Hiervoor nemen we 20 minuten de tijd, en we maken deze sommen zonder rekenmachine. De berekeningen schrijf je hier op (*wijs aan*), en de antwoorden schrijf je hier op (*wijs aan*). Als je hiermee klaar bent, dan leg je het papier op de hoek van je tafel. Als er twintig minuten om zijn, dan geef ik dit aan. Dan leggen we de pennen neer, draaien we de blaadjes om, en dan kom ik de blaadjes ophalen. Dan gaan we even rustig de les afsluiten. Zijn er vragen? Ok, dan komen de papieren er nu aan."

(Deel de Domeinkennistoets en self-efficacy vragenlijst uit en geef het aan als iedereen zijn papieren kan omdraaien om de demografische gegevens in te vullen. Als iedereen daarmee klaar is door iedereen het papier met de kleurtjes erbij laten

	<i>pakken (domeinkennistoets). Laat de leerlingen deze sommen 1 minuut zelfstandig doorkijken en geef aan dat de sommen nog niet opgelost hoeven te worden. Laat iedere leerling kijken hoeveel van deze sommen hij/ zij denkt te kunnen oplossen. Gebruik een stopwatch en laat de leerlingen na 1 minuut stoppen. Laat dan het papier in de bovenhoeken van de tafels plaatsen en het andere papier (self-efficacy vragenlijst) erbij pakken. Laat de leerlingen deze vragen in 7 minuten invullen en dan het papier in de bovenhoek van de tafels plaatsen. Dan de domeinkennistoets erbij pakken en de sommen in 20 minuten laten maken zonder rekenmachine. Laat de leerlingen na 20 minuten stoppen en haal de papieren op).</i>
Evaluatie	“Vandaag zijn we bezig geweest met het ontdekken wat jullie op dit moment allemaal weten over verhoudingssommen. Dit doen we, zodat we wat we de afgelopen lessen hebben geleerd. Wat vonden jullie van deze les? Wat ging er goed? Wat hebben jullie geleerd? Wat kan er nog beter?”
Terug- en vooruitblik	“Vandaag zijn we bezig geweest met vragenlijsten en verhoudingssommen over. Dit doen we, zodat we weten wat we hebben geleerd de afgelopen lessen. Door deze vragenlijsten te bekijken, kunnen we zien of het spel bijdraagt aan het leren van verhoudingssommen. Verhoudingssommen zijn gemaakt om te leren hoeveel je van het ene nodig hebt en hoeveel je van het andere nodig hebt, om een mooi geheel te maken. Het maken van verhoudingssommen is dus heel handig en het kan je veel opleveren. Dit doen we, zodat we bijvoorbeeld goed kunnen uitrekenen welke kleding of gadgets in verhouding het goedkoopst zijn, maar ook om te kunnen berekenen hoe we lekkere cocktails maken. Dit is de laatste les die wij samen hebben. De volgende les is met (gebruikelijke docent). Hebben jullie vragen?”

Bijlage 6. Tempo Toets Rekenen (TTR)

NAAM: _____

GEBOORTEDATUM: _____

DATUM: _____

SCHOOL: _____

KLAS: _____

OPTELLEN

AFTREKKEN

1+1 =____
2+1 =____
3+0 =____
4+1 =____
2+3 =____

7+2 =____
3+5 =____
0+7 =____
2+5 =____
4+6 =____

6+3 =____
4+3 =____
8+2 =____
3+6 =____
5+2 =____

3+8 =____
5+7 =____
2+6 =____
7+5 =____
9+4 =____

13+4 =____
7+12 =____
16+8 =____
4+15 =____
17+3 =____

6+15 =____
18+5 =____
3+14 =____
17+8 =____
7+16 =____

17+16 =____
22+13 =____
19+32 =____
34+15 =____
28+27 =____

23+38 =____
39+46 =____
65+33 =____
76+18 =____
54+27 =____

2-1 =____
3-2 =____
4-2 =____
3-0 =____
5-2 =____

8-3 =____
6-0 =____
9-2 =____
7-5 =____
8-6 =____

7-4 =____
8-7 =____
7-5 =____
8-3 =____
6-5 =____

15-3 =____
13-7 =____
18-6 =____
16-9 =____
17-4 =____

18-6 =____
15-3 =____
16-8 =____
13-2 =____
19-7 =____

28-5 =____
21-9 =____
27-7 =____
25-8 =____
26-9 =____

35-17 =____
48-23 =____
26-19 =____
44-32 =____
23-18 =____

73-48 =____
54-37 =____
87-43 =____
67-49 =____
43-27 =____

VERMENIGVULDIGEN

DELEN

$1 \times 4 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $2 \times 2 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $1 \times 7 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $0 \times 5 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $8 \times 1 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $3 \times 10 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $2 \times 9 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $4 \times 4 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $5 \times 8 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $6 \times 0 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $10 \times 4 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $3 \times 3 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $6 \times 3 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $7 \times 3 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $2 \times 8 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $6 \times 6 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $4 \times 5 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $8 \times 4 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $5 \times 9 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $7 \times 6 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $8 \times 9 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $4 \times 7 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $8 \times 8 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $7 \times 8 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $6 \times 5 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $12 \times 4 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $13 \times 3 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $7 \times 7 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $2 \times 14 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $4 \times 16 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $11 \times 6 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $7 \times 12 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $23 \times 3 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $9 \times 9 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $17 \times 4 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $4 \times 23 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $16 \times 4 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $2 \times 36 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $28 \times 3 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $5 \times 17 = \underline{\hspace{1cm}}$

$4:2 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $5:1 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $12:2 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $15:3 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $10:5 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $6:3 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $20:2 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $24:3 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $36:6 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $9:3 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $24:6 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $18:2 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $35:5 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $27:9 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $16:4 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $49:7 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $27:3 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $35:5 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $63:9 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $64:8 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $45:5 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $24:8 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $28:4 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $81:9 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $18:6 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $24:2 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $44:4 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $39:13 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $60:5 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $36:2 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $48:4 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $60:15 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $56:4 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $80:20 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $72:6 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $48:12 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $75:25 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $52:13 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $90:30 = \underline{\hspace{1cm}}$
 $45:15 = \underline{\hspace{1cm}}$

GEMENGDD

$2+1 = \underline{\hspace{1cm}}$

$2-1 = \underline{\hspace{1cm}}$

$2 \times 5 = \underline{\hspace{1cm}}$

$4:2 = \underline{\hspace{1cm}}$

$3+2 = \underline{\hspace{1cm}}$

$8-4 = \underline{\hspace{1cm}}$

$9:3 = \underline{\hspace{1cm}}$

$4 \times 5 = \underline{\hspace{1cm}}$

$7+2 = \underline{\hspace{1cm}}$

$9-5 = \underline{\hspace{1cm}}$

$15:5 = \underline{\hspace{1cm}}$

$3 \times 9 = \underline{\hspace{1cm}}$

$10-3 = \underline{\hspace{1cm}}$

$5+4 = \underline{\hspace{1cm}}$

$5 \times 5 = \underline{\hspace{1cm}}$

$8+5 = \underline{\hspace{1cm}}$

$24:4 = \underline{\hspace{1cm}}$

$13-5 = \underline{\hspace{1cm}}$

$7 \times 4 = \underline{\hspace{1cm}}$

$9:3 = \underline{\hspace{1cm}}$

$17-6 = \underline{\hspace{1cm}}$

$8 \times 6 = \underline{\hspace{1cm}}$

$6+13 = \underline{\hspace{1cm}}$

$18:3 = \underline{\hspace{1cm}}$

$19-4 = \underline{\hspace{1cm}}$

$24-6 = \underline{\hspace{1cm}}$

$15+7 = \underline{\hspace{1cm}}$

$4 \times 13 = \underline{\hspace{1cm}}$

$33:11 = \underline{\hspace{1cm}}$

$3+19 = \underline{\hspace{1cm}}$

$36:3 = \underline{\hspace{1cm}}$

$6 \times 14 = \underline{\hspace{1cm}}$

$43-16 = \underline{\hspace{1cm}}$

$4 \times 16 = \underline{\hspace{1cm}}$

$37+28 = \underline{\hspace{1cm}}$

$37-29 = \underline{\hspace{1cm}}$

$42:14 = \underline{\hspace{1cm}}$

$5 \times 12 = \underline{\hspace{1cm}}$

$67+24 = \underline{\hspace{1cm}}$

$64:32 = \underline{\hspace{1cm}}$

Bijlage 7. Pretest A**Pre. A****Naam:**.....**geboortedatum:**.....**Geslacht:** man / vrouw**School:**.....**Klas:**.....**Datum:** :**Leerweg:**

- ☐ basisberoepsgerichte leerweg
- ☐ kaderberoepsgerichte leerweg
- ☐ gemengde leerweg
- ☐ theoretische leerweg

Leerjaar:

- ☐ 1
- ☐ 2
- ☐ 3

- ☐ Dyscalculie
- ☐ Dyslexie



Deze toets bestaat uit 12 rekenproblemen.

Per vraag is er ruimte om je berekening te noteren, je antwoord zet je in de laatste kolom (onder antwoord). Zo is het duidelijk wat je antwoord is.

Vul bij alle problemen een berekening en een antwoord in. Bij het nakijken zal er zowel naar je berekening als naar het antwoord worden gekeken.

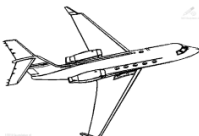
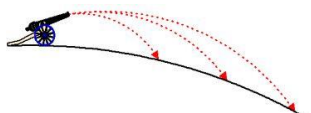
Succes!



In samenwerking met Universiteit Twente, Universiteit Utrecht en Katholieke Universiteit Leuven

berekening	antwoord
1. Om een bananenmilkshake te maken gebruik je 28 bananen en 48 bollen ijs. Hoeveel bollen ijs moet je gebruiken als je 56 bananen gaat gebruiken en dezelfde verhouding wilt behouden? _____ _____ _____ _____ _____	
2. In een drankenautomaat staan per 7 flesjes cola altijd 56 flesjes water. Hoeveel flesjes water moeten er in de automaat als er 10 flesjes cola staan en je dezelfde verhouding wilt behouden? _____ _____ _____ _____ _____	
3. In een koelkast staan per 4 flesjes cola altijd 6 flesjes fanta. Hoeveel flesjes fanta moeten er in de koelkast als er 6 flesjes cola staan en je dezelfde verhouding wilt behouden? _____ _____ _____ _____ _____	
4. In een supermarktschap staan per 54 blikken doperwten altijd 36 blikken worteltjes. Hoeveel blikken worteltjes moeten er in het schap als er 12 blikken doperwten staan en je dezelfde verhouding wilt behouden? _____ _____ _____ _____ _____	

5. In de frisdrankautomaat staan per 24 flesjes water altijd 36 flesjes cola. De automaat bevat al 72 flesjes water en 100 flesjes cola. Hoeveel flesjes cola moeten er nog bij als je dezelfde verhouding wilt behouden? _____ _____ _____ _____ _____	
6. In de koelkasten van een café, staan per 12 flesjes cola altijd 72 flesjes fanta. Eén koelkast bevat momenteel 9 flesjes cola en 44 flesjes Fanta. Hoeveel flesjes fanta moeten er nog bij als je dezelfde verhouding wilt behouden? _____ _____ _____ _____ _____	
7. In een kantine staan twee kannen citroenwater. De eerste kan bevat 4 dl citroensap en 10 dl water. In de tweede kan zit al 6 dl citroensap en 12 dl water. Hoeveel water moet nog bij de tweede kan om de smaken gelijk te maken? _____ _____ _____ _____ _____	
8. In een klas staan twee kannen drinkyoghurt. De eerste kan bevat 45 dl yoghurt en 18 dl vruchtensap. De tweede kan bevat 50 dl yoghurt en 10 dl vruchtensap. Hoeveel vruchtensap moet nog bij de tweede kan om de smaken gelijk te maken? _____ _____ _____ _____ _____	

Vraag	Berekening	Antwoord
9. Een vliegtuig doet gemiddeld 120 minuten over 480 kilometer. De totale vliegtijd van het vertrekpunt naar je bestemming is 90 minuten. De piloot vertelt dat je al 260 km hebt afgelegd. Hoeveel kilometer moet je nog vliegen? 		
10. Een luchtballon daalt gemiddeld 27 meter per 18 seconden. Toen de ballon zijn daling begon zat hij op 300 meter hoogte. De ballon is al 100 seconden aan het dalen. Hoelang duurt het nog voor hij op de grond staat?		
11. Een wandelaar loopt een berg op. Over 80 meter doet hij 60 seconden. Hoelang zal de wandelaar nodig hebben om 120 meter af te leggen?		
12. Om een kanonskogel 54 meter ver te schieten heb je 45 gram buskruit nodig. Hoeveel gram buskruit heb je nodig als je de kanonskogel 12 meter ver wilt schieten? 		

Bijlage 8. Pretest B**Pre. B****Naam:**.....**geboortedatum:**.....**Geslacht:** man / vrouw**School:**.....**Klas:**.....**Datum:** :**Leerweg:**

- ☐ basisberoepsgerichte leerweg
- ☐ kaderberoepsgerichte leerweg
- ☐ gemengde leerweg
- ☐ theoretische leerweg

Leerjaar:

- ☐ 1
- ☐ 2
- ☐ 3
- ☐ Dyscalculie
- ☐ Dyslexie



Deze toets bestaat uit 12 rekenproblemen.

Per vraag is er ruimte om je berekening te noteren, je antwoord zet je in de laatste kolom (onder antwoord). Zo is het duidelijk wat je antwoord is.

Vul bij alle problemen **een berekening** en **een antwoord** in. Bij het nakijken zal er zowel naar je berekening als naar het antwoord worden gekeken.

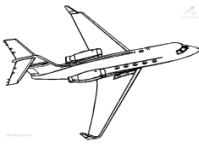
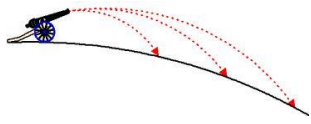
Succes!



In samenwerking met Universiteit Twente, Universiteit Utrecht en Katholieke Universiteit Leuven

berekening	antwoord
1. Om bananenmilkshakes te maken gebruik je 24 bananen en 32 bollen ijs. Hoeveel bollen ijs moet je gebruiken als je 72 bananen gaat gebruiken en dezelfde verhouding wilt behouden? _____ _____ _____ _____ _____	
2. In een drankenautomaat staan per 7 flesjes cola altijd 49 flesjes water. Hoeveel flesjes water moeten er in de automaat als er 10 flesjes cola staan en je dezelfde verhouding wilt behouden? _____ _____ _____ _____ _____	
3. In een koelkast staan per 8 flesjes cola altijd 6 flesjes fanta. Hoeveel flesjes fanta moeten er in de koelkast als er 12 flesjes cola staan en je dezelfde verhouding wilt behouden? _____ _____ _____ _____ _____	
4. In een supermarktschap staan per 54 blikken doperwtten altijd 45 blikken worteltjes. Hoeveel blikken worteltjes moeten er in het schap als er 12 blikken doperwtten staan en je dezelfde verhouding wilt behouden? _____ _____ _____ _____ _____	

5. In de frisdrankautomaat staan per 32 flesjes water altijd 36 flesjes cola. De automaat bevat al 96 flesjes water en 100 flesjes cola. Hoeveel flesjes cola moeten er nog bij als je dezelfde verhouding wilt behouden? _____ _____ _____ _____ _____	
6. In de koelkasten van een café, staan per 12 flesjes cola altijd 48 flesjes fanta. Eén koelkast bevat momenteel 9 flesjes cola en 26 flesjes Fanta. Hoeveel flesjes fanta moeten er nog bij als je dezelfde verhouding wilt behouden? _____ _____ _____ _____ _____ _____	
7. In een kantine staan twee kannen citroenwater. De eerste kan bevat 6 dl citroensap en 10 dl water. In de tweede kan zit al 9 dl citroensap en 12 dl water. Hoeveel water moet nog bij de tweede kan om de smaken gelijk te maken? _____ _____ _____ _____ _____ _____	
8. In een klas staan twee kannen drinkyoghurt. De eerste kan bevat 27 dl yoghurt en 18 dl vruchtensap. De tweede kan bevat 30 dl yoghurt en 10 dl vruchtensap. Hoeveel vruchtensap moet nog bij de tweede kan om de smaken gelijk te maken? _____ _____ _____ _____ _____ _____	

Vraag	Berekening	Antwoord
9. Een vliegtuig doet gemiddeld 120 minuten over 720 kilometer. De totale vliegtijd van het vertrekpunt naar je bestemming is 90 minuten. De piloot vertelt dat je al 440 km hebt afgelegd. Hoeveel kilometer moet je nog vliegen? 		
10. Een luchtballon daalt gemiddeld 45 meter per 18 seconden. Toen de ballon aan zijn daling begon zat hij op 500 meter hoogte. De ballon is al 100 seconden aan het dalen. Hoelang duurt het nog voor hij op de grond staat?		
11. Een wandelaar loopt een berg op. Over 40 meter doet hij 60 seconden. Hoelang zal de wandelaar nodig hebben om 60 meter af te leggen?		
12. Om een kanonskogel 54 meter ver te schieten heb je 36 gram buskruit nodig. Hoeveel gram buskruit heb je nodig als je de kanonskogel 12 meter ver wilt schieten? 		

Bijlage 9. Self-efficacy vragenlijst

Naam:.....**Klas:**.....
Geslacht: man / vrouw **Datum:**.....

Er komen straks 12 rekensommen over verhoudingen.

Hoeveel van deze 12 verhoudingssommen denk je te kunnen oplossen?

Bij elke vraag geef je aan hoe zeker je ervan bent dat je de verhoudingssommen kunt oplossen. Teken op elke lijn een **rondje** om het cijfer dat het beste bij jouw gevoel past.

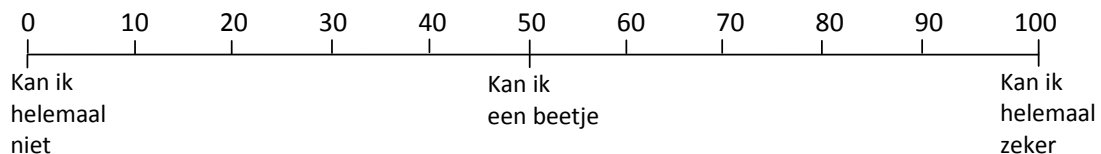
Teken een rondje om het cijfer dat het beste bij jouw gevoel past.

- Een rondje om de 0 betekent dat je denkt het helemaal niet te kunnen.
- Een rondje om de 50 betekent dat je denkt het een beetje te kunnen.
- Een rondje om de 100 betekent dat je denkt het helemaal zeker te kunnen.
- Een rondje tussen deze cijfers in, betekent dat jouw gevoel tussen de twee gevoelens in zit.

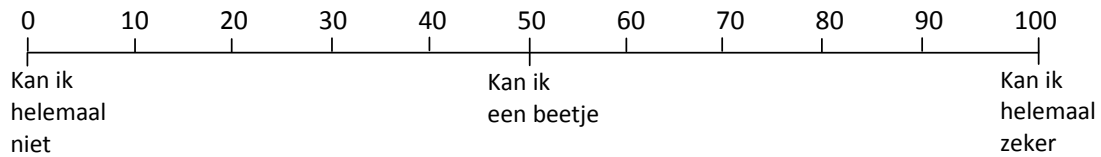
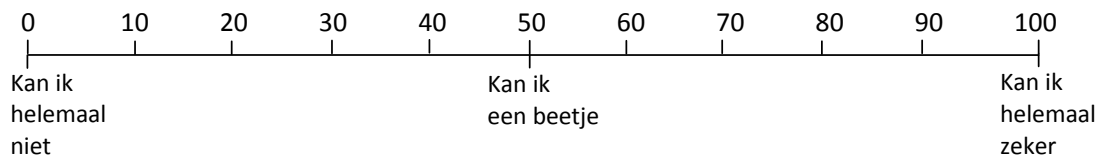
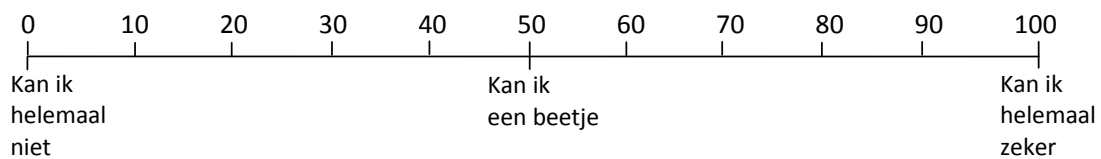
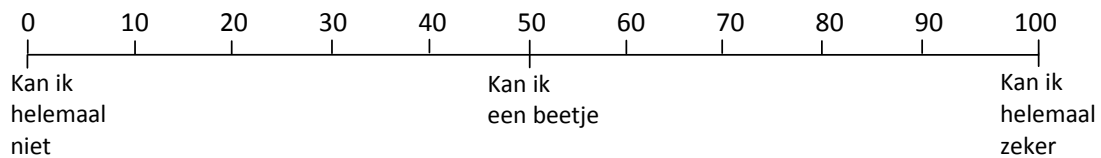
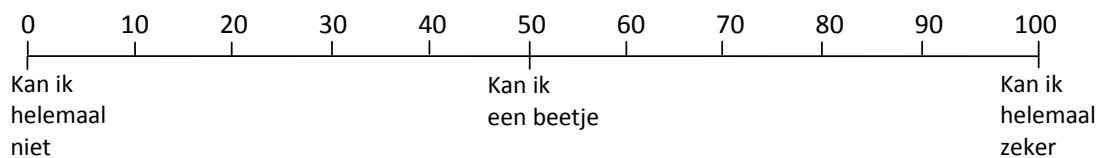
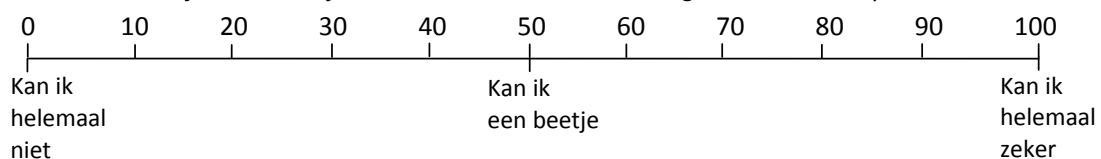
Bijvoorbeeld, stel je voor dat de volgende vraag wordt gesteld:

Hoe zeker denk je het antwoord te kunnen geven op deze vraag?

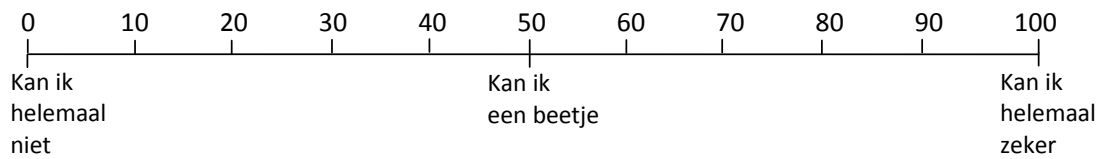
Teken een rondje om het cijfer dat het beste bij jouw gevoel past.



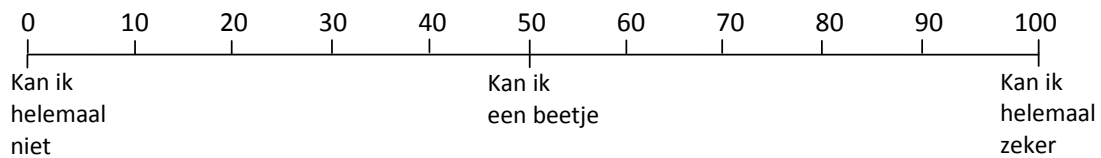
- Een rondje om de 0 betekent dat je denkt het helemaal niet te kunnen.
- Een rondje om de 50 betekent dat je denkt het een beetje te kunnen.
- Een rondje om de 100 betekent dat je denkt het helemaal zeker te kunnen.
- Een rondje tussen deze cijfers in, betekent dat je gevoel er tussenin zit.

Beantwoord de volgende vragen (omcirkel wat voor jou van toepassing is).*Hoe zeker ben je ervan dat je straks **1 van de 12** verhoudingssommen kan oplossen?**Hoe zeker ben je ervan dat je straks **2 van de 12** verhoudingssommen kan oplossen?**Hoe zeker ben je ervan dat je straks **3 van de 12** verhoudingssommen kan oplossen?**Hoe zeker ben je ervan dat je straks **4 van de 12** verhoudingssommen kan oplossen?**Hoe zeker ben je ervan dat je straks **5 van de 12** verhoudingssommen kan oplossen?**Hoe zeker ben je ervan dat je straks **6 van de 12** verhoudingssommen kan oplossen?*

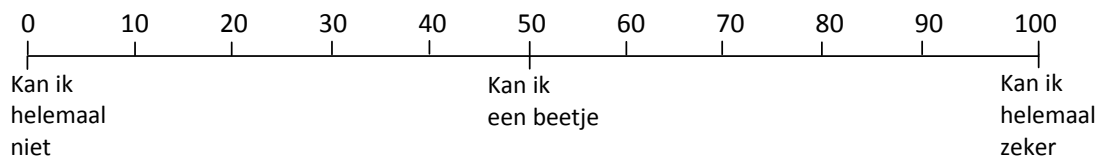
Hoe zeker ben je ervan dat je straks **7 van de 12** verhoudingssommen kan oplossen?



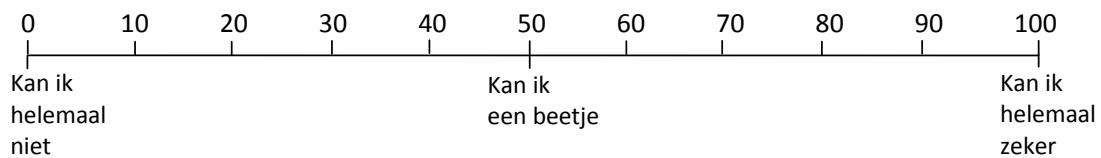
Hoe zeker ben je ervan dat je straks **8 van de 12** verhoudingssommen kan oplossen?



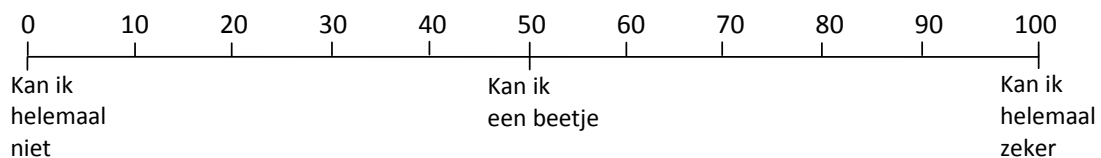
Hoe zeker ben je ervan dat je straks **9 van de 12** verhoudingssommen kan oplossen?



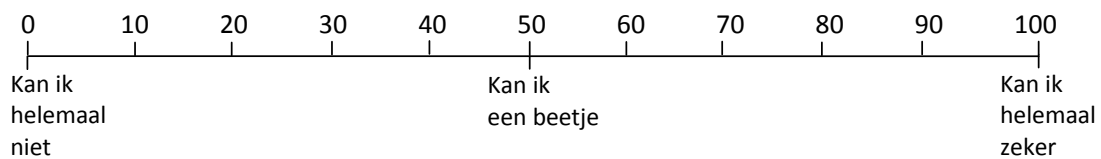
Hoe zeker ben je ervan dat je straks **10 van de 12** verhoudingssommen kan oplossen?



Hoe zeker ben je ervan dat je straks **11 van de 12** verhoudingssommen kan oplossen?



Hoe zeker ben je ervan dat je straks **alle** verhoudingssommen kan oplossen?



Bijlage 10. Oefensommen enkelvoudige-instructie conditie

1. In een koelkast staan per 8 flesjes cola altijd 12 flesjes fanta.
Hoeveel flesjes fanta moeten er in de koelkast als er 12 flesjes cola staan en je dezelfde verhouding wilt behouden?

2. In een recept voor milkshakes staat dat er per 40 dl yoghurt, 15 dl vruchtensap toegevoegd moet worden. Iemand heeft al 16 dl yoghurt en 4 dl vruchtensap gemengd.
Hoeveel **vruchtensap** moet er nog **bij** om het recept af te maken?

3. Gers Pardoel fietst naar huis. Over 18 kilometer doet hij 60 minuten.
Hoelang zal hij nodig hebben om 12 kilometer af te leggen?

Bijlage 11. Oefensommen meervoudige-strategie conditie**1. Methode van links naar rechts**

In een koelkast staan per 8 flesjes cola altijd 16 flesjes fanta.

Hoeveel flesjes fanta moeten er in de koelkast als er 16 flesjes cola staan en je dezelfde verhouding wilt behouden?

2. Methode van boven naar beneden

In een chocolade milkshake zitten altijd 3 stukjes chocolade per 4 bollen ijs.

Hoeveel bollen ijs moeten er in de milkshake als er 12 stukjes chocolade in zitten en je dezelfde verhouding wilt behouden?

3. Methode van het kleiner maken

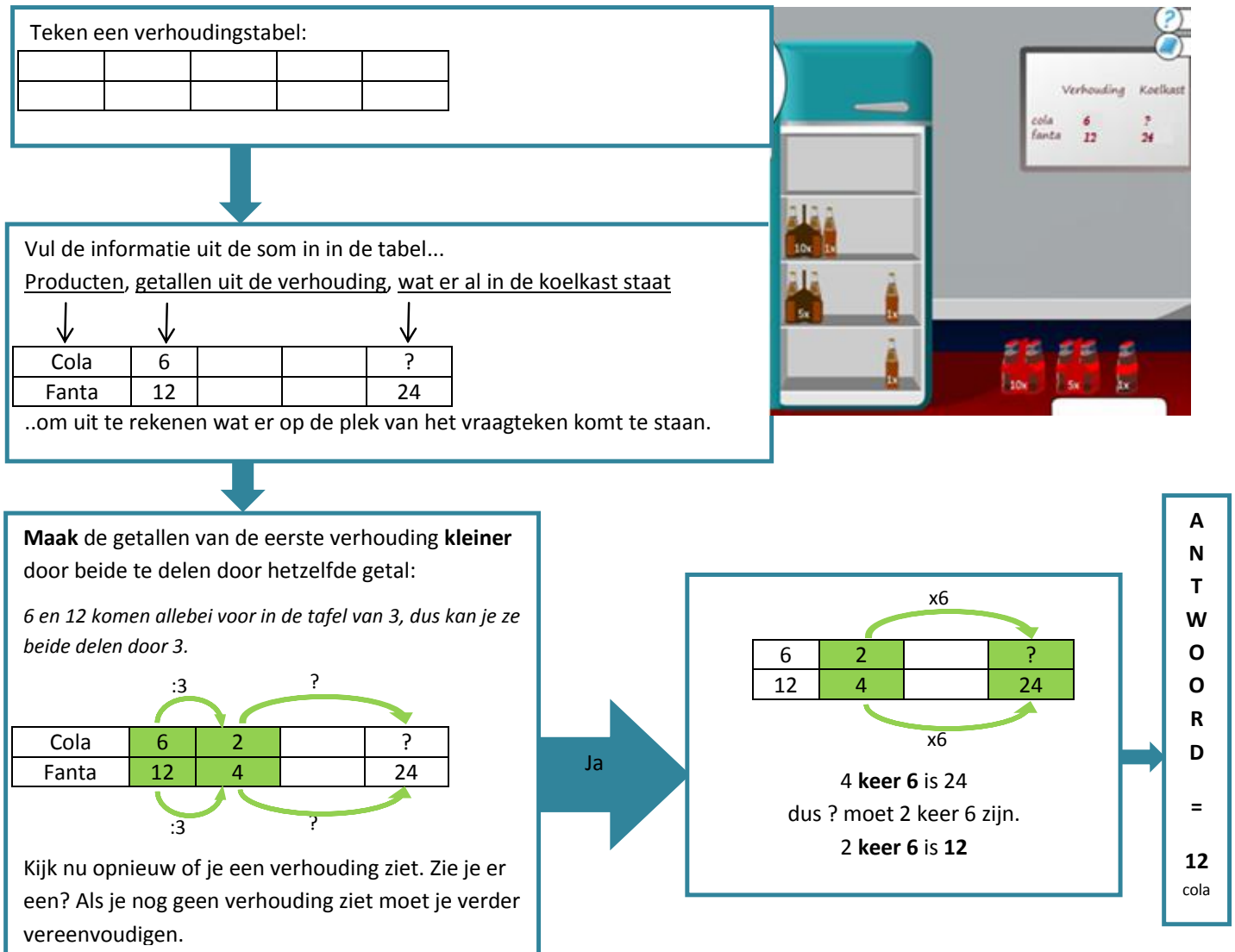
Gers Pardoel fietst naar huis. Over 21 kilometer doet hij 14 minuten.

Hoelang zal hij nodig hebben om 15 kilometer af te leggen?

4. Laatste som

In een recept voor milkshakes staat dat er per 40 dl yoghurt, 15 dl vruchtensap toegevoegd moet worden. Iemand heeft al 16 dl yoghurt en 4 dl vruchtensap gemengd.

Hoeveel **vruchtensap** moet er nog **bij** om het recept af te maken?

Bijlage 12. Stroomdiagram enkelvoudige-strategie conditie

Bijlage 13. Stroomdiagram meervoudige-strategie conditie