

# Verlag Onderzoek van Onderwijs

(10 EC variant)



## Wiskunde en de industrie

Opleiding Master Science Education & Communication  
Vak Wiskunde  
Student Ha Nguyen (s0194670)  
Supervisor Nellie Verhoef

August 10, 2015

## Samenvatting

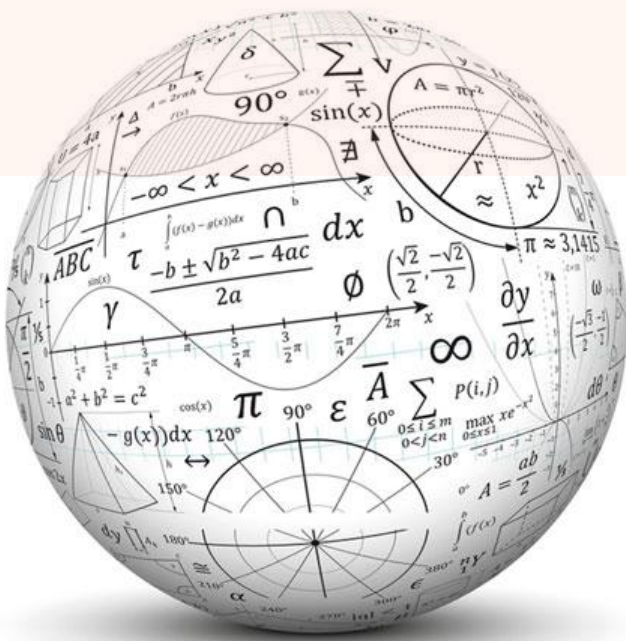
Wiskunde is de spin in het web van de kenniseconomie. We leven nu in een verandering van tijdperk. Met de explosieve toename van data, onder andere door het internet, met steeds snellere computers en met betere rekenmethodes zal het belang van de wiskunde voor de economie de komende jaren alleen maar toenemen. De wereld van de 21e eeuw vraagt van het onderwijs een andere focus: andere inhoud en andere didactische principes. Het doel van dit onderzoek is om de volgende vraag te beantwoorden: "Welke wiskundige kennis en vaardigheden zijn gewenst in de industrie?"

Uit de resultaten blijkt dat onder andere de volgende kennis en vaardigheden gewenst zijn in de industrie:

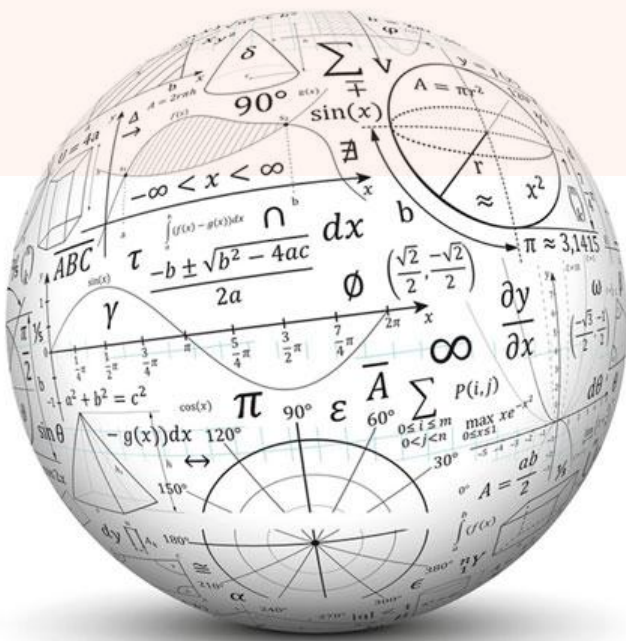
- Modelleervaardigheden
- Data gerelateerde vaardigheden
- ICT- vaardigheden (programmeren, simuleren)
- Algoritmisch denken
- Statistische kennis
- Kennis van verschillende onderwerpen binnen de operation research
- Basis kennis van de lineaire algebra
- Kennis van wiskundige analyse en in het bijzonder kennis van gewone differentiaalvergelijkingen.

Wanneer de resultaten vergeleken worden met het curriculum van vwo wiskunde B, is het duidelijk dat wiskunde B-leerlingen veel basiskennis missen. Mogelijke oplossingen hiervoor zijn:

- het programma vwo wiskunde B uitbreiden,
- wiskunde D als toelatingseis laten gelden voor alle bètaopleidingen, waarbij wiskunde een prominente rol speelt.



<b>Inhoudsopgave</b>	<b>3</b>
<b>1 Inleiding en onderzoeksvraag</b>	<b>4</b>
<b>2 Theoretisch kader</b>	<b>6</b>
2.1 Wiskunde in de industriële context . . . . .	6
2.2 Werkwijze van wiskundigen in samenwerking met de industrie . . . . .	7
2.3 Enkele belangrijke wiskundige deelgebieden en vaardigheden bij de interactie tussen wiskunde en de industrie . . . . .	9
2.4 Topsectoren in de industrie . . . . .	16
<b>3 Deelonderzoek 1: opzet en resultaten</b>	<b>20</b>
3.1 Opzet . . . . .	20
3.2 Resultaten . . . . .	20
3.3 Deelvraag 1 . . . . .	23
<b>4 Deelonderzoek 2: opzet en resultaten</b>	<b>24</b>
4.1 Opzet . . . . .	24
4.2 Resultaten . . . . .	24
4.3 Deelvraag 2 . . . . .	28
<b>5 Conclusie en Discussie</b>	<b>29</b>
5.1 Deelvraag 3 . . . . .	29
5.2 Hoofdvraag . . . . .	30
<b>6 Betekenis voor het wiskundeonderwijs</b>	<b>33</b>
<b>7 Bijlagen</b>	<b>36</b>
7.1 Stageopdrachten bij EWI-stagebank . . . . .	36
7.2 UT-theses . . . . .	41
7.3 Examenprogramma vwo wiskunde B . . . . .	48
7.4 Examenprogramma vwo wiskunde D . . . . .	53
References . . . . .	57



## Inleiding en onderzoeksvraag

Wiskunde is de spin in het web van de kenniseconomie. Lastig voor de beeldvorming bij het brede publiek is dat de wiskunde vaak verborgen zit. Een twintigtal leiders van grote multinationals zette in het recent verschenen boek *Mathematik-Motor der Wirtschaft* (Barner et al., 2008) uiteen welke sleutelrol de wiskunde in hun bedrijf vervult: “Wiskunde levert de sleutel voor baanbrekende innovaties: zij is een belangrijke productie- en concurrentiefactor. Zij maakt vele producten en diensten überhaupt mogelijk, en andere worden door wiskunde beter gemaakt. Geen hightech zonder wiskunde! Daarom hebben we meer wiskundigen, ingenieurs en gekwalificeerde werkers nodig, zodat wiskundige oplossingen kunnen worden omgezet naar producten, methoden en diensten.”

Deze boodschap spreekt eveneens uit recente Nederlandse publicaties. Onder de opdracht van Platform Wiskunde Nederland (PWN) heeft het onderzoeksbureau Deloitte (Deloitte, 2014) onderzoek gedaan naar de invloed van wiskunde op de Nederlandse economie. Wiskunde, statistiek en besliskunde zijn belangrijke pijlers onder het succes van de Nederlandse economie. Maar liefst 900.000 arbeidsplaatsen hebben direct met wiskunde te maken, variërend van wetenschappers in de wiskunde, tot artsen die de resultaten van medische onderzoeken interpreteren. Om deze banen te laten bestaan worden nog eens 1,4 miljoen functies vervuld. In totaal is dat een kwart van de arbeidspopulatie. Omdat deze banen relatief goed betalen, draagt de wiskunde voor dertig procent bij aan het bruto nationaal product. Uit het onderzoek blijkt ook dat wiskundige kennis sterk correleert met de internationale concurrentiekracht van een land. Een goede basis in wiskunde, statistiek en besliskunde is een belangrijke pijler onder het succes van de Nederlandse economie. Met de explosieve toename van data, onder andere door het internet, met steeds snellere computers en met betere rekenmethodes zal het belang van deze pijler de komende jaren alleen maar toenemen. De kenniseconomie vraagt om steeds meer wiskundigen, ook in sectoren waar dit traditioneel minder het geval was. Meer en beter gebruik van wiskunde moet ervoor zorgen dat Nederland zijn positie als een van de meest competitieve landen ter wereld kan behouden.

In het huidige onderwijsdebat is er veel aandacht voor het onderwijs van de toekomst. Goed onderwijs moet namelijk meegaan met zijn tijd en inspelen op de wereld die verandert. De discussie richt zich onder meer op de vraag welke kennis en vaardigheden van belang zijn om leerlingen voor te bereiden op een snel veranderende maatschappij.

De wereld van de 21<sup>e</sup> eeuw vraagt van het onderwijs een andere focus: andere inhoud en andere didactische principes. Dit speelt ook bij het wiskundeonderwijs. Met dit onderzoek probeer ik de volgende vraag te beantwoorden:

### **Welke wiskundige kennis en vaardigheden zijn gewenst in de industrie?**

Hierbij wordt het begrip 'industrie' in de breedste zin gehanteerd, namelijk 'elke activiteit met een economische of maatschappelijke waarde, inclusief de dienstverlenende sectoren'.

De bovenstaande vraag is tevens de hoofdvraag van het onderzoek. Omdat het begrip industrie zo breed genomen is, is het nodig om grenzen aan te geven bij het verzamelen van gegevens. Daarbij beperk ik me in dit onderzoek tot de zogenaamde topsectoren. Topsectoren zijn gebieden waar het Nederlandse bedrijfsleven en onderzoekscentra wereldwijd in uitblinken. Het bedrijfsleven, universiteiten, onderzoekscentra en de overheid werken samen aan kennis en innovatie om deze positie nog sterker te maken. Er zijn in totaal 9 topsectoren. De beschrijving van deze sectoren is te vinden in het theoretisch kader (hoofdstuk 2).

Om een antwoord te vinden op de hoofdvraag worden de volgende deelvragen behandeld:

**Deelvraag 1** Welke wiskundige kennis/vaardigheden vinden bedrijven in de topsectoren belangrijk?

**Deelvraag 2** Welke wiskundige kennis/vaardigheden worden werkelijk gebruikt door studenten tijdens hun stages bij bedrijven (in de topsectoren)?

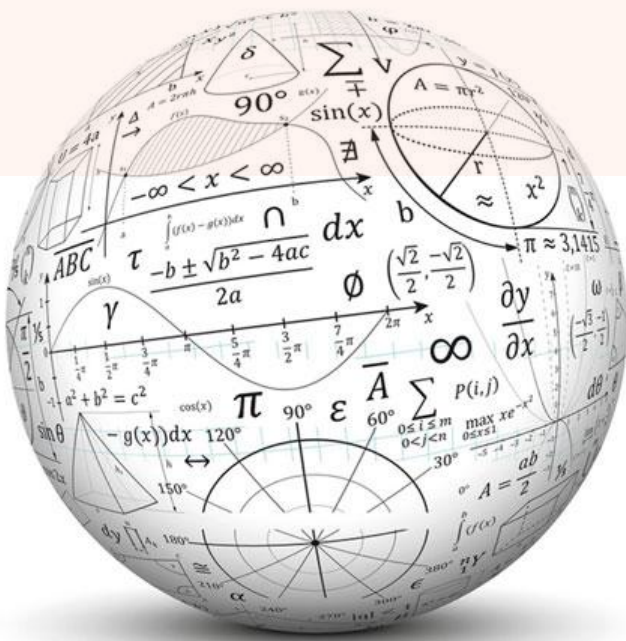
**Deelvraag 3** Komen de resultaten van deelvraag 1 en deelvraag 2 met elkaar overeen? Zo ja, in hoeverre?

In het volgende hoofdstuk, Theoretische kader, wordt de rol van de wiskundige in de industriële context besproken. Tevens komen een aantal wiskundige deelgebieden en vaardigheden aanbod die op dit moment overheersend zijn in de industrie. Aan het einde van het Theoretische kader zijn de beschrijvingen van de industriële topsectoren te vinden.

Bij deelvraag 1 en deelvraag 2 horen respectievelijk het deelonderzoek 1 en deelonderzoek 2. De opzet, de resultaten van het deelonderzoek 1 en het antwoord op deelvraag 1 komen in hoofdstuk 3 voor. In hoofdstuk 4 zijn de overeenkomstige gegevens van deelonderzoek 2 te vinden.

In hoofdstuk 5, Conclusie en Discussie, wordt onder andere het antwoord op deelvraag 3 gegeven. Met behulp van de antwoorden op de deelvragen wordt in dit hoofdstuk ook de hoofdvraag beantwoord.

In hoofdstuk 6 bespreek ik wat de bevindingen van het onderzoek voor het wiskundeonderwijs betekenen.



## 2.1 Wiskunde in de industriële context

De rol van de wiskunde in de ontwikkeling der civilisatie is eeuwenlang van centraal belang geweest. De huidige trend naar een mondiale economie en een kennismaatschappij heeft informatie- en innovatie-technologieën steeds meer afhankelijk gemaakt van het wetenschappelijk onderzoek, dat in de voorhoede gedreven wordt door de wiskunde. Dit werd erkend in het rapport 'Mathematics and Industry' door Global Science Forum (GSF) van de organisatie Organization for Economic Co-operation and Development (OECD) (Onderwijsraad, 2011). Het begrip 'industrie' wordt daarbij geïnterpreteerd als 'elke activiteit met een economische of maatschappelijke waarde, inclusief de dienstverlenende sector'. Wiskunde biedt een logisch samenhangend kader en een universele taal voor de analyse, de optimalisatie en het regelen van industriële processen.

Wiskundigen kunnen een bijdrage leveren aan het oplossen van een industrieel probleem in de volgende benodigde stappen (European Science Foundation, 2010):

- **Identificatie van het probleem:** Een industrieel probleem wordt vanzelf bijna nooit geformuleerd als een wiskundig probleem; het kan zeer gebrekkig gekarakteriseerd zijn. Wiskundigen kunnen bijdragen aan de identificatie en de karakterisering van het probleem door het probleem te formuleren in een abstract raamwerk dat relevante en irrelevante zaken kan onderscheiden.
- **Modellering van het probleem:** De wiskundige formulering helpt
  - het probleem te verduidelijken,
  - de hoofdobstakels te identificeren,
  - de instrumenten te vinden om het probleem aan te pakken.
- **Simulatie:** Na de modelvorming wordt het wiskundige probleem, al dan niet numeriek, geanalyseerd. Hierbij wordt er vrijwel altijd een toevlucht genomen tot computers (simulatie), maar niet voordat er zorgvuldig over het probleem

nagedacht is. Efficiënte, robuuste en betrouwbare wiskundige technieken moeten worden ontwikkeld om het probleem op te lossen en om realistische simulaties te leveren. Industriële ingenieurs en managers zoeken meestal naar 'een' oplossing in een bepaalde tijd. Academische wiskundigen werken meestal op een andere tijdschaal en zoeken naar 'de' optimale oplossing. Overleg is nodig om de verschillen in verwachtingen en beperkingen duidelijk te maken.

- **Onzekerheid:** Vanwege de variabiliteit in het productieproces kunnen onzekerheden optreden. Hiermee moet dus rekening worden gehouden door gebruik te maken van stochastische en statistische methoden in combinatie met technieken uit de computationele wetenschap (de wetenschap die zich bezig houdt met de bouw van wiskundige modellen, technieken uit de numerieke analyse en het gebruik van computers om wetenschappelijke problemen te analyseren en op te lossen).
- **Validatie:** Dit is een zeer belangrijk onderdeel dat echter vaak verwaarloosd wordt. Men hoort altijd de verkregen resultaten te valideren met metingen. In dit opzicht moeten er sterke interacties tussen modelleren en simulatie plaatsvinden. Het is cruciaal om het geldigheidsbereik van het model te identificeren en te karakteriseren.
- **Optimalisatie:** Vanwege de toegenomen rekenkracht en de verkregen prestaties in het versnellen van algoritmen komt optimalisering van producten binnen bereik. Dit is van vitaal belang voor de industrie.

## 2.2 Werkwijze van wiskundigen in samenwerking met de industrie

Toegepaste wiskunde in de praktijk legt de nadruk niet zozeer op het zorgvuldig formuleren en bewijzen van stellingen, maar vooral op toepassingen waarbij de computer een sleutelrol vervult. Het programma van een (toegepaste) wiskundige, in de industriële context, volgt in wezen het volgende paradigma (European Science Foundation, 2010):

- ten eerste moet het probleem geïdentificeerd worden;
- vervolgens komen het bouwen van een wiskundig model, het analyseren en het oplossen ervan, het toepassen van de resultaten en eventueel het creëren van een geschikte wiskundige software die gecommercialiseerd kan worden, aan de orde.

De nadruk ligt op het aanwijzen van de belangrijke en relevante variabelen die (de meeste) invloed hebben op het probleem, de beperkingen die er zijn en het doel waarnaar gestreefd wordt. Dit wordt gedaan door middel van het verwerven van inzicht in de onderliggende mechanismen en de analyse van de bijbehorende observaties en data. De stappen die daarna plaatsvinden, hebben betrekking op de analyse van het

gemaakte wiskundige model, de numerieke simulatie ervan in verschillende scenario's en de validatie van het model in vergelijking met de experimentele data. Bovendien is het belangrijk om de robuustheid en de gevoeligheid van het model te onderzoeken. Merk op dat dit doorgaans een iteratieve procedure is. Als de resultaten die uit het model volgen, de waarnemingen niet kunnen verklaren of als de resultaten niet overeen komen met de waarnemingen, moet men het model wijzigen, en zo wordt de cyclus herhaald totdat het model de bestudeerde situatie zo nauwkeurig als nodig beschrijft. Nadat het model aanvaard is, zal het gebruikt worden om het industriële proces dat het wiskundig model beschrijft, te verbeteren of te optimaliseren of te besturen. Model gebaseerde besturing en optimalisatie zijn cruciale onderdelen van de automatisering in alle sectoren van de industrie: de productiekosten en productietijd worden doorgaans ermee verminderd.

De bovengenoemde werkwijze is vaak niet zichtbaar in het gepubliceerde onderzoeksverslag, en vereist een actieve samenwerking tussen de wiskundige en de collega's die direct betrokken zijn bij het probleem. Wiskundige modelleers moeten daarom specifieke communicatievaardigheden hebben om met niet-wiskundige medewerkers te communiceren. Ze moeten in staat zijn om echte-wereld-problemen te vertalen in wiskundige termen, om deze problemen te bestuderen met behulp van wiskundige technieken. Uiteindelijk moeten de wiskundige resultaten overgebracht worden aan niet-wiskundigen, die meestal niet geïnteresseerd zijn in de oplossingsmethoden. Wiskundigen moeten ook in staat zijn om modellen te creëren die rekening houden met zowel de hoofdkenmerken van de bestudeerde situatie als de algehele efficiëntie van het model wanneer het gebruikt wordt in een virtuele ontwerpomgeving. Het volledige systeem kan te ingewikkeld zijn om beschreven te worden. Een wiskundige modelleur heeft dus vaak met een compromis te maken: het beste model neemt niet alle factoren in ogenschouw, maar neemt juist alleen de cruciale factoren mee.

*"Everything should be made as simple as possible, but not simpler."*

*Albert Einstein*

Gezien de steeds toenemende complexiteit van toepassingen in de echte wereld zal de bekwaamheid om effectief gebruik te maken van wiskundige modellering en simulatie, de basis zijn voor de technologische en economische ontwikkeling van Europa en de wereld. Twee opvallende conclusies uit het rapport van European Science Foundation luiden als volgt (European Science Foundation, 2010):

- De industrie wordt steeds vaker uitgedaagd om aan twee tegenstrijdige vragen tegemoet te komen. Aan de ene kant staat de noodzaak om alle stappen van industriële processen te optimaliseren. Aan de andere kant is er een dramatische toename van de budgettaire en reglementaire beperkingen. Alleen de wiskunde kan de industrie helpen om steeds complexere systemen met meer en meer beperkingen te optimaliseren.



- Wanneer nieuwe wiskundige of computationele technieken worden geïntroduceerd, die efficiënt blijken te zijn, ontstaat er een tendens om deze technieken te verspreiden en toe te passen op andere problemen. Dit is begrijpelijk maar het brengt zeker risico met zich mee. Wiskundige resultaten zijn namelijk altijd verbonden met een verzameling van hypothesen. Door het toepassingsdomein uit te breiden, kan men het geldigheidsdomein verlaten. Wiskundigen of wiskundig opgeleide ingenieurs zijn zich hiervan bewust. Ze zullen de resultaten analyseren in plaats van klakkeloos ervan uit te gaan. Om het riskante 'black boxes' gedrag te voorkomen is belangrijk dat meer mensen een basisopleiding wiskunde krijgen en dat vaker overleg gepleegd wordt met wiskundigen.

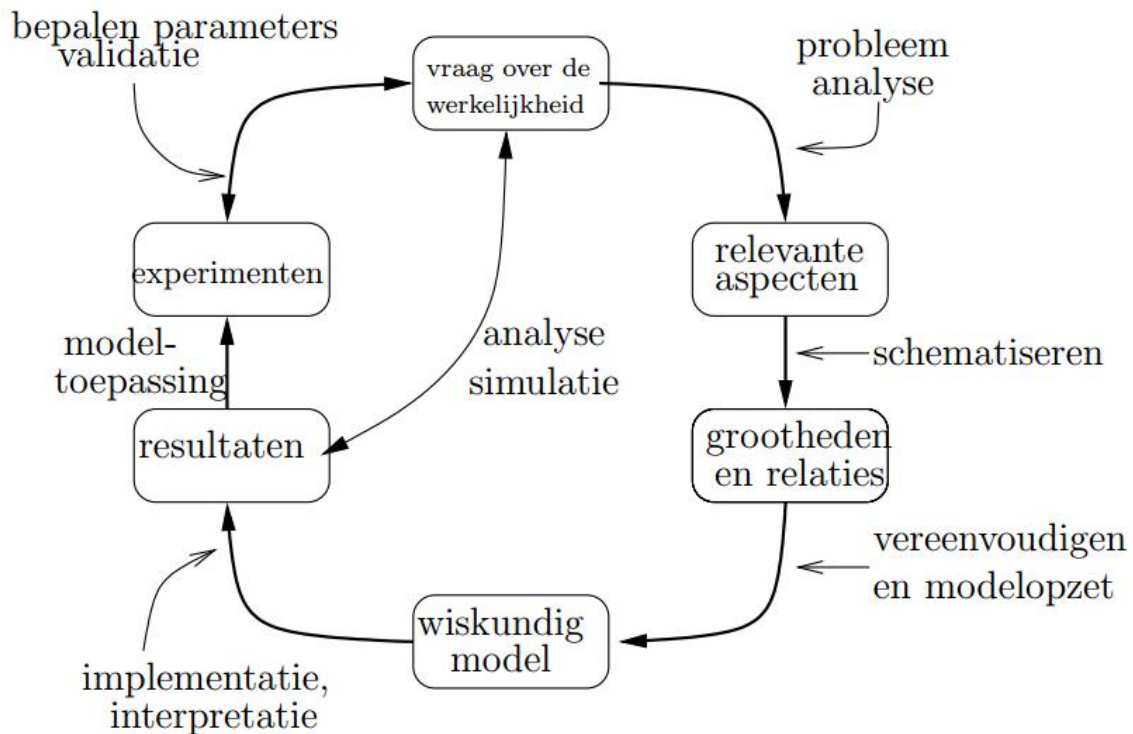
## 2.3 Enkele belangrijke wiskundige deelgebieden en vaardigheden bij de interactie tussen wiskunde en de industrie

Het kan gezegd worden dat vrijwel elk deelgebied van de wiskunde zijn toepassingen heeft of zal hebben in de industrie. Hieronder worden enkele deelgebieden en vaardigheden besproken die op dit moment erg populair zijn.

### 2.3.1 Modelleervaardigheden

Wiskundig modelleren is eigenlijk alleen te leren door het (veel) te doen. Er zijn vele schema's voor de "modelleercyclus" in omloop. In figuur 2.1 staat een mogelijk schema dat gebruikt kan worden om te kunnen onderscheiden welke vaardigheden van belang zijn bij het leren modelleren. Voor het wiskundig modelleren zijn er een aantal vaardigheden nodig (Meer, 2001):

1. **Essentiële aspecten onderscheiden:** Deze vaardigheid speelt vooral een rol bij het successievelijk verbeteren van het model en is in zekere zin het complement van (4). In de beginfase, waarin (voorlopige) aannames en een eerste vertaling in wiskundige termen worden gemaakt, moet een keuze worden gemaakt voor de aspecten die de belangrijkste rol spelen in het bestudeerde fenomeen. Bij de interpretatie van de modelresultaten wordt onder andere beoordeeld of inderdaad de hoofdeffecten zijn gemodelleerd.
2. **Analogieën herkennen:** Hierbij gaat het vooral om het herkennen van de toepasbaarheid van standaardmodellen. Nodig is daarbij een repertoire aan breed toepasbare modellen, en vooral ervaring in het gebruik ervan zodat een zo groot mogelijke flexibiliteit ontstaat in het toepassen van dergelijke modellen, onafhankelijk van de context waarin ze zijn ontwikkeld. Deze vaardigheid speelt een rol in de analysefase, en vooral bij de schematisering en de modelopzet: men moet snel kunnen herkennen of men te maken heeft met een typisch lineair



Figuur 2.1: Modelleren als cyclisch proces

programmeringsprobleem, een diffusieprobleem, een besturingsprobleem, een optimalisatieprobleem en dergelijke.

3. **Afbakenen van de probleemstelling:** Cruciaal hierbij is het formuleren van de specificaties voor het model dat ontwikkeld moet worden: welke vragen moeten met het model kunnen worden beantwoord? Deze vaardigheid speelt vooral een rol in de begin- en eindfasen van het modelleerproces.
4. **Detaillering aanbrengen:** Dit is typisch een vaardigheid die samenhangt met het cyclische verloop van het modelleerproces: bij elke cyclus moet worden beslist of de mate van detaillering adequaat is. In een beginfase zal veelal uitdrukkelijk worden gekozen voor een te geringe mate van detaillering. Bij de interpretatie van de modelresultaten wordt onder andere beoordeeld of verdere verfijning nodig is.
5. **Grenzen inzien:** Het betreft hier inzicht in het geldigheidsdomein, de betrouwbaarheid, de toepasbaarheid en de beperkingen van het ontwikkelde model. Deze vaardigheid is van belang bij het maken van de aannames (schematiseren, vereenvoudigen en model opzetten) waarbij de verwachte consequenties voor de grenzen van het model een belangrijke rol behoren te spelen. Anderzijds dienen ook de resultaten van een gevoeligheidsanalyse en de parameteridentificatie geïnterpreteerd te worden in termen van de grenzen van het model.
6. **Zoeken naar alternatieven:** Deze vaardigheid speelt bij vrijwel elke modelleerstep een rol. Men zal zich voortdurend rekenschap moeten geven of de gekozen

aanpak geen doodlopend spoor is en steeds alternatieven achter de hand moeten hebben waartegen de gekozen aanpak kan worden afgewogen. Anderzijds kan men door mislukte pogingen ook op het idee voor veelbelovende alternatieven worden gebracht.

7. **Wiskundige resultaten kunnen interpreteren:** Het “terugvertalen” van wiskundige resultaten in termen van de oorspronkelijke probleemstelling vindt plaats bij de implementatie, de modeltoepassing en de modelanalyse. De rapportage dient zodanig te zijn dat de conclusies ook begrepen kunnen worden door iemand die zich niet in de wiskundige achtergronden heeft verdiept. Zeker voor beginnende modelleerders is dit een verre van triviale vaardigheid.

### 2.3.2 ICT-vaardigheden/Algoritmisch denken

Computersimulatie is een nuttig onderdeel geworden van wiskundig modelleren (Brockman & Dawkins, 2009). Het wordt dikwijls ingezet om diverse scenario's door te rekenen bij problemen waar analytische oplossing niet mogelijk is. Zo kunnen complexe systemen worden verkend, nieuwe inzichten worden verkregen. Een wiskundig model bevat de algoritmen en vergelijkingen die gebruikt worden om het gedrag van het te modelleren systeem vast te leggen. Daarentegen is een computersimulatie de werkelijke draaiing van het wiskundig model dat deze vergelijkingen en algoritmen bevat. Zo zou men dus niet “een simulatie bouwen” maar “een model bouwen” en vervolgens “het model draaien” oftewel “het model simuleren”.

Simulaties worden steeds belangrijker in de industrie. Nu de snelheid van computers nauwelijks nog een beperking is, gebruiken steeds meer bedrijven een model om te voorspellen hoe het fabricageproces zal verlopen (De ingenieur, 2015). Computersimulaties variëren van computerprogramma's die in een paar minuten draaien tot programma's die dagenlang gedraaid worden door een cluster van computers. De omvang van systemen die tegenwoordig gesimuleerd worden door computers, is ver boven hetgene wat haalbaar is met behulp van traditionele papier-en-pen wiskundige modellering, uitgestoken.

Voor veel wiskundige optimalisatieproblemen zoals LP-, ILP- en MILP- problemen (zie ook sectie 2.3.5.), zijn computers nodig om de optimale oplossing te vinden. Computergebruik in wiskundige optimalisatie verschilt fundamenteel van een simulatie. Een wiskundige optimalisatie software, zoals AIMMS, berekent een optimale oplossing en garandeert dat de gevonden oplossing voldoet aan alle randvoorwaarden. Bij een simulatie moet de gebruiker ervoor zorgen dat de combinatie van gekozen parameters de geschikte scenario representeert. Dus de geldigheid van de oplossing bij een simulatie moet apart worden gecheckt. Bovendien is er geen garantie/bewijs dat de oplossing optimaal is (Kallrath, 2013).

Computers kunnen dus op verschillende wijze ingezet worden bij wiskundige problemen. Echter, computers hebben geen begrip of cognitie - ze kunnen alleen taken waarvoor algoritmen ontwikkeld zijn, uitvoeren. Elk computerprogramma is eigenlijk één groot algoritme, maar dan omgezet in een programmeertaal. Een algoritme is een opeenvolging van ondubbelzinnig omschreven instructies die leiden tot een oplossing van een

probleem. Het algoritme geeft voor elke willekeurige legale invoer van het probleem de vereiste uitvoer in een eindig aantal stappen (in eindige tijd).

Algoritmiek is puur wiskundig van aard, hoewel het een belangrijk onderdeel is van de informatica (Pijls, 2004). Bij de opleiding Technische Wiskunde bij Universiteit Twente, bij TU Delft en bij TU Eindhoven is programmeren een belangrijk onderdeel. Programmeervaardigheden zitten dan ook in de doelen en eindtermen van deze opleidingen (Universiteit Twente, n.d.; TU Delft, n.d.; TU Eindhoven, n.d.). Om goed te kunnen programmeren moet men dus algoritmisch kunnen denken. Algoritmisch denken is het vermogen om algoritmen te begrijpen, executeren, evalueren en creëren.

- **Begrijpen en executeren:** algoritmische denken vereist geduld omdat de stappen in elke instructie moeten worden uitgevoerd in de juiste volgorde, geen enkel stap mag worden overgeslagen.
- **Evalueren:** hier gaat het om het bepalen of een algoritme echt een bepaalde taak oplost. Zo ja, lost het algoritme de taak effectief op of is er nog een sneller algoritme?
- **Creëren:** dit is waarschijnlijk het meest uitdagende aspect. Gegeven een probleem, men moet een stap-voor-stap instructie creëren die het probleem altijd correct oplost. Als een algoritme goed geschreven is, kan die gebruikt worden niet alleen voor één taak maar een hele groep van gerelateerde taken.

### 2.3.3 Dataverwerking en analyse

Een klasse problemen die zeer vaak voorkomt in de industrie heeft betrekking op het verwerken van data (European Science Foundation, 2010). De volgende soorten problemen kunnen zich voordoen:

- **Schaarste aan data:** als er te weinig data beschikbaar zijn, is de uitdaging om de data schaarste te overwinnen. Doorgaans worden ontbrekende gegevens geschat op basis van de minimale hoeveelheid bekende data.
- **Big data:** het tweede type probleem doet zich voor wanneer industriële onderzoekers en ingenieurs een grote hoeveelheid data moeten verwerken. De uitdaging hierbij gaat meestal om datamining (het gericht zoeken naar (statistische) verbanden in gegevensverzamelingen) en de extractie van nuttige informatie.
- **Real-time data:** dat zijn data die vlak na het verzamelen worden geleverd. Ze worden gebruikt om voorspellingen te doen op korte termijn, bijvoorbeeld het voorspellen van leveringstijden van postpakketten of het voorspellen van filevorming. De data worden doorgaans verwerkt en geanalyseerd binnen een paar minuten.

### 2.3.4 Statistiek

Industriële statistiek ondersteunt bedrijven met methoden en technieken om routinematige beslissingen te nemen en empirisch onderzoek te doen (De Mast, 2012). De statistische evaluatie van schema's voor steekproefkeuring en statistische technieken voor procesbewaking zijn voorbeelden van de methodologische ondersteuning die de statistiek biedt bij het nemen van routinematige beslissingen. De theorieën van het ontwerpen en analyseren van experimenten en de methoden voor het toetsen van hypothesen zijn voorbeelden van ondersteuning bij empirisch onderzoek. Het ontwerpen van statistische methoden en technieken vergt niet alleen kennis van de wiskundige interne logica van statistiek, maar daarnaast ook intieme bekendheid met de praktijk van empirisch onderzoek. Sommige onderwerpen zijn inmiddels grondig onderzocht; de theorieën van schatten en hypothesetoetsen, bijvoorbeeld, zijn volwassen geworden en verfijnd. Andere onderwerpen staan nog in de kinderschoenen.

Naast de inhoudelijke ontwikkeling van statistiek, van het verzamelen van feiten tot het ontwikkelen van methoden en technieken voor het doen van onderzoek, zijn ook de toepassingsgebieden van de statistiek veranderd. De oorspronkelijke toepassingen van de industriële statistiek lagen vooral in de kwaliteitscontrole. Moderne toepassingen liggen enerzijds in het ontwerpen, beheersen en verbeteren van bedrijfsprocessen (de huidige buzzwoorden zijn 'operations management' en 'operational excellence') en anderzijds in de productontwikkeling. Bij het optimaliseren van ontwerpparameters of bij het bestuderen van de levensduur van producten worden veel methoden en technieken uit de industriële statistiek gebruikt. Het toepassingsgebied is bovendien verruimd van alleen de productie-industrie naar de dienstverlenende industrie, de gezondheidszorg en de overheid.

Als vakgebied heeft de industriële statistiek steeds meer overlappingen en raakvlakken gekregen met andere vakgebieden die methoden en technieken voor het bedrijfsleven ontwerpen zoals operations research.

### 2.3.5 Operation Research

In het bedrijfsleven wordt het ook wel Management Science of Operations Management genoemd. Operations research richt zich op de toepassing van wiskundige technieken en modellen om beslissingen op strategisch, tactisch, en/of operationeel niveau te verbeteren. Optimalisering betreft het vinden van de optimale waarde van een doel, onder gegeven voorwaarden, de zogenaamde randvoorwaarden. In de praktijk worden vaak problemen opgelost met duizenden en zelfs miljoenen variabelen. Ondanks de vooruitgang die men heeft gemaakt in de wiskundige technieken en ondanks de toename van de rekenkracht van de computers, zijn vele problemen onoplosbaar.

OR omvat een breed scala van probleemoplossende technieken zoals simulatie, wiskundige optimalisatie, wachtrijtheorie, Markov beslissingsprocessen, data-analyse, statistiek, netwerken en beslissingsanalyse. Bijna al deze technieken brengen het wiskundig modelleren met zich mee. Het bestudeerde systeem moet namelijk wiskundig beschreven

worden (INFORM, n.d.). OR heeft verder sterke banden met de informatica. Operationele onderzoekers die geconfronteerd worden met een nieuw probleem, moeten bepalen welke van de beschikbare technieken het meest geschikt zijn, gegeven de aard van het systeem, de doelen en beperkingen in tijd en rekenkracht.

Men kan OR op verschillende manieren indelen. Dit overzicht geeft een aantal van de belangrijke technieken weer:

- **Unicriteria technieken**

- **Lineair programmeren:** Lineair programmeren is een veel gebruikte methode voor het oplossen van (grootschalige) lineaire optimalisatie problemen (LP-problemen). Er zijn problemen met enkele miljoenen onbekenden te vinden. Lineair programmeren beschouwt het optimaliseren van een lineaire functie over een toegelaten gebied dat beschreven wordt door lineaire (on)gelijkheden. Het doel is om een “beste” oplossing te vinden, terwijl er rekening gehouden wordt met alle beperkingen van de situatie.

De eerste basis voor lineair programmeren werd gelegd door de Franse wiskundige Fourier. Deze tak van wiskunde kreeg een flinke impuls door de Simplex methode die door George Dantzig ontwikkeld was in de jaren 40. De term “programmeren” moet niet opgevat worden in de zin van een computerprogramma, maar in de betekenis van planning. De term werd in het midden van de jaren 40 ingevoerd door George Dantzig, lang voordat de computer ingezet werd voor de berekeningen bij lineair programmeren.

Lineair programmeren is om verscheidene redenen een belangrijke discipline in de optimalisering. Veel praktische problemen in wetenschappelijk onderzoek kunnen als lineaire programmeringsproblemen worden uitgedrukt. Tegenwoordig heeft lineair programmeren vele industriële toepassingen op het gebied van olie, landbouw en voeding, zware industrie, dienstverlenende sectoren, transport, financiën, verzekeringen en andere industrieën (Eurodecision Operational Research, n.d.).

- **Integer Lineair programmeren:** als bij een LP-probleem er vereist wordt dat de onbekende variabelen allen geheeltallig zijn, dan wordt het probleem een geheeltallig lineair programmeringsprobleem genoemd (IP of ILP, integer (linear) programming). In het algemeen zijn deze problemen moeilijker op te lossen dan LP-problemen. Het 0-1 probleem is een speciaal geval van het geheeltallig lineair programmeringsprobleem, waarbij de variabelen alleen de waarden 0 of 1 mogen aannemen (in plaats van willekeurige gehele getallen).
- **Mixed Integer Lineair programmeren:** als bij een LP-probleem slechts vereist wordt dat een deel van de onbekende variabelen gehele getallen zijn, dan wordt het probleem een gemengd geheeltallig programmeringsprobleem genoemd (MILP, mixed integer programming). MILP-problemen zijn net als ILP-problemen, moeilijker op te lossen dan LP-problemen.

- **Dynamisch programmeren:** Het woord “dynamisch” werd gekozen door Bellman om het tijdsvariërende aspect van de problemen weer te geven, en omdat het

indrukwekkend klinkt (Eddy, 2004). Het woord “programmeren” betekent planning net zoals in “lineair programmeren” (Nocedal & Wright, 2006).

In tegenstelling tot lineair programmeren, bestaat er geen standaard wiskundige formulering voor dynamische programmering problemen (Andreani, n.d.). De vergelijkingen moeten worden ontwikkeld zodat ze bij de situatie passen. Daarom is er een zekere mate van vindingrijkheid en inzicht in de algemene structuur van het dynamisch programmeren nodig om te kunnen bepalen wanneer en hoe een probleem opgelost kan worden door dynamisch programmeren. Deze vaardigheden kunnen het best worden ontwikkeld door een blootstelling aan een breed scala aan toepassingen van dynamisch programmeren en een studie van de kenmerken die gemeenschappelijk zijn voor al deze situaties.

- **Stochastisch programmeren:** Veel problemen in het dagelijks leven zijn stochastisch van aard omdat we de loop van veel zaken niet kunnen voorspellen. Wiskundig wordt deze onzekerheid gemodelleerd met kansrekening, ofwel stochastiek. Vanwege het onvoorspelbare karakter van het probleem is de doelfunctie doorgaans een functie van een verwachte waarde. Heel vaak kan deze functie niet exact worden berekend en moet dus benaderd worden, bijvoorbeeld door een Monte-Carlo simulatie. In vele toepassingen is Monte-Carlo simulatie eigenlijk de enige redelijke manier om de verwachtingsfunctie te schatten (Shapiro, 2001). De Monte-Carlosimulatie is een simulatietechniek waarbij een fysiek proces niet één keer maar vele malen wordt gesimuleerd, elke keer met andere startcondities. Het resultaat van deze verzameling simulaties is een verdelingsfunctie die het hele gebied van mogelijke uitkomsten weergeeft.
- **Speltheorie:** Speltheorie is een tak van de wiskunde waarin het nemen van beslissingen centraal staat. Speltheorie biedt een raamwerk waarbinnen strategische interactie tussen ‘spelers’ bestudeerd wordt. De bestudeerde spellen in speltheorie zijn goed gedefinieerde wiskundige objecten. Voor elk spel moeten de volgende elementen volledig worden gedefinieerd: de spelers van het spel, de beschikbare informatie en acties voor elke speler bij elk beslissingspunt en de uitbetalingen voor elke uitkomst. Een basisaanname van de speltheorie is dat mensen rationeel handelen.
- **Netwerkanalyse/Grafentheorie:** Wiskundig gezien is een netwerk niets anders dan een graaf. Structuren die als grafen weergegeven kunnen worden zijn alomtegenwoordig en veel praktische problemen kunnen als een probleem op een graaf worden gemodelleerd. Verschillende soorten grafen spelen in de informatica een rol, niet alleen in de vorm van boomstructuren, maar ook om dataverkeer over netwerken weer te geven. Er kunnen algoritmes worden uitgevoerd om bepaalde eigenschappen van zo’n graaf te berekenen en aan de hand daarvan voorspellingen te doen of beslissingen te nemen over de optimale route voor een datapakket; binnen de informatica is dit dan ook een belangrijk onderwerp.
- **Heuristiek:** In de wiskundige optimalisatie, informatica en kunstmatige intelligentie is een heuristiek een techniek die ontwikkeld is om sneller een oplossing te vinden omdat de klassieke methoden te traag zijn, of om een benaderende oplossing te vinden wanneer de klassieke methoden geen exacte oplossing kunnen vin-

den. De snelheid wordt vaak vergroot ten koste van de optimaliteit, volledigheid, juistheid of nauwkeurigheid.

- **Markov proces:** In de kansrekening is een Markov proces een stochastisch proces dat de Markov-eigenschap heeft, wat inhoudt dat het verleden irrelevant is om de toekomst te voorspellen wanneer men het heden kent. Markov modellen worden als standaardmodellen gebruikt voor het analyseren van de gevolgen van de interventies in de gezondheidszorg (De Sapio, 1978; Rosmalen, Toy, & O'Mahony, 2013), omdat deze modellen eenvoudig en krachtig zijn.

### 2.3.6 Wiskundige analyse

Wiskundige analyse is een tak van de wiskunde die zich bezig houdt met het kwantificeren van verandering, continuïteit en approximatie. Functies van reële en complexe getallen worden bestudeerd. Het middelpunt van de analyse vormen de afgeleiden, integralen en limieten. Differentiaalvergelijkingen, een belangrijk deelgebied van analyse, vormen het oudste onderdeel van de moderne wiskunde (dit is de wiskunde sinds Newton, in tegenstelling tot de wiskunde van Euclides en Archimedes). Ze vormen tevens de taal waarin de wetten der natuur worden uitgedrukt. Inzicht in eigenschappen van de oplossingen van differentiaalvergelijkingen is van fundamenteel belang voor hedendaagse wetenschappen en ingenieurschap. De nadruk ligt tegenwoordig niet meer op het kunnen produceren van expliciete oplossingen, maar op het kwalitatieve gedrag van deze oplossingen (Landsman, 2007). Dit gedrag kan worden bepaald door middel van analytische en meetkundige argumenten, maar vaak ook met behulp van plaatjes.

### 2.3.7 Basiskennis van lineair algebra

Een van de meest opvallende rollen die lineair algebra speelt in de industrie is dat de kennis daarvan extensief gebruikt wordt door verschillende soorten solvers (een solver is een wiskundige software). Basiskennis van lineair algebra dient ook als grondslag voor andere wiskundige takken bijvoorbeeld operation research, numerieke wiskunde. In de basiskennis horen de volgende onderwerpen en begrippen:

- vectoren
- inproducten, uitproducten
- norm
- lijnen en vlakken
- vectorruimten
- matrices, matrixvermenigvuldiging
- lineaire vergelijkingen
- determinanten, eigenwaarden en eigenvectoren
- inverse van een matrix
- transformaties



## 2.4 Topsectoren in de industrie

In deze sectie volgen de beschrijvingen van de negen topsectoren.

### 2.4.1 Topsector Tuinbouw & Uitgangsmaterialen

De topsector Tuinbouw & Uitgangsmaterialen omvat alle plantaardige ketens in het tuinbouwcomplex (*Topsector Tuinbouw & Uitgangsmaterialen*, n.d.). Voor uitgangsmaterialen geldt het totale plantaardige agrocomplex. De topsector is een brede sector met deelsectoren die lopen van groenten, fruit en bomen tot aan bloemen en bollen. Uitgangsmaterialen zijn producten zoals pootgoed, plantgoed en zaaizaad. Daaronder vallen bedrijven in verwerking, toelevering, handel en distributie.

### 2.4.2 Topsector Agri & Food

Agri & Food omvat de primaire productie, de toeleverende industrie en verwerkende (levensmiddelen) industrie (*Topsector Agri & Food*, n.d.). Maar ook veilingen, handel, retail en out of home sector en de consument in binnen- en buitenland vallen onder deze internationaal toonaangevende topsector. Een deel van de producten uit de Agri & Food-sector wordt als eindproduct verkocht in binnen- en buitenland. Daarnaast gebruikt de verwerkende (voedingsmiddelen)industrie een groot deel als input. In termen van productie is Agri & Food de op twee na grootste topsector.

### 2.4.3 Topsector Water

De Topsector Water richt zich onder meer op de bescherming van land, energie uit water en technologieën voor waterhergebruik maar ook op slimme en veilige schepen (*Topsector Water*, n.d.). De topsector telt drie clusters: Water-, Delta- en Maritieme technologie. De Nederlandse kennis op het gebied van deze clusters behoort tot de beste ter wereld.

### 2.4.4 Topsector Life sciences & Health

In Nederland, maar ook in heel Europa, neemt door de vergrijzing de zorgvraag toe (Rijksdienst voor Ondernemend Nederland, n.d.-b; *Topsector Life Sciences & Health*, n.d.). Bovendien wil iedereen vitaal oud worden, dus ook de lat komt hoger te liggen. Hierdoor leggen de zorguitgaven een steeds groter beslag op het beschikbare budget. Dit is de grote maatschappelijke uitdaging van de zorg. De topsector Life Sciences & Health gaat de uitdagingen op weg naar vitale burgers en een gezonde economie aan. Deze uitdaging biedt de markt voor life sciences bedrijven enorme mogelijkheden. Nieuwe medische innovaties beschikbaar maken kan ook een kostenbesparing

opleveren. Deze innovaties zijn te danken aan doorbraken in genomicsonderzoek, stamcelonderzoek en ander biologisch onderzoek. Maar ook door het toepassen van ict in de sector, zoals e-health.

### 2.4.5 Topsector Chemie

De chemische industrie maakt en bewerkt producten door de chemische samenstelling van bestaande stoffen te veranderen (*Topsector Chemie*, n.d.). In de categorieën basischemie, voedingsingrediënten, coatings en high performance materialen hoort Nederland tot de top. Ook de chemische industrie heeft te maken met het probleem dat grondstoffen opraken of niet eenvoudig beschikbaar zijn. Maar dit biedt ook mogelijkheden. De chemische sector wil de komende decennia een leidende rol nemen in de overgang naar de groene chemie. Dit betekent duurzame en milieuvriendelijke grondstoffen gebruiken.

### 2.4.6 De Topsector Hightech Systemen & Materialen

Innovatie is noodzakelijk voor bedrijven die willen doorgroeien. De ontwikkeling van nieuwe technologieën is vaak duur en vraagt om specialistische kennis. De sector High Tech Systemen en Materialen biedt pragmatische geheeloplossingen voor technologische uitdagingen. De sector omvat een aantal nauw met elkaar verweven maakindustrieën: de machine- en systeemindustrie, automotive, lucht- en ruimtevaart en materialen, inclusief staal (*Topsector High Tech Systemen en Materialen*, n.d.).

ICT maakt een integraal onderdeel uit van de technologische ontwikkelingen wereldwijd. De topsector high tech is hiermee een belangrijke 'enabler' voor vele andere toepassingssectoren, zoals energie, chemie, life sciences en agri & food. Zo levert de topsector een essentiële bijdrage aan oplossingen voor maatschappelijke vraagstukken op het gebied van gezondheid, mobiliteit, energie, veiligheid en het klimaat.

### 2.4.7 Topsector Energie

Schone en efficiënt opgewekte energie die Nederland economisch sterker maakt. Dat is waar de Topsector Energie zich voor inzet (*Topsector Energie*, n.d.). De groeiende vraag naar (duurzame) energie biedt allerlei kansen voor de energiesector. Bijvoorbeeld op het gebied van opwekking en transport van en handel in energie.

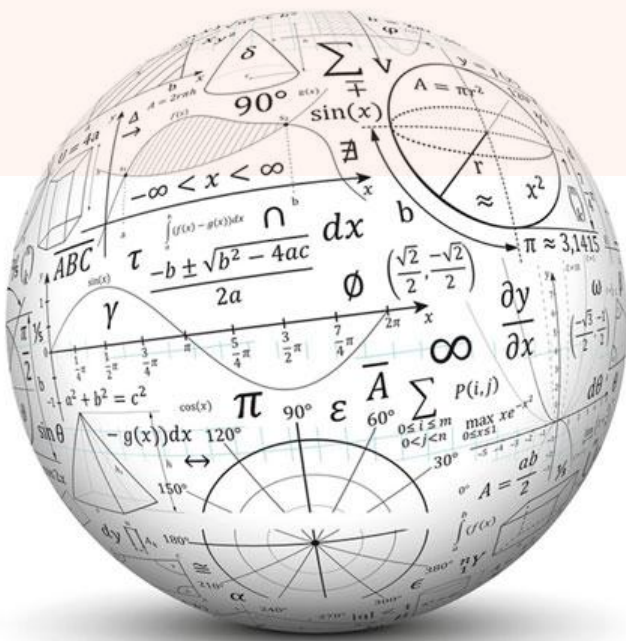
### 2.4.8 Logistiek

Logistiek omvat alle kennis die nodig is om goederen- en informatiestromen te plannen, organiseren, uit te voeren en te besturen (*Topsector Logistiek*, n.d.). Van grondstof tot eindproduct. Een korte definitie van logistiek is "de juiste dingen, op de juiste tijd, op de

juiste plaats, in de juiste hoeveelheden tegen minimale kosten". In de topsector Logistiek werken veel partijen samen, zoals verladers, logistieke dienstverleners havenbedrijven, transportbedrijven, rederijen, kennisinstellingen en overheid.

## **2.4.9 Topsector Creatieve Industrie**

De topsector Creatieve Industrie is al jaren één van de snelst groeiende sectoren van de Nederlandse economie (Rijksdienst voor Ondernemend Nederland, n.d.-a). De kernactiviteiten in de sector bestaat uit het maken van vorm, betekenis of een symbolische waarde. Maar ook de manier waarop zij die activiteiten vormgeven: het creatieve innovatieproces. Architectuur, mode, gaming, design, reclame en nieuwe media horen onder meer tot de creatieve industrie. Het gaat het om bedrijven die hun bestaansredenen vinden in creativiteit, innovatie en ondernemerschap.



## Deelonderzoek 1: opzet en resultaten

### 3.1 Opzet

De opzet van deelonderzoek 1 ziet er als volgt uit:

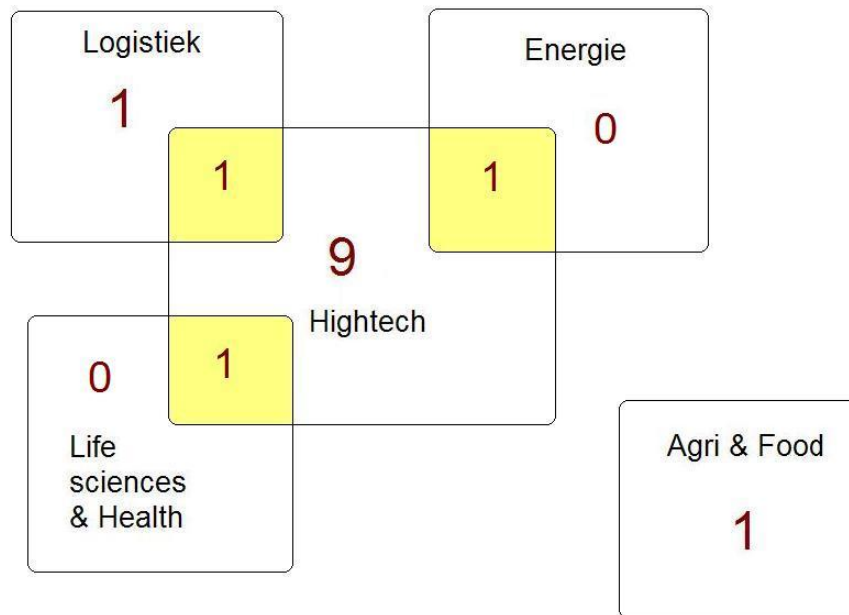
<b>Deelnemers</b>	bedrijven die samenwerken met de Universiteit Twente
<b>Instrumenten</b>	beschrijvingen van stageopdrachten en afstudeeropdrachten

In de stagedatabank van EWI heb ik gezocht naar stages en afstudeeropdrachten die aangeboden worden in de periode van 2012 tot op heden. Van tientallen vacatures worden alleen vacatures geanalyseerd die voldoen aan de volgende voorwaarden:

1. De opdracht is geschikt voor wiskunde studenten.
2. Het onderwerp van de opdracht valt binnen de vakgebieden van de 9 topsectoren.

### 3.2 Resultaten

Er zijn 14 vacatures geanalyseerd. Sommige vacatures vallen onder 2 topsectoren. De verdeling over de topsectoren is weergegeven in figuur 3.1. Het schema is als volgt te lezen: er zijn 12 opdrachten die onder de topsector High-tech vallen, 1 daarvan valt zowel onder High-tech als Logistiek, 1 zowel onder High-tech als Zoals in figuur 3.1 te zien is, komt de sector High-tech het vaakst voor. Dit betekent niet dat wiskunde in de overige sectoren weinig of niet aan te pas komt. Neem bijvoorbeeld de sector Tuinbouw en uitgangsmaterialen. Deze sector komt niet voor in de databank van EWI, terwijl wiskunde bij deze sector een sleutelrol speelt (*Mathematics plays a key role in agriculture*, 2015; Bechtold & Dueck, 2010; Dueck, 2010). Dit geeft ook gelijk de beperking van dit onderzoek aan. Ik heb namelijk geen informatie over bedrijven en/of instellingen die niet met de Universiteit Twente samenwerken. In tabel 7.1 (zie Bijlagen)



Figuur 3.1

staat een compact overzicht van alle 14 geanalyseerde opdrachten en de bijbehorende eisen. De eisen die in de beschrijvingen van de vacatures staan, zijn geciteerd. Er staan daarom zowel Engelse als Nederlandse teksten in de tabel.

De kennis en vaardigheden die het vaakst in tabel 7.1 voorkomen, zullen nu besproken worden.

### ICT-vaardigheden (12/14)

In 12 van de 14 vacatures wordt van de student gevraagd dat hij kennis heeft van een wiskundig modelleertool zoals Matlab of van een andere programmeer programma. De reden dat deze eis zo vaak voorkomt is niet omdat de opdrachten programmeeropdrachten zijn. Het hoofddoel is niet het programmeren. Het programmeren is een onderdeel van het modelleerproces. De student hoort zijn eigen model te kunnen simuleren en testen in een (wiskundige) software omgeving, zie ook sectie 2.3.2 in het theoretisch kader. In 6 van de 12 vacatures waarin de ICT-vaardigheid expliciet wordt vereist, vermelden de bedrijven ook om welke specifieke programmeertalen en/of software package het gaat: Java, Matlab, Visual Basic en HTML5. Matlab komt daarbij het vaakst voor. Matlab is een technische softwareomgeving die gebruikt wordt in zowel de industrie als in de academische wereld voor allerlei wiskundige toepassingen zoals het berekenen van functies, bewerken van matrices, statistisch analyseren van data, tekenen van grafieken, schrijven en implementeren van algoritmen en het maken van grafische gebruikersinterfaces.

## **Algoritmisch denken (3/14)**

Bij 3 vacatures wordt er vermeld dat de student een goede basis moet hebben in het algoritmisch denken. In de vacatures wordt er niet vermeld waarvoor het algoritmisch denken nodig is, maar dat heeft waarschijnlijk te maken met het simuleren van het model, zie ook sectie 2.3.2.

## **Modelleervaardigheid (14/14)**

Alle stage- en afstudeeropdrachten zijn eigenlijk modelleeropdrachten. De problemen in de aangeboden stages zijn allemaal “real-world” problemen. Ze zijn niet geformuleerd als wiskundige problemen. Het is juist aan de stagiaire om dat te doen. Om een praktische vraag te kunnen beantwoorden, is het nodig het probleem terug te brengen tot een hanteerbaar probleem, waarbij minder relevante zaken uit de probleemstelling weggelaten worden, zie ook sectie 2.1, sectie 2.2 en sectie 2.3.1 .

Drie van de veertien bedrijven vragen nadrukkelijk om een sterke achtergrond in het wiskundig modelleren.

## **Data gerelateerde vaardigheden (5/14)**

In 5 van de 14 opdrachten worden studenten gevraagd om data te analyseren:

- De student moet in staat zijn om met een grote hoeveelheid data om te gaan en om deze data te bewerken.
- Op basis van beschikbare data moet de student een prijsvoorspelling/trendmodel ontwikkelen.
- De student moet kennis hebben van real-time data analyse.
- De student moet een algoritme ontwikkelen die gericht zoekt naar statistische verbanden in gegevensverzamelingen.
- De student moet de nauwkeurigheid van de eigen voorgestelde techniek valideren met behulp van echte antenne meetgegevens.

Hier zien we big data, data mining en real-time data terug uit sectie 2.3.3

## **Statistische kennis (4/14)**

De vraag naar statistische kennis komt in vier vacatures voor. Bij de opdracht van Beldick Automation BV is statistische kennis vereist, dit komt hoogstwaarschijnlijk doordat het te bestuderen proces een stochastisch proces is. Naast statistische kennis wordt namelijk grondige kennis van Markov ketens gevraagd (voor meer informatie over Markov ketens, zie sectie 2.3.5).

Bij de opdracht van NXP Semiconductors wordt alleen vermeld dat statistiek nodig is om de relevantie van bevindingen te beoordelen.

Bij de vacature van SAP Labs France - Cote d'Azur en die van Avanade heeft de eis van statistische kennis te maken met het analyseren van data. Met de komst van gebruiksvriendelijke software vormen het opslaan en bewerken van data vaak geen problemen meer. Veel minder eenvoudig is het om relevante en kwalitatief hoogwaardige gegevens te verzamelen, op een efficiënte manier informatie af te leiden en niet misleid te worden door onjuiste conclusies. Een data scientist moet onder andere voldoende kennis van statistiek hebben om data om te zetten in waardevolle inzichten.

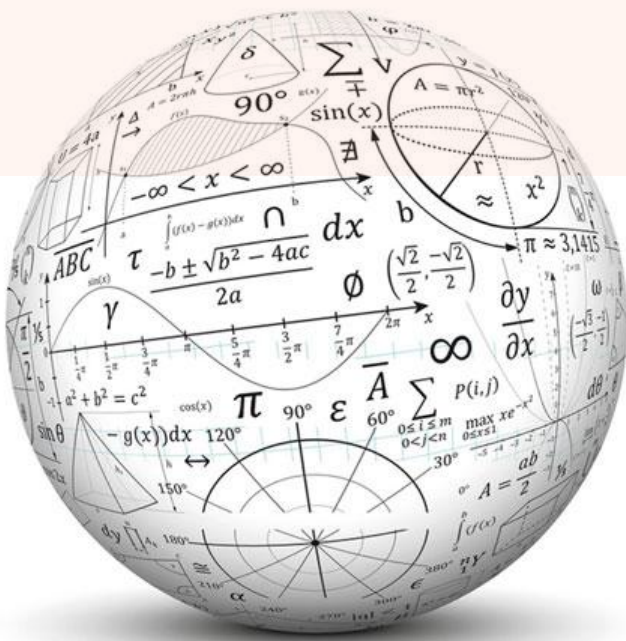
### 3.3 Deelvraag 1

Met behulp van het voorgaande wordt in deze sectie deelvraag 1 beantwoord. Deelvraag 1 luidt als volgt:

**Welke wiskundige kennis/vaardigheden vinden bedrijven in de topsectoren belangrijk?**

Aan de hand van deelonderzoek 1 hebben we een deel van de wiskundige kennis en een aantal vaardigheden gevonden die bedrijven in de topsectoren belangrijk achten. Deze kennis en vaardigheden wordt in de lijst hieronder opgesomd. Vanwege het feit dat de geanalyseerde vacatures niet alle negen topsectoren bestrijken en het kleine aantal geanalyseerde vacatures, is de lijst waarschijnlijk niet volledig. Het is wel te verwachten dat de gevonden kennis en vaardigheden ook belangrijk zijn voor de overige topsectoren.

- Modelleervaardigheden
- Data gerelateerde vaardigheden
- Programmeervaardigheden
- Algoritmisch denken
- Statistische kennis



## Deelonderzoek 2: opzet en resultaten

### 4.1 Opzet

De opzet van deelonderzoek 2 ziet er als volgt uit:

<b>Deelnemers</b>	studenten van de Universiteit Twente
<b>Instrumenten</b>	stageverslagen en verslagen van afstudeeropdrachten

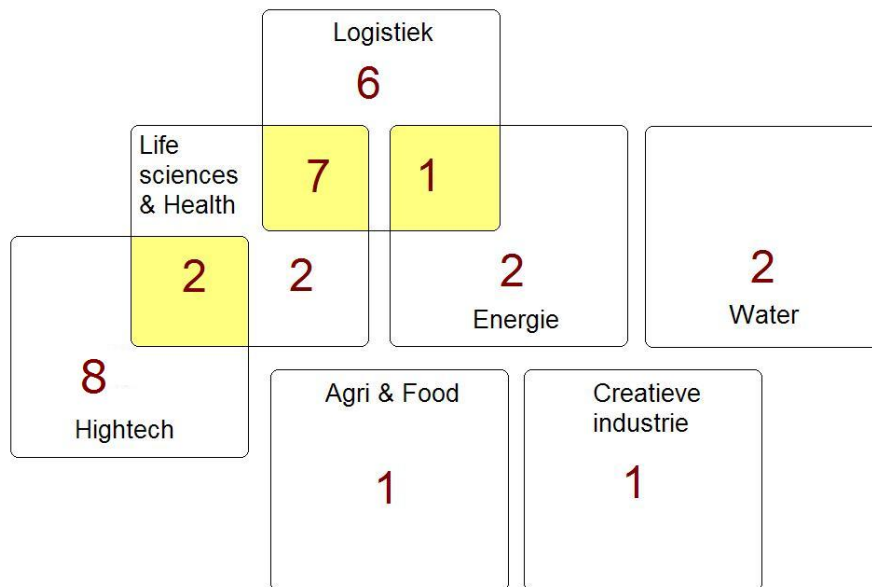
Voor deelonderzoek 2 heb ik de stageverslagen en afstudeerthesen bekeken in de opslagsite van de Universiteit Twente. Van alle verslagen tussen 2012 tot op heden worden alleen verslagen die voldoen aan de volgende voorwaarden geanalyseerd:

1. Het verslag is te vinden in het domein '31: mathematics'.
2. Het verslag is openbaar (m.a.w. er geldt geen beperkte toegang).
3. Het onderwerp van de opdracht valt binnen de vakgebieden van de 9 topsectoren.

### 4.2 Resultaten

Er worden 32 verslagen geanalyseerd. De verdeling over de topsectoren is te zien in figuur 4.1. In tabel 7.2 in de bijlage worden per verslag de voornaamste wiskundige kennis en technieken die er in het verslag gebruikt worden, vermeld. Hieronder worden de vaardigheden en/of vakgebieden die het vaakst voorkomen in de bestudeerde theses besproken.





Figuur 4.1

#### 4.2.1 Modelling (32/32)

In alle verslagen is de activiteit wiskundig modelleren terug te vinden. Het is te zien dat de modelleercyclus bij verschillende verslagen op verschillende wijze doorgelopen wordt. Bijvoorbeeld, in veel gevallen begint het met een specifiek probleem met werkelijke data, maar bij het verslag 'Analyzing the solution of a Linear Program' (Marjan van der Velde) wordt een klasse van problemen bekeken. Het wiskundige model wordt theoretisch ontwikkeld en aan het eind getest op specifieke, kleine cases.

#### 4.2.2 Programmeren/simuleren/algorithmisch denken (32/32)

In 31 verslagen worden wiskundige modellen of gesimuleerd met behulp van een computer of ingevoerd in een software die een (sub)optimale oplossing berekent.

Bij het verslag 'Combining ABCs with ABE' wordt geen computersimulatie uitgevoerd, het probleem wordt analytisch opgelost. Wel komen in dit verslag allerlei algoritmen aan bod.

Bij verschillende verslagen zien we dat er gebruik gemaakt wordt van bestaande algoritmen. Er zijn ook algoritmen die door de studenten zelf worden ontwikkeld.

Verder is het algorithmisch denken onvermijdelijk door het computergebruik als een onderdeel van de modelleercyclus.

### 4.2.3 Wiskundige analyse

Van de wiskundige analyse komen de volgende onderwerpen meerdere keren voor:

#### **Absolute en lokale maximum/minimum (2/32)**

Dit onderwerp komt in 2 verslagen voor. In het ene verslag gaat het om functies van één variabelen en in het andere verslag om multivariabele functies.

#### **Differentiaalrekening (7/32)**

Differentiaalrekening komt in 7 verslagen voor. Het gaat niet alleen om de afgeleide van functies van één variabele maar ook van multivariabele functies. In het laatste geval hebben we dan te maken met partiële afgeleiden.

#### **Integraalrekening (6/32)**

Integraalrekening komt in 6 verslagen voor. In 5 van de 6 verslagen ging het om integreren over een reëel interval. In het overige geval hebben we ook te maken met dubbele integralen.

#### **Differentiaalvergelijkingen (11/32)**

Bij de theses komen differentiaalvergelijkingen voor bij de topsectoren High-tech, Energie, Water en Life science & Health. Hierbij is gewone differentiaalvergelijking (Ordinary Differential Equation) de meest voorkomende vorm. Bij gewone differentiaalvergelijkingen gaat het om een functie van slechts één variabele.

### 4.2.4 Operation Research

De kennis van operation research was terug te vinden in alle voorkomende topsectoren behalve de topsector Water. Hieronder staan de takken binnen de operation research die in de theses voorkomen:

- Lineair programmeren (2/32)
- Integer Lineair programmeren (5/32)
- Mixed Integer Lineair programmeren (6/32)
- Dynamisch programmeren (3/32)

- Stochastisch programmeren (3/32): bij 2 van de 3 verslagen waarin stochastisch programmeren voorkomt, wordt gebruik gemaakt van Monte-Carlo simulatie, zie ook sectie 2.3.5.
- Speltheorie (1/32)
- Netwerkanalyse/Grafentheorie (2/32)
- Heuristiek (3/32)
- Markov processen (3/32)

#### 4.2.5 Lineaire algebra (17/32)

De kennis van lineaire algebra was in 17 verslagen terug te vinden. De volgende onderwerpen komen voor:

- vectoren
- matrices
- het inproduct
- de norm
- stelsel van lineaire vergelijkingen
- eigenwaarden en eigenvectoren

#### 4.2.6 Statistiek (31/32)

De kennis van statistiek komt in 31 verslagen voor. De verschenen onderwerpen zijn:

- centrummaten: het gemiddelde (31/32)
- spreiding: standaardafwijking (13/32)
- schatting: betrouwbaarheidsinterval, schatter (3/32)
- regressieanalyse (2/32)
- toetsen: Kolmogorov-Smirnov test, normaliteitstest (1/32)

#### 4.2.7 Data analyse (31/32)

De vaardigheid om data te bewerken en te beoordelen is nodig geweest bij alle 31 opdrachten. Daarbij worden zowel data die beschikbaar gesteld worden door de bedrijven als de data die verkregen worden uit de wiskundige modellen van de studenten, geanalyseerd. Voor de overzichtelijkheid worden de data doorgaans gepresenteerd aan de hand van diagrammen, grafieken en tabellen. Wanneer de data uit het model voortkomt zijn de diagrammen, grafieken en tabellen vaak al voldoende om conclusies te trekken.

Bij een paar verslagen worden statistische technieken zoals regressie analyse gebruikt voor de analyse van data. Verder zijn er ook statistische toetsen te vinden: normaliteitstoets, Kolmogorov-Smirnovtoets.

'Assessment of automated crowd behaviour analysis based on optical flow' is het enige verslag waarin schaarste aan data voorkomt. 'Combining ABCs with ABE' is het enige verslag waarin er geen data voorkomt. Het probleem wordt puur theoretisch aangepakt. Alle conclusies worden getrokken op grond van verschillende bewijzen.

## 4.3 Deelvraag 2

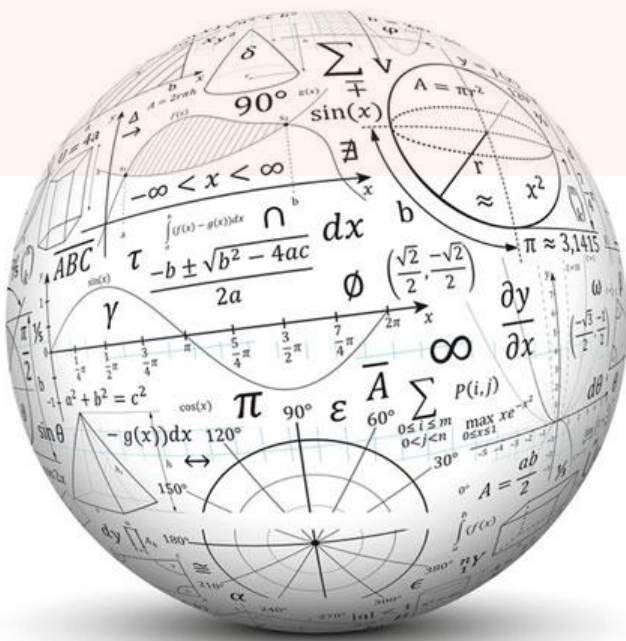
Met behulp van het voorgaande wordt in deze sectie deelvraag 2 beantwoord. Deelvraag 2 luidt als volgt:

**Welke wiskundige kennis/vaardigheden worden werkelijk gebruikt door studenten tijdens hun stages bij bedrijven (in de topsectoren)?**

De 32 gebruikte verslagen in deelonderzoek 2 bestrijken niet alle 9 topsectoren. Bovendien zijn niet alle voorkomende sectoren even goed vertegenwoordigd. Om deze redenen kan deelvraag 2 slechts gedeeltelijk beantwoord worden.

Kennis en vaardigheden die veel gebruikt worden door studenten zijn:

- Modelleervaardigheden
- Data gerelateerde vaardigheden
- ICT- vaardigheden (programmeren, simuleren)
- Algoritmisch denken
- Statistische kennis
- Kennis van verschillende onderwerpen binnen de operation research
- Basis kennis van de lineaire algebra
- Kennis van wiskundige analyse en in het bijzonder kennis van gewone differentiaalvergelijkingen.



## Conclusie en Discussie

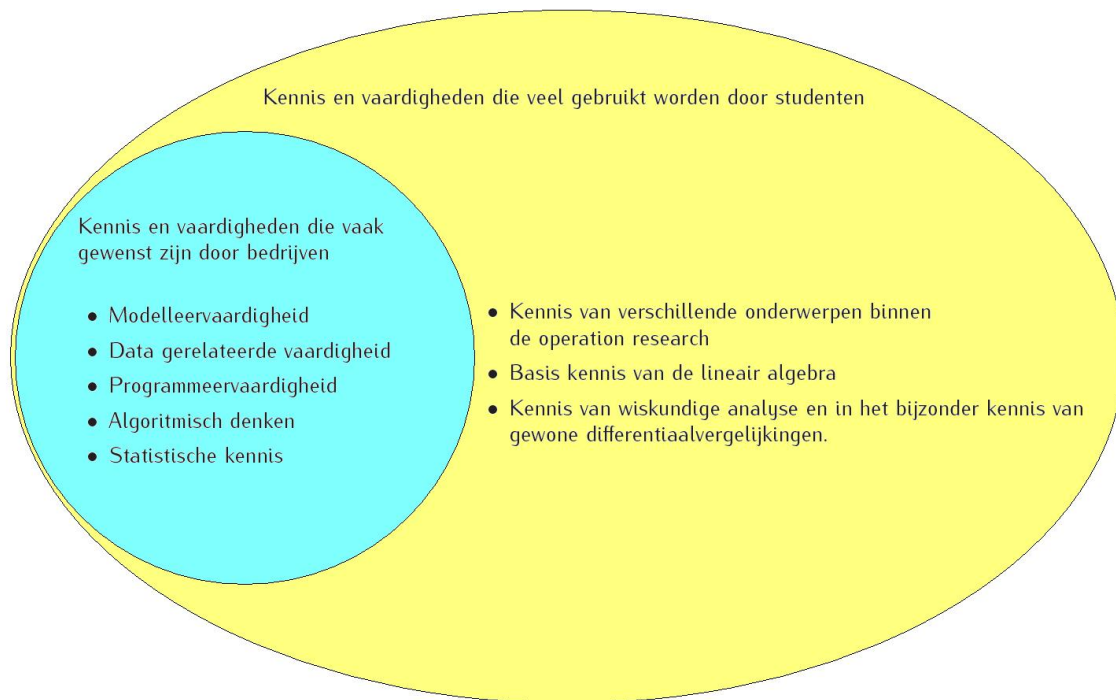
In deelonderzoek 1 zijn 14 vacatures in de stagedatabank van EWI geanalyseerd om erachter te komen welke wiskundige kennis/vaardigheden bedrijven in de topsectoren belangrijk vinden. In deelonderzoek 2 zijn 32 stage- en afstudeerverslagen, die te vinden zijn op de site [essay.utwente.nl](http://essay.utwente.nl), geanalyseerd. Het doel hiervan is erachter te komen welke wiskundige kennis en vaardigheden door studenten, die stage lopen/afstuderen bij de topsectoren, veel gebruikt worden.

Merk op dat de geanalyseerde verslagen van studenten en de vacatures in de EWI-databank los van elkaar staan. Ze hoeven niet bij elkaar te horen. Veel studenten komen aan hun stages/afstudeeropdrachten via de leerstoelhouders, begeleiders of via open sollicitaties. Deze opdrachten staan dan vaak niet in de databank van EWI. Andersom zijn er opdrachten in de databank van EWI die al uitgevoerd zijn door UT-studenten, maar waarvan de verslagen niet toegankelijk zijn voor het publiek.

Het is niet erg dat de verslagen en de vacatures niet matchen, want het doel van het onderzoek is het vinden van de 'overkoepelende', vaak voorkomende kennis en vaardigheden in de industrie.

### 5.1 Deelvraag 3

De resultaten van deelonderzoek 1 en 2 komen met elkaar (deels) overeen. Alle kennis en vaardigheden die bedrijven eisen in de beschrijving van hun stage- en afstudeeropdrachten komen voor in de geanalyseerde verslagen van studenten. Andersom geldt het echter niet, zie figuur 5.1



Figuur 5.1

Dit is enigzins te verwachten omdat bedrijven niet altijd weten welke specifieke wiskundige kennis van toepassing is op hun problemen. Uit het verslag "Mathematics and Industry" van European Science Foundation (European Science Foundation, 2010) is te lezen dat er een gebrek is aan erkenning van het belang van de wiskunde in de industrie. Dit heeft geresulteerd in het reduceren van groepen wiskundigen in de industrie, wat grotendeels gebeurde in de jaren 90. De hoofdreden hiervoor was de onzichtbaarheid van wiskunde. Men kan met recht zeggen dat wiskunde gekenmerkt is door 'onzichtbare bijdrage en zichtbaar succes'. Wiskunde wordt meestal door de industrie niet gezien als een sleuteltechnologie. Het wiskundewerk wordt dikwijls overgelaten aan kleine, gespecialiseerde bedrijven die wiskundige (software) oplossingen ontwikkelen in de academische wereld. Helaas blijft het communicatieniveau tussen de commerciële verkopers en hun academische partners op een zeer laag niveau.

## 5.2 Hoofdvraag

In deze sectie wordt de hoofdvraag beantwoord en deze luidt als volgt:

**Welke wiskundige kennis en vaardigheden zijn gewenst in de industrie?**

Aan het begin van het onderzoek hebben we aangegeven dat we ons richten op de 9 topsectoren van de industrie. Na het verzamelen van de gegevens blijkt dat er niet bij alle topsectoren gegevens gevonden kunnen worden. De meeste kennis en vaardigheden die door bedrijven gevraagd worden en die door studenten veel gebruikt worden,

komen echter voor bij verschillende topsectoren. Met andere woorden, veel kennis en vaardigheden zijn sectoronafhankelijk. Om deze reden kan er verwacht worden dat een groot deel van de bevindingen in dit onderzoek ook van toepassing zijn op 'de rest van de industrie'. Met 'de rest van de industrie' wordt de sectoren bedoeld die geen topsectoren zijn én de topsectoren waar geen gegevens over gevonden zijn.

Nu volgt er een lijst met de wiskundige kennis en vaardigheden die gewenst zijn in de industrie. De lijst is waarschijnlijk onvolledig vanwege de bovengenoemde redenen.

### **5.2.1 Modelleervaardigheden**

De literatuur en de resultaten van beide deelonderzoeken wijzen erop dat de wiskundige de rol heeft van een modelleur in de industrie. Voor het oplossen van veel praktijkproblemen wordt wiskunde gebruikt zonder dat het oorspronkelijke probleem zelf wiskundig van aard is. De vertaalslag van een niet-wiskundig probleem naar een wiskundige versie is een essentieel onderdeel van het modelleren. Modelleren zorgt ervoor dat de gebruiker het probleem beter begrijpt. Het is bovendien een middel om de 'wat-als-analyse' uit te voeren. Dit wordt gedaan door het model te onderwerpen aan een veranderende verzameling van aannames/input-parameters. Voor het wiskundig modelleren zijn een aantal vaardigheden nodig, zie sectie 2.3.1 voor meer informatie hierover.

### **5.2.2 Programmeren en algoritmisch denken**

Programmeren hoort bij informatica. Dat is misschien een standaard gedachte. Echter, het programmeren hoort ook bij toegepaste wiskunde en dat is niet alleen omdat informatica eigenlijk een vorm van toegepaste wiskunde is. Programmeren is een essentieel onderdeel geworden van het modelleerproces. Van de 32 verslagen in deelonderzoek 2 was er maar één verslag waarbij het probleem analytisch aangepakt kan worden. Problemen uit de praktijk hebben vaak niet zulke mooie randvoorwaarden dat alles analytisch kan, dus moet er numeriek gerekend worden. En daar is een computer heel goed in.

### **5.2.3 Statistiek**

Overal waar data-analyse voorkomt is statistiek te vinden. Naast de beschrijvende statistiek (waarbij de data met behulp van een beperkt aantal kengetallen gekarakteriseerd worden en met behulp van diagrammen en tabellen overzichtelijker gemaakt worden) komt de toepassing van statistisch toetsen en schatten ook voor.

## 5.2.4 Data gerelateerde vaardigheden

Beide deelonderzoeken wijzen erop dat de vaardigheden die nodig zijn om data te bewerken en te analyseren belangrijk zijn. 'Big data' en 'real-time data' zijn de buzzwoorden van de afgelopen jaren. Uit deelonderzoek 1 en 2 hebben we de volgende data gerelateerde kennis en vaardigheden gevonden:

- Voor de analyse van data speelt statistische kennis een sleutelrol.
- Data worden niet altijd opgeslagen in een vorm dat gelijk geschikt is voor gebruik. Soms moet data eerst verwerkt worden voorafgaand aan de analyse. Bijvoorbeeld als er maar een gedeelte van de opgeslagen data nodig is, moet men dat gedeelte zien te extraheren uit grote databestanden. Dit vereist inzicht in de infrastructuur van de database.

## 5.2.5 Operation Research

We hebben een aantal takken van de operation research gezien bij de theses in deelonderzoek 2. Hierbij hebben we gezien dat veel optimalisatieproblemen in de industrie geformuleerd kunnen worden als één van de volgende problemen:

- Lineair programmeringsprobleem
- Integer lineair programmeringsprobleem
- Mixed Integer lineair programmeringsprobleem
- Dynamisch programmeringsprobleem
- Stochastisch programmeringsprobleem

## 5.2.6 Lineaire Algebra

Bij veel verslagen waar de kennis van lineaire algebra voorkomt, worden de problemen geformuleerd in matrix-vector termen, bijvoorbeeld als een stelsel lineaire vergelijkingen of als een eigenwaardenprobleem.

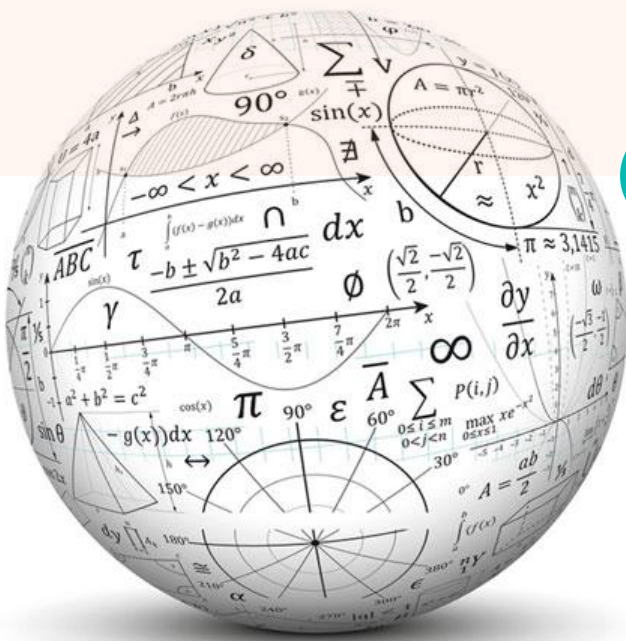
Er zijn echter ook andere verslagen waarbij matrices alleen gebruikt worden om gegevens op te slaan. De matrices zijn niet alleen vanwege de overzichtelijkheid gebruikt, maar ze zijn ook gebruikt omdat ze handig zijn in verband met het computergebruik.

## 5.2.7 Wiskundige Analyse

De kennis van wiskundige analyse wordt bij verschillende topsectoren terug gevonden. Van alle onderwerpen die onder wiskundige analyse vallen, komt het onderwerp differentiaalvergelijkingen het meest voor. Met behulp van differentiaalvergelijkingen



worden verschillende natuurverschijnselen gemodelleerd, bijvoorbeeld de vorming van een mensenmenigte en het gedrag ervan of de werking van elektrische pulsen in de neuronen.



## Betekenis voor het wiskundeonderwijs

Omdat de gebruikte deelnemers en instrumenten alleen betrekking hebben op de wiskunde bij technische opleidingen op universitair niveau, kan er alleen maar iets zinnigs gezegd worden over een deel van het voortgezet wiskundeonderwijs, namelijk VWO wiskunde B en D.

De wiskundevakken op het VWO hebben in de loop van de jaren verschillende namen gehad. Van wiskunde 1 en 2 naar wiskunde A en B en sinds de invoering van de profielen wiskunde A1,2 en B1,2. Sinds 2007 zijn de namen veranderd in wiskunde A, B, C en D. Niet alleen de namen veranderen, ook wijzigt hier en daar de inhoud.

Wiskunde B is verplicht voor leerlingen met het profiel Natuur & Techniek en beoogt leerlingen voor te bereiden op studies met een exacte signatuur, zoals technische opleidingen, bètawetenschappen en econometrie (cTWO, n.d.). Inhoudelijk ligt de nadruk op analyse en meetkunde, met ruime aandacht voor algebraïsche vaardigheden, formulevaardigheden en redeneren. De precieze inhoud wordt vast gelegd in het curriculum (zie sectie 7.3 in de bijlage). Hierbij is de vorm van examinering belangrijk, omdat dat bepaalt wat er van deze inhoud daadwerkelijk getoetst wordt.

In het curriculum, bij **subdomein A2: Onderzoeksvaardigheden**, vinden we eigenlijk de beschrijving van wat eerder in het verslag modelleervaardigheden genoemd worden. Onderwerpen van wiskundige analyse zijn terug te vinden in het curriculum bij **domein Bb: Differentiaal- en integraalrekening**. Verder valt het op dat kansrekening en statistiek geen deel uitmaken van het programma. Dit is een gevolg van de verandering van wiskunde B1,2 naar wiskunde B. Bij deze verandering is de studielast voor B-leerlingen met 21% gedaald (Onderwijsraad, 2011). De oplossing voor het probleem van de urenreductie van wiskunde B was om leerlingen met wiskunde B toch kansrekening en statistiek te laten volgen en in plaats van de analyse van wiskunde A meer uitdagende bètarelevante verdiepingsonderdelen uit de wiskunde aan te bieden. En dat betekende de geboorte van wiskunde D. De domeinen van vwo wiskunde D zijn (zie sectie 7.3 in de bijlage):

- Domein A Vaardigheden
- Domein B Kansrekening en statistiek
- Domein C Dynamische modellen 1

- Domein D Meetkunde
- Domein E Complexe getallen
- Domein F Dynamische modellen 2
- Domein G Wiskunde in wetenschap
- Domein H Keuzeonderwerpen.

Differentiaalvergelijkingen komen voor in **subdomein C2: Continue dynamische modellen**. Lineaire algebra, grafentheorie, en lineair programmeren komen voor als typische keuzeonderwerpen bij wiskunde D. De genoemde onderwerpen zijn juist onderwerpen die we bij deelonderzoek 2 hebben gevonden (zie sectie 4.2 en tabel 7.2 ).

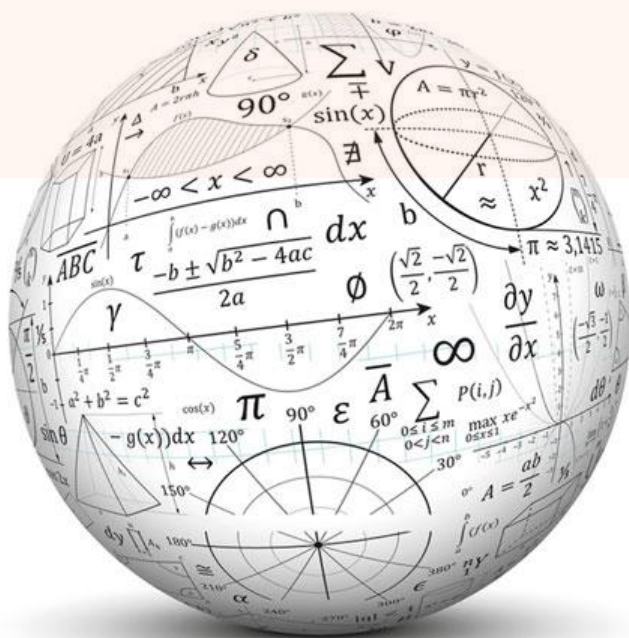
Als er alleen gekeken wordt naar het aanbod van wiskunde B en wiskunde D (de uitvoering hiervan buiten beschouwing gelaten) kan men met recht zeggen dat het wiskundepakket, dat zowel wiskunde B als wiskunde D bevat, goed aansluit op de behoeften van de industrie. Echter, wiskunde D is een keuzevak. Het wordt bij het landelijk centraal examen niet geëxamineerd. Vervolgopleidingen met een bèta-karakter stellen wiskunde D niet als toelatingseis. Uit de praktijk blijkt dat er niet veel leerlingen vrijwillig wiskunde D kiezen. Scholen krijgen te maken met de problematiek van kleine en daarmee dure wiskunde D-groepen. Ongeveer een op de vier scholen biedt het vak wiskunde D niet aan (Vos, 2007). Gezien de resultaten van dit onderzoek concluderen we dat leerlingen met wiskunde B alleen te weinig leren. Leerlingen missen veel belangrijke voorkennis voor de vervolgopleidingen waarbij wiskunde een prominente rol speelt. Ze krijgen hierdoor ook geen brede kijk op de beroepspraktijk na een bètaopleiding.

Een mogelijke oplossing is om wiskunde D als een toelatingseis te laten gelden voor alle bètaopleidingen waarbij wiskunde een prominente rol speelt. Een alternatieve oplossing is om wiskunde B uit te breiden, in ieder geval met kansrekening en statistiek.

Een ander punt waar aandacht aan besteed moet worden is het wiskundig modelleren aangezien de modelleervaardigheden onmisbaar zijn voor toegepaste wiskundigen (zie sectie 2.2). Het is goed dat deze vaardigheden in het curriculum staan bij subdomein A2. Bij een modelleeropdracht wil je dat de leerling bij het oplossen van een probleem 'van werkelijkheid naar wiskunde en weer terug' gaat. Het is de bedoeling dat hij hierbij zelf zo veel mogelijk de verschillende fasen in het oplossingsproces doorloopt. In de examens van vwo wiskunde B 2015 van het eerste en het tweede tijdvak zijn echter geen modelleeropdrachten te vinden. Er zijn wel vragen te vinden die verpakt worden in een context maar de leerling hoeft zelf niet de vertaalslag naar wiskunde te maken. Het wiskundig model wordt als het ware al gegeven: de variabelen en de verbanden tussen de variabelen zijn gegevens. De leerling wordt gevraagd om die verbanden aan te tonen. Bij sommige berekenvragen moet de leerling het model weten te gebruiken: hij moet de koppeling tussen de oorspronkelijke context en het wiskundig model begrijpen. De modelleercyclus wordt door de leerling dus niet doorlopen.

Modelleren is meer dan bij een context een formule gebruiken en het gaat om de hele modelleercyclus. Aandacht hieraan besteden in de les is niet eenvoudig en waarschijnlijk ook niet nodig als voorbereiding voor het centrale eindexamen, maar is wel relevant

als er gekeken wordt naar het gebruik van wiskunde in de industrie. Profielwerkstukken en praktische opdrachten bieden hiervoor mogelijkheden.



## 7.1 Stageopdrachten bij EWI-stagebank

In de tabel hieronder staat een compact overzicht van de 14 geanalyseerde stage- en afstudeeropdrachten:

Bedrijf/ Instelling	Opdracht	Gevraagde inhoudelijke kennis/vaardigheden	Overige eisen
Ziekenhuis- groep Twente	Digitalisering kwaliteitscon- troles radiologie Life sciences & Health + High-tech	<ul style="list-style-type: none"> <li>•ervaring in image processing is een pré,</li> <li>•ervaring in Matlab programmeren is een vereiste</li> </ul>	
Beldick Automation BV	Functional Safety Trainee High-tech + Energie	<ul style="list-style-type: none"> <li>•in depth understanding of statistical analysis, Markov chain,</li> <li>•experience with mathematical modeling tools (for instance Matlab),</li> <li>•experience with modeling systems (this can be control systems, electronics, process simulation or similar)</li> </ul>	affinity with electronics and programmable electronic systems

wordt vervolgd op de volgende pagina

Bedrijf/ Instelling	Opdracht	Gevraagde inhoudelijke kennis/vaardigheden	Overige eisen
NXP Semiconductors	Project number 8259 High-tech	<ul style="list-style-type: none"> <li>● be able to handle large amounts of data with prototype tools,</li> <li>● be able to manipulate such data (therefore programming, scripting, basic data knowledge is needed)</li> <li>● Statistical background is essential in order to judge relevancy of findings.</li> </ul>	
Railinfra Solutions	Modellering van het (rem)gedrag van treinen die onder ERTMS rijden Logistiek + High-tech	ervaring met Matlab of Visual basic	interesse in capaciteits- berekeningen
wordt vervolgd op de volgende pagina			

Bedrijf/ Instelling	Opdracht	Gevraagde inhoudelijke kennis/vaardigheden	Overige eisen
Hoogwegt International BV	Econometrisch model ontwikkelen en marktanalyses uitvoeren <a href="#">Agri&amp;Food</a>	een prijsvoorspelling /trendmodel kunnen ontwikkelen op basis van publiek beschikbare data in zake productie, afzet, uitvoer en import	<ul style="list-style-type: none"> <li>●Je bent een zelfstarter die goed functioneert in een teamomgeving.</li> <li>●Je stelt vragen maar draagt ook oplossingen aan.</li> <li>●De stagiaire dient te beschikken over goede sociale vaardigheden en een scherpe analytische blik.</li> <li>●Doorzetten en kunnen afronden zijn belangrijke eigenschappen.</li> <li>●Je bent leergierig en sterk gemotiveerd om te slagen.</li> </ul>
Bosch	Smart Thermostat Optimization heating system <a href="#">High-tech</a>	Strong technical background in mathematics and modeling	
Alcatel Lucent - Bell Labs - Nozay	Assessment and Conformance testing mechanisms for control loops in autonomic networks <a href="#">High-tech</a>	<ul style="list-style-type: none"> <li>●good knowledge of algorithms and modelling,</li> <li>●good knowledge in networking / telecom and graph theory,</li> <li>●autonomy in programming and computing lab experimentation</li> </ul>	
wordt vervolgd op de volgende pagina			

Bedrijf/ Instelling	Opdracht	Gevraagde inhoudelijke kennis/vaardigheden	Overige eisen
Strukton	Visuele overweg monitoring High-tech	De student kan o.a. diverse nieuwe (wiskundige) algoritmes ontwikkelen, uitwerken, testen in bijvoorbeeld Matlab om de huidige algoritmes te verbeteren en uit te breiden	
Nationaal Lucht- en Ruimtevaart- laboratorium	Augmented reality and sensor fusion High-tech	The student must have thorough knowledge of mathematics (and informatics). Depending on the informatics/programming skills of the student the improved position determination algorithm can be implemented in Java or Matlab.	<ul style="list-style-type: none"> <li>●practical,</li> <li>●“getting things done” mentality</li> </ul>
SAP Labs France - Cote d’Azur	Stream processing for real-time analytics platform High-tech	<ul style="list-style-type: none"> <li>●Knowledge of real-time data analysis and statistics is required.</li> <li>●Experience in Java is a must.</li> <li>●Knowledge in JavaScript, HTML5 is preferred and experience with mobile and web development is desirable.</li> <li>●Fluency in English (working language): good oral and written communication skills</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>●interest in advanced development &amp; research tasks,</li> <li>● independent, proactive and creative problem solver</li> </ul>
wordt vervolgd op de volgende pagina			



Bedrijf/ Instelling	Opdracht	Gevraagde inhoudelijke kennis/vaardigheden	Overige eisen
Avanade	Big data mining met Azure High-tech	<ul style="list-style-type: none"> <li>●Voor deze opdracht zoeken wij een gedreven afstudeerder die het een uitdaging vindt om een data mining algoritme* te ontwikkelen die draait op het Windows Azure platform met Apache Hadoop en gebruik maakt van de MapReduce methoden van Hadoop.</li> <li>●Vaardigheden zoals programmeren en algoritme design zijn belangrijk.</li> </ul> <p><i>*Datamining is het gericht zoeken naar (statistische) verbanden in gegevensverzamelingen.</i></p>	gedreven afstudeerder
Thales	Near-field antenna measurements High-tech	The assignment includes a survey in the potential of available modern transformation techniques. The most interesting approaches will be further developed in detail, implemented and investigated using Matlab. The accuracy of the proposed technique will be validated using real antenna measurement data.	
Ergo Design	Stage - Simulation building blocks - Automotive Logistiek	ervaring in simulatie en programmeren	affiniteit met simulatie en programmeren
wordt vervolgd op de volgende pagina			

Bedrijf/ Instelling	Opdracht	Gevraagde inhoudelijke kennis/vaardigheden	Overige eisen
Fredhopper	Graduation internships in the areas of data mining and predictive analytics	<ul style="list-style-type: none"> <li>● programming skills in Java</li> <li>● good knowledge of English language</li> </ul>	

Table 7.1

## 7.2 UT-theses

In de tabel hieronder staat een compact overzicht van de 32 geanalyseerde stage- en afstudeerverslagen:

Thesis/verslag	Sector	Wiskundige kennis die in het verslag voorkomt
Geautomatiseerde beeldanalyse van morfologische kenmerken en de motiliteit van een individuele spermatozoon <i>D.J. Geijs</i>	Life sciences & Health + High-tech	<ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>lineair algebra:</b> matrix, vector, inproduct</li> <li>● <b>goniometrische functies:</b> sinus, cosinus</li> <li>● <b>afgeleide functie:</b> afgeleide van polynomen</li> <li>● dynamisch programmeren</li> <li>● <b>statistiek en kansrekening:</b> het gemiddelde, de standaardafwijking, polynomiale regressie, lineaire regressie, thresholding</li> </ul>
Modeling and Control of a Ball-Balancing Robot <i>Koos van der Blonk</i>	High-tech	<ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>linear algebra:</b> vector, matrix</li> <li>● <b>goniometrische functies:</b> sinusöiden</li> <li>● <b>systemtheorie:</b> controleerbaarheid, observeerbaarheid, stabiliteit</li> <li>● <b>afgeleide functie:</b> partiële afgeleide</li> <li>● <b>differentiaalvergelijkingen:</b> eerste orde, niet lineaire differentiaalvergelijkingen; Euler-Lagrange-vergelijking, Laplacetransformatie</li> <li>● Lagrangian methode</li> <li>● <b>statistiek:</b> het gemiddelde</li> </ul>
wordt vervolgd op de volgende pagina		

Thesis/verslag	Sector	Wiskundige kennis die in het verslag voorkomt
From rapid diagnostics to a rapid diagnosis <i>A.G. Leeftink</i>	Logistiek + Life sciences & Health	<ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>lineair programmeren:</b> Mixed Integer Linear Programming, heuristische benadering, suboptimale oplossing</li> <li>● <b>scheduling:</b> multi-stage processes, multiproduct processes, flow shop problem, (batch) scheduling problem, parallel machines, non-preemptive process</li> <li>● <b>statistiek:</b> het gemiddelde</li> </ul>
Integrated pricing and advertising at Sundio Group <i>Wim Jansen</i>	Creatieve industrie	<ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>lineair programmeren:</b> Linear Programming</li> <li>● <b>statistiek:</b> tijdreeksanalyse, regressie-analyse, het gemiddelde</li> <li>● <b>afgeleide functie:</b> partiële afgeleide</li> </ul>
Large eddy simulation of interfacial gas-liquid turbulent channel flow <i>Jorn Lucas</i>	Water	<ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>(partiële) differentiaalvergelijkingen:</b> Navier-Stokes-vergelijkingen, fractional-step method, boundary value problem</li> <li>● <b>statistiek:</b> het gemiddelde, de standaardafwijking</li> </ul>
Analyzing the solution of a Linear Program <i>Marjan van der Velde</i>	Logistiek	<ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>lineair programmeren:</b> Linear Programming, 0-1 Linear Programming</li> <li>● <b>stochastisch programmeren:</b> sample-average approximation</li> <li>● <b>kansrekening en statistiek:</b> het gemiddelde, de standaardafwijking, de normale verdeling, centrale limietstelling, de uniform verdeling, de verwachte waarde, covariantie, variantie, schatter</li> <li>● <b>lineair algebra:</b> matrix, vector, full rank matrix, inverse matrix, eigenwaarden</li> <li>● integraal</li> <li>● Monte Carlo simulatie</li> </ul>
wordt vervolgd op de volgende pagina		

Thesis/verslag	Sector	Wiskundige kennis die in het verslag voorkomt
Asset wide optimization in shell's LNG upstream value chain <i>Siebe Brinkhof</i>	Energie	<ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>stochatisch programmeren:</b> twee-fasen stochastisch programmeren</li> <li>● <b>lineair programmeren:</b> Mixed Integer Linear Programming</li> <li>● dynamisch programmeren</li> <li>● Markov decision processes</li> <li>● Monte Carlo simulatie</li> <li>● <b>differentiaalvergelijkingen:</b> linear-quadratic probleem, linear-quadratic regulator</li> <li>● <b>statistiek:</b> het gemiddelde, de standaardafwijking</li> <li>● <b>lineair algebra:</b> matrix, vector</li> </ul>
Optimizing the material flow at Bosch <i>Anton Dijkstra</i>	Logistiek	<ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>lineair programmeren:</b> Integer Linear Programming</li> <li>● integraal</li> <li>● <b>lineair algebra:</b> vector, matrices</li> </ul>
Performance measurement of Hermite-based multi-carrier communication <i>Mark de Ruiter</i>	High-tech	<ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>differentiaalvergelijking:</b> hermite-polynomen</li> <li>● <b>goniometrische functies:</b> sinusöiden</li> <li>● Fourier-reeksen, Fourier-transformatie</li> <li>● complexe getallen</li> <li>● integraal</li> <li>● <b>statistiek:</b> het gemiddelde</li> <li>● <b>algoritmen:</b> fast Fourier transform algorithm</li> <li>● <b>lineair algebra</b>matrix, eigenwaarden</li> </ul>
Wind en Water in de Westerschelde <i>Julia Berkhout, Lena Jezuita, Stephen Willink</i>	Water	<ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>goniometrische functies:</b> sinusöiden</li> <li>● Fourier-reeksen</li> <li>● de kleinste-kwadratenmethode</li> <li>● <b>statistiek:</b> het gemiddelde</li> <li>● <b>afgeleide functie:</b> de afgeleide, partiële afgeleide</li> <li>● vectoren, matrices</li> </ul>
Developing a scheduling heuristic for Domo Borculo <i>Lianne Schmidt</i>	Agri&Food	<ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>scheduling:</b> batch scheduling problem</li> <li>● <b>lineair programmeren:</b> Mixed Integer Linear Programming, heuristische benadering</li> <li>● branch and bound methode</li> <li>● <b>statistiek:</b> het gemiddelde, de standaardafwijking</li> </ul>
wordt vervolgd op de volgende pagina		

Thesis/verslag	Sector	Wiskundige kennis die in het verslag voorkomt
Hardware design of a cooperative adaptive cruise control system using a functional programming language <i>Erwin Bronkhorst</i>	High-tech	<ul style="list-style-type: none"> <li>● matrices, vectoren</li> <li>● <b>differentiaalvergelijkingen</b>: gewone differentiaalvergelijking</li> <li>● zwevendekommagetal, afrondfout</li> <li>● <b>statistiek</b>: het gemiddelde</li> <li>● <b>lineair algebra</b>: matrix, vector</li> </ul>
Network games, information spread and endogenous security <i>Bram de Witte</i>	High-tech	<ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>grafentheorie</b>: grafen, vertex-transitive graaf</li> <li>● <b>speltheorie</b>: Nash equilibrium, cooperative game, non-cooperative game</li> <li>● <b>differentiaalvergelijkingen</b>: gewone differentiaalvergelijking</li> <li>● <b>complexiteitstheorie</b>: big O-notation</li> <li><b>wiskundige analyse</b>: stelling van Bolzano-Weierstrass, limieten, (lokale/globale) maximum/minimum</li> <li>● <b>afgeleide functie</b>: partiële afgeleide</li> <li>● matrices: Hessian, negative-definite</li> <li>● (strictly) concave/ convexe functie</li> <li>● <b>statistiek</b>: het gemiddelde</li> <li>● <b>lineair algebra</b>: matrix, vector, eigenwaarden</li> </ul>
Making people matches using Supervised Machine Learning algorithms <i>Nils van Kleef</i>	High-tech	<ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>complexiteitstheorie</b>: big O-notation</li> <li>● <b>nummerieke wiskunde</b>: singular value decomposition, singuliere waarden van een matrix</li> <li>● k-nearest neighbors algorithm</li> <li>● restricted Boltzmann machine algorithm</li> <li>● <b>statistiek</b>: de schatter, het gemiddelde, de standaardafwijking</li> <li>● <b>lineair algebra</b>: matrix, vector, eigenwaarden</li> </ul>
Klantgericht roosteren <i>Simone van Balen, Denise van Brenk, Camiel Egbers</i>	Logistiek	<ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>lineair programmeren</b>: 0-1Linear Programming</li> <li>● <b>complexiteitstheorie</b>: NP-volledigheid</li> <li>● Iterative Forward Search algoritme, Simulated Annealing algoritme</li> <li>● <b>statistiek</b>: het gemiddelde, de normale verdeling, de normaliteitstest, de variantie, Kolmogorov-Smirnov test</li> </ul>
wordt vervolgd op de volgende pagina		

Thesis/verslag	Sector	Wiskundige kennis die in het verslag voorkomt
Inventory management with orders without usage <i>H.E. van der Horst</i>	Logistiek	<ul style="list-style-type: none"> <li>● greedy algorithm</li> <li>● Pareto-principe</li> <li>● <b>kansrekening en statistiek:</b> de kansdichtheid, de verwachte waarde, het gemiddelde, de standaardafwijking</li> <li>● demand forecasting, reverse logistics, inventory control</li> <li>● <b>lineair algebra:</b> matrix, vector</li> </ul>
Optimization of the BUbiNG web crawler <i>Anne Buijsrogge</i>	High-tech	<ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>kansrekening en statistiek:</b> de verwachte waarde, uniforme verdeling, exponentieële verdeling, cumulatieve verdelingsfunctie, het gemiddelde, de variantie, de normale verdeling, de standaarddeviatie, Poisson verdeling, power law distribution</li> <li>● afgeleide functie</li> <li>● meetkundige reeks</li> <li>● greedy algorithm</li> </ul>
Capacity planning of police helicopters <i>Rob Vromans</i>	Logistiek	<ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>lineair programmeren:</b> Mixed Integer Linear Programming</li> <li>● <b>kansrekening en statistiek:</b> de uniforme verdeling, de normale verdeling, het gemiddelde, de standaardafwijking, exponential smoothing</li> <li>● time series forecasting</li> <li>● Mean Squared Error, Mean Absolute Scaled Error</li> </ul>
Supply chain optimization using an incremental approach: the improved WDSan model <i>Robert Alexander Smit</i>	Logistiek	<ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>lineair programmeren:</b> Integer Linear Programming</li> <li>● <b>complexiteitstheorie:</b> Polynomial time, NP-hard</li> <li>● Simulated Annealing algoritme</li> <li>● <b>statistiek:</b> het gemiddelde</li> <li>● <b>lineair algebra:</b> matrix, vector</li> </ul>
Het optimaliseren van het voorraadbeheer van verbruiksgoederen in de voorraadkamers in het AMC <i>Sjors van Baar, Inge Krul, Selmar van der Veen</i>	Logistiek+ Life sciences & Health	<ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>Markovketens:</b> toestandsvergelijkingen, evenwichtsverdeling</li> <li>● dynamisch programmeren</li> <li>● <b>statistiek:</b> het gemiddelde, de standaardafwijking</li> </ul>

wordt vervolgd op de volgende pagina

Thesis/verslag	Sector	Wiskundige kennis die in het verslag voorkomt
Minimising variation in hospital bed demand by improving the operating room planning <i>Arvid Joran Glerum</i>	Logistiek+ Life sciences & Health	<ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>lineair programmeren:</b> Mixed Integer Linear Programming</li> <li>● quadratic assignment problem</li> <li>● <b>statistiek:</b> het gemiddelde</li> <li>● <b>lineair algebra</b>matrix</li> </ul>
Robust pipeline flow scheduling at an oil company <i>Sven B.J. Oosterhuis</i>	Logistiek + Energie	<ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>lineair programmeren:</b> Mixed Integer Linear Programming, Mixed-Integer Non-linear Programming</li> <li>● <b>grafentheorie:</b> flow network</li> <li>● <b>statistiek:</b> het gemiddelde</li> <li>● <b>lineair algebra:</b> matrix, vector, getransponeerde matrix</li> </ul>
Activity types in a neural mass model <i>Jurgen Hebbink</i>	Life sciences & Health	<ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>differentiaalvergelijking:</b> gewone differentiaalvergelijkingen, stochastische differentiaalvergelijkingen</li> <li>● <b>wiskundige analyse:</b> (lokale/globale) maximum/minimum</li> <li>● plain forward Euler method</li> <li>● Euler-Maruyama methode</li> <li>● Milstein methode</li> <li>● <b>lineair algebra</b> matrix, vector, eigenwaarden, eigenvectoren</li> <li>● complexe getallen</li> <li>● <b>statistiek:</b> het gemiddelde, de standaardafwijking</li> </ul>
Assessment of automated crowd behaviour analysis based on optical flow <i>Ingo Stijntjes</i>	High-tech	<ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>lineair algebra:</b> vector, matrix, eigenwaarden, eigenvectoren</li> <li>● complexe getallen</li> <li>● <b>differentiaalvergelijking:</b> gewone differentiaalvergelijkingen</li> <li>Taylor's ontwikkeling</li> <li>dubbele integraal</li> <li>● <b>afgeleide:</b> partiële afgeleide, Jacobi-matrix</li> <li>● <b>statistiek:</b> het gemiddelde</li> </ul>
wordt vervolgd op de volgende pagina		

Thesis/verslag	Sector	Wiskundige kennis die in het verslag voorkomt
On the effect of a Gaussian firing rate function and propagation delays on the dynamics of a network of Wilson-Cowan populations <i>B. Kiewiet</i>	Life sciences & Health	<ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>differentiaalvergelijking:</b> gewone differentiaalvergelijkingen</li> <li>● <b>statistiek:</b> het gemiddelde, de standaardafwijking</li> </ul>
A Heuristic Approach to Efficient Appointment Scheduling at Short-Stay Units <i>A. Stallmeyer</i>	Life sciences & Health + Logistiek	<p><b>Scheduling:</b> online parallel machine scheduling</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● stochastisch programmeren</li> <li>● <b>lineair programmeren:</b> Integer Linear Programming, heuristische benadering</li> <li>● Markov decision processes</li> <li>● <b>statistiek:</b> het gemiddelde</li> </ul>
Financial Implications of Integration of GP Posts with Emergency Departments from an Holistic Point of View Analysing and modelling financial streams <i>M.Selvakumaran</i>	Life sciences & Health + Logistiek	<ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>wachtrijtheorie:</b> Erlang -C function, verwachte wachttijd, Poisson verdeling</li> <li>● <b>statistiek:</b> het gemiddelde</li> </ul>
Your LOS(S), Your Gain. Prediction tool for the hospital length of stay <i>Lieke van den Brandt</i>	Life sciences & Health + Logistiek	<ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>kansrekening en statistiek:</b> lineaire regressie, normale verdeling, lognormale verdeling, de standaard afwijking, het gemiddelde, schatting, betrouwbaarheidsinterval</li> <li>● <b>lineair algebra:</b> matrices</li> </ul>
Models for the electronic transport properties of thermoelectric materials <i>Lars Corbijn van Willenswaard</i>	Energie	<ul style="list-style-type: none"> <li>● integraal</li> <li>● limieten</li> <li>● <b>differentiaalvergelijking:</b> gewone differentiaalvergelijkingen</li> <li>● <b>statistiek:</b> het gemiddelde</li> </ul>
wordt vervolgd op de volgende pagina		



Thesis/verslag	Sector	Wiskundige kennis die in het verslag voorkomt
Combining ABCs with ABE <i>T. R. van de Kamp</i>	High-tech	<ul style="list-style-type: none"> <li>• modulo rekenen</li> <li>• veilig priemgetal</li> <li>• <b>groepentheorie</b>: cyclic multiplicative groups</li> <li>• cryptografie: attribute-based encryption</li> <li>• <b>lineair algebra</b>: matrix, vector</li> </ul>
Flow prediction in brain aneurysms using OpenFOAM <i>M. de Groot</i>	Life sciences & Health + High-tech	<ul style="list-style-type: none"> <li>• (partiële) <b>differentiaalvergelijkingen</b>: Navier-Stokes-vergelijkingen, boundary value problem</li> <li>• integraal</li> <li>• <math>l_2</math>-norm, <math>l_{inf}</math>-norm</li> </ul>
Thank you for calling, please hold. Improving the accessibility of the outpatient clinic call centre for general practitioners <i>D. Essers</i>	Life sciences & Health + Logistiek	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>wachtrijtheorie</b>: M/M/n queueing model</li> <li>• <b>statistiek en kansrekening</b>: de standaard afwijking, de verwachte waarde, het gemiddelde</li> <li>• <b>algoritmen</b>: cutting-plane algorithm</li> </ul>

Table 7.2

## 7.3 Examenprogramma vwo wiskunde B

zie volgende bladzijden

# Examenprogramma wiskunde

## B vwo

### Het eindexamen

Het eindexamen bestaat uit het centraal examen en het schoolexamen.

Het examenprogramma bestaat uit de volgende domeinen:

Domein A Vaardigheden  
Domein Bg Functies en grafieken  
Domein Cg Discrete analyse  
Domein Bb Differentiaal- en integraalrekening  
Domein Db Goniometrische functies  
Domein Gb Voortgezette meetkunde  
Domein F Keuzeonderwerpen.

Het centraal examen

Het centraal examen heeft betrekking op de subdomeinen A5, Bg1, Bg2, Cg1, Bb1, Bb2, Bb3, Db1, Gb1 en Gb2, in combinatie met de vaardigheden uit de subdomeinen A1, A2 en A3.

De CEVO stelt het aantal en de tijdsduur van de zittingen van het centraal examen vast.

De CEVO maakt indien nodig een specificatie bekend van de examenstof van het centraal examen.

Het schoolexamen

Het schoolexamen heeft betrekking op domein A in combinatie met:

- de domeinen Bb, Db en Gb;
- het domein F, met dien verstande dat deze onderwerpen per kandidaat kunnen verschillen;
- indien het bevoegd gezag daarvoor kiest: een of meer van de overige domeinen of subdomeinen;
- indien het bevoegd gezag daarvoor kiest: andere vakonderdelen, die per kandidaat kunnen verschillen.

### De examenstof

Domein A: Vaardigheden

#### Subdomein A1: Informatievaardigheden

1. De kandidaat kan, mede met behulp van ICT, informatie verwerven, selecteren, verwerken, beoordelen en presenteren.

### **Subdomein A2: Onderzoeksvaardigheden**

2. De kandidaat kan een gegeven probleemsituatie inventariseren, vertalen in een wiskundig model, binnen dat model wiskundige oplostechnieken hanteren en de gevonden oplossingen betekenis geven in de context.

### **Subdomein A3: Technisch-instrumentele vaardigheden**

3. De kandidaat kan bij raadplegen, verkennen en presenteren van wiskundige informatie en bij uitvoeren van wiskundige bewerkingen en redeneringen gebruik maken van toepassingen van ICT.

### **Subdomein A4: Oriëntatie op studie en beroep**

4. De kandidaat kan een verband leggen tussen zijn wiskundige kennis, vaardigheden en belangstelling en de rol van wiskunde in vervolgstudies en de praktijk van verschillende beroepen.

### **Subdomein A5: Algebraïsche vaardigheden**

5. De kandidaat beheerst de bij het examenprogramma passende rekenkundige en algebraïsche vaardigheden en formules, heeft daar inzicht in en kan de bewerkingen uitvoeren met, maar ook zonder, gebruik van ICT-middelen zoals de grafische rekenmachine.

Domein Bg: Functies en grafieken

### **Subdomein Bg1: Standaardfuncties**

6. De kandidaat kan grafieken tekenen en herkennen van machtsfuncties, exponentiële functies, logaritmische functies en goniometrische functies en van die verschillende typen functies de karakteristieke eigenschappen benoemen.

### **Subdomein Bg2: Functies, grafieken, vergelijkingen en ongelijkheden**

7. De kandidaat kan functievoorschriften opstellen, bewerken, de bijbehorende grafieken tekenen en vergelijkingen en ongelijkheden oplossen met behulp van numerieke, grafische en algebraïsche methoden.

Domein Cg: Discrete analyse

### **Subdomein Cg1: Veranderingen**

8. De kandidaat kan het veranderingsgedrag van grafieken en functies relateren aan differentiequotiënten, toenamendiagrammen, hellinggrafieken en contexten.

Domein Bb: Differentiaal- en integraalrekening

### **Subdomein Bb1: Afgeleide functies**

9. De kandidaat kan het differentiaalquotiënt en de eerste en tweede afgeleide gebruiken om een functie te onderzoeken en om een contextprobleem op te lossen.

### **Subdomein Bb2: Algebraïsche technieken**

10. De kandidaat kan afgeleide functies bepalen met behulp van regels voor het differentiëren en algebraïsche technieken hanteren.

**Subdomein Bb3: Integraalrekening**

11. De kandidaat kan in geschikte toepassingen een bepaalde integraal opstellen en exact berekenen, en met behulp van ICT benaderen.

Domein Db: Goniometrische functies

**Subdomein Db1: Goniometrische functies**

12. De kandidaat kan bij periodieke verschijnselen, met name trillingspatronen en harmonische bewegingen, formules opstellen, herleiden en bewerken, de bijbehorende grafieken tekenen en vergelijkingen oplossen.

Domein Gb: Voortgezette meetkunde

**Subdomein Gb1: Oriëntatie op bewijzen**

13. De kandidaat kan definities, vermoedens, stellingen en bewijzen onderscheiden, meetkundige situaties exploreren, een vermoeden of te bewijzen stelling formuleren en bewijzen of weerleggen.

**Subdomein Gb2: Constructie en bewijzen in de vlakke meetkunde**

14. De kandidaat kan constructies uitvoeren en bewijzen geven.

Domein F: Keuzeonderwerpen

## 7.4 Examenprogramma vwo wiskunde D

# Examenprogramma wiskunde D vwo

### Het eindexamen

Het eindexamen bestaat uit het schoolexamen.

Het examenprogramma bestaat uit de volgende domeinen:

Domein A	Vaardigheden
Domein B	Kansrekening en statistiek
Domein C	Dynamische modellen 1
Domein D	Meetkunde
Domein E	Complexe getallen
Domein F	Dynamische modellen 2
Domein G	Wiskunde in wetenschap
Domein H	Keuzeonderwerpen.

Het schoolexamen

Het schoolexamen heeft betrekking op domein A in combinatie met:

- de domeinen B, C, D en H;
- domein G of de beide domeinen E en F;
- indien het bevoegd gezag daarvoor kiest, naast de keuzeonderwerpen bedoeld bij domein H: andere vakonderdelen, die per kandidaat kunnen verschillen.

### De examenstof

Domein A: Vaardigheden

#### Subdomein A1: Algemene vaardigheden

1. Informatievaardigheden  
De kandidaat kan doelgericht informatie zoeken, beoordelen, selecteren en verwerken.
2. Communiceren  
De kandidaat kan adequaat schriftelijk, mondeling en digitaal in het publieke domein communiceren over onderwerpen uit de wiskunde.
3. Reflecteren op leren  
De kandidaat kan bij het verwerven van vakkennis en vakvaardigheden reflecteren op eigen belangstelling, motivatie en leerproces.
4. Studie en beroep  
De kandidaat kan toepassingen en effecten van wiskunde en natuurwetenschappen in verschillende studie- en beroepssituaties herkennen en benoemen. Daarnaast kan de kandidaat een verband leggen tussen de praktijk van deze studies en beroepen en de eigen kennis, vaardigheden en belangstelling.

### **Subdomein A2: Wiskundige en natuurwetenschappelijke vaardigheden**

5. Onderzoeken  
De kandidaat kan een probleemsituatie in een wiskundige, natuurwetenschappelijke of economische context analyseren, gebruik makend van relevante begrippen en theorie vertalen in een vakspecifiek onderzoek, dat onderzoek uitvoeren, en uit de onderzoeksresultaten conclusies trekken.
6. Ontwerpen  
De kandidaat kan een ontwerp op basis van een gesteld probleem voorbereiden, uitvoeren, testen en evalueren en daarbij relevante begrippen en theorie gebruiken.
7. Modelvorming  
De kandidaat kan een realistisch probleem in een context analyseren, inperken tot een hanteerbaar probleem, vertalen naar een model, modeluitkomsten genereren en interpreteren en het model toetsen en beoordelen.
8. Redeneren  
De kandidaat kan met gegevens van wiskundige en natuurwetenschappelijke aard consistente redeneringen opzetten van zowel inductief als deductief karakter.
9. Waarderen en oordelen  
De kandidaat kan een beargumenteerd oordeel over een situatie in de natuur of een technische toepassing geven, en daarin onderscheid maken tussen wetenschappelijke argumenten en persoonlijke uitgangspunten.

### **Subdomein A3: Wiskundige vaardigheden**

10. Algebraïsche vaardigheden  
De kandidaat beheerst de bij het examenprogramma passende rekenkundige en algebraïsche vaardigheden, heeft inzicht in de bijbehorende formules en kan de bewerkingen uitvoeren.
11. Vaktaal, conventies en notaties  
De kandidaat kan correcte vakspecifieke taal en terminologie interpreteren en produceren, inclusief formuletaal, conventies en notaties.
12. Oplossingsvaardigheden  
De kandidaat kan een oplossingsstrategie kiezen, deze correct toepassen en gevonden oplossingen controleren op wiskundige juistheid.

## Domein B: Kansrekening en statistiek

### **Subdomein B1: Combinatoriek**

13. De kandidaat kan combinatorische problemen oplossen waarin permutaties en combinaties worden toegepast.

### **Subdomein B2: Kansrekening**

14. De kandidaat kan een toevalsexperiment vertalen in een kansmodel, de begrippen onafhankelijke gebeurtenis en voorwaardelijke kans hanteren, kansen berekenen met behulp van som-, complement- en productregel, en van een discrete toevalsvariabele de verwachtingswaarde berekenen.

### **Subdomein B3: Ordenen, verwerken en samenvatten van statistische gegevens**

15. De kandidaat kan, ook met behulp van ICT, waarnemingen verwerken in een tabel, data visualiseren in een passend diagram, gegevens samenvatten in geschikte centrum- en spreidingsmaten en gegeven grafische representaties interpreteren.

**Subdomein B4: Kansverdelingen**

16. De kandidaat kan het binomiale en het (standaard-)normale verdelingsmodel gebruiken voor het berekenen van kansen, relatieve frequenties, grenswaarden, gemiddelden en standaardafwijkingen van discrete en continue verdelingen.

**Subdomein B5: Het toetsen van hypothesen**

17. De kandidaat kan nul- en alternatieve hypothesen formuleren en bijbehorende een- of tweezijdige toets uitvoeren bij binomiaal- of normaal-verdeelde toevalsvariabelen.

**Subdomein B6: Profielspecifieke verdieping**

18. De kandidaat kan de stof van wiskunde B gebruiken voor een profielspecifieke verdieping.

Domein C: Dynamische modellen 1

**Subdomein C1: Discrete dynamische modellen**

19. De kandidaat kan rijen relateren aan recurrente betrekkingen, iteraties, webgrafieken en contexten en kan het gedrag ervan beschrijven in termen van stationair, convergerend of divergerend.

**Subdomein C2: Continue dynamische modellen**

20. De kandidaat kan in differentiaalvergelijkingen van de vorm  $y = f(y, t)$  eigenschappen van  $f$  relateren aan eigenschappen van oplossingen, zoals het al dan niet stationair zijn, monotonie en asymptotisch gedrag en in eenvoudige gevallen een oplossing expliciet bepalen.

**Subdomein C3: Toepassingen van discrete en continue dynamische modellen**

21. De kandidaat kan de stof uit de subdomeinen C1 en C2 gebruiken in concrete toepassingen.

Domein D: Meetkunde

**Subdomein D1: Oriëntatie op analytische en synthetische methoden**

22. De kandidaat kan analytische methoden en algebraïsche technieken toepassen op meetkundige problemen, ook bij bewijzen.

**Subdomein D2: Coördinaten, vergelijkingen en figuren in twee dimensies**

23. De kandidaat kan eigenschappen van aard en ligging van figuren in een vlak onderzoeken vanuit vergelijkingen en kan in een gegeven of zelfgekozen coördinatenstelsel vergelijkingen van figuren opstellen.

**Subdomein D3: Lijnen, cirkels en kegelsneden in coördinaten**



24. De kandidaat kan op verschillende manieren vergelijking van lijnen, cirkels en kegelsneden opstellen, en op grond van vergelijkingen ligging en eigenschappen van de bijbehorende figuren onderzoeken.

## References

- Andreani, R. (n.d.). *Dynamic programming*. Available from <http://www.ime.unicamp.br/~andreani/MS515/capitulo7.pdf>
- Barner, A., Unternehmensleitung, S. S. der, Feilmeier, M., Gather, U., Gritzmann, P., Gumin, H., et al. (2008). *Mathematik–motor der wirtschaft*.
- Bechtold, K., & Dueck, T. (2010). *Teelttechniek nieuwe manier van groenten verbouwen–'tuinbouw is eigenlijk wiskunde'*(interview met tom dueck).
- Brockman, J., & Dawkins, R. (2009). *What is your dangerous idea?: Today's leading thinkers on the unthinkable*. Harper Perennial.
- cTWO. (n.d.). *ctwo: Wiskunde b*. Available from <http://www.fi.uu.nl/ctwo/WiskundeB/>
- De ingenieur. (2015). *Simulatie wordt essentieel voor de industrie*. Available from <https://www.deingenieur.nl/artikel/simulatie-wordt-essentieel-voor-industrie>
- Deloitte. (2014). *Mathematical sciences and their value for the dutch economy*.
- De Mast, J. (2012). *Industriële statistiek als technologie voor het oplossen van problemen* (Vol. 424). Amsterdam University Press.
- De Sapiro, R. (1978). *Calculus for the life sciences*. WH Freeman.
- Dueck, T. (2010). *Groente is pure wiskunde* (interview met tom dueck).
- Eddy, S. R. (2004). What is dynamic programming? *Nature biotechnology*, 22(7), 909–910.
- Eurodecision Operational Research. (n.d.). *Mathematical programming and linear programming*. Available from <http://www.eurodecision.eu/know-how/operations-research-optimization/mathematical-programming-and-linear-programming>
- European Science Foundation. (2010). *Mathematics and industry. Forward Look*.
- INFORM. (n.d.). *What is operations research?* Available from <https://www.informs.org/About-INFORMS/What-is-Operations-Research>
- Kallrath, J. (2013). *Modeling languages in mathematical optimization* (Vol. 88). Springer Science & Business Media.
- Landsman, K. (2007). *Leidraad bij het college inleiding toegepaste wiskunde i*. Radboud Universiteit Nijmegen.
- Mathematics plays a key role in agriculture*. (2015). Harper Adams University. Available from <http://www.harper-adams.ac.uk/news/202570/mathematics-plays-a-key-role-in-agriculture#.VYso2Bvt1Bc>
- Meer, A. Van der. (2001). *Leren wiskundig modelleren – docentenhandleiding bij de tw-modelleerpraktica*.
- Nocedal, J., & Wright, S. (2006). *Numerical optimization*. Springer Science & Business Media.
- Onderwijsraad. (2011). *Profielen in de bovenbouw havo–vwo*.
- Pijls, W. (2004). *Rekenen met algoritmen*. *Nieuwe Wiskrant*.
- Rijksdienst voor Ondernemend Nederland. (n.d.–a). *Mit-regeling topsector creatieve industrie*. Available from <http://www.rvo.nl/subsidies-regelingen/mit-regeling-topsector-creatieve-industrie>

- Rijksdienst voor Ondernemend Nederland. (n.d.-b). *Topsector life sciences & health*. Available from <http://www.rvo.nl/onderwerpen/innovatief-ondernemen/topsectoren/topsector-life-sciences--health>
- Rosmalen, J. van, Toy, M., & O'Mahony, J. F. (2013). A mathematical approach for evaluating markov models in continuous time without discrete-event simulation. *Medical Decision Making*, 33(6), 767–779.
- Shapiro, A. (2001). Monte carlo simulation approach to stochastic programming. In *Proceedings of the 33rd conference on winter simulation* (pp. 428–431).
- Topsector agri & food*. (n.d.). Available from <http://topsectoren.nl/agri-food>
- Topsector chemie*. (n.d.). Available from <http://www.rvo.nl/onderwerpen/innovatief-ondernemen/topsectoren/topsector-chemie>
- Topsector energie*. (n.d.). Available from <http://topsectoren.nl/energie>
- Topsector high tech systemen en materialen*. (n.d.). Available from <http://topsectoren.nl/high-tech>
- Topsector life sciences & health*. (n.d.). Available from <http://topsectoren.nl/life-sciences-health>
- Topsector logistiek*. (n.d.). Available from <http://topsectoren.nl/logistiek>
- Topsector tuinbouw & uitgangsmaterialen*. (n.d.). Available from <http://topsectoren.nl/tuinbouw>
- Topsector water*. (n.d.). Available from <http://topsectoren.nl/water>
- TU Delft. (n.d.). *Bsc technische wiskunde*. Available from [http://tudelft.nl/fileadmin/Files/tudelft/studeren/bachelor/FAQ/FAQ\\_van\\_de\\_opleiding\\_Technische\\_Wiskunde\\_mrt\\_2014.pdf.pdf](http://tudelft.nl/fileadmin/Files/tudelft/studeren/bachelor/FAQ/FAQ_van_de_opleiding_Technische_Wiskunde_mrt_2014.pdf.pdf)
- TU Eindhoven. (n.d.). *Major technische wiskunde*. Available from <https://studiegids.tue.nl/bachelor-college/majors/technische-wiskunde/>
- Universiteit Twente. (n.d.). *Doelen en eindtermen*. Available from [http://www.utwente.nl/tw/algemeen/doelen\\_eindtermen/](http://www.utwente.nl/tw/algemeen/doelen_eindtermen/)
- Vos, P. (2007). De d van 'diep' of de d van 'doom' of gewoon: de d van 'doen!'. *Nieuwe Wiskrant*.