

Kwantummechanica is een nieuw examenonderdeel voor vwo leerlingen. Een van de onderwerpen waar natuurkundedocenten nu mee te maken krijgen is kwantumtunneling. Aangezien kwantummechanica een van nature ongreepbaar iets is, zijn (demonstratie)proeven soms lastig te maken. In dit verslag wordt een proef uitgewerkt die tunneling zichtbaar kan maken voor leerlingen.

Kwantumtunneling zichtbaar gemaakt

Florian Bruijnes
S0181951
11-2016

Begeleiders
J. T. van der Veen
H. J. Pol

Inhoudsopgave

1. Inleiding	3
1.1. Achtergrond	3
1.1. Relevantie van tunneling.....	5
1.2. Probleemstelling.....	6
1.3. Doelstellingen	7
1.3.1. Onderzoek.....	7
1.3.2. Ontwerp.....	7
2. Theoretische achtergrond	8
2.1. Kwantummechanica versus klassieke mechanica.....	8
2.2. Tunneling	13
2.3. Optica	15
3. Huidige staat lesmateriaal	18
3.1. NLT module quantumwereld.....	18
3.2. Methode Nova.....	19
3.3. Oordeel	22
4. Demonstratieproef.....	23
4.1. Wensen en eisen.....	23
4.2. Ontwerpen.....	25
4.2.1. Ontwerp 1	25
4.2.2. Ontwerp 2.....	26
4.2.3. Ontwerp 3.....	26
4.3. Evaluatie ontwerpen	27
4.3.1. Ontwerp 1	27
4.3.2. Ontwerp 2.....	27
4.3.3. Ontwerp 3.....	28
4.3.4. Keuze ontwerp.....	28
5. Evaluatie proefopstelling	29
5.1. Zelftest tunnelproef	29
5.2. Pre-test kwantummechanica	33
5.3. Posttest kwantummechanica	35
5.4. Opzet lesvoorbereiding horend bij uitvoeren tunnelproef	37
5.5. Expertreview tunnelproef docentontwikkelteam	38

5.6.	Werkblad leerlingen tunnelproef.....	39
5.6.1.	Opmerkingen bij werkblad	40
5.7.	Review tunnelproef leerlingen	41
6.	Discussie.....	44
7.	Conclusie.....	45
8.	Aanbevelingen.....	47
9.	Bibliografie.....	48
10.	Bijlages	50
10.1.	Bijlage 1 – examenprogramma natuurkunde 2015.....	50
10.2.	Bijlage 2 – examenprogramma natuurkunde 2016.....	51
10.3.	Bijlage 3 – Afleiding indringdiepte evanescent veld	52
10.4.	Bijlage 4 – Getting practical	53
10.5.	Bijlage 5 – Expertreview DOT.....	54
10.6.	Bijlage 6 – antwoorden posttest.....	59
11.	Dankwoord	Error! Bookmark not defined.

1. Inleiding

1.1. Achtergrond

Onderwijs is een veranderlijk iets, er worden nieuwe dingen ontdekt die het waard zijn om aan de nieuwe generatie te leren of dingen raken achterhaald en zijn het juist niet meer waard om door te geven. Wanneer onderwerpen die in het onderwijs zitten veranderlijk zijn, betekent dat ook dat de toetsing hiervan veranderlijk is. Het examenprogramma natuurkunde voor vwo is aan het veranderen. Vanaf 2013 werden er reeds pilot-examens afgenomen met nieuwe stof. In 2016 zullen alle vwo leerlingen de vernieuwde natuurkunde op het eindexamen krijgen. Op dit moment bestaat het examenprogramma uit de volgende domeinen

1. Domein A Vaardigheden
2. Domein B Elektriciteit en magnetisme
3. Domein C Mechanica
4. Domein D Warmteleer
5. Domein E Golven en straling

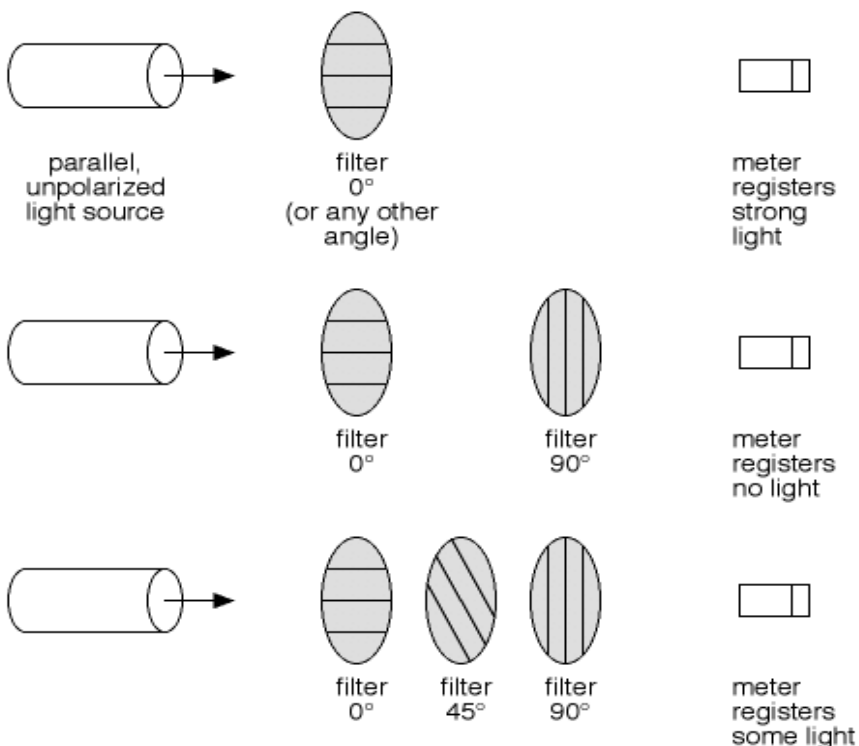
welke op te delen zijn in subdomeinen, zie bijlage 1. Voor het eindexamen van 2016 zijn er veel veranderingen; dan zitten de volgende domeinen in het examenprogramma

1. Domein A Vaardigheden
2. Domein B Golven
3. Domein C Beweging en wisselwerking
4. Domein D Lading en veld
5. Domein E Straling en materie
6. Domein F Kwantumwereld en relativiteit
7. Domein G Leven en aarde
8. Domein H Natuurwetten en modellen
9. Domein I Onderzoek en ontwerp

welke op diens beurt weer onder te verdelen zijn in subdomeinen, zie bijlage 2. In dit verslag wordt ingegaan op het nieuwe domein kwantumwereld en relativiteit, domein F. Waar natuurkunde bij uitstek een vak is dat geschikt is voor het aanleren van nieuwe kennis door middel van practica of demonstratieproeven, lijkt het haast ondoenlijk om de vreemde eigenschappen van de kwantummechanica of relativiteit te vatten in een tastbare proef waar leerlingen verbaasd en verwonderd worden door de bizarre eigenschappen van de kwantummechanica of relativiteit. In dit schrijven wordt uitsluitend gekeken naar het deel kwantummechanica.

Een aantal voorbeelden van de onderwerpen uit de kwantummechanica zijn Heisenbergs onzekerheidsrelatie, teleportatie, golf-deeltjesdualiteit of het klassiek verboden tunnelen van deeltjes. Al deze dingen klinken voor een leek vaak als sciencefiction of hocus pocus. Hoe mooi zou het zijn om demonstratieproeven te kunnen laten zien aan een leerling om hem of haar direct te kunnen overtuigen van de waarheid en werkelijkheid van de kwantummechanica?

Voor sommige van deze onderwerpen bestaan er al (demonstratie)proeven om de stof tot leven te brengen voor leerlingen. Een voorbeeld is het beroemde dubbelspleet experiment van Young, dat recentelijk is uitgewerkt door een student van ELAN tot een demonstratieproef voor het middelbaar onderwijs (Rossum, 2011). Een andere demonstratie om het principe van superpositie te laten zien kan gedaan worden met een laser en drie polarisatoren, zie Figuur 1 Demonstratieproef superpositie



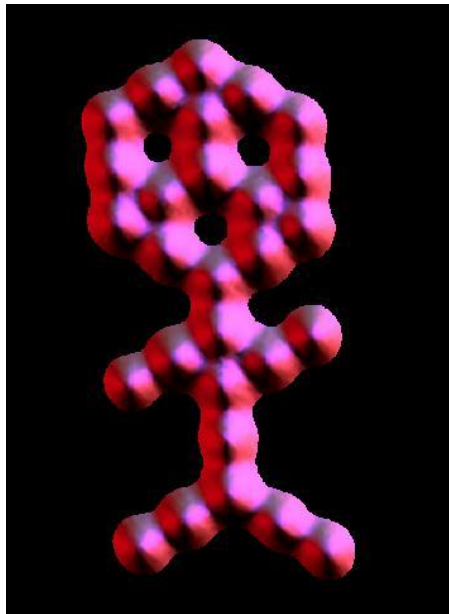
Figuur 1 Demonstratieproef superpositie (Finley, 2004)

In het project moderne natuurkunde (PMN) dat in het voorlaatste natuurkunde 1,2 programma werd gestart zijn meerdere onderdelen van de kwantummechanica al geprobeerd op een middelbare school. Echter zijn er verschillen met het huidige project nieuwe natuurkunde (NiNa). Deze verschillen zijn onder andere: in PMN wordt aandacht besteed aan de golf functie, een deeltje in een doosje in twee en drie dimensies. Er wordt echter geen aandacht besteed aan tunneling (Hoekzema, 2006). Voor de bovenbouw van het vwo is er dus nog geen didactisch fundament voor leraren om gebruik van te maken wanneer zij het onderwerp tunneling aan moeten snijden.

1.1. Relevantie van tunneling

Het is altijd van belang om te weten of een bepaald onderdeel eigenlijk relevant is voor leerlingen om te leren. Tunneling is een effect op zeer kleine schaal, maar toch heeft het grootse gevolgen. Het blijkt namelijk dat de klassieke mechanica tekortschiet op deze kleine schaal. Het gedrag van enkele elektronen kan niet meer beschreven worden met klassieke mechanica, de kwantummechanica biedt hier uitkomst. Een van de effecten die door de kwantummechanica wel goed beschreven in tegenstelling tot de klassieke mechanica is tunneling. Dit effect ligt ten grondslag aan onder andere alfa-verval, de werking van transistors, scanning tunneling microscopie (STM), kwantum computing en flash geheugen (Serway, 2011). Elk elektronisch apparaat gebruikt miljoenen tot miljarden transistors, dus begrijpen hoe deze werken spreekt haast vanzelf. Daarnaast zullen de huidige computers op een gegeven moment niet meer voldoen aan de eisen van mensen. Kwantumcomputing zal hier een uitkomst bieden, deze speciale computers werken in het domein van de kwantummechanica en volgens de regels en principes van tunneling.

Als laatste is de STM een apparaat dat zeer veel gebruikt wordt in onderzoek naar microscopische eigenschappen van materialen. Dit apparaat werkt ook door middel van tunneling, hiermee kan naar losse atomen gekeken worden. Daarnaast kan een STM gebruikt worden om atomen te verplaatsen en zo bijvoorbeeld een stick figure te maken van 28 koolstofoxide atomen (IBM, 1995):



Figuur 2 'Carbon monooxide man'

1.2. Probleemstelling

Voor subdomein F1 wordt van leerlingen verwacht dat zij onder andere kwantumtunneling kunnen beschrijven aan de hand van een eenvoudig model en daarbij aan kunnen geven hoe de kans op tunneling afhangt van de massa van het deeltje en de hoogte en breedte van de energie-barrière, minimaal in de contexten van Scanning Tunneling Microscope (STM) en alfa-verval (College voor Examens vwo, havo, vmbo, 2012).

Mensen die natuurkunde gestudeerd hebben kunnen de bijzondere en soms contra-intuïtieve kwantumwereld duiding geven aan de hand van wiskundige formalismen en hun kennis daarvan. Leerlingen op de middelbare school hebben dit voordeel niet, en moeten dus op een andere manier de concepten duiding geven. Bij voorkeur op een manier die praktischer is dan wiskundige formalismen die een hoog abstractieniveau kunnen bezitten. De kwantumwereld zichtbaarder dan wel tastbaarder maken dan zij van zichzelf is, is dan een manier. Aangezien het is gebleken dat veel leerlingen vaak een klassiek wereldbeeld aanhouden bij kwantummechanische problemen, of deze twee werelden door elkaar halen, (Müller & Wiesner, 2001) moeten deze twee werelden op geschikte manier gescheiden worden. Het huidige aantal (demonstratie)proeven en de didactische fundamenteën bij enkele subdomeinen in dit nieuwe domein maken dat het zaak is om kritisch te zijn naar welke onderdelen er nu daadwerkelijk geschikt zijn om aan leerlingen te doceren. Zeker het onderwerp tunneling moet kritisch bekeken worden, aangezien dit nog niet getest is in het PMN.

Hiermee kom ik aan bij mijn onderzoeksvraag

Is het onderwerp kwantumtunneling een geschikt onderwerp om te onderwijzen aan leerlingen van de bovenbouw van het vwo met de huidige didactische fundamenteën en staat van (demonstratie)proeven?

Een leerling vertellen dat kwantummechanica werkt zoals het werkt is één ding, maar een leerling laten zien dat het werkt zoals het werkt is van een heel ander kaliber. Hoe kan een leerling nog twijfelen aan de waarheid van kwantummechanica als hij het met zijn eigen ogen ziet? Niet elk subdomein van de kwantumwereld is echter reeds gezegend met een demonstratieproef. Daar wil ik iets aan gaan doen. Hierop volgend spreekt een ontwerpvrage voor zich

Wat is een geschikte demonstratieproef om kwantumtunneling tot leven te kunnen brengen voor leerlingen van de bovenbouw van het vwo?

En afsluitend aan het onderzoek kan ik mij dan afvragen

Als het niet te doen blijkt om een geschikte demonstratieproef te maken voor kwantumtunneling of een didactisch fundament te leggen, is dit dan wel een geschikt onderwerp om te doceren op het vwo?

Dit zal leiden tot een aanbeveling omtrent het examenprogramma voor NiNa voor het vwo.

1.3. Doelstellingen

De doelen van dit onderzoek zijn in twee categorieën te splitsen.

1.3.1. Onderzoek

Het eerste doel is een onderzoek naar de geschiktheid van kwantumtunneling als subdomein van het domein Kwantum wereld. Hier ga ik in op de eventuele didactische fundamenteën die bestaan voor dit onderwerp. Denk hierbij aan het onderzoeken hoe de verschillende onderdelen elkaar opvolgen in het curriculum en de eisen daaraan. Daarnaast zoek ik naar manieren om dit al dan niet bestaande fundament te versterken met kennis van docenten en professoren die het onderwerp kwantummechanica doceren.

1.3.2. Ontwerp

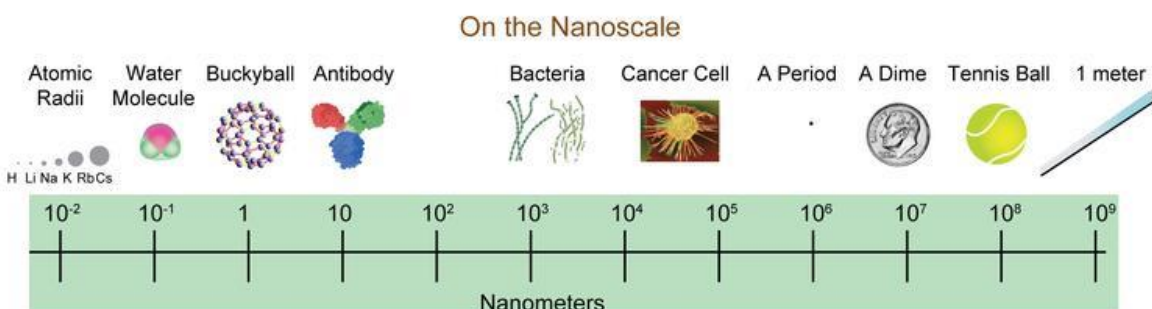
Daarnaast zoek ik naar een geschikt ontwerp voor een demonstratieproef om kwantumtunneling tot leven te brengen voor scholieren. Van deze proef zal ik dan ook een prototype bouwen om te testen hoe haalbaar het ontwerp is. Hier zal ook een plan van eisen voor de proef aan bod komen. Het uiteindelijke doel is een prototype te hebben die ik kan laten zien aan vakdidactici en experts op het gebied van kwantummechanica.

2. Theoretische achtergrond

2.1. Kwantummechanica versus klassieke mechanica

Kwantummechanica is een boeiend, maar lastig onderwerp. Om dit adequaat uit te leggen is er kennis van een aantal natuurkundige fenomenen nodig, die worden hier besproken op een manier die voor mij logisch aanvoelt. In het hoofdstuk hierna zal ik een vergelijking maken met een methode waar huidige lesstof op gebaseerd is.

Als eerste is het van belang om een gevoel te krijgen voor de lengteschaal waarop kwantumeffecten domineren. Deeltjes die tunnelen zijn namelijk klein, haast onvoorstelbaar klein. Pas rond de nanometerschaal domineren kwantumeffecten. Zie de figuur hieronder voor een vergelijking van groottes. Een van de grootste deeltjes die mensen hebben laten tunnelen is een koolstof-60 atoom (een buckyball (Encyclopædie Britannica on-line, 2014) (Arndt, et al., 1999)) en dit deeltje is ongeveer een nanometer groot, een miljoen keer kleiner dan een meter. Een nanometer is zo klein dat het haar van de auteur al meer dan 100 nanometer is gegroeid sinds jij begon met deze paragraaf lezen.

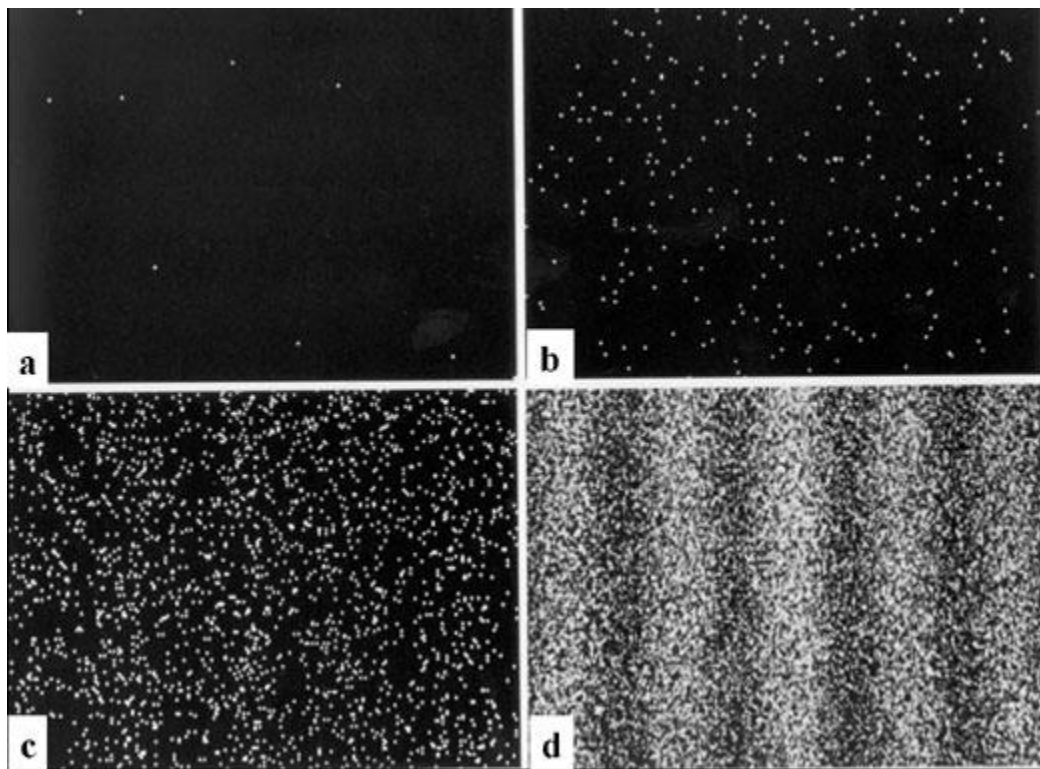


Figuur 3 Lengteschalen

Een concept dat van belang is in de kwantummechanica, is de *onzekerheidsrelatie van Heisenberg*, bekend geworden en vernoemd naar een Duitse natuurkundige, Werner Karl Heisenberg (Heisenberg, 1927). Je kunt je voorstellen dat het lastig is om te zeggen waar iets van het formaat van minder dan één nanometer precies is, maar de onzekerheidsrelatie is meer dan 'niet precies weten waar iets is'. In de kwantumwereld gedragen deeltjes zich niet meer netjes als deeltjes, maar als een combinatie van een golf en een deeltje. (Darling, 2014) Dit fenomeen wordt prachtig gevisualiseerd met Thomas Young's *dubbele spleet experiment* (Young, 1804) (of een van de vele moderne variaties daarop met imposantere parameters (Eibenberger, 2013)). Het is die golf-deeltjes dualiteit die ten grondslag ligt aan het onzekerheidsprincipe.

Door middel van het atoommodel van Rutherford en later het model van Bohr van een atoom is leerlingen aangeleerd dat een atoom een aantal bolletjes in het midden heeft, de kern, en een paar bolletjes in netjes gedefinieerde banen om die kern heen, de elektronen. Dit model is ondertussen achterhaald geraakt door de nieuwe inzichten van de kwantummechanica.

Het vreemde blijft echter dat wanneer er een meting gedaan wordt naar de plaats van een elektron het zich wel sterk gedraagt als deeltje. Een bekend voorbeeld is het dubbele spleet experiment met elektronen. De elektronen worden door een dubbele spleet gestuurd en gedragen zich onderweg als een golf, maar zodra ze het scherm bereiken gedragen ze zich als een deeltje, zie de figuur hieronder. De elektronen zijn één voor één afgeschoten, maar toch ontstaat er een interferentiepatroon. Hieruit werd geconcludeerd dat de elektronen zich gedroegen als golf en deeltje (Greene, 2007). Aangezien deeltjes als elektronen zich gedragen als een golf en deeltje tegelijkertijd is het voor te stellen dat het lastig te zeggen is waar dit deeltje precies is.



Figuur 4 Interferentiepatroon opgebouwd met enkele elektronen

Om dit te kunnen vatten in formulevorm moeten we kijken naar de De Broglie-golflengte, $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$. Te berekenen is dat de De Broglie-golflengte van elektronen dan van de orde grootte van enkele nanometers is. Het is deze golflengte die leidend is in de afweging of een effect kwantummechanisch of klassiek mechanisch van aard is. Wanneer de De Broglie-golflengte van een deeltje dezelfde orde grootte is als de fysieke grootte van het voorwerp waar we naar kijken dan kunnen we dat niet met klassieke mechanica meer beschrijven.

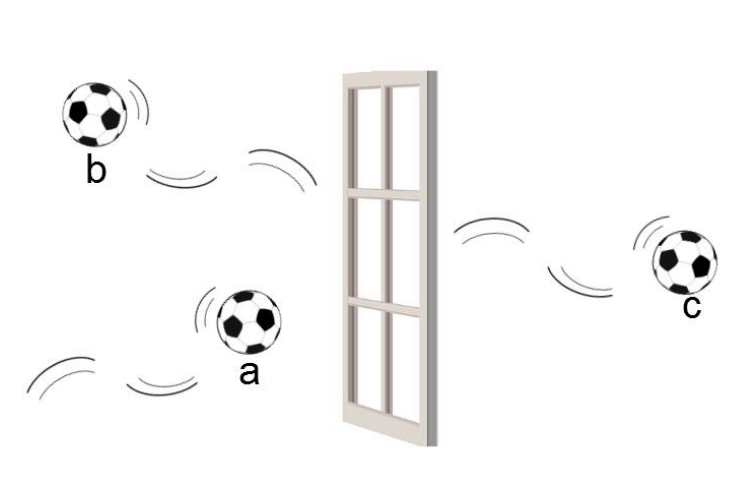
Als gesteld wordt dat de golf-deeltjes dualiteit als voorkennis geldt voor de onzekerheidsrelatie, welke op zijn beurt weer als vereiste kennis beschouwd wordt voor het duiding kunnen geven aan tunneling is te zien dat tunneling een redelijk complex stuk van de natuurkunde is. De kunst is dan om deze begrippen te kunnen verklaren zonder al te veel op formules te leunen.

Een manier om de onzekerheidsrelatie te verklaren is de volgende. Stel dat ik naar de plaats van een klein deeltje wil kijken, hiervoor heb ik licht nodig. Hoe preciezer ik de plaats van het deeltje wil weten, hoe korter de golflengte van het licht moet zijn. Maar zoals bekend heeft licht met een korte golflengte een hoge energie. Wanneer het licht het deeltje raakt (wat nodig is om het te zien) zal een deel van zijn energie afgeven aan het deeltje zelf. Hierdoor wordt de impuls van het deeltje anders!

De natuur zorgt dus zelf voor de onzekerheidsrelatie vanwege de invloed die een meting op de precisie van een andere kan hebben. Dit betekent voor kleine deeltjes dat je nooit tegelijk kunt weten waar een deeltje is én hoe hard dat deeltje beweegt. Als je heel erg je best doet om te meten waar een deeltje is, is de onzekerheid in de waarde van de impuls van dat deeltje heel groot geworden en vice versa. Dit is een typisch kwantumeffect, wat haast niet voor te stellen is in onze 'grote' wereld, maar wel enorm belangrijk is voor tunneling, waar het ons allemaal om te doen is.

Als laatste is de term barrière erg belangrijk. Stel dat je een heuvel over wilt fietsen, dan zal je daar een bepaalde hoeveelheid energie voor nodig hebben. Het is logisch dat over een hoge heuvel fietsen meer energie kost dan een over een lage heuvel fietsen kost. Evenzo kost het een bepaalde hoeveelheid energie om over een sloot te springen. Het resultaat spreekt voor zich: met genoeg energie kom je veilig aan de overkant en te weinig energie resulteert in een nat pak.

Een andere vergelijking is de volgende: als een voetbal tegen een ruit geschoten wordt kaatst deze simpelweg terug, behalve als de bal dermate veel kinetische energie heeft dat de ruit gebroken wordt, zie Figuur 5 De voetbal komt aan bij a. De bal stuitert terug richting b, of als de bal genoeg energie heeft en het glas breekt gaat de bal verder richting c.

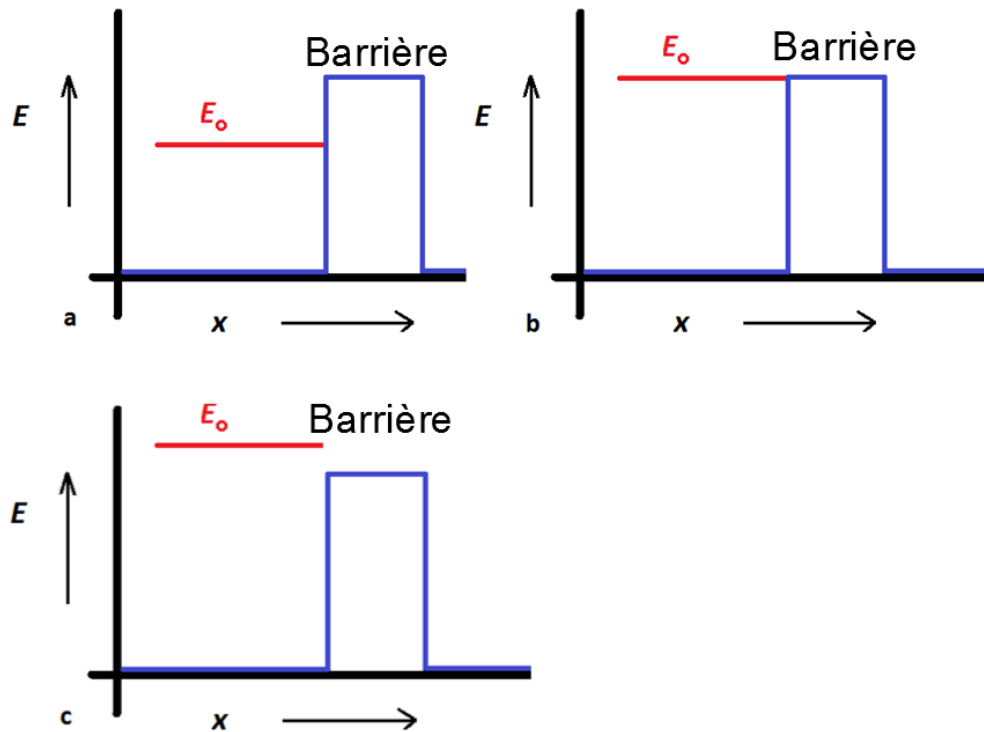


Figuur 5 De voetbal komt aan bij a. De bal stuitert terug richting b, of als de bal genoeg energie heeft en het glas breekt gaat de bal verder richting c.

Nu weer terug naar de nanometerschaal. Een klein deeltje, bijvoorbeeld een elektron, heeft een bepaalde hoeveelheid energie en probeert een heuvel te overwinnen. Nu is dit niet meer een echte heuvel, maar een bepaalde barrière. In onze grote wereld zou een elektron het alleen halen als het elektron meer energie heeft dan dat de heuvel hoog is. Een elektron dat te weinig energie (of precies genoeg om alleen de top te halen) zal de overkant nooit halen, toch?

Het is op nanoschaal echter vreemder dan dit. Kleine deeltjes trekken zich weinig aan van de grote-wereld-regels waar we aan gewend zijn.

Hieronder is de energie van het elektron aangegeven met E_0 en het komt op een bepaalde plaats x een barrière tegen welke ook een bepaalde energie (hoogte) heeft.

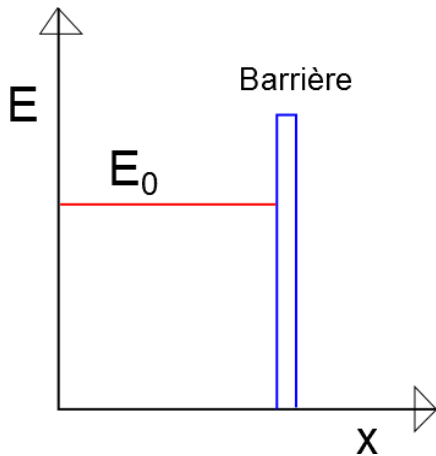


Figuur 6 a) het deeltje heeft minder energie dan de barrière. b) het deeltje heeft precies evenveel energie als de barrière. c) het deeltje heeft ruim meer energie dan de barrière.

Klassiek gezien zou alleen het elektron in afbeelding c de barrière overwinnen, zal a terug stuiteren en zal b stil komen te liggen op de top, maar de kwantummechanica voorspelt een andere set uitkomsten.

2.2. Tunneling

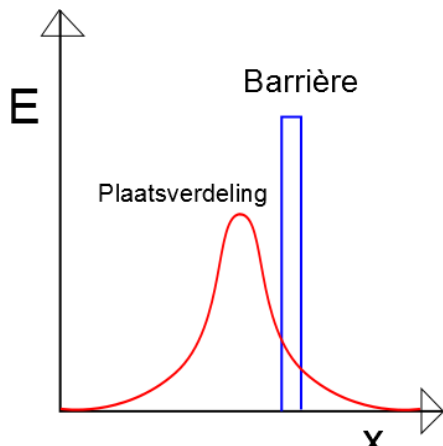
Er is besproken hoe het kan dat de plaats en impuls van een deeltje niet tegelijkertijd precies bekend kunnen zijn. Dit ligt ten grondslag aan het fenomeen dat tunneling heet.



We bekijken wederom een elektron met een energie E_0 welke een barrière met een energie van anderhalf keer E_0 tegenkomt. Dit elektron heeft dus te weinig energie om klassiek gezien de barrière te overwinnen. Nu maken we de barrière alleen heel erg dun, bijvoorbeeld enkele nanometers en we noemen deze dikte d .

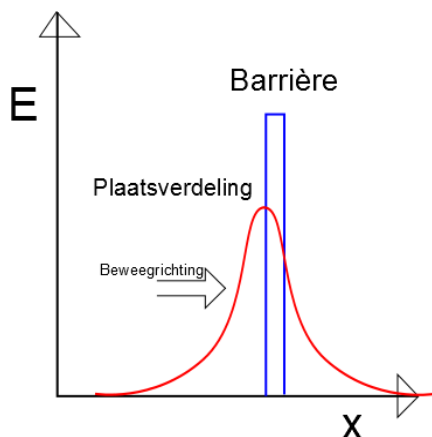
Nu gaan we de onzekerheidsrelatie van Heisenberg in werking zien. Een elektron is namelijk bijzonder klein. Zó klein dat we niet meer met zekerheid kunnen zeggen waar het elektron is omdat het zich onderweg gedraagt als een golf, de golflengte die hierbij hoort is de De Broglie-golflengte die al eerder genoemd is.

Figuur 7 Inkomend elektron bij dunne barrière



Figuur 8 Plaatsverdeling elektron

Met andere woorden: de onzekerheid in de plaats van het elektron is groot. De plaats van het elektron is nu onzeker geworden, het is een kansverdeling geworden! Dit betekent dat wanneer er een plaatsbepaling wordt uitgevoerd dat het elektron een *bepaalde kans heeft om ergens gevonden te worden*. Wat alleen zeker is, is dat het nooit in de barrière gevonden zal worden; het deeltje heeft immers te weinig energie om daar te zijn, dus die zone wordt dan ook treffend de verboden zone genoemd. Echter is het nu al te zien in de afbeelding dat het ook kan dat het elektron aan de andere kant van de barrière gevonden wordt!



Figuur 9 Elektron dichterbij barrière

Als het elektron nu in de positieve x -richting beweegt is er een moment waarop moet worden 'beslist' door de natuur of het elektron terug stuitert of verder gaat na de barrière, intuïtief is dit het moment wanneer de top van de kansverdeling samenvalt met de barrière. We kijken nu naar de mogelijke uitkomsten.

Het deeltje kan twee dingen doen: het kaatst volledig terug, precies zoals klassiek verwacht wordt of het deeltje tunnelt door de barrière en is opeens aan de andere kant van de barrière. Het bijzondere hiervan is niet alleen dat het deeltje een barrière heeft overwonnen met een hogere energie dan dat het deeltje zelf bezat, het deeltje is daarnaast ook niet in de barrière geweest!¹ (Albiol, Navas, & Andres, 1993) (Griffiths, Introduction to quantum mechanics, 2005) (Griffiths, Introduction to electrodynamics, 2008)

Nu is alleen de situatie besproken waarbij het elektron een energie had die kleiner was dan van de barrière, dit leverde in vergelijking met klassieke mechanica al een bijzondere uitkomst op. Het is interessant om op te merken dat voor de situatie waar een elektron een grotere energie heeft dan de barrière het elektron niet altijd de barrière zal passeren. Er is hier een kans dat het deeltje teruggekaatst wordt, ook al heeft het deeltje genoeg energie om de barrière te passeren. Wanneer de barrière en het deeltje een even grote energie bezitten zijn ook beide uitkomsten mogelijk. Het is belangrijk om te realiseren dat de energie van een getunneld deeltje niet afneemt. Het enige wat verandert is de golffunctie en dus de kans.

Het is aan de vorige twee figuren al te zien dat de kans om te tunnelen van de dikte van de barrière afhangt en de grootte van de 'plaatsverdeling' van het deeltje. Minder duidelijk zijn de afhankelijkheid van de hoogte van de barrière en de massa van het deeltje. Hiervoor kijken we naar de verdeling van de golffunctie. Als de barrière hoger is, wordt de golf harder ingedrukt en blijft er een kleinere staart buiten de muren over. De kans neemt dus af bij een hogere barrière. Daarnaast geldt ook dat een deeltje met een grotere massa een kleinere De Broglie-golflengte heeft en dus minder snel zal tunnelen:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

$$E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{h^2}{2m\lambda^2}$$

Dus voor een bepaalde vastliggende golflengte is de kinetische energie omgekeerd evenredig met massa. Voor een grotere massa kost het minder extra kinetische energie om een kleinere De Broglie-golflengte te hebben.

Uiteraard is het mogelijk om naar de Schrödingervergelijking te kijken. Daaruit volgt dat in de barrière de golffunctie exponentieel afneemt met een dempingsfactor die schaalst met de wortel van de massa van het deeltje en het energieverschil tussen de barrière en de energie van het deeltje (Griffiths, Introduction to quantum mechanics, 2005), maar dit is lastigere stof, dus heeft de manier hiervoor de voorkeur om het aannemelijk te maken waar de tunnelkans van afhangt.

¹ Vergelijk dit eens met de voetbal en de ruit, de voetbal zou aan de andere kant van de ruit zijn gekomen zonder de ruit te breken!

2.3. Optica

Er is nu een gedegen achtergrond van het tunneleffect, het is tijd om dit te gaan laten zien. Mensen houden voor het natuurkundeonderwijs vaak onpraktische of zelfs onjuiste wereldbeelden aan die geworteld zitten in eigen ervaringen in plaats van gedegen onderwijs. Dit geldt voor zowel klassieke mechanica (Galili & Bar, 1992) als kwantummechanica (Styer, 1995). Hoewel het aangetoond is dat leerlingen wel aangeleerd kan worden dat een bepaald antwoord gewenst is wanneer het gevraagd wordt op een toets, blijft het moeilijk het wereldbeeld te veranderen. Het lijkt mij hierom erg belangrijk dat leerlingen met eigen ogen zien wat er gebeurt, om het zo overtuigend mogelijk te laten zijn. Zien is immers geloven.

Alle elektromagnetische golven kunnen tunnelen, dus ook zichtbaar licht. Een fenomeen waar een tunneleffect mee getoond kan worden is *gefrustreerde totale interne reflectie in een prisma door koppeling van het evanescente veld aan een tweede prisma*. (Griffiths, Introduction to electrodynamics, 2008)

Dit behandel ik in stappen, allereerst totale interne reflectie. Dit is de weerkaatsing van een lichtbundel op het grensvlak van een medium dat optisch dichter is dan het tweede medium. Of de lichtbundel weerkaatst en in het eerste medium blijft of breekt en doorgaat in het tweede medium hangt af van de hoek van inval en de brekingsindices van de beide mediums. De hoek waar dit effect voor het eerst bij optreedt is bekend als de grenshoek en kan eenvoudig vanuit de wet van Snellius afgeleid worden:

$$n_i \sin \theta_i = n_r \sin \theta_r$$

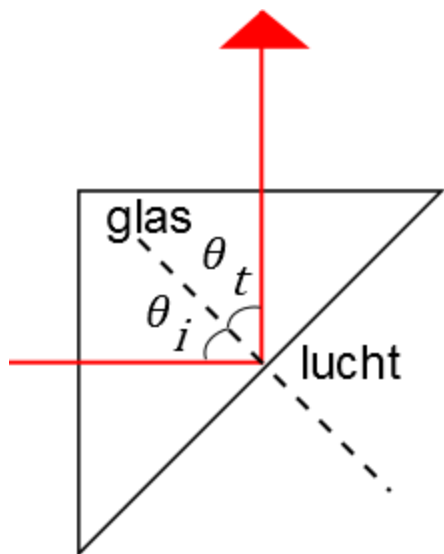
Waar n voor brekingsindex staat en θ voor de hoek met de normaal staat. Wanneer we nu zoeken naar het moment waar op de brekingshoek 90 graden is, hebben we de grenshoek gevonden.

$$\begin{aligned}\theta_r &= 90^\circ \\ \sin 90 &= 1\end{aligned}$$

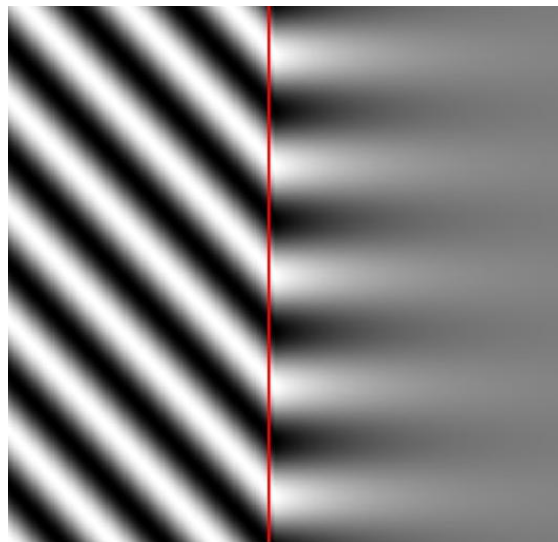
Er geldt dus voor de grenshoek

$$\theta_i = \sin^{-1} \frac{n_r}{n_i}$$

Wanneer de hoek van inval gelijk is aan deze grenshoek gaat de lichtstraal precies langs het oppervlak verder. Wanneer de hoek groter wordt treedt er totale reflectie op. Dit is weergegeven in de figuur hieronder. Er valt een lichtstraal op een glazen prisma, we zijn nu geïnteresseerd in het moment waar de lichtstraal in het prisma het grensvlak met de lucht raakt. Stel dat het glas een brekingsindex van 1,5 heeft, dan is de grenshoek 41,8 graden. De hoek van inval is hier getekend als 45 graden en dus groter dan de grenshoek, dus treedt er totale interne reflectie (TIR) op.

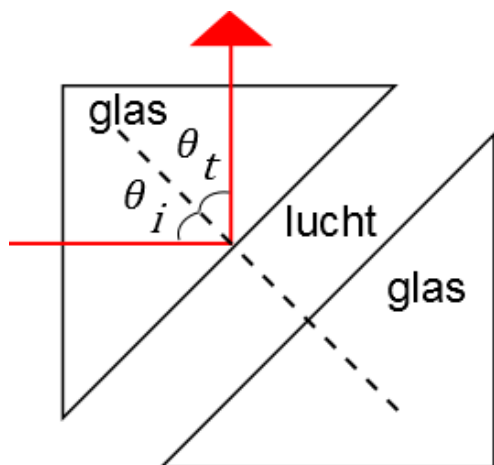


Figuur 11 Totale interne reflectie



Figuur 10 Visualisatie van het evanescence veld, weerskaatste golf niet getekend

Nu moet er teruggedacht worden aan het tunnelen wat in de vorige paragraaf besproken is. Ook de lichtdeeltjes, fotonen, gedragen zich als een golf en zullen dus een kans hebben om door te dringen in de 'lucht-barrière'. Dit stukje van de golf functie dat doordringt wordt het evanescence veld genoemd, zie de figuur rechtsboven. Dit veld is een bijzonder veld, want het is namelijk een imaginair veld. Een wiskundig gevolg van de natuurkundige wetten die de voortplanting van licht beschrijven (Maxwell, 1865) (Griffiths, Introduction to quantum mechanics, 2005). Het staat loodrecht op het oppervlak van het grensvlak in het tweede medium, beweegt langs het oppervlak en de intensiteit van dit veld neemt exponentieel af als functie van de afstand tot het grensvlak. Voor nu nemen we even aan dat in de afbeeldingen hieronder de hoek van inval zodanig is dat het tunnелеffect geobserveerd kan worden.

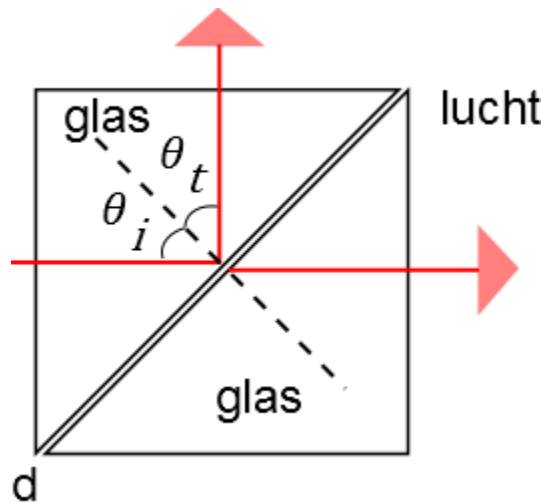


Figuur 12 Eindige barrière na TIR

De getekende barrière is natuurlijk enorm dik² ten opzichte van het formaat van het foton, dus zullen de fotonen een zeer, zeer grote kans hebben om weerkaatst te worden in plaats van verder te reizen na de barrière.

Laten we nu de barrière kleiner worden dan zal de kans dat een foton deze overwint vanzelfsprekend toenemen. De manier waarop dit gedaan kan worden is een medium in de buurt van het grensvlak te plaatsen met een hogere brekingsindex dan lucht, bijvoorbeeld een tweede prisma.

² De 'lengte' van een foton is hier het handigst te beschrijven met de golflengte van het licht. Een helium-neon laser levert bijvoorbeeld rood licht met een golflengte van 632 nanometer.



De afstand tussen de twee prisma's is nu de dikte van de barrière die we weer d zullen noemen. Als de barrière klein genoeg wordt, gebeurt er iets bijzonders: het evanescente veld van het eerste prisma koppelt aan het tweede prisma. Het licht begint te tunnelen door de barrière! Uiteraard wordt de intensiteit van de inkomende bundel nu verdeeld over de twee takken, waarbij de verhouding van de intensiteiten van de getunnelde en gereflecteerde bundels afhangt van de afstand d .

Figuur 13 Gekoppeld evanescent veld

Wanneer een deel van het licht tunnelt en een deel weerkaatst wordt dit gefrustreerde totale interne reflectie genoemd (FTIR). De mate van koppeling van het evanescente veld wordt veelal uitgedrukt in de overgebleven intensiteit na het tweede prisma als functie van de afstand d , waar dan de lengte van het aantal golflengtes van het inkomende licht voor gebruikt wordt. Er is bijvoorbeeld na een d van één golflengte nog een intensiteit van $\frac{1}{e}$ de deel (ongeveer 37%) van de beginintensiteit over, dit volgt uit de wet van Lambert-Beer. Zie bijlage 3 voor een gedetailleerdere uitwerking hiervan. Daarnaast heeft de hoek van inval een sterke invloed op de indringdiepte: bij een hoek die zo dicht mogelijk bij de grenshoek ligt is de indringdiepte maximaal. Voor hoeken groter dan de grenshoek neemt de indringdiepte snel af (Derigs, 2013).

Nu blijkt het erg lastig om de kleine schaal waarop kwantumeffecten domineren en het vermogen van het menselijke oog om dit soort kleine dingen te zien te combineren.

3. Huidige staat lesmateriaal

In deze paragraaf wordt bekeken hoe de huidige generatie leerlingen het domein kwantummechanica aangeleerd krijgen. Hiervoor bestudeer ik de documenten van de NLT module *quantumwereld* (van Bemmél, 2010) waar de relevante hoofdstukken van de schoolboeken veelal op gebaseerd zijn, bijvoorbeeld de methode Nova door Alkemade en Tromp (Alkemade & Tromp, 2010). Afsluitend vel ik dan een oordeel over deze methodes.

3.1. NLT module quantumwereld

In de NLT module wordt de leerling eerst geprikkeld met een kort oriënterend stuk over de kwantummechanica en een aantal oriëntatieopdrachten, waarna we meteen de golf-deeltje dualiteit induiken aan de hand van een soort van anekdote over hoe men tot de conclusie kwam dat kleine deeltjes zich als een golf en deeltje tegelijk kunnen gedragen door de beide mogelijkheden te bespreken. Het golf-deeltjesgedrag wordt goed besproken vind ik; er zijn goede voorbeelden en logische stappen in de uitleg. Er wordt gesproken over hoe groot of klein de De Broglie-golflengte is van deeltjes en wat voor effect dit heeft op nanometer schaal. Vervolgens worden de energieniveaus behandeld. Uiteraard komt hier een stuk over Einstein's Nobelprijs-winnende theoretische verklaring van het foto-elektrisch effect. Het hoofdstuk wordt afgesloten met een samenvatting en opgaven van uiteenlopende moeilijkheid en diepgang.

Dan is het tijd voor het echte werk en wordt tunneling geïntroduceerd aan de hand van twee voorbeelden, welke verder veel als kapstok gebruikt worden. Dit zijn radioactiviteit en scanning tunneling microscopy (STM) en deze worden kort besproken.

Aan de hand van het deeltje in een put wordt besproken wat tunneling nou eigenlijk is (het buiten een 'toegestaan gebied terechtkomen) en hoe men zeker weet dat het daadwerkelijk tunneling betreft (de processnelheid wordt niet beïnvloed door de temperatuur).

Vervolgens wordt besproken wat invloed heeft op het tunneleffect, vanzelfsprekend komt de term barrière hier om de hoek kijken. Er wordt uitgelegd welke variabelen invloed hebben op de hoogte van de barrière. Vervolgens gaat van Bemmél met wat extra stof in op de tunnelkans, waar een forse uitdrukking uit de lucht komt vallen, te weten

$$T = e^{-2d\sqrt{\left(\frac{4\pi m}{h^2}\right)(V-E)}}$$

Waar T de kans is dat een deeltje binnen een seconde tunnelt, d de breedte van de barrière in meters is, V-E het verschil van de hoogte van de barrière en de energie van het deeltje in Joule is, h de constante van Planck is en m de massa in kilogram is.

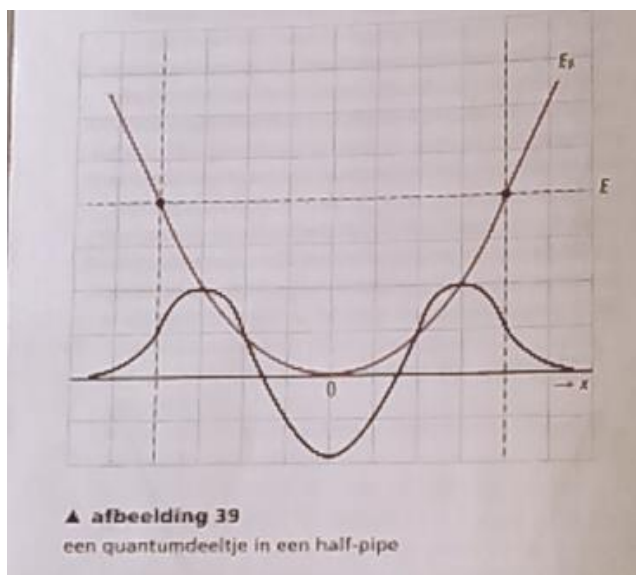
Met wat getal voorbeelden wordt snel duidelijk gemaakt dat dingen uit de macroscopische wereld niet zullen tunnelen. Ten slotte wordt in dit hoofdstuk de onzekerheidsrelatie besproken. Er wordt duidelijk gemaakt waarom deze relatie

belangrijk is voor de kwantummechanica en niet voor de 'grote' wereld. Opnieuw sluit het hoofdstuk af met een samenvatting en een kort aantal vragen.

De rest van de module gaat niet verder in op het tunneleffect en laat ik dan ook buiten beschouwing.

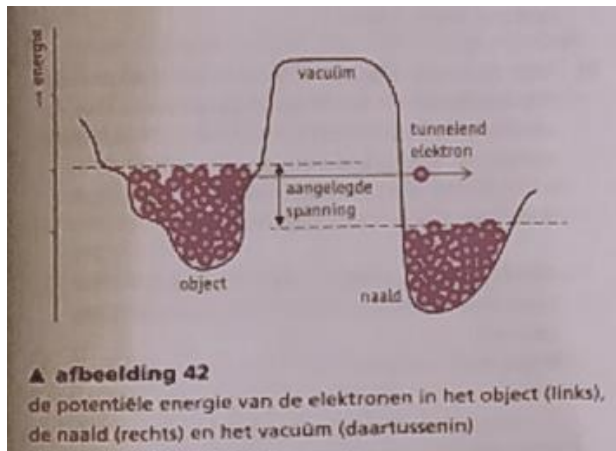
3.2. Methode Nova

Wanneer ik kijk naar een methode van een middelbare school, zoals de eerder genoemde Nova, is het overduidelijk dat deze sterk gebaseerd is op de NLT module van van Bemmelen, zij het wat ingekort. Er wordt direct een link gelegd met een eerder gebruikt klassiek voorbeeld, de energie van een skater in een half-pipe, wat als kapstok dient voor het idee van een verboden zone. Een verschil is dat er door de methode Nova meer de nadruk gelegd wordt op de energiebalans van het systeem, waar van Bemmelen de nadruk meer op de golf-deeltjesdualiteit heeft liggen.



Figuur 14 Afbeelding quantumdeeltje in een half-pipe
(Alkemade & Tromp, 2010)

Wat ik een opvallende keus vind is dat in Nova op pagina 42 in afbeelding 39 gekozen is voor een golf functie in een potentiaal als methode om te laten zien waar een quantumdeeltje zich kan bevinden, in plaats van het kwadraat van de golf functie. Hoewel er eerder in het hoofdstuk wel genoemd wordt dat de plaats bepaald wordt door het kwadraat van de golf functie, wordt er niet veel nadruk op gelegd. Met de afbeelding die de auteurs van Nova gekozen hebben is het voor een leerling die de stof nog niet volledig beheerst misschien verleidelijk te denken dat het deeltje een grote kans heeft om op de plaats te zijn waar de golf functie positief is, ook al is de potentiaal daar op gelijke hoogte.



Figuur 15 Afbeelding STM (Alkemade & Tromp, 2010)

behulp van tunneling. Als afsluiting is er een korte samenvatting van belangrijke punten en zijn er een aantal vragen.

Overigens staat er in de samenvatting een ongelukkige geformuleerde passage. Er wordt namelijk het volgende genoemd: *'Een quantumdeeltje kan worden aangetroffen in een klassiek verboden gebied'*. Dit klinkt verwarrend, volgens mij zou het beter zijn om dit te formuleren als: *'Een quantumdeeltje kan worden aangetroffen voorbij een klassiek gezien onmogelijk te overbruggen barrière'*.

Interessant om te zien is verder dat er bij de experimenten die in het boek worden aangedragen een versie zit van het experiment wat ik van plan ben te maken. Ik twijfel echter wel aan de juiste werking van het gegeven design. Zoals het in het boek wordt geïntroduceerd, worden twee prisma's met een 'afstandhouder' uit elkaar gehouden aan één kant om zo een dunne barrière te maken, zie ook de afbeelding op de volgende pagina.

Er wordt echter alleen aan het begin van het experiment kort iets gezegd over het belang van de hoek van inval. Als een leerling hier niet goed op let, zal er geen tunneling optreden, maar gewoon refractie. Als de hoek van inval te groot is zal er ook geen tunneling plaatsvinden, aangezien het tunneleffect sterk wordt onderdrukt wanneer de hoek afwijkt van de grenshoek (Albiol, Navas, & Andres, 1993). De metingen zullen dan uiteraard niet het verwachte resultaat opleveren voor verschillende diktes van de barrière.

De uitleg over de STM vind ik daarentegen wel goed. Er wordt weer een energie-analogie gemaakt met reeds bekende stof, namelijk dat spanning de hoeveelheid potentiële energie per eenheid lading is. Hiermee gewapend is het goed te doen om te zien dat een elektron liever aan de kant van de barrière wil zijn waar de potentiële energie lager is, zoals mooi weergegeven in afbeelding 42 op pagina 43.

Als laatste gaat er een paragraaf over het verklaren van alfaverval en kernfusie met

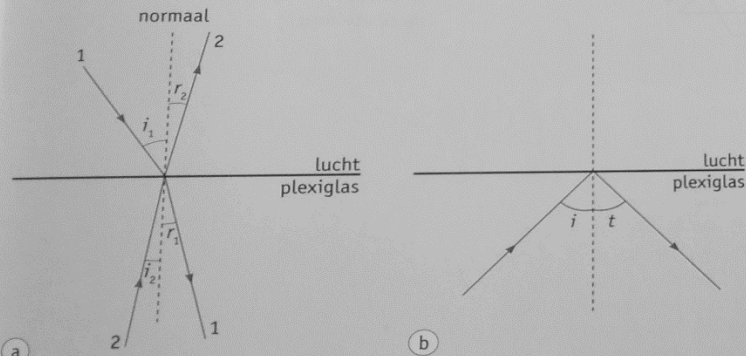
EXPERIMENT 8

Gefrustreerde totale interne reflectie

Inleiding

Tunneling is lastig te onderzoeken in de klas: STM's zijn dure apparaten en bovendien kun je er niet veel aan zien. Tunneling komt echter ook voor bij licht. Als licht van de

ene naar de andere stof gaat, bijvoorbeeld van lucht naar plexiglas, dan treedt breking op (afbeelding 57a). Anders gezegd: een lichtstraal verandert dan van richting. Ook als de lichtstraal wordt omgekeerd, treedt er breking op (afbeelding 57a). Als in dit laatste geval de hoek met de normaal te groot wordt, dan vindt er totale interne reflectie plaats: de lichtstraal is gevangen in de stof (afbeelding 57b).



afbeelding 57
breking (a) en totale reflectie (b)

Je kunt deze totale reflectie 'frustreren' door tegen het plexiglas een ander stuk plexiglas te plaatsen. Tussen de twee stukken plexiglas kan echter wat ruimte zitten, een barrière van lucht. Toch kan het licht dan nog steeds ontsnappen. Het tunnelt dus van het ene stuk plexiglas naar het andere.

Onderzoeksvraag

Hoe hangt de mate van gefrustreerde totale interne reflectie af van de grootte van de barrière tussen twee stukken plexiglas?

Benodigdheden

twee driehoekige prisma's; rode laser; lichtsensor; houder voor prisma's; verschillende afstandshouders (bijvoorbeeld stukken koperdraad met verschillende diameter); schuifmaat; liniaal; statieven

Veiligheid

Kijk **nooit** in een laserstraal, speel **nooit** met een laser en schijn **nooit** met een laser op andere mensen. Er kan onherstelbare beschadiging van de ogen optreden.

Uitvoering

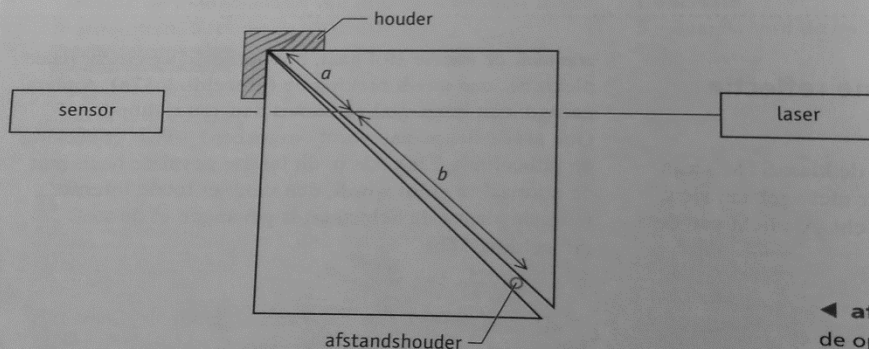
- Bouw de opstelling uit afbeelding 58.
- Meet bij verschillende afstanden tussen de stukken plexiglas de intensiteit van het licht dat wordt doorge laten. Noteer je gegevens in een tabel. Noteer daarin ook de dikte van de gebruikte afstandshouder (gebruik de schuifmaat!) en de afstanden a en b (aangegeven in afbeelding 58).

verwerking

- Reken met behulp van de afstanden a en b en de dikte van de afstandshouder uit hoe groot de afstand was tussen de stukken plexiglas ter hoogte van de laserstraal. Houd hierbij rekening met de hoek waaronder de laserstraal de barrière passeert.
- Zet je meetgegevens uit in een diagram.
- Welke eigenschap van het gebruikte licht zorgt ervoor dat je 'tunneling' op deze schaal kunt bestuderen?

Conclusie

- Beantwoord de onderzoeksvraag.



afbeelding 58
de opstelling.

Figuur 16 Tunnelproef uit Nova (Alkemade & Tromp, 2010)

3.3. Oordeel

Zowel de NLT module als de methode Nova bieden een goede structuur om de beginselen van kwantummechanica uit te leggen, echter zijn er punten waarop ik vind dat beide methodes mogelijkheden tot verbetering hebben. In de NLT module vind ik het stuk over de onzekerheid in de plaats van elektronen vrij zwak. Doordat er niet ingegaan wordt op de relatieve grootte van de deeltjes voelt het alsof de boel een beetje uit de lucht komt vallen. Naar mijn mening had een stukje over de relatieve grootte van deeltjes bij kunnen dragen aan de beeldvorming bij dit onderdeel.

Verder gaat de NLT module diep in op de stof en heeft het meer dan voldoende inhoud om leerlingen een gedegen fundament te geven voor kwantummechanica.

Dit is direct het punt waar ik vind dat de methode Nova winst kan boeken; er wordt meer dan eens uitleg gegeven die kort door de bocht is, ofwel ongelukkig geformuleerd wat ten koste van de accuraatheid gaat. Bijvoorbeeld de opzet van de tunnelproef en de zin in de samenvatting. Wellicht is hier echter met opzet voor gekozen in een poging de stof wat eenvoudiger te maken voor de leerlingen.

Uiteindelijk lijkt het mij goed om een structuur te adviseren waarmee leerlingen een goede begripsvorming zullen hebben voor dit onderwerp. Het blijkt dat kennis van schaalgrootte een belangrijk instrument is in begrijpen hoe de kwantumwereld in elkaar steekt (Margel, Eylon, & Scherz, 2004)). Dit kan bijvoorbeeld gedaan worden aan de hand van een STM practicum. Dit lijkt tegenstrijdig, leerlingen iets aanleren zonder ze te vertellen hoe een bepaald apparaat werkt, maar dit is geen enkel probleem want een microscoop kennen ze al, dus zal het voor hen niet moeilijk zijn om zich voor te stellen dat er betere varianten bestaan. Later komt dan het begrip van de werking van de STM wel.

Vervolgens is begrip van golf-deeltje dualiteit, de De Broglie-golflengte en de onzekerheidsrelatie onontbeerlijk voor het kunnen duiden van de vreemdheid van het tunneleffect. Hierbij kan het behulpzaam zijn voor leerlingen om dit uit te leggen op een manier die ze bekend is, namelijk met energieën. Zo kunnen golflengtes, deeltjesmassa, snelheid en impuls in het kwantumdomein gekoppeld worden aan begrippen die ze kennen uit het klassieke domein. Met kennis van de wiskundige beschrijving van golven en exponentiële functies gewapend zijn leerlingen dan klaar om aan het tunneleffect te beginnen.

Omdat het tunneleffect, het moment van tunnelen zelf, altijd ongrijpbaar zal zijn, is het belangrijk dat er voldoende concrete voorbeelden waar het effect optreed behandeld worden. Daarna kan men zich nog wagen aan het rekenen aan het tunneleffect. Denk bijvoorbeeld aan de tunnelkans en tunnelsnelheid zoals ook in de NLT module gedaan wordt (van Bemmelen, 2010). Deze volgorde wordt grotendeels al aangehouden in zowel de NLT module als in Nova, echter missen ze beiden een stuk waar de schaalgrootte duidelijk gemaakt wordt. Verder is het zinvol goed te letten op valkuilen waar leerlingen vaak in dreigen te vallen en hier extra aandacht aan te besteden, zoals beschreven in artikelen van Rüdinger, Müller en Wiesner (Rüdinger, 1976) (Müller & Wiesner, 2001).

4. Demonstratieproef

Een van de doelstellingen van dit onderzoek is het ontwerpen en construeren van een geschikte demonstratieproef bij het onderwerp tunneling. Om tot een goed prototype te komen zal ik een eisen- en wensenpakket opstellen en mogelijke opstellingen hiermee toetsen om te zien welke het best voldoet aan de wensen en eisen.

4.1. Wensen en eisen

Wanneer ik aan een demonstratieproef denk, denk ik aan leerlingen die 'wow' roepen (of dat op zijn minst denken) bij het zien van de proef. Het spreekt dus voor zich dat het zichtbaar is wat er gebeurt, door bijvoorbeeld de getunnelde lichtbundel op een scherm te laten zien. Een sensor en een meter die aangesloten zijn op een computer die aangeeft dat er iets gebeurt, doet voor mijn gevoel af aan het effect van de demonstratieproef.

Een andere eis is dat een leerling in een oogopslag moet kunnen zien wat er gebeurt tijdens een demonstratie, het mag op zich een complex apparaat zijn, maar de werking mag niet onduidelijk zijn.

Daarnaast is het van belang dat het prototype robuust genoeg is. Dit is een wat vage omschrijving, maar het spreekt natuurlijk voor zich dat een demonstratieproef van een gewicht aan een touw gemakkelijk erg robuust is terwijl een lenzenstelsel van zichzelf minder robuust is. Een beschadiging aan het gewicht van de slinger heeft immers geen invloed op de demonstratie, terwijl een beschadiging aan (of een bevuiling van) een lens vrij snel tot negatieve gevolgen voor de demonstratie kan leiden. Het prototype moet dus robuust genoeg zijn om meerdere malen vervoerd en gebruikt te kunnen worden en daarna nog steeds succesvol gebruikt te kunnen worden als demonstratieproef. Voor het prototype lijkt minimaal driemaal vervoer en succesvol gebruik een geschikte eis zodat het aan een aantal groepen getoond kan worden³. Vanwege de vereiste nauwkeurigheid zal het geheel redelijk star en strak in elkaar moeten gaan zitten, om te voorkomen dat door kleine bewegingen het resultaat al verloren gaat.

³ Het zal hier gaan om een of meerdere van de volgende groepen: (eerstejaars) studenten technische natuurkunde, een expertgroep (docenten) van de universiteit Twente (inclusief begeleider), bovenbouwleerlingen van een middelbare school met natuurkunde in het pakket

Het prototype moet ook maakbaar zijn. Het mag geen enorm complex of groot geheel worden, een natuurkundedocent moet prima in staat zijn om het te assembleren of te repareren wanneer dat nodig mocht zijn.

Het geheel moet vervoerbaar zijn, in eerste instantie zal dit prototype hier op de universiteit blijven en eventueel verder uitgewerkt worden en uitgeleend kunnen worden aan scholen. Voor dit laatste is het zinvol nu al na te denken over de vervoerbaarheid.

Voor het prototype is geen budget beschikbaar, maar er is een overeenkomst gesloten met de vakgroep Optical Sciences van Jennifer Herek dat ik voor het prototype gebruik mag maken van (rest)apparatuur van de vakgroep. Het prototype moet dus te assembleren zijn uit restapparatuur van de vakgroep Optical Sciences. Wanneer het prototype succesvol is getest kan er vanuit ELAN een budget beschikbaar gesteld worden voor de uiteindelijke opstelling als hier interesse in is.

In onderstaande tabel zijn deze eisen samengevat met een waardeoordeel (1-10, hoger is belangrijker) over het belang van de eis.

Eisen aan het ontwerp	Waarde van de eis
<i>Zichtbaarheid van het te demonstreren effect</i>	10
<i>Complexiteit laag houden</i>	5
<i>Robuustheid</i>	7
<i>Maakbaarheid</i>	7
<i>Vervoerbaarheid</i>	4
<i>Budget</i>	1

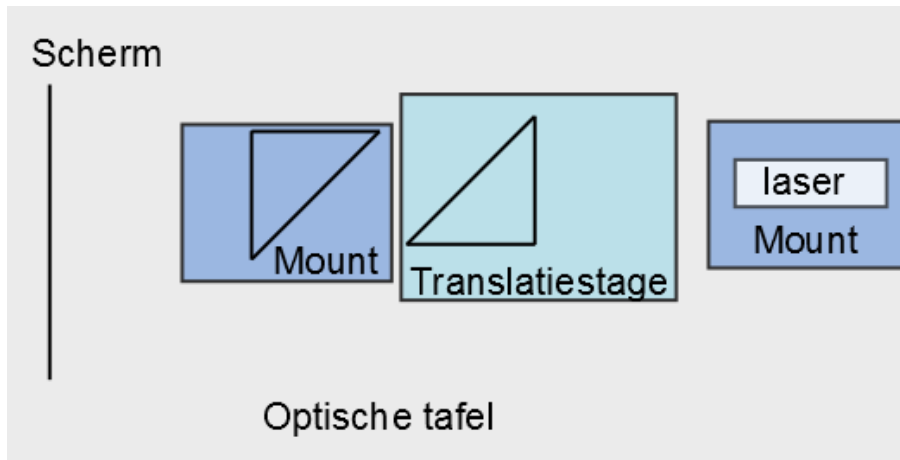
De voorgestelde ontwerpen kunnen aan de hand van deze tabel getoetst worden.

4.2. Ontwerpen

Met de eisen en wensen in het achterhoofd zijn er een aantal ontwerpen die potentie hebben. Hier werk ik deze ontwerpen verder uit, waarna ik een definitief ontwerp uitkies.

4.2.1. Ontwerp 1

Om het geheel stevigheid te geven monteer ik alle onderdelen op een stevige bodemplaat. De belangrijkste onderdelen van de opstelling zijn de prisma's en het verplaatsingsmechaniek. Heel algemeen zal de opstelling er ongeveer uit komen te zien zoals hieronder weergegeven. Let op, dit is schematisch en dus ook niet op schaal.



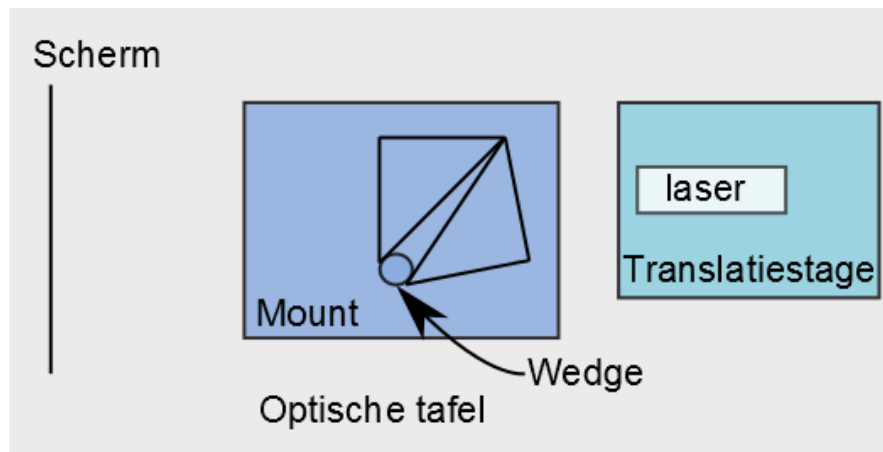
Figuur 17 Opstelling – zichtbaar licht translatiestage

De translatiestage zal erg precies moeten zijn om de dikte van de barrière goed genoeg te kunnen controleren. Wellicht moet de translatiestage uit twee delen bestaan: een grove afstelling (millimeter tot micrometer schaal) en een fijne afstelling (sub-micrometerschaal, bijvoorbeeld met behulp van een piëzo-element). Met de hand kan dan een grove afstelling gemaakt worden, waarna met het piëzo-element de laatste micrometers overbrugd kunnen worden.

Een voordeel is dat zolang het prisma in een rechte lijn bewogen wordt, de laser altijd dezelfde hoek van inval op het prisma heeft.

4.2.2. Ontwerp 2

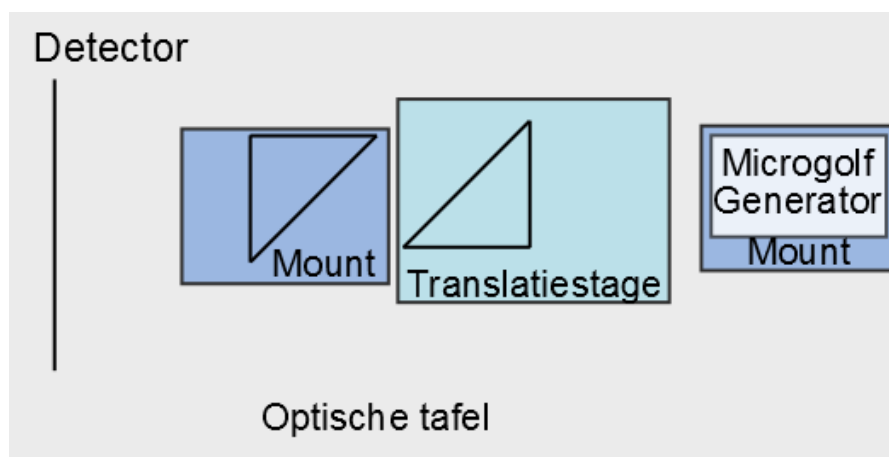
Een andere methode om de barrière te maken zou eventueel met een wedge kunnen zijn in plaats van een translatiestage. Dit zorgt voor een zeer rigide structuur, aangezien er geen bewegende delen zitten bij de twee prisma's. Nu is het wel zaak om de laser te kunnen bewegen om zo langs de barrière te kunnen bewegen en een variërende dikte van de barrière te creëren. Er werd mij vanuit de technische staf van OS verteld dat dit waarschijnlijk erg lastig te realiseren is.



Figuur 18 Opstelling – zichtbaar licht wedge

4.2.3. Ontwerp 3

Eigenlijk is dit ontwerp vrijwel identiek aan ontwerp 1, met als veranderingen dat de laser wordt vervangen door een microgolfgenerator, de glazen prisma's door twee grotere prisma's van paraffine en de detector nu een microgolfdetector is. Hierbij hoeft de dikte van de barrière niet zeer precies te worden gecontroleerd. Dit kan nu met de hand, aangezien de dikte van de barrière een aantal centimeter mag zijn. (Albiol, Navas, & Andres, 1993)



Figuur 19 Opstelling – microgolf translatiestage

4.3. Evaluatie ontwerpen

4.3.1. Ontwerp 1

Op zichtbaarheid scoort dit ontwerp goed, laserlicht is te zien met het blote oog, dus is er niet een aparte detector nodig. Het scoort niet de volle punten, omdat de dikte van de barrière nu zeer klein is en dit waarschijnlijk niet zichtbaar zal zijn met het blote oog. Een piëzo-element is niet het eenvoudigste apparaat, maar wel redelijk eenvoudig uit te leggen. Doordat de onderdelen dicht op elkaar staan is het niet zeer overzichtelijk. Wanneer alles goed gemonteerd wordt is het vrij robuust, maar doordat er op (sub)micrometerschaal gewerkt wordt, kunnen kleine trillingen invloed hebben op het resultaat. Hierdoor scoort robuustheid maar gemiddeld. Qua maakbaarheid en vervoerbaarheid scoort het ontwerp redelijk. Doordat alle onderdelen beschikbaar zijn als 'restonderdelen' vanuit de Optical Sciences groep scoort dit ontwerp hoog op budget.

Eisen aan het ontwerp	Waarde van de eis	Resultaat bij dit ontwerp
<i>Zichtbaarheid van het te demonstreren effect</i>	10	8
<i>Complexiteit laag houden</i>	5	5
<i>Robuustheid</i>	7	6
<i>Maakbaarheid</i>	7	7
<i>Vervoerbaarheid</i>	4	7
<i>Budget laag houden</i>	4	8

Totaalscore 256

4.3.2. Ontwerp 2

Op zichtbaarheid scoort dit ontwerp goed, laserlicht is te zien met het blote oog, dus is er niet een aparte detector nodig. Het scoort niet de volle punten, omdat de dikte van de barrière nu zeer klein is en dit waarschijnlijk niet zichtbaar zal zijn met het blote oog. Het ontwerp scoort iets hoger op complexiteit doordat een wedge uitleggen eenvoudiger zal zijn dan een piëzo-element. Echter is er een probleem met de grootte van de wedge.

Stel dat het evanescente veld nog goed koppelt met een barrière van 300 nanometer, dan zou de wedge in het midden een barrière van die dikte moeten maken. Om het effect duidelijk te maken moet de barrière vlak bij de wedge groot genoeg zijn zodat er geen tunneling meer optreedt. Dit is boven een micrometer het geval, dus de wedge zou ongeveer een micrometer dik moeten zijn, waarna dit bevestigd moet worden tussen de twee prisma's (Voros & Johnson, 2008). Dit levert nogal wat praktische problemen op, want er werd mij verteld dat er geen wedge van deze dikte bij de vakgroep OS beschikbaar is. Daarnaast is het bevestigen van deze wedge niet triviaal.

Ook doordat er vanuit de technische staf van OS mij werd afgeraden zoiets te proberen zorgt tezamen voor een zeer slechte score op maakbaarheid en budget. Robuustheid en vervoer scoren goed en redelijk.

Eisen aan het ontwerp	Waarde van de eis	Resultaat bij dit ontwerp
<i>Zichtbaarheid van het te demonstreren effect</i>	10	8
<i>Complexiteit laag houden</i>	5	6
<i>Robuustheid</i>	7	8
<i>Maakbaarheid</i>	7	1
<i>Vervoerbaarheid</i>	4	7
<i>Budget laag houden</i>	4	2

Totaalscore 209

4.3.3. Ontwerp 3

Het bleek dat dit ontwerp nog 'in de kast lag' en dus qua maakbaarheid erg goed scoort. Het is wel een prijzig apparaat. Doordat de opstelling met microgolven werkt is het geheel wat minder gevoelig voor kleine trillingen en verstoringen, dus is het vrij robuust. Aangezien dit ontwerp al in een doos verpakt zit, is ook de vervoerbaarheid goed. Het ziet er redelijk eenvoudig uit, doordat alle componenten groot zijn en redelijk ver uit elkaar staan. Het probleem bij dit experiment is echter dat microgolven niet in het zichtbare deel van het spectrum zitten. Alles is gebaseerd op de uitslag van een meter, wat betekent dat dit ontwerp op zichtbaarheid matig scoort.

Eisen aan het ontwerp	Waarde van de eis	Resultaat bij dit ontwerp
<i>Zichtbaarheid van het te demonstreren effect</i>	10	4
<i>Complexiteit laag houden</i>	5	7
<i>Robuustheid</i>	7	9
<i>Maakbaarheid</i>	7	9
<i>Vervoerbaarheid</i>	4	9
<i>Budget laag houden</i>	4	4

Totaalscore 253

4.3.4. Keuze ontwerp

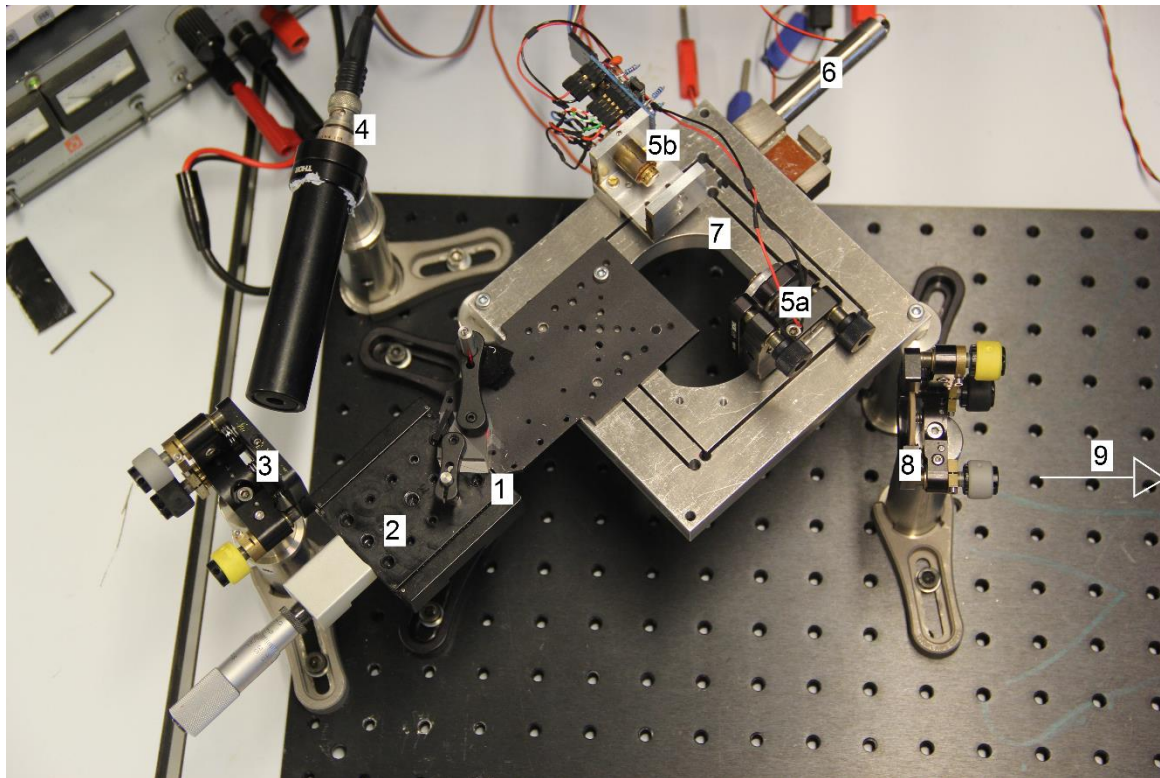
Ontwerp 2 wordt afgewezen aangezien de wedge niet praktisch is om te maken, noch zonder budget te doen. Ontwerp 1 en 3 zitten qua score dicht bij elkaar. Aangezien ik van mening ben dat iets zelf zien een groter effect zal hebben dan een meter zien kies ik voor het uitwerken van ontwerp 1. Het is wellicht interessant om ooit de twee ontwerpen te vergelijken in een klassensituatie, aangezien je door de verschillen vermoedelijk meerdere leerlingen kunt aanspreken.

5. Evaluatie proefopstelling

Om de opstelling zinvol te testen heb ik een aantal dingen gemaakt, namelijk een voorbereidende les, een pre- en posttest, een werkblad voor leerlingen en een vragenlijst voor een expertreview. Deze stukken worden in dit hoofdstuk getoond en hier zal ik conclusies aan verbinden aan het eind van het hoofdstuk. Als eerste heb ik zelf een set metingen gedaan om te testen of de opstelling daadwerkelijk het beoogde resultaat geeft. Deze zal ik eerst bespreken.

5.1. Zelftest tunnelproef

Allereerst een foto van de opstelling zoals die uiteindelijk geworden is:



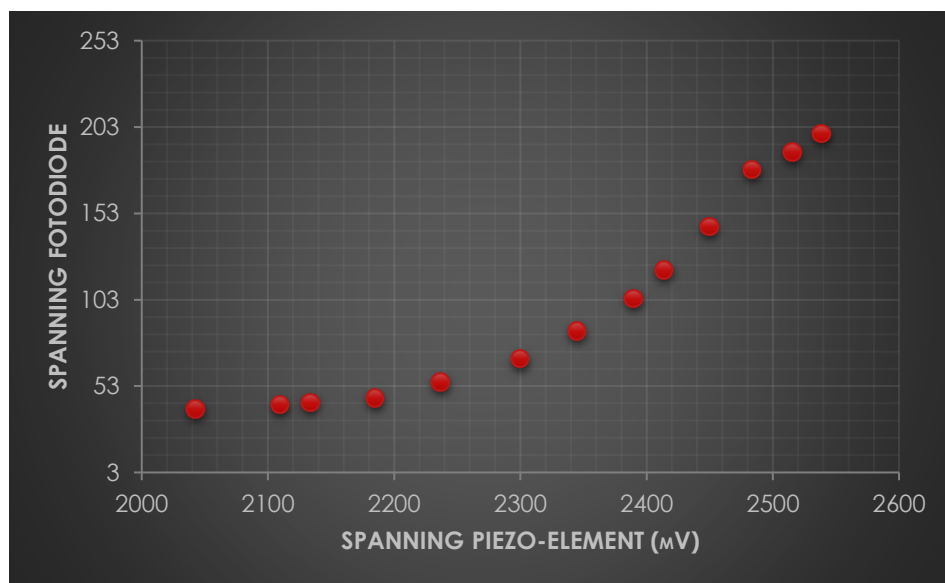
Figuur 20 Opstelling - bovenaanzicht

De onderdelen zoals genummerd in de bovenstaande figuur

1. De prisma's
2. Translatietafel prisma, grove afstelling
3. Spiegel
4. Fotodiode
5. a. Laser voor plaatsbepaling & b. kwadrantencel van een AFM
6. Piëzo-element
7. Translatiestage
8. Lens, brandpunt ligt op grensvlak van eerste prisma
9. Laser gericht op prisma's, buiten foto

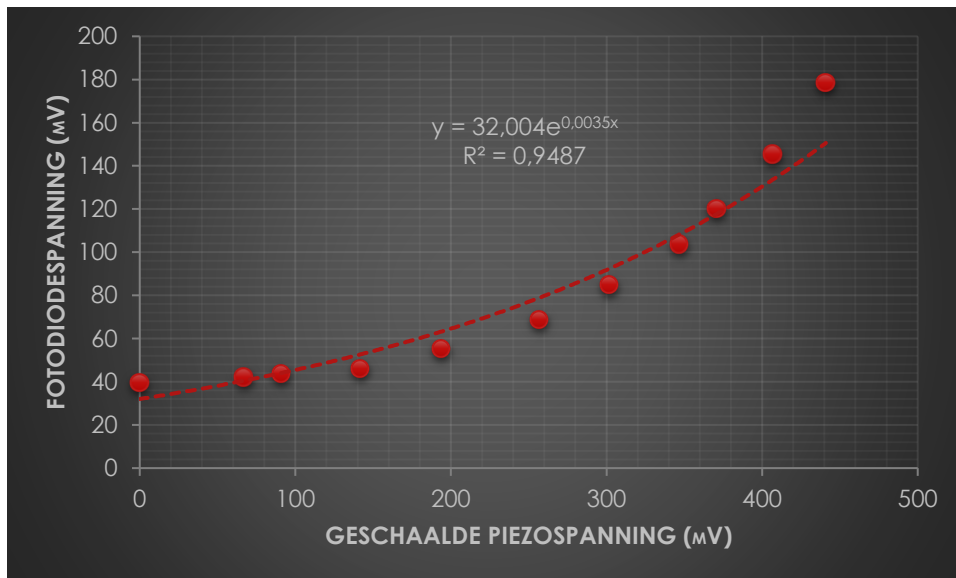
Dit alles is gemonteerd op een standaard optische tafel waar de onderdelen op poten staan die geklemd zijn op de tafel. Het piëzo-element duwt door een gat tegen de binnenkant van de translatiestage aan, zo beweegt het plaatje waar het rechter prisma op staat. Ook beweegt de laser die voor de plaatsbepaling gebruikt wordt mee met de bewegingen van het piëzo-element.

Het resultaat wat ik verwacht is een exponentieel dalende intensiteit als functie van de afstand tussen de prisma's.



Figuur 21 Spanning fotodiode als functie van spanning op piëzo-element

Om de plot hierboven te maken heb ik eerst de prisma's grof afgesteld met de translatiestage. Vervolgens heb ik met het piëzo-element de precieze meting gedaan. Hier correspondeert een lage spanning met een grotere afstand tussen de prisma's. Het is zo redelijk te zien dat er in het regime waar de prisma's elkaar genoeg benaderen er een exponentieel verband zichtbaar is. Het is te zien dat de prisma's elkaar beginnen te raken vanaf ongeveer 2500 mV, de helling neemt dan sterk af. Wanneer we de te hoge punten niet meenemen kunnen we een exponentiële fit maken en hier de dempingsfactor uithalen. Om het geheel inzichtelijker te maken heb ik de aangelegde piëzo-spanning geschaald zodat het eerste punt op 0 mV ligt.

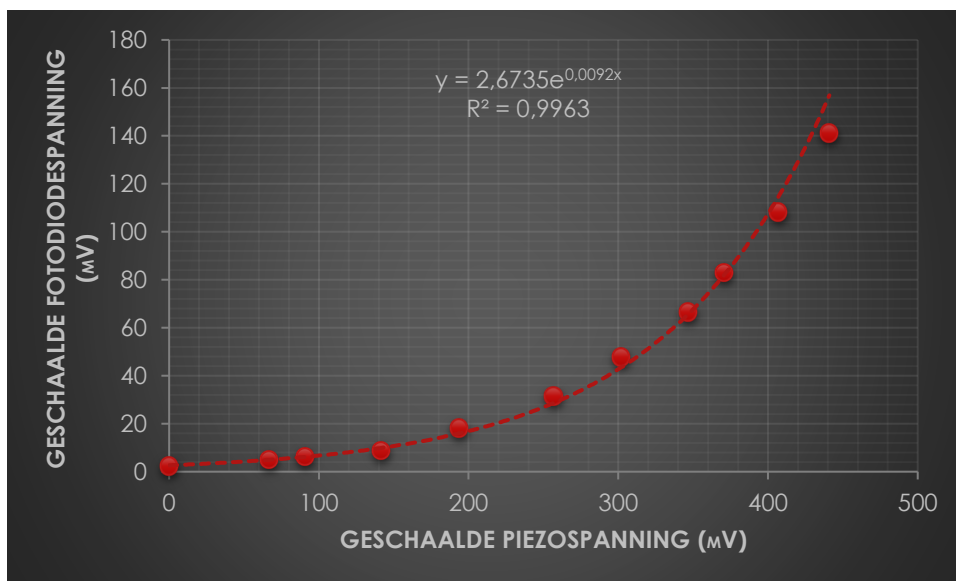


Figuur 22 Exponentiële deel van meetwaarden

Het valt direct op dat de punten nu een stuk beter te beschrijven zijn met een exponentieel verband, echter is er wel een afwijking zichtbaar wanneer een trendlijn wordt getekend die met de kleinste kwadraten-fit-methode bepaald is. De lijn volgt de punten niet perfect, dus zit er een offset in de meetwaarden. Een mogelijkheid zou omgevingslicht kunnen zijn. Dit zou verklaren waar de afwijking vandaan komt. Immers

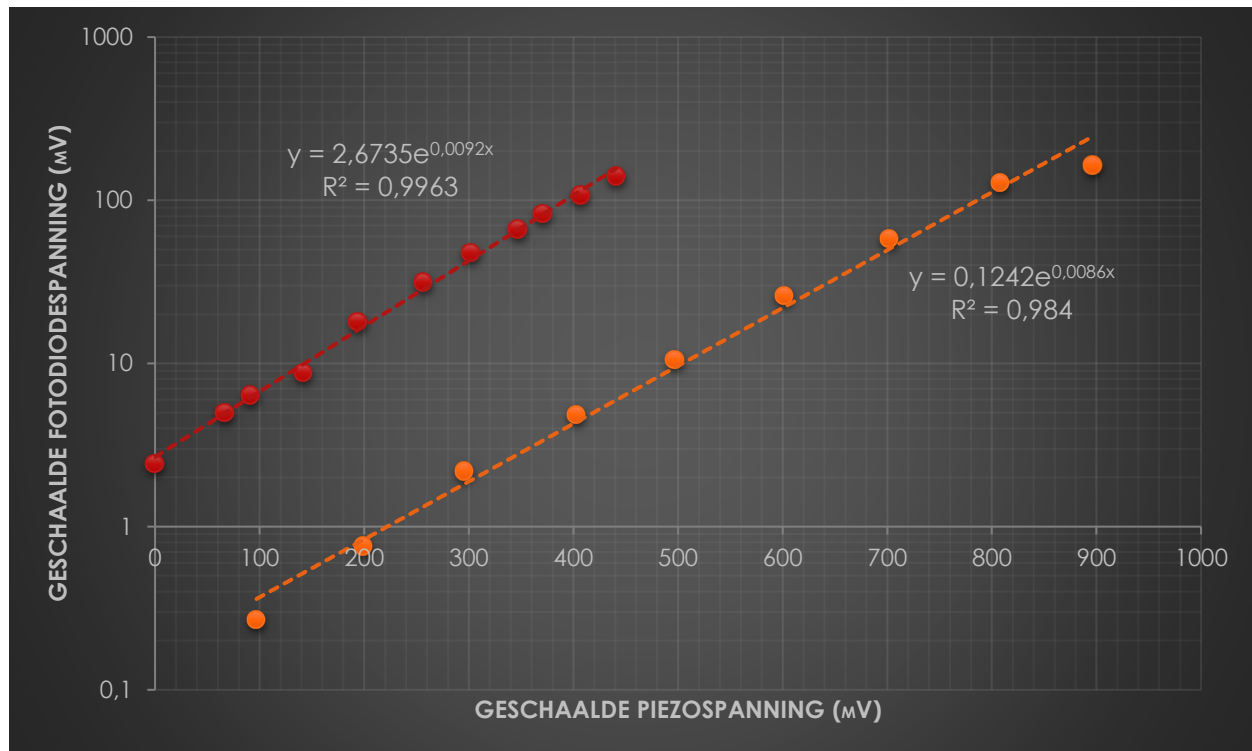
$$I(x) = I_{omgeving} + I_{0.laser}e^{-Ax}$$

Ik schaal dus de spanning van de fotodiode nu ook met de laagst gemeten waarde, dit noem ik nul. Het resultaat wordt dan als volgt



Figuur 23 Geschaalde meetwaarden

Dit laat een prachtig exponentieel verband zien. Om de reproduceerbaarheid te toetsen heb ik later nog een meting gedaan. Deze twee zijn hieronder tezamen in een semi-log plot te zien.



Figuur 24 Twee metingen, semi-log plot

Hier is twee keer dezelfde trend te zien: een dataset die een exponentieel verband laat zien. Er is een klein verschil in de dempingsfactor, 0.0092 tegenover 0.0086. Dit komt vermoedelijk door kleine verschillen in de hoek van inval van de laser bij het opnieuw uitlijnen van de opstelling voor de nieuwe meting, wat zoals eerder al genoemd is een sterke invloed heeft op de getransmitteerde intensiteit.

Deze resultaten zijn veelbelovend en het lijkt het mij zeker te doen om dit te demonstreren aan een groep leerlingen. Om de metingen door leerlingen zelf te laten doen is wellicht lastiger; de opstelling blijft enorm gevoelig en het verwerken van de data heeft nog wel wat denkstappen nodig. Aangezien het niet het doel van de proef is om leerlingen met deze denkstappen te laten oefenen moet hier goed bijgestuurd worden als leerlingen zelf de data verwerken.

5.2. Pre-test kwantummechanica

Om te testen of het begrip van leerlingen omtrent tunneling vooruit gaat volgen hier een pre- en posttest die afgenomen zouden kunnen worden voor en na het experiment. Omdat het experiment op het moment nog niet geschikt is om eenvoudig aan meerdere klassen te laten zien, heb ik zelf deze tests niet op papier laten maken door de leerlingen die zijn komen kijken. Het aantal leerlingen vond ik daarvoor te laag en dit zou statistisch niet betrouwbare data opleveren. Om wel wat data te verzamelen heb ik in een onderwijsleergesprek met de leerlingen verschillende vragen besproken tijdens het experiment.

Een aantal van deze vragen zijn vertaalde vragen van de quantum mechanics conceptual survey (QMCS) (McKagan, Perkins, & Wieman, 2010), aanpassingen daarop of volledig nieuwe vragen (te weten, vraag 6 van de pretest en vraag 7 tot en met 10 van de posttest).

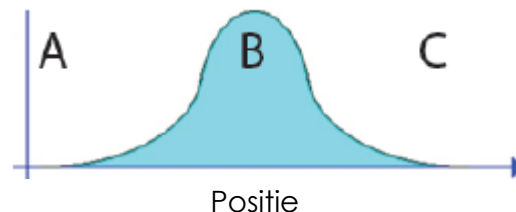
Geef aan welk antwoord volgens jou (het meest) juist is. Geef daarna met een cijfer van 1 (totale gok) tot en met 10 (geen enkele twijfel) aan hoe zeker je van je keus bent.

Vraag 1) Wat is waar over de golf-deeltje dualiteit?

- a. Alles is een deeltje, de golfbeweging ontstaat doordat het deeltje trilt
- b. Het hangt van het experiment af of je een golf of een deeltje meet, maar een golf en een deeltje gaan altijd samen
- c. Een deeltje vervormt zijn omgeving, deze vervorming is wat wij zien als de golf
- d. Alles bestaat uit golven, het deeltjesgedrag ontstaat doordat de golf ergens tegenaan botst en dan samengeperst wordt

Vraag 2) Hiernaast zie je de golf functie van een deeltje. Welke uitspraak is waar?

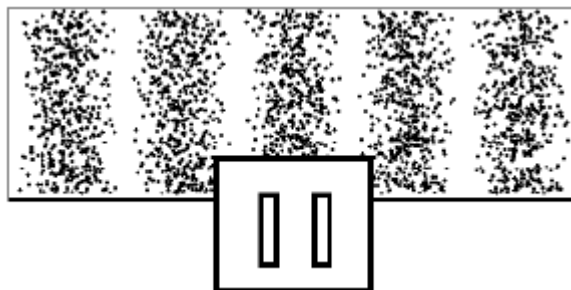
- a. Het deeltje beweegt heen en weer tussen A en C
- b. Het deeltje kan overal tussen A en C zijn, maar is waarschijnlijk op punt B
- c. Het deeltje zit tussen A en B
- d. Het deeltje zit tussen B en C



Vraag 3) De totale energie van een deeltje dat door een barrière tunnelt is

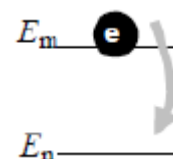
- a. Groter dan de energie voor het tunnelen
- b. Gelijk aan de energie voor het tunnelen
- c. Kleiner dan de energie voor het tunnel
- d. Nul geworden

Vraag 4) Je schiet een bundel fotonen door een tweetal spleten op een scherm. De bundel is zo zwak dat de fotonen één voor één bij het scherm aankomen, maar uiteindelijk vormen ze een interferentiepatroon, zoals hiernaast te zien is. Wat kun je zeggen over door welke spleet elk individueel foton is gegaan?



- Elk foton ging door één van de twee spleten, als we een heel goede detector hebben kunnen we meten welke spleet dit was, zonder het patroon te verstoren.
- Elk foton ging door één van de twee spleten, maar het is onmogelijk om te meten welke.
- Elk foton ging door beide spleten, als we een heel goede detector hebben kunnen we een foton op twee plaatsen tegelijk meten.
- Elk foton ging door beide spleten. Als we een heel goede detector hebben kunnen we meten dat een foton door de ene of de andere spleet gaat, maar dit zou het interferentiepatroon stukmaken.
- Het is onmogelijk om te meten of het foton door één of beide spleten is gegaan.

Vraag 5) Het diagram rechts laat de energieniveaus zien in een atoom met een elektron in energieniveau E_m . Als dit elektron van E_m naar E_n gaat, wordt er licht uitgezonden. Hoe groter het energieverval tussen E_m & E_n ...



- ...hoe meer fotonen worden uitgezonden
- ...hoe helderder (hogere intensiteit) het licht dat wordt uitgezonden
- ...hoe groter de golflengte (roder) het licht dat wordt uitgezonden
- ...hoe korter de golflengte (blauwer) het licht dat wordt uitgezonden
- Meer dan 1 één van de antwoorden hierboven is juist.

Als laatste een open vraag. Wees zo uitgebreid als je zelf wilt.

Vraag 6) Probeer in eigen woorden uit te leggen wat jij denkt dat tunneling is. Probeer uit te leggen waarom je dat denkt.

5.3. Posttest kwantummechanica

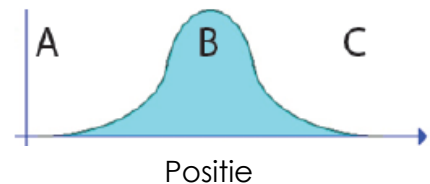
Geef aan welk antwoord volgens jou (het meest) juist is. Geef daarna met een cijfer van 1 (totale gok) tot en met 10 (geen enkele twijfel) aan hoe zeker je van je keus bent.

Vraag 1) Wat is waar over de golf-deeltje dualiteit?

- a. Alles is een deeltje, de golfbeweging ontstaat doordat het deeltje trilt
- b. Het hangt van het experiment af of je een golf of een deeltje meet, maar een golf en een deeltje gaan altijd samen
- c. Een deeltje vervormt zijn omgeving, deze vervorming is wat wij zien als de golf
- d. Alles bestaat uit golven, het deeltjesgedrag ontstaat doordat de golf ergens tegenaan botst en dan samengeperst wordt

Vraag 2) Hiernaast zie je de golffunctie van een deeltje. Welke uitspraak is waar?

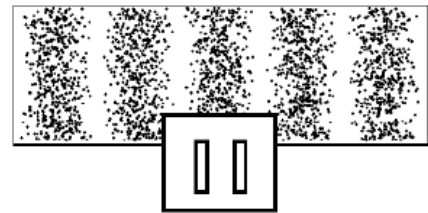
- a. Het deeltje beweegt heen en weer tussen A en C
- b. Het deeltje kan overal tussen A en C zijn, maar is waarschijnlijk op punt B
- c. Het deeltje zit tussen A en B
- d. Het deeltje zit tussen B en C



Vraag 3) De totale energie van een deeltje dat door een barrière tunnelt is...

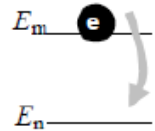
- a. ...groter dan de energie voor het tunnelen
- b. ...gelijk aan de energie voor het tunnelen
- c. ...kleiner dan de energie voor het tunnelen
- d. ...nul geworden

Vraag 4) Je schiet een bundel fotonen door een tweetal spleten op een scherm. De bundel is zo zwak dat de fotonen één voor één bij het scherm aankomen, maar uiteindelijk vormen ze een interferentiepatroon, zoals hiernaast te zien is. Wat kun je zeggen over door welke spleet elk individueel foton is gegaan?



- a. Elk foton ging door één van de twee spleten, als we een heel goede detector hebben kunnen we meten welke spleet dit was, zonder het patroon te verstoren.
- b. Elk foton ging door één van de twee spleten, maar het is onmogelijk om te meten welke.
- c. Elk foton ging door beide spleten, als we een heel goede detector hebben kunnen we een foton op twee plaatsen tegelijk meten.
- d. Elk foton ging door beide spleten. Als we een heel goede detector hebben kunnen we meten dat een foton door de ene of de andere spleet gaat, maar dit zou het interferentiepatroon stukmaken.
- e. Het is onmogelijk om te meten of het foton door één of beide spleten is gegaan.

Vraag 5) Het diagram rechts laat de energieniveaus zien in een atoom met een elektron in energieniveau E_m . Als dit elektron van E_m naar E_n gaat, wordt er licht uitgezonden. Hoe groter het energieverschil tussen E_m & E_n ...



- ...hoe meer fotonen worden uitgezonden
- ...hoe helderder (hogere intensiteit) het licht dat wordt uitgezonden
- ...hoe groter de golflengte (roder) van het licht dat wordt uitgezonden
- ...hoe korter de golflengte (blauwer) van het licht dat wordt uitgezonden
- Meer dan 1 één van de antwoorden hierboven is juist.

Vraag 6) Je maakt een interferentiepatroon door licht op een dubbele spleet te schijnen. Wat is waar over de donkere plaatsen in het ontstane interferentiepatroon?

- Op deze donkere plekken valt wel licht, maar omdat de amplitude van verschillende golven tegengesteld is heffen de fotonen elkaar hier op.
- Het is voor een foton verboden om in een minimum te komen, daardoor is het hier donker.
- Fotonen kunnen wel op een minimum terecht komen, de kans hierop is alleen erg klein, daardoor is het hier donkerder.

Vraag 7) Licht tunnelt door een barrière met een dikte d . De intensiteit na het tunnelen is een $\frac{1}{2}$ maal de ingestuurde intensiteit. Als we de barrière verdunnen naar $\frac{d}{2}$ dan...

- ...neemt de intensiteit af tot $1/8$
- ...neemt de intensiteit af tot $1/4$
- ...neemt de intensiteit toe tot $1/\sqrt{2}$
- ...neemt de intensiteit toe tot $1/\sqrt{e}$

Vraag 8) We duwen de prisma's tegen elkaar aan. Als we naast het rode licht ook groen licht op de prisma's afsturen en de prisma's langzaam van elkaar afhalen dan...

- ...zal het rode licht sneller minder intens worden
- ...nemen de intensiteiten van beide kleuren af, maar blijven gelijk
- ...zal het groene licht sneller minder intens worden
- Je kunt deze uitkomst niet voorspellen

Vraag 9) Na de les en de proef denk ik dat tunneling

- ...iets is wat werkelijk gebeurt
- ...iets is wat niet werkelijk gebeurt
- ...een wiskundige truc is om iets te beschrijven wat we niet begrijpen
- ...iets anders is, namelijk...

Als laatste een open vraag. Wees zo uitgebreid als je zelf wilt.

Vraag 10) Als jij na vandaag iemand die deze proef niet kent zou moeten uitleggen wat je vandaag gezien en geleerd hebt, wat zou je dan vertellen? Waarom juist dat en waarom op die manier?

5.4. Opzet lesvoorbereiding horend bij uitvoeren tunnelproef

Lesvoorbereiding tunneling – DATUM/2014 LOCATIE, KLAS, TIJD

Begin les Welkom & voorstellen. Aandachtstrekker, heeft ie genoeg energie of niet? (https://www.youtube.com/watch?v=01P29WX0ueg) Vandaag gaan we kijken naar het springen over een kloof/barrière. Pre-test afnemen.	Tijd (min) 5 10
Kern les Schaalgrootte kwantumeffecten bespreken, uitleggen hoe klein een nanometer is. <i>(sinds het begin van de les (10-15min) is je haar al enkele duizenden nanometers gegroeid! 5nm/s)</i> Voorbespreking werking piëzo-element, opfrissen grenshoek (eventueel snelle demo met laser en prisma). Op naar de proefopstelling! Werkblad Korte nabespreking. Op kleine schaal gedraagt materie zich niet zoals op grote schaal. Een muur hoeft een deeltje niet tegen te houden, en een deeltje hoeft niet in een kloof te vallen. Gebruik maken van het idee van over een kloof springen of over een heuvel fietsen als kapstok om tunneling aan op te gaan hangen. Inventariseren bij leerlingen waar zij denken dat dit (klassiek gezien onmogelijke) gedrag vandaan zou kunnen komen, in onderwijsleergesprek aansturen op De Broglie-golflengte en onzekerheidsrelatie.	5 5 30 5 5
Afsluiting les Posttest afnemen en daarna les afsluiten.	15

Hoofdoel les, proef en nabespreking

- ❖ Leerlingen zijn na afloop overtuigd van de 'echtheid' van kwantumtunneling en kunnen in eigen woorden uitleggen hoe kwantumtunneling werkt

5.5. Expertreview tunnelproef docentontwikkelteam

Als onderdeel van het onderzoek heb ik een zes koppig docentontwikkelteam (DOT) uitgenodigd om als experts te oordelen over de opstelling. Na een korte introductie van de onderdelen van de opstelling heb ik laten zien dat de opstelling werkt en verteld wat voor metingen ermee gedaan kunnen worden en hoe hier verder mee gewerkt kan worden. Vervolgens heb ik de pre- en posttest laten zien en kort doorgesproken met het DOT. Daarna heb ik een aantal vragen bij de docenten neergelegd. De vragen en samenvattingen van de antwoorden en het brainstormen erbij volgen hieronder.

Zou je de opstelling gebruiken in een les, waarom wel of niet?

Ja, maar ik twijfel of ik de opstelling goed uitgelijnd krijg in de klas. Een oplossing hiervoor zou zijn om de opstelling op de UT te laten staan en met een videoverbinding via internet de proef in de klas laten zien. Dit heeft als bonus dat ik zelf niet aan de proef hoeft te zitten, maar dat een expert/operator de opstelling kan bedienen.

Denk je dat de opstelling leerlingen kan helpen bij het begrijpen van het tunneleffect? Waarom wel of niet?

Wellicht, maar de opstelling in zijn huidige vorm heeft veel onderdelen die afleiden van de kern van de proef. Als de onderdelen die nodig zijn voor het uitlijnen et cetera weggewerkt kunnen worden dan zou het beter zijn.

Wat is volgens jou het zwakste punt van de opstelling?

De opstelling is fragiel en lastig uit te lijnen. Door de afleidende onderdelen is het de vraag of het tunneleffect overkomt bij de leerlingen.

Wat is volgens jou het sterkste punt van de opstelling?

De proef maakt het tunneleffect zichtbaar, het is een goed zichtbare demonstratie van lastige materie.

Een van de docenten merkte op dat het waarschijnlijk lastig is voor leerlingen om de proef te begrijpen en dat uitleg van tevoren hier uitkomst zou bieden. Deze les vooraf heb ik al gemaakt, dus vandaar dat ik dit niet bij de antwoorden heb verwerkt.

Concluderend kan ik na afloop van de expertreview zeggen dat het DOT overwegend zeer enthousiast was en met een aantal goede punten kwam die gebruikt kunnen worden om de proef te verbeteren of daadwerkelijk te implementeren in een klas- of lessituatie. Scans van de opmerkingen van de docenten zijn bijgevoegd in bijlage 5.

Een belangrijk onderdeel van het testproces was volgens de docenten een aantal leerlingen inschakelen om de proef te proberen. Hiervoor heb ik bij het DOT gevraagd of zij nog leerlingen hebben die het leuk vinden om zoiets eens te proberen. Om dat gestroomlijnd te laten gaan heb ik voor de leerlingen een werkblad gemaakt.

5.6. Werkblad leerlingen tunnelproef

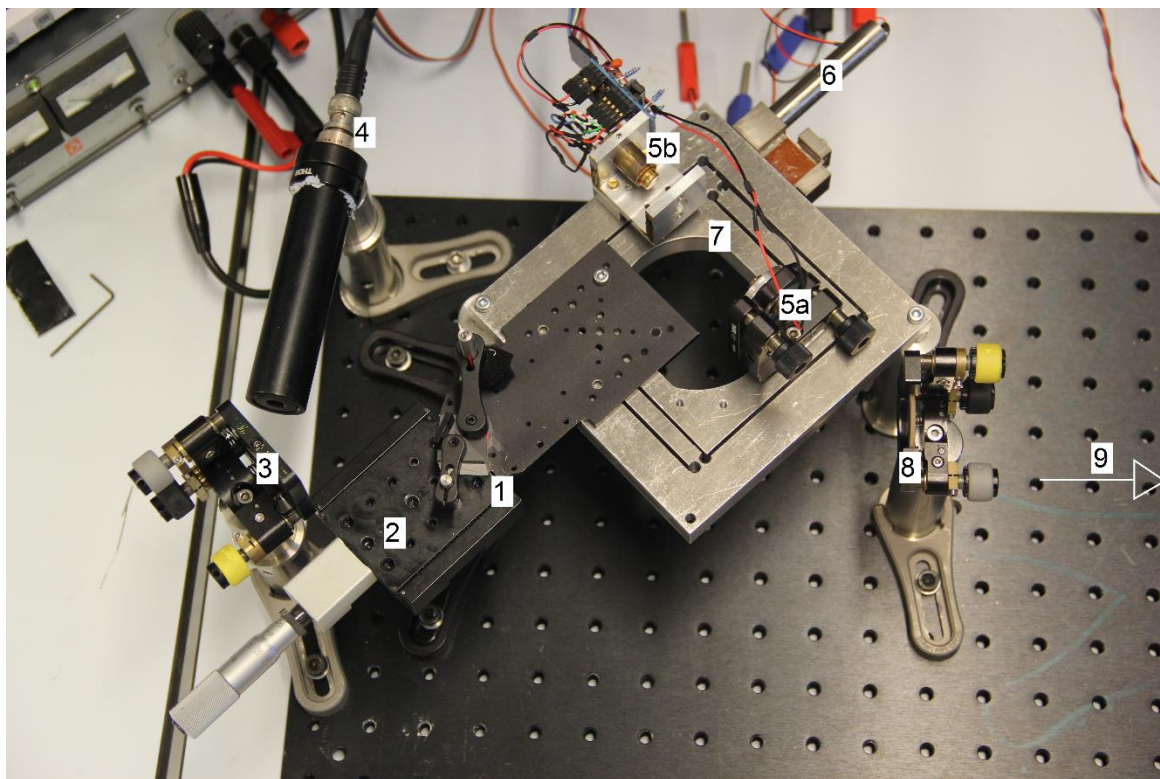
Voor je staat de proef waar je mee aan de slag zult gaan, lees het werkblad goed. Een paar dingen vooraf:

- Mocht willen stoppen met de proef dan kan dat altijd, je bent tot niets verplicht.
- De opstelling is helemaal goed klaargezet en uitgelijnd, dus ga niet zomaar aan knoppen draaien zonder dat te vragen. Voor je er erg in hebt staat iets enkele honderdduizenden nanometers de verkeerde kant op, en het is best moeilijk om dat weer goed te krijgen!
- Denk hardop na over wat je verwacht, ziet, begrijpt of niet begrijpt. Het gaat mij er niet om of je het goed of fout hebt, maar over hoe jij nadenkt over de proef en de bijbehorende theorie.
- Je kunt mij altijd vragen om hulp.
- Veel plezier!

Je hebt een pen, potlood, geodriehoek en misschien een gum nodig.

De opstelling

Hieronder staat een foto van de opstelling. Bekijk de opstelling zelf ook goed en schrijf daarna op wat de aangegeven onderdelen doen. Als je hier klaar mee bent bespreek je dit met mij.



Metten

1. Je gaat nu een meting doen met de opstelling. Hiervoor gaan we het piëzo-element aansturen met een regelbare spanningsbron.
 - a. Wat zie je gebeuren als er een spanning van 5 Volt over het piëzo-element gezet wordt? En 30 Volt?
 - b. Op de oscilloscopen zijn verschillende dingen te zien, probeer eerst zelf uit te leggen wat deze waarden voorstellen.
 - c. Neem de onderstaande tabel over vul hem aan tot je op zijn minst 10 meetpunten hebt.

Voltage over Piëzo-element (V)	Voltage oscilloscoop 1 (V)	Voltage oscilloscoop 2 (V)

2. Je gaat zo een diagram van de waarden uit je tabel maken.
 - a. Wat voor een verband verwacht je?
 - b. Teken het diagram.
 - c. Wat voor een verband zie je?
 - d. Kun je dit verklaren?

5.6.1. Opmerkingen bij werkblad

Het werkblad heb ik gemaakt met in het achterhoofd dat het hoofddoel van de proef leerlingen meer inzicht geven in het tunneleffect is. Zie hiervoor ook bijlage 4, de getting practical sheet die is opgezet om snel inzicht te krijgen in wat een docent beoogt met een proef (Abrahams & Millar, 2008). Het is verleidelijk om veel dingen in een proef te stoppen, maar dat is voor een leerling al snel ondoenlijk. Dit is ook de reden dat ik van alle onderdelen direct uitleg wat zij doen in de introductieles. Dit kort herhalen in vraagvorm op het werkblad zorgt ervoor dat ik kan zien of ze onthouden hebben waar ze mee bezig zijn, wat natuurlijk wel een vereiste is om met de opstelling te kunnen werken.

5.7. Review tunnelproef leerlingen

Donderdag 9 juli heb ik elf leerlingen die reeds geslaagd waren voor hun vwo eindexamen meegenomen naar het lab om hen als reviewgroep in te zetten voor de proefopstelling. Daar het schooljaar al geëindigd was en het lastig was om leerlingen bij elkaar te krijgen heb ik gebruik gemaakt van mijn bijbaan bij Twente Academy, waar ik een wiskunde deficiëntie cursus begeleidde in de week van 6 tot 10 juli. Van deze groep van in totaal 35 deelnemers die op moment van schrijven aankomend studenten van de Universiteit Twente zijn en overwegend studies gaan volgen die door de faculteit construerende wetenschappen (CTW) worden aangeboden, heb ik een aantal vrijwilligers gevraagd. Uitspraken van leerlingen zijn ('cursief') aangegeven en zo woordelijk mogelijk overgenomen, maar soms geparafraseerd wanneer dat de duidelijkheid ten goede komt.

Als eerste heb ik de groep de opstelling laten zien en hen de opdracht gegeven er eens naar te kijken en het te bestuderen zonder het aan te raken, waarna ik in het algemeen gevraagd heb aan de groep wat ze gezien hadden en wat ze dachten dat het doel was. Vrijwel direct kwam naar voren dat ze dachten dat de prisma's het belangrijkste waren (*'Prisma's zijn altijd belangrijk!' & 'Het heeft altijd iets met een prisma te maken.'*). Ik heb verteld hoe ik de prisma's opgesteld had, dat het eerste prisma precies onder de grenshoek stond, zodat al het licht weerkaatst werd.

Ik heb deze groep een korte introductie gegeven over kwantummechanica, welke begon met de vraag: 'Wie kent de term kwantumtunneling?' Van deze groep van elf gaven twee leerlingen aan dat zij de term kwantumtunneling kenden, drie twijfelden en gaven aan dat het bekend klonk en de rest had het nog niet eerder gehoord. Aan de hand van de analogie van de bal die tegen een raam stuitert en terugkomt voor een bepaalde energie en er doorheen gaat en het glas breekt voor een hogere energie heb ik aannemelijk gemaakt wat er zo meteen te gebeuren stond.

De opstelling heb ik laten zien en in alle rust heb ik de aandacht steeds meer gelegd op de ruimte tussen de prisma's en aangestuurd op dat dit de barrière is waar het steeds om gaat. Het was nu zaak om duidelijk te maken wat de afstand tussen de prisma's zou moeten worden. Hiervoor heb ik een haar uitgetrokken bij mezelf en gevraagd om te schatten hoe groot de diameter daarvan zou zijn. Na wat aansturing kwamen de leerlingen uit op de gewenste 20 tot 100 micrometer. Vanaf hier heb ik in de groep gegooid wat ze dachten dat de gewenste afstand zou zijn voor de dikte van de barrière, met wat extra informatie die terloops ter sprake kwam; de grootte van een atoom is van de orde grootte $10^{-10}m$, kwamen ze niet echt in de goede richting (*'10 nanometer?' & '10 micrometer?' & '1000 micrometer?'*). Pas na redelijk wat sturing kwamen ze in de goede richting en vrijwel direct daarna viel dan ook de term golflengte.

Nu de benodigde afstand gerelateerd was aan een fractie van de dikte van een haar was het duidelijk dat de opstelling gevoelig was en dat het met de hand instellen van de afstand een lastig karwei zou zijn. Hiervoor gebruiken we dan ook een piëzo-element, wat ik droog geïntroduceerd heb als 'een soort veer die ik lineair kan uitrekken door een

spanning aan te leggen'. Dit werd prima geaccepteerd als een gegeven en hier heb ik verder geen aandacht aan geschonken. Nu schakel ik de opstelling in en heb ik laten zien dat al het licht weerkaatst werd door het eerste prisma aangezien de opstelling begon met de prisma's uit elkaar. Vervolgens heb ik de oscilloscoop die aangesloten was op de fotodiode aangezet en laten zien dat de hoogte van het signaal afhangt van de hoeveelheid licht die invalt op de diode.

Nu liet ik de leerlingen voorspellen wat er zou gebeuren wanneer ik de prisma's naar elkaar zou draaien. Hier zaten de leerlingen goed op koers ('als ze dichtbij genoeg zijn zie je het signaal op de oscilloscoop omhoog gaan of zoiets?' & 'we kunnen straks dan het licht weer zien of niet?'). Vervolgens liet ik zien dat de bundel inderdaad te zien is achter het tweede prisma wanneer de beide prisma's dicht bij elkaar te staan kwamen. Hier kwamen dan wat meer inhoudelijke vragen achterna. Ik vroeg wat ze verwachten te zien als ik een diagram zou maken van de intensiteit van de spot versus de afstand tussen de prisma's. Hoewel ze puur zicht hadden op de waarde die de oscilloscoop en de spot op hun hand of een papiertje, kwam er na een paar pogingen toch uit een van de deelnemers dat het een exponentieel verband zou kunnen zijn. Wanneer ik vroeg hoe de deelnemer daaraan kwam werd de vergelijking gemaakt met halveringsdikte van straling en dat dit ook exponentieel was. Nu haalde de deelnemer helaas dan een machtsfunctie en een exponentiële functie door elkaar, maar dat mocht de pret niet drukken. Na ze gewezen te hebben op dat het grondtal dan wel anders zou moeten zijn beaamde ik dat het een exponentieel verband was.

Dit rondde dan het algemene deel van de demonstratie af en was het tijd voor de vragen die uitdagen tot voorspellen van nieuwe situaties. Hiervoor gebruikte ik de vraag wat er zou gebeuren als ik naast de rode laser ook een blauwe laser zou zetten. Eerst werd nagedacht over hoe de plaats van de laser en hoe de breking van een andere kleur uit zouden maken, maar na gerustgesteld te zijn door mij dat we zorgen dat de invalshoek zodanig is dat het weer precies de grenshoek is dwaalden de leerlingen hier niet meer af. Er werd hevig gediscussieerd over hoe de golflengte ook alweer verandert bij een andere kleur licht, hoe de energie verandert en wat voor invloed dat zou hebben. ('blauw licht is korter toch?' & 'dan is de frequentie lager en de energie hoger!' & 'als de energie hoger is kan het licht er makkelijker door denk ik' & 'maar de golflengte is korter, dus dan is het moeilijker'). De vraag of we de prisma's dicht bij elkaar of verder van elkaar af moesten zetten om dezelfde intensiteit van blauw licht als rood licht te laten tunneleren zorgde voor een tweedeling in de groep. Grofweg de ene helft vond de energie van het foton de belangrijkste factor en kwam dan tot de conclusie dat de prisma's verder van elkaar konden staan, de andere helft vond de golflengte de belangrijkste factor en dacht dat de prisma's dicht bij elkaar moesten staan voor hetzelfde resultaat. ('de golflengte bepaalde net toch ook de afstand?' & 'als ik meer energie heb kan ik een bal toch makkelijker door een raam gooien?').

Uiteindelijk heb ik ze uit de brand geholpen en gezegd dat de golflengte de bepalende factor is, dus de prisma's moesten dicht bij elkaar. Om dit kracht bij te zetten heb ik de

De Broglie-golflengte en de onzekerheidsrelatie gebruikt om uit te leggen waar het nu daadwerkelijk vandaan kwam. Dit werd goed geaccepteerd door de leerlingen.

Vervolgens heb ik de leerlingen aan het denken gezet over welke invloed het medium tussen de prisma's zou kunnen hebben. Direct werd de brekingsindex genoemd, daar moest het mee te maken hebben (*'als de brekingsindex hetzelfde is, dan gaat alles gewoon door toch?' & 'ja, dat moet wel, want dan is er geen grensvlak meer om op te weerkaatsen'*). Dat de grenshoek verandert wanneer de verhouding van brekingsindices verandert werd niet genoemd, maar dat heeft dan ook niet veel meer te maken met het tunnelen op zich.

Als afsluiter heb ik de leerlingen gevraagd om algemene opmerkingen te geven. Dit was zeer positief. De leerlingen hadden het gevoel dat de proef goed zou werken als demonstratie met bijvoorbeeld een camera op de opstelling en het beeld op een beamer. Daarnaast durfden een tweetal het zelfs wel aan om de proef uit te voeren met het werkblad erbij nadat ze die gezien hadden. Het element dat het voor veel van de leerlingen deed was de zichtbaarheid van het licht. Hoewel de proef wel vrij priegelig leek, vonden de leerlingen het kunnen zien van het laserlicht dit de moeite wel waard nadat ik vertelde dat het ook met bijvoorbeeld microgolfstraling zou kunnen. (*'maar dat kun je dan toch niet zien?' & 'dat je het met je eigen ogen kunt zien gebeuren is fijn!'*)

6. Discussie

Na mijn eerste gesprek met mijn begeleider waren we het snel eens over het risico van deze opdracht. Een ontwerpopdracht kan immers altijd als resultaat hebben dat het niet (goed genoeg) werkt om uiteindelijk te gaan gebruiken. Zeker wanneer het betrekking heeft op een lastig onderwerp als kwantummechanica. Het gehele proces is vanzelfsprekend dan ook niet zonder problemen gegaan, maar uiteindelijk is er een mooi resultaat boven tafel gekomen. Een prototype voor een proef die demonstreerbaar is aan leerlingen, aanspreekt, kennis overbrengt over het tunneleffect en de nieuwsgierigheid prikkelt staat nu.

Een belangrijk punt om op te merken is echter de gevoeligheid van de proef. Doordat de dikte van de barrière kleiner dan een micrometer moet zijn voordat het licht tunnelt is er al een afwijking te zien wanneer iemand op de tafel leunt of langsloopt bij het instellen van de opstelling. Een oplossing hiervoor kwam naar voren in de sessie met het DOT: een camera op de opstelling zetten en een operator de opstelling laten bedienen buiten een lokaal, bijvoorbeeld op de universiteit hier. Via internet kunnen leerlingen dan meekijken met een grote groep. Een andere manier zou zijn om een variatie op de opstelling te maken, bijvoorbeeld door toch een kleine wedge te gebruiken om een barrière van variabele dikte te maken. Hoewel mij dit werd afgeraden door de technische staf van de vakgroep van Optical Sciences, lijkt een simpele wedge gemaakt van een stuk van een boterhamzakje een aardige manier om het toch voor elkaar te krijgen. Echter, boterhamzakjes zijn rond de 10 tot 20 micrometer dik volgens verschillende informatiepagina's van fabrikanten (Plastic bag partners, 2012), dus is dit idee toch weer van tafel gegaan. Dit lijkt ook een doodsteek voor de opstelling zoals gepresenteerd in de methode Nova.

Verder leek het een aardig idee om verschillende lasers die andere golflengtes uitzenden tegelijkertijd op de prisma's te schijnen om te laten zien dat de golflengte van de laser invloed heeft op de tunnelkans, maar in de praktijk zal dit vermoedelijk lastig zijn, omdat een andere golflengte een andere kritieke hoek heeft. Dit corrigeren is wellicht nog te doen, maar zal een precies en lastig werkje zijn. Daarnaast blijkt dat doordat de prisma's niet perfect vlak zijn en niet perfect parallel aan elkaar in te klemmen zijn er altijd een plek is waar de prisma's elkaar als eerste raken. Dit bemoeilijkt het succesvol laten werken van de opstelling, doordat op sommige plaatsen de prisma's niet dicht genoeg bij elkaar staan om het tunneleffect te kunnen observeren, ook al is de translatiestage maximaal uitgedraaid.

7. Conclusie

Het moment van tunnelen op zichzelf blijft uiteraard nog ongrijpbaar, maar het wordt zeker mooi gevisualiseerd door de opstelling zoals getoond in dit verslag. Door leerlingen eerder in aanraking te laten komen met dit fascinerende stuk van de natuurkunde wordt niet alleen de nieuwsgierigheid geprikkeld, maar worden zij ook gestimuleerd na te denken over de wereld op een manier die voor hen volkomen nieuw is. Wie weet is dit net de stimulans die de leerlingen nodig hebben om tot nieuwe hoogtes te stijgen en ons over niet al te lange tijd te verrassen met nieuwe inzichten die de (natuurkundige)wereld op zijn kop zullen zetten!

Het verslag begon met een algemene vraag en een ontwerpvraag en eventueel een aansluitende vraag, te weten

Is het onderwerp kwantumtunneling een geschikt onderwerp om te onderwijzen aan leerlingen van de bovenbouw van het vwo met de huidige didactische fundamenteen en staat van (demonstratie)proeven?

Wat is een geschikte demonstratieproef om kwantumtunneling tot leven te kunnen brengen voor leerlingen van de bovenbouw van het vwo?

Als het niet te doen blijkt om een geschikte demonstratieproef te maken voor kwantumtunneling of een didactisch fundament te leggen, is dit dan wel een geschikt onderwerp om te doceren op het vwo?

Na afloop lijkt een voorzichtige conclusie dat kwantumtunneling een geschikt onderwerp is om te doceren aan leerlingen in de bovenbouw van het vwo op zijn plaats. Doordat leerlingen flink uitgedaagd worden om plotseling een geheel nieuw wereldbeeld te moeten incorporeren in hun bestaande beeld, leren zij kritisch te zijn over wat hen aangeleerd wordt. Uiteraard is het doel van dit project altijd geweest om tot een antwoord en aanbeveling te komen voor het al dan niet geschikt zijn van kwantumtunneling als onderdeel van de vwo stof. Na hier veel over nagedacht te hebben, met veel verschillende mensen van verschillende achtergronden, denk ik dat het vroeg geven van kwantummechanica een goede stap voorwaarts is voor het natuurkundeprogramma op het vwo. Ook is de theoretische basis zoals nu bestaat in de vorm van onder andere de NLT module quantumwereld en een willekeurige methode die gebruikt wordt op de middelbare school een afdoende manier om de theorie over te brengen die hoort bij kwantumtunneling. Hier is nog wel wat winst te behalen.

De opstelling zoals beschreven in dit werk is zeker een manier om tunneling tot leven te brengen. Er zijn alternatieven die vergelijkbaar werken, maar aangezien alleen deze opstelling getest is, is het nog niet duidelijk wat de meest geschikte proef zou zijn.

De opzet voor de lessenserie, pre- en posttest zijn niet uitvoerig getest, maar wel besproken met zowel het DOT, een aantal leerlingen en de begeleiders. Vermoedelijk zijn dit wel geschikte tools om de effectiviteit van de demonstratieproef rigoureus te testen, echter moet dit nog definitief blijken wanneer deze beter getest worden. Het werkblad kan een opzetje zijn voor leerlingen om zelf aan de slag te gaan met de proef.

Verder heb ik met het testen van de proefopstelling gezien dat dit een leuke manier is om leerlingen te laten zien wat kwantumtunneling is en hen een bepaalde mate van vertrouwen te geven bij dit onderwerp. Dit kwam ook naar voren uit feedback van het DOT en de begeleiders. Het blijkt dus dat de opstelling zoals gepresenteerd een geschikte demonstratieproef kan zijn om kwantumtunneling tot leven te brengen voor leerlingen van de bovenbouw van het vwo. Enige behoedzaamheid is hier nog wel op zijn plaats, aangezien er zeker nog stappen te maken zijn, welke in de aanbeveling nog besproken worden.

8. Aanbevelingen

Hoewel er al veel goeds staat, is er altijd mogelijkheid tot verbetering. Hier zal ik een aantal punten bespreken waarvan ik denk dat ze bij kunnen dragen aan de kwaliteit van deze demonstratieproef of de begripsvorming in zijn algemeenheid.

Als eerste zie ik graag dat in het hoofdstuk over kwantummechanica van de methode Nova een stuk over de relatieve schaalgroottes van de kwantumwereld toegevoegd wordt om te zorgen voor een betere begripsvorming bij leerlingen. Dit kan kracht bijgezet worden door middel van een practicum met een STM, eventueel gecombineerd met een lichtmicroscop, om dit zichtbaar te maken. De werking van de STM kan vervolgens later in de lessenserie behandeld worden.

Ook lijkt het mij zinvol om op een grotere groep leerlingen te testen wat het effect is van deze demonstratieproef. Hiervoor zou er in een aantal klassen een lessenserie mét demonstratie gegeven kunnen worden en in een controlegroep de demo niet gegeven kunnen worden. Uit pre- en posttest data kan dan geconcludeerd worden of de proef een bijdrage levert aan de begripsvorming of niet.

De gevoeligheid van de proef blijft een heikel punt en brengt mij naar mijn derde aanbeveling, namelijk alternatieve proeven om het tunneleffect te tonen uitwerken en testen. Denk hier bijvoorbeeld aan de besproken opstellingen waar gebruik gemaakt wordt van een microgolfbron, of de opstelling waar een kleine wedge gebruikt wordt.

Een andere mogelijkheid zou zijn dat de het prototype zoals hier beschreven voor een zo groot mogelijk deel uit een stuk gemaakt wordt. Ik zie dat voor me als een metalen frame dat gesneden is waar een aantal van de optische componenten direct star in geplaatst kunnen worden. Dit kan gecombineerd worden met een systeem dat de hoek van inval van de laser preciezer kan instellen. Het opzetten en uitlijnen van de opstelling zou hierdoor vereenvoudigd kunnen worden.

9. Bibliografie

- College voor Examens vwo, havo, vmbo. (2013). *Examenblad.nl*. Opgehaald van Examenblad: http://www.examenblad.nl/examenstof/syllabus-2015-natuurkunde-vwo/2015/vwo/f=/natuurkunde_vwo_2015_def.pdf
- Abrahams, I., & Millar, R. (2008). Does Practical Work Really Work? A study of the effectiveness of practical work as a teaching and learning method in school science. *International Journal of Science Education*, 1945-1969.
- Albiol, F., Navas, S., & Andres, M. V. (1993). Microwave experiments on electromagnetic evanescent waves and tunneling effect. *American Journal of Physics*, 165-169.
- Alkemade, F., & Tromp, R. (2010). *Nova Nieuwe Natuurkunde vwo/gymnasium*. Malmberg.
- Arndt, M., Nairz, O., Vos-Andreae, J., Keller, C., van der Zouw, G., & Zeilinger, A. (1999). Wave-particle duality of C₆₀ molecules. *Nature*, 680-682. Opgehaald van <http://www.britannica.com/EBchecked/topic/221916/fullerene>
- College voor Examens vwo, havo, vmbo. (2012). *Examenblad.nl*. Opgehaald van Examenblad: http://www.examenblad.nl/examenstof/syllabus-natuurkunde-vwo-2016/2016/vwo/f=/natuurkunde_vwo_2016_def.pdf
- Darling, D. (2014, 10 18). *Wave-Particle Duality*. Opgehaald van The Internet Encuclopedia of Science: http://www.daviddarling.info/encyclopedia/W/wave-particle_duality.html
- Derigs, D. (2013, june 19). *FITR penetrataion depth*. Opgehaald van Wikimedia: [http://en.wikipedia.org/wiki/Evanescent_wave#mediaviewer/File:FITR_penetrati on_depth.svg](http://en.wikipedia.org/wiki/Evanescent_wave#mediaviewer/File:FITR_penetrati_on_depth.svg)
- Eibenberger, S. e. (2013). Matter-wave interference with particles selected from a molecular library with masses exceeding 10000 amu. *Physical Chemistry Chemical Physics*, 14696-14700.
- Encyclopædie Britannica on-line. (2014). *Fullerene*. Opgehaald van <http://www.britannica.com/EBchecked/topic/221916/fullerene>
- Finley, D. R. (2004). *Third-Polarizing-Filter Experiment Demystified — How It Works*. Opgehaald van <http://alienryderflex.com/polarizer/>
- Galili, I., & Bar, V. (1992). Motion implies force: where to expect vestiges of the misconception. *Journal of science education*, 63-81.
- Greene, B. (2007). *The Fabric of the Cosmos: Space, Time, and the Texture of Reality*. New York: Random House Inc.
- Griffiths, D. J. (2005). *Introduction to quantum mechanics* (2 ed.). New Jersey: Pearson International.
- Griffiths, D. J. (2008). *Introduction to electrodynamics*. San Francisco: Pearson Education.

- Heisenberg, W. (1927). Über den anschaulichen Inhalt der quantentheoretischen Kinematik und Mechanik. *Zeitschrift für Physik*, 172-198.
- Hoekzema, D. (2006). Opgehaald van Project Moderne Natuurkunde: <http://www.fisme.uu.nl/mn>
- IBM. (1995). *Scanning Tunneling Microscopy (STM) Images from the IBM Research Division Almaden Research Center (CA)*. Opgehaald van http://faculty.uca.edu/patrickd/chem1450/stm_pics.pdf
- Ley, B. (2010, 6 28). *Diameter of a Human Hair*. Opgehaald van The original: <http://hypertextbook.com/facts/1999/BrianLey.shtml>
- Margel, H., Eylon, B.-S., & Scherz, Z. (2004). Conceptions and Convictions in Using the STM in Junior High School. *Journal of Chemical Education*, 558-566.
- Maxwell, J. C. (1865). A Dynamical Theory of the Electromagnetic Field. *Phil. Trans. R. Soc.* .
- McKagan, S., Perkins, K., & Wieman, C. (2010). Design and validation of the Quantum Mechanics Conceptual Survey. *Phys. rev. ST phys. educ. res.*
- Müller, R., & Wiesner, H. (2001). Teaching quantum mechanics on an introductory level. *American Association of Physics Teachers*, 200-209.
- Plastic bag partners. (2012, June 8). Opgehaald van The simple plastic bag: <http://blog.plasticbagpartners.com/2012/06/plastic-bag-thickness-what-hell-is-mil.html>
- Rossum, A. (2011). *Ontwikkeling van een dubbelspleet demonstratie-experiment met enkele fotonen voor het domein Quantumwereld van de Nieuwe Natuurkunde*. Enschede: ELAN.
- Rüdinger, E. (1976). On the teaching of introductory quantum mechanics. *American Journal of Physics*, 144-148.
- Salman, R., Rashid, S., & Anwar, M. S. (2013). A visual classroom demonstration of frustrated total internal reflection as an analogue to optical tunnelling. *European journal of physics*, 1439-1443.
- Serway, R. A. (2011). *College Physics* (9 ed., Vol. 2). Cengage Learning.
- Styer, D. F. (1995). Common misconceptions regarding quantum mechanics. *American association of physics teachers*, 31-34.
- van Bemmelen, H. (2010). *Quantumwereld*. Enschede.
- Voros, Z., & Johnson, R. (2008). A simple demonstration of frustrated total internal reflection. *American journal of physics*.
- Young, T. (1804). Bakerian Lecture: Experiments and calculations relative to physical optics. *Philosophical Transactions of the Royal Society*, (pp. 1-16).

10. Bijlages

10.1. Bijlage 1 – examenprogramma natuurkunde 2015

Bron (College voor Examens vwo, havo, vmbo, 2013)

Domeinen	Subdomeinen	CE	Moet in SE	Mag in SE
A Vaardigheden	1. Taalvaardigheden 2. Reken-/wiskundige vaardigheden 3. Informatievaardigheden 4. Technisch-instrumentele vaardigheden 5. Ontwerpvaardigheden 6. Onderzoeksvaardigheden 7. Maatschappij, studie en beroep	X X X X X X X	X X X X X X X	
B Elektriciteit en magnetisme	1. Elektrische stroom 2. Signaalverwerking 3. Elektromagnetisme 4. Inductie en wisselstroom	X X	 X X	X X
C Mechanica	1. Rechthoekige beweging 2. Kracht en moment 3. Arbeid en energie 4. Kromlijnige beweging	X X X X		X X X X
D Warmteleer	1. Gas en vloeistof 2. Thermische processen		X X	
E Golven en straling	1. Trilling en golf 2. Licht 3. Elektromagnetisch spectrum 4. Radioactiviteit	X X X	 X	X X X

10.2. Bijlage 2 – examenprogramma natuurkunde 2016

Bron (College voor Examens vwo, havo, vmbo, 2012)

Domeinen	Subdomeinen	CE	Moet in SE	Mag in SE
A Vaardigheden	A1 t/m A4: Algemene vaardigheden (profieloverstijgend niveau); A5 t/m A9: Natuurwetenschappelijke, wiskundige en technische vaardigheden (bètaprofielniveau); A10 t/m A15: Natuurkunde – specifieke vaardigheden.	X	X	
B Golven	1. Informatieoverdracht 2. Medische beeldvorming	X X		X X
C Beweging en wisselwerking	1. Kracht en beweging 2. Energie en wisselwerking 3. Gravitatie	X X X		X X X
D Lading en veld	1. Elektrische systemen 2. Elektrische en magnetische velden	X X		X X
E Straling en materie	1. Eigenschappen van stoffen en materialen 2. Elektromagnetische straling en materie 3. Kern- en deeltjesprocessen	X	X keuze	X
F Kwantumwereld en relativiteit	1. Kwantumwereld 2. Relativiteit	X	keuze	X
G Leven en aarde	1. Biofysica 2. Geofysica		keuze keuze	
H Natuurwetten en modellen		X		X
I Onderzoek en ontwerp	1. Experiment 2. Modelstudie 3. Ontwerp		X X X	

10.3. Bijlage 3 – Afleiding indringdiepte evanescent veld

De indringdiepte volgt uit de wet van Lambert-beer

$$I(z) = I_0 e^{-az}$$

Waar I_0 de beginintensiteit is, $I(z)$ de intensiteit op plaats z en a de dempingsfactor is. De dempingsfactor wordt gegeven door

$$\alpha = (k_i^2 \sin^2 \theta_i - k_t^2)^{\frac{1}{2}}$$

Met θ_i de hoek van inval in graden (of radialen) op het grensvlak vanuit het optisch dichtere medium en waar k en λ gegeven worden door (Griffiths, Introduction to electrodynamics, 2008)

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$
$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$$

Met λ_0 de golflengte in nanometer in vacuüm en n de brekingsindex van het medium. Nu wordt de indringdiepte gegeven door $\frac{1}{\alpha}$

$$\delta = \frac{\lambda_0}{2\pi} (n_1^2 \sin^2 \theta_i - n_2^2)^{-\frac{1}{2}}$$

Dit is dus de afstand in nanometer waarna de intensiteit tot 1/e maal de beginintensiteit is afgenomen ($\approx 37\%$).

Aan de sinus kwadraat is al te zien dat de indringdiepte erg sterk afhangt van de hoek van inval. Een hoek dicht bij de grenshoek levert de grootste indringdiepte op, realistisch ongeveer 300 nanometer voor een rode laser en een glazen prisma in lucht.

10.4. Bijlage 4 – Getting practical



Voortgezet onderwijs Overzicht praktische activiteiten

		Wat zijn de leerdoelen van een praktische activiteit? (Ik plande dat mijn leerlingen in staat waren om...)											
Tunnelproef	ACTIVITEIT	A. <u>Natuurwetenschappelijke kennis en inzicht ontwikkelen</u>		B. Gebruik van apparatuur; uitvoeren van gangbare werkwijzen		C. Inzicht ontwikkelen wat betreft het doen van natuurwetenschappelijk onderzoek		D. Bepaalde aspecten leren van het doen van onderzoek		D Affektieve en sociale doelen		Andere leerdoelen (aangeven welke)	
x	A1. Weergeven wat is waargenomen												
	A2. Waarnemingen met elkaar in verband brengen (bijv. overeenkomst, verschil, trend)												
x	A3. Een concept, verklaring, model of theorie beter begrijpen												
	B1. Kennismaken met apparatuur en/of gangbare werkwijzen												
	B2. Verder oefenen met apparatuur en/of gangbare werkwijzen												
	C1. Beter begrijpen hoe je onderzoek doet												
	C2a. Een onderzoeksvraag stellen												
	C2b. Een plan van aanpak opstellen												
	C2c. Risico' s evalueren												
	C2d. Relevante gegevens verzamelen												
	C2e. Gegevens effectief presenteren												
	C2f. Gegevens verwerken en interpreteren												
	C2g. Conclusies trekken over de onderzoeksvraag op grond van de gegevens												
	C2h. De getrokken conclusies evalueren												
	D1 Motiveren												
x	D2 Actief leren												
	D3 Samenwerken leren/stimuleren												

10.5. Bijlage 5 – Expertreview DOT

Zou jij de opstelling gebruiken in een les, waarom wel of niet?

Waarom ik nog niet

Denk je dat de opstelling leerlingen kan helpen bij het begrijpen van het tunneleffect? Waarom wel of niet?

Twijfel, omdat er wel iets gebeurt tussen de prisma's, maar het blijft onduidelijk wat precies.

Wat is volgens jou het zwakste punt van de opstelling?

Veel kleinschalige techniek, beetje onduidelijkheid waar het cruciale onderdeel zit. Verder erg gevoelig voor storingen.

Wat is volgens jou het sterkste punt van de opstelling?

Je kunt het effect zichtbaar maken, maar of ~~het~~ de leerlingen het herkennen betwijfel ik.

Zou jij de opstelling gebruiken in een les, waarom wel of niet?

Wel, maar lastig te verplaatsen / fragiel / complex
geweldig voor Lln.

Denk je dat de opstelling leerlingen kan helpen bij het begrijpen van het tunneleffect? Waarom wel of niet?

Er zullen veel vragen over komen → dus wel
denk ik.

- ↓
- wat is dit, wat is dat?
 - waarvoor is dat, etc.

Wat is volgens jou het zwakste punt van de opstelling?

Lln moet denk ik eerst theorie kennen/hebben
gehad om dit te begrijpen → dus een soort
voorduidelijking. Geen extra uitleg of demo
vooraf

Wat is volgens jou het sterkste punt van de opstelling?

Dat je überhaupt iets kan laten zien
over tunnelling.

Zou jij de opstelling gebruiken in een les, waarom wel of niet?

Ja maar —
+ camera enz
+ operator

Denk je dat de opstelling leerlingen kan helpen bij het begrijpen van het tunneleffect? Waarom wel of niet?

Ja, visualiseren van 't geheel.

Wat is volgens jou het zwakste punt van de opstelling?

kwetsbaar

Wat is volgens jou het sterkste punt van de opstelling?

aanschouwelijk maken
van moeilijke materie!

Zou jij de opstelling gebruiken in een les, waarom wel of niet?

Ik twijfel of het gaat lukken dit in de klas uitgelijnd te krijgen

Denk je dat de opstelling leerlingen kan helpen bij het begrijpen van het tunneleffect? Waarom wel of niet?

ze kunnen andere conclusies trekken Zoals iets met diffuse reflectie belangrijk uit te leggen / te laten zien waar het licht heen gaat bij grote afstand tussen prisma's

Wat is volgens jou het zwakste punt van de opstelling?

Het komt allemaal heel precies, uitlijnen is lastig
Nu nog veel afgeleide onderdelen (pijlen / de laser)

Wat is volgens jou het sterkste punt van de opstelling?

Goed Zichtbaar

Zou jij de opstelling gebruiken in een les, waarom wel of niet?

fysiek in de klas lijkt me niet mogelijk

Denk je dat de opstelling leerlingen kan helpen bij het begrijpen van het tunneleffect? Waarom wel of niet?

wellicht wel

Wat is volgens jou het zwakste punt van de opstelling?

fragiel

Wat is volgens jou het sterkste punt van de opstelling?

goede demonstratie.

10.6. Bijlage 6 – antwoorden posttest

- 1 b
- 2 b
- 3 b
- 4 d
- 5 d
- 6 a
- 7 c
- 8 c

