
De verdeling van Tweede Kamerzetels voorspellen op de verkiezingsavond

SANDER DIJKSTRA

UNIVERSITEIT TWENTE

E-mail: s.dijkstra-2@student.utwente.nl

25 juni 2016

Abstract: Het is voor politieke partijen in de Tweede Kamer ongewenst dat de voorspellingen van de zetelverdeling, die op de verkiezingsavond gegeven worden, fluctuaties vertonen. Om deze reden beschrijft dit artikel een nieuwe methode waarmee voorspellingen van de zetelverdeling gedaan kunnen worden. Deze nieuwe methode maakt gebruik van een transformatie, een lineaire afbeelding, van de vorige verkiezingsuitslag naar de huidige verkiezingsuitslag. De methode wordt vervolgens uitgebreid tot een methode waarbij garantie voor het voorspelde zetelaantal kan worden gegeven. De methode wordt getest met de verkiezingsuitslagen van 2010 en 2012. Op basis van de resultaten hiervan concluderen we dat de methode ingezet kan worden bij iedere Tweede Kamerverkiezing, indien aan nader gespecificeerde voorwaarden voldaan wordt.

Keywords: Tweede Kamerverkiezingen, Voorspelling zetelverdeling, Lineaire afbeelding, Gegarandeerde zetelaantallen

1. INTRODUCTIE

Op 5 juli 1922 vond de eerste Tweede Kamerverkiezing plaats in de vorm zoals wij deze nu kennen. De eerstvolgende Tweede Kamerverkiezing staat gepland op 15 maart 2017. Beide data vallen op een woensdag. Op de bewuste woensdag kan er tot 21:00 uur 's avonds gestemd worden. Al voor de stemlokalen gesloten zijn, is bij de Nederlandse Publieke Omroep (NPO) een avondvullend programma begonnen, waarin de resultaten gepubliceerd en besproken zullen worden. De NPO publiceert de gemeentelijke uitslagen in percentages. Bijvoorbeeld: De VVD heeft in de gemeente Tytsjerksteradiel 19% van de stemmen behaald. In het vervolg wordt met uitslag daarom de procentuele uitslag van de verkiezing bedoelt.

Behalve de uitslag publiceert de NPO op zekere momenten ook een voorspelling van de zetelverdeling. Om een voorbeeld te geven: Ingeval er 20% van alle gemeentelijke

uitslagen binnen is, wordt er een zetelverdeling uitgerekend.

Deze voorspellingen zijn slechts een momentopname en niet zelden wijkt voor partijen het voorspelde aantal zetels af van het daadwerkelijke aantal zetels waar de partij recht op heeft nadat alle stemmen geteld zijn.

Voor de lijsttrekkers van de politieke partijen, en voor ieder ander die politiek geïnteresseerd is, is de onzekerheid in de gegeven voorspellingen ongewenst. Om deze reden wordt in dit artikel onderzocht of er een methode te construeren valt waarbij de onzekerheid zo gering mogelijk wordt. De inzet hierbij is om de onzekerheid helemaal weg te nemen. In dit artikel wordt daarom een methode aangedragen waarbij er garantie kan worden gegeven voor de zetelaantallen per partij. Een concreet voorbeeld hiervan is: Indien een partij eenmaal 30 zetels voorspeld krijgt, kunnen dit er in de loop

van de verkiezingsavond 31 of meer worden, maar zal de partij nooit meer zakken tot 29 zetels.

Voor zover bekend, is er niet eerder onderzoek gedaan naar een dergelijke methode. De televisie-uitzending van 2012 ondersteunt dit vermoeden, aangezien hierin geen garantie voor zetels wordt gegeven. De NPO, of het Algemeen Nederlands Persbureau (ANP), de instelling die de gemeentelijke uitslagen verzamelt op de verkiezingsavond, kan intern onderzoek gedaan hebben, maar hiervan is geen publicatie te achterhalen.

Hetzelfde geldt voor de wijze waarop de voorspellingen gedaan worden. De meest eenvoudige manier is dat in geval bijvoorbeeld 20% van de gemeentelijke uitslagen bekend is, deze uitslagen getotaliseerd worden tot een tussenuitslag. Deze tussenuitslag wordt vervolgens beschouwd als de einduitslag. Op basis hiervan wordt een zetelverdeling uitgerekend, die gepubliceerd wordt als voorspelling van de zetelverdeling zoals deze eruit ziet indien alle gemeentelijke uitslagen bekend zijn. Uit een liveblog van de verkiezingsavond in 2012, van het NRC, blijkt echter dat al voordat de eerste gemeente-uitslag binnen is, een prognose van de zetelverdeling gegeven wordt. [1] De methode uit dit artikel zal vergeleken worden met de zojuist omschreven meest eenvoudige manier.

In [3] wordt een methode behandeld waarmee de einduitslag, in percentages, voorspeld kan worden. Deze - te voorspellen - einduitslag wordt beschouwd als een transformatie van de einduitslag van de vorige verkiezing. Met behulp van deze methode kan de einduitslag op elk moment van de verkiezingsavond voorspeld worden. Voor de voorspelling van de zetelverdeling kan dus deze voorspelde einduitslag gebruikt worden in plaats van de getotaliseerde tussenuitslag. In het artikel worden deze voorspellingen van de zetelverdeling echter niet gemaakt.

In dit artikel zullen we daarom de voorspellingen van de zetelverdeling maken met behulp van de voorspelde einduitslag. We zullen onderzoeken of deze manier van voorspellen beter is dan de meest eenvoudige manier die eerder kort werd belicht.

De methode om garantie voor het voorspelde zetelaantal van een partij te geven, is universeel. De methode benodigt alleen een voorspelde einduitslag, in percentages, en zal daarom voor beide genoemde voorspelmethoden van de einduitslag uitgewerkt worden.

Het vervolg van dit artikel is als volgt georganiseerd: in de volgende sectie worden de methodes die met elkaar vergeleken worden beschreven. Ook wordt hier de methode waarmee garantie voor zetelaantallen gegeven kan worden geïntroduceerd. In Sectie 3 worden de resultaten van deze methodes gepubliceerd, op basis van beschikbare data van de Tweede Kamerverkiezingen van 2010 en 2012. Tot slot worden in Sectie 4 conclusies omtrent de methodes gegeven. In Sectie 4 wordt de methode ook nog eenmaal besproken en worden suggesties gedaan voor verder onderzoek.

2. METHODES VOOR HET VOORSPELLEN VAN DE ZETELVERDELING

Zoals in de inleiding aangekondigd werd, worden in deze sectie drie methodes beschreven: De meest eenvoudige methode om de zetelverdeling te voorspellen, deze zal besproken worden in Paragraaf 2.2, de methode waarbij de vorige verkiezingsuitslag in acht wordt genomen middels een lineaire afbeelding en tot slot een methode waarmee garantie voor het voorspelde zetelaantal kan worden gegeven. De methode waarbij de vorige verkiezingsuitslag in acht wordt genomen zal worden behandeld in Paragrafen 2.3 tot en met 2.5. In Paragraaf 2.6 en 2.7 construeren we de manier waarmee garantie voor het voorspelde zetelaantal kan worden gegeven.

Voor er een voorspelling gedaan kan worden, op welke manier dan ook, moet eerst bekend zijn wanneer een politieke partij recht heeft op een zetel in de Tweede Kamer. We beginnen daarom met een korte uiteenzetting over de wetgeving voor het verkrijgen van een Tweede Kamerzetel.

2.1. Wetgeving voor het verkrijgen van Tweede Kamerzetels

Om een voorspelling van de zetelverdeling te kunnen doen, moeten we eerst weten wanneer een politieke partij recht heeft op een zetel in de Tweede Kamer? Het antwoord hierop is vastgelegd in de Kieswet, zie [2]. Deze zullen we hier toelichten. Voor we deze toelichting beginnen, introduceren we eerst enkele begrippen. Nadat de stemlokalen op de verkiezingsavond gesloten zijn, begint het tellen van de stemmen. Dit tellen gebeurt op twee niveaus: Op kandidaatsniveau en op lijstniveau. Met een lijst wordt een politieke partij bedoeld. Voor de voorspelling van de zetelverdeling per partij is de telling op kandidaatsniveau irrelevant. Deze zullen we daarom volledig buiten beschouwing laten.

Definitie 1. Het totaal aantal uitgebrachte stemmen op een lijst wordt het *stemcijfer* van de betreffende lijst genoemd. [2, Artikel O 2] $\diamond$

Merk op dat het aantal blanco stemmen en het aantal ongeldige stemmen niet meegenomen wordt in het stemcijfer. Logisch gevolg hiervan is dat de blanco en ongeldige stemmen ook geen invloed hebben op de *kiesdeler*.

Definitie 2. Het quotient van de som van alle stemcijfers en het aantal te verdelen zetels (150 in het geval van de Tweede Kamer) wordt de *kiesdeler* genoemd. [2, Artikel P 5] $\diamond$

Deze twee definities bieden voor de wet genoeg informatie om zetels toe te kennen op lijstniveau.

Als eerste worden de *volle zetels* uitgedeeld. De kieswet beschrijft de wijze waarop dit gebeurt, als volgt: “Zoveel maal als de kiesdeler begrepen is in het stemcijfer van een lijst, wordt aan die lijst een zetel toegewezen”. Er wordt dus voor elk der deelnemende partijen gekeken hoe veel keer zij de kiesdeler gehaald heeft. Dit zal een niet geheel getal zijn, een breuk, ofwel een reëel getal met cijfers achter de komma. Om het aantal volle zetels te bepalen, wordt dit reëel getal daarom naar beneden afgerond op een geheel getal: Het getal voor de komma. Ter

verduidelijking: Stel de kiesdeler is 123 450 en Partij *A* heeft in totaal 1 256 478 stemmen gekregen. Dan is het quotiënt van het stemcijfer van Partij *A* en de kiesdeler:

$$\frac{1\,256\,478}{123\,450} \approx 10.18.$$

Naar beneden afgerond wordt dat 10. Partij *A* heeft dus recht op 10 volle zetels. Vanwege deze afronding naar beneden, zal het aantal volle zetels in de praktijk altijd kleiner zijn dan 150. Het resterende aantal zetels dat nog te verdelen is, worden *restzetels* genoemd.

De restzetelverdeling in de Tweede Kamer geschiedt volgens het systeem van de grootste gemiddelden. In dit systeem krijgen alle partijen er fictief een volle zetel bij. Vervolgens wordt er uitgerekend hoeveel stemmen een partij per volle zetel heeft in deze fictieve situatie. Als dit voor Partij *A* uit het vorige voorbeeld gedaan zou worden, zou Partij *A* uitkomen op

$$\frac{1\,256\,478}{11} \approx 114\,225.3$$

stemmen per zetel. Dit quotiënt wordt voor elke deelnemende partij berekend, waarna deze naar grootte gerangschikt worden. De eerste restzetel gaat nu naar de partij met de meeste stemmen per zetel, oftewel naar de partij die uitkomt op het grootste quotiënt. Indien er meerdere restzetels zijn, wordt nu voor de partij die de eerste restzetel kreeg het nieuwe aantal stemmen per zetel uitgerekend (nu met het aantal stemmen gedeeld door het aantal volle zetels + 2) en wordt er opnieuw gekeken naar het grootste aantal stemmen per zetel. Dit wordt herhaald totdat alle restzetels vergeven zijn.

Op het eerste gezicht komt bovenstaande methode over als een overbodige cijfermatige truc. Waarom zou je restzetels niet toekennen op volgorde van de grootste rest achter de komma in de berekening van het aantal volle zetels? Dus ingeval er 1 restzetel te vergeven is en partij *A* uitkomt op 10.18 volle zetels en partij *B* op 34.77, ken je de restzetel toe aan partij *B*. Het volgende voorbeeld zal duidelijk maken waarom dit niet eerlijk is.

Voorbeeld 1. In een bestuurslichaam zijn vijf zetels vacant. Er zijn slechts twee partijen, Partij A en Partij B . In totaal zijn er 100 geldige stemmen uitgebracht: 68 voor Partij A , 32 voor Partij B . De kiesdeler is dus 20 en het aantal volle zetels voor de partijen volgen uit

$$\frac{68}{20} = 3.4, \quad \frac{32}{20} = 1.6$$

Partij A krijgt dus 3 volle zetels, Partij B 1 en er blijft 1 restzetel over. Op basis van de grootste rest achter de komma, zou Partij B recht hebben op deze restzetel. Maar Partij A zal zich beklagen, zij zullen zeggen: “Partij B is wel erg goedkoop aan zijn zetels gekomen: 2 zetels voor 32 stemmen, dat is per zetel 16 stemmen. Bij ons ligt dat op $68/3 = 22.7$, dat is toch meer!”

Dit is het systeem van de grootste gemiddelden: per zetel betaalt Partij A meer stemmen dan partij B en daarmee hebben ze gemiddeld meer stemmen per zetel dan Partij B . In dit voorbeeld zal Partij A dus de restzetel krijgen. $\diamond$

2.1.1. Lijstencombinaties

Bij veel verkiezingen in het verleden maakten partijen gebruik van de zogenaamde *lijstencombinatie-mogelijkheid*. Dit houdt in dat twee of meer partijen als één gezamenlijke partij gezien willen worden bij het verdelen van de zetels. Onderling (volgens een procedure die is vastgelegd in de kieswet) verdelen zij daarna het aantal zetels dat zij gezamenlijk hebben behaald. Een combinatie die bij bijna elke verkiezingen voorkomt, is de combinatie tussen ChristenUnie en SGP.

In het vervolg van dit artikel zullen lijstencombinaties achterwege worden gelaten, omdat deze vanaf de verkiezingen in 2017 volgens de wet niet meer zijn toegestaan. De voorspellingen die gemaakt worden met behulp van de methodes in dit artikel, zullen dus voorspellingen zijn waarin geen lijstencombinaties meegenomen zijn.

2.2. Eenvoudigste manier om voorspelling van zetelverdeling te doen

Zoals gezegd begint om 21:00 uur, als de stemlokalen sluiten, het tellen van de stemmen. Per stemlokaal wordt de telling op lijstniveau doorgegeven aan het gemeentehuis. Hier wordt getotaliseerd voor de hele gemeente en deze gemeentelijke uitslag wordt doorgegeven aan het ANP. Bij het ANP wordt de voorspelling van de zetelverdeling per partij gemaakt, die de NPO vervolgens publiceert¹.

Aan een verkiezing doen n partijen mee. De einduitslag, in percentages, noteren we met de vector

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix}, \quad \text{met } 0 \leq u_i \leq 1, \quad \text{voor alle } i = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

Indien er in Nederland N gemeenten zijn, komt er in de loop van de avond N keer een vector met de uitslag binnen één gemeente binnen. We noteren deze gemeente-uitslagen, gerangschikt op volgorde van binnenkomst, als

$$\mathbf{u}^1, \mathbf{u}^2, \dots, \mathbf{u}^N,$$

met

$$\mathbf{u}^j = \begin{bmatrix} u_1^j \\ u_2^j \\ \vdots \\ u_n^j \end{bmatrix}, \quad \text{voor } j = 1, 2, \dots, N \quad (2)$$

Als we daarnaast een vector $\mathbf{g}$ introduceren met het totaal aantal stemmen dat per gemeente uitgebracht is:

$$\mathbf{g} = \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ \vdots \\ g_N \end{bmatrix}, \quad \text{met } g_\ell \text{ het totaal aantal stemmen uitgebracht in gemeente } \ell,$$

¹Of de NPO rekent zelf de zetelverdeling uit. Dit is niet bekend.

dan kan het totaal aantal stemmen dat elke partij heeft behaald na het tellen van j gemeenten uitgerekend worden als een matrixvermenigvuldiging:

$$\begin{bmatrix} | & | & \cdots & | \\ u^1 & u^2 & \cdots & u^j \\ | & | & \cdots & | \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ \vdots \\ g_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_1^j \\ s_2^j \\ \vdots \\ s_n^j \end{bmatrix}$$

Hierin is s_i^j het aantal stemmen dat partij i heeft nadat j gemeente-uitslagen binnen zijn. Indien we tussenuitslagen dus beschouwen als einduitslagen, is de vector

$\mathbf{s}^j = [s_1^j \ s_2^j \ \cdots \ s_n^j]^T$ genoeg om op basis van de wetgeving een zetelverdeling uit te rekenen.

2.3. Methode waarbij de vorige verkiezingsuitslag wordt gebruikt

We introduceren voor de einduitslag van de vorige verkiezingen de vector

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix}, \quad \begin{array}{l} \text{met } 0 \leq v_i \leq 1, \\ \text{voor alle } i = 1, 2, \dots, n \end{array}$$

Merk op dat de lengte van vectoren $\mathbf{v}$ en $\mathbf{u}$, uit (1), gelijk is. De lengte van deze vectoren wordt bepaald door het aantal partijen dat mee doet aan de huidige verkiezing, maar ook door het aantal partijen dat mee deed aan de vorige verkiezing. De lengtes hoeven dus niet gelijk te zijn, vaak zijn ze dat ook niet. Een aantal partijen zal bij de huidige verkiezing echter geen kans maken op een zetel en wordt daarom buiten beschouwing gelaten. Het is niet zinvol om voor deze partijen te voorspellen hoeveel stemmen zij zullen behalen: Dit aantal zal altijd lager zijn dan de kiesdeler en dus is het behalen van een zetel uitgesloten. Deze aanname wordt gemaakt in [3]. Hierin worden de vectoren $\mathbf{u}$ en $\mathbf{v}$ zodanig opgesteld dat ze exact dezelfde partijen bevatten. Dus niet alleen hetzelfde aantal partijen, maar ook dezelfde partijen. Indien aan de vorige verkiezing dus één of meerdere partijen mee

deden die niet deelnemen aan de huidige verkiezing, zullen we deze moeten groeperen tot één partij die wel deelneemt aan beide verkiezingen. Deze partij zullen we *Overig* noemen. Hetzelfde geldt voor een partij die wel mee doet aan de huidige verkiezing, maar niet aan de vorige. Ook deze zullen we scharen onder de partij *Overig*. Een gevolg van het vormen van de partij *Overig* is dat deze partij als collectief zetels kan behalen. Naar welke partij deze daadwerkelijk gaan, is onbekend. Dit zal in dit artikel ook achterwege worden gelaten. De zetels die partij *Overig* behalen, zullen niet verder verdeeld worden binnen deze partij.

Wanneer de vectoren $\mathbf{u}$ en $\mathbf{v}$ gevormd zijn, wordt gezocht naar een transformatiematrix T die de vorige verkiezingsuitslag afbeeldt op de einduitslag van de huidige verkiezing:

$$\mathbf{u} = T\mathbf{v} \quad (3)$$

De transformatiematrix T is, als gevolg van de lengte van $\mathbf{u}$ en $\mathbf{v}$, een vierkante matrix van orde $n \times n$.

Om een voorbeeld te geven: Stel dat aan de huidige verkiezing vier partijen mee doen: Partij A t/m D . Aan de vorige verkiezing deden zes partijen mee: Partij A t/m C en E t/m G . Dan worden de Partijen D en E t/m G samen genomen tot de partij *Overig*. De T die we zoeken, is dus van orde 4×4 .

Om de methode waarbij de vorige verkiezingsuitslag wordt meegenomen te kunnen vergelijken met de methode uit paragraaf 2.2 wordt ook bij de laatstgenoemde methode de partij *Overig* gevormd.

Indien zowel de vectoren $\mathbf{u}$ als $\mathbf{v}$ bekend zijn, kan er eenvoudig een matrix gevonden worden die $\mathbf{v}$ afbeeldt op $\mathbf{u}$. Er kunnen zelfs meerdere matrices gevonden worden die dit bewerkstelligen. Echter, in de loop van de verkiezingsavond is de vector $\mathbf{u}$ niet bekend. Er wordt dus gezocht naar een methode waarbij T geconstrueerd kan worden zonder dat $\mathbf{u}$ bekend is. Op die manier kan er met behulp van vergelijking (3) een voorspelling worden gedaan van de einduitslag $\mathbf{u}$.

De methode om T op een dusdanige manier te construeren, is gebaseerd op de veronderstelling dat de landelijke verandering van de einduitslag in iedere gemeentelijke

uitslag te bespeuren is. Bijvoorbeeld, indien een partij kortgeleden in opspraak is gekomen omdat ze problemen heeft met de fiscus, zullen kiezers zich afwenden van deze partij. Het gevolg is dat de partij in (nagenoeg) iedere gemeente stemmen zal inleveren. Anderzijds, als een lijsttrekker van een partij zich uitstekend manifesteert in de televisiedebatten voorafgaand aan de verkiezing, neemt de populariteit van de partij toe en zal zij in (vrijwel) iedere gemeente erop vooruit gaan in het behaalde aantal stemmen.

Analoog aan (1) noteren we de gemeentelijke uitslagen van de vorige verkiezing met

$$\mathbf{v}^1, \mathbf{v}^2, \dots, \mathbf{v}^N$$

De rangschikking van de gemeente-uitslagen bij de vorige verkiezing gebeurt aan de hand van de binnenkomst van de gemeente-uitslagen bij de huidige verkiezing. Indien de gemeente-uitslag van de gemeente Enschede bij de huidige verkiezing als derde binnenkomt, dan zijn $\mathbf{u}^3$ en $\mathbf{v}^3$ respectievelijk de uitslag van de huidige verkiezing en van de vorige verkiezing in de gemeente Enschede.

Indien de eerste gemeente-uitslag nu binnenkomt, $\mathbf{u}^1$, eisen we van T dat die $\mathbf{v}^1$ afbeeldt op $\mathbf{u}^1$: $T\mathbf{v}^1 = \mathbf{u}^1$. Hetzelfde eisen we voor de tweede gemeente-uitslag: $T\mathbf{v}^2 = \mathbf{u}^2$. Na k gemeenten, $1 \leq k \leq N$, is de eis dan:

$$T(\mathbf{v}^1, \mathbf{v}^2, \dots, \mathbf{v}^k) = (\mathbf{u}^1, \mathbf{u}^2, \dots, \mathbf{u}^k), \quad (4)$$

of in matrixvorm $TV^k = U^k$,

waarbij

$$V^k = \begin{bmatrix} | & | & \cdots & | \\ \mathbf{v}^1 & \mathbf{v}^2 & \cdots & \mathbf{v}^k \\ | & | & \cdots & | \end{bmatrix}, k = 1, 2, \dots, N$$

en

$$U^k = \begin{bmatrix} | & | & \cdots & | \\ \mathbf{u}^1 & \mathbf{u}^2 & \cdots & \mathbf{u}^k \\ | & | & \cdots & | \end{bmatrix}, k = 1, 2, \dots, N$$

Merk op dat T nog steeds een $n \times n$ matrix is en T dus onderbepaald is voor $k < n$

- er bestaat geen unieke oplossing T . We construeren daarom de eerste T^k pas indien er n gemeente-uitslagen bekend zijn. Dit wordt geïllustreerd in Voorbeeld 2. Indien $k \geq n$ is het lineaire stelsel overbepaald - er bestaat geen oplossing. Om nu tot een eenduidig bepaalde matrix, T^k , te komen die in gemiddelde zin aan vergelijking (4) voldoet, vermenigvuldigen we (4) van rechts met de getransponeerde van V^k , V^{kT} :

$$TV^k V^{kT} = U^k V^{kT} \text{ ofwel } T^k A^k = B^k. \quad (5)$$

In [3] wordt aangekaart dat de matrices A^k en B^k $n \times n$ -matrices zijn en dat A^k positief definit en daardoor inverteerbaar is. We kunnen dus T^k bepalen als

$$T^k = B^k (A^k)^{-1}$$

Na elke binnenkomst van een gemeente-uitslag veranderen de afmetingen van U^k en V^k en wordt er een nieuwe T^k bepaald. Het is ongewenst om iedere keer de matrixvermenigvuldigingen $V^k V^{kT}$ en $U^k V^{kT}$ uit te moeten voeren. Daarom wordt in [3] een update methode beschreven voor het bepalen van de matrices A^k en B^k . We lichten deze update methode toe voor de matrix A^k . Dat de update methode voor B^k op gelijke wijze geconstrueerd kan worden, laten we aan de lezer over. Voor de matrix V^k geldt $V_{ij}^k = v_i^k$, voor $1 \leq i \leq n$ en $1 \leq j \leq k$. Voor een element uit de matrix A^k volgt nu:

$$A_{ij}^k = v_i^1 v_j^1 + v_i^2 v_j^2 + \cdots + v_i^k v_j^k,$$

Vervolgens komt de volgende gemeente-uitslag binnen. Hierdoor wordt V^k nu V^{k+1} , een $n \times k+1$ matrix en voor een element uit A^{k+1} volgt nu

$$\begin{aligned} A_{ij}^{k+1} &= v_i^1 v_j^1 + v_i^2 v_j^2 + \cdots + v_i^k v_j^k + v_i^{k+1} v_j^{k+1} \\ &= A_{ij}^k + v_i^{k+1} v_j^{k+1} \end{aligned}$$

De update methode wordt dus beschreven door:

$$A_{ij}^{k+1} = A_{ij}^k + v_i^{k+1} v_j^{k+1}$$

$$B_{ij}^{k+1} = B_{ij}^k + u_i^{k+1} v_j^{k+1},$$

voor $1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq n$.

Zodra er een T^k bepaald is, wordt deze gebruikt om een voorspelling van de einduitslag te krijgen, door hem in te vullen, voor T , in vergelijking (3). De vector die uit deze vermenigvuldiging komt, is de voorspelling van de einduitslag $\mathbf{u}$ nadat er k gemeente-uitslagen bekend zijn. We zullen deze vector noteren als $\mathbf{u}_k$. Om vervolgens voor elk der deelnemende partijen het aantal stemmen te bepalen dat zij behaald heeft op basis van de voorspelling $\mathbf{u}_k$, vermenigvuldigen we $\mathbf{u}_k$ met een scalair. Deze scalair is een schatting van het totaal aantal uitgebrachte stemmen bij de huidige verkiezingen.

Deze schatting kan op meerdere manieren gemaakt worden. Een manier is bijvoorbeeld op basis van de gemeente-uitslagen die reeds bekend zijn een schatting te maken van het totale opkomstpercentage. Hierbij zou dan weer de veronderstelling worden gemaakt dat de landelijke trend te bespeuren is in (vrijwel) iedere gemeente. Indien het gemiddelde opkomstpercentage over de k gemeente-uitslagen die zijn binnengekomen 1.5% hoger ligt dan bij de vorige verkiezing, wordt het totaal aantal uitgebrachte stemmen bij de vorige verkiezing met 1.5% vermenigvuldigd om een schatting te krijgen van het totaal aantal uitgebrachte stemmen bij de huidige verkiezing.

Op basis van een analyse van het totaal aantal uitgebrachte stemmen bij de laatste tien Tweede Kamerverkiezingen, blijkt echter dat het totaal aantal uitgebrachte stemmen niet erg fluctueert. Voor het bepalen van de zetelverdeling maakt dit ook niets uit: De verhouding tussen een aantal behaalde stemmen en de kiesdeler blijft gelijk, omdat de kiesdeler wordt vastgelegd door het totaal aantal uitgebrachte stemmen. We kiezen er daarom voor om voor deze scalair een vaste waarde te nemen, de waarde 10 000 000.

2.4. Convergentie van T^k naar T

De inzet van deze nieuwe methode waarbij de vorige verkiezingsuitslag in acht wordt genomen, is dat de voorspelling van $\mathbf{u}$, $\mathbf{u}_k$, convergeert naar de daadwerkelijke uitslag $\mathbf{u}$. Door middel van de constructie van de T^k -matrices hopen we uiteindelijk op een matrix T uit te komen die aan vergelijking

(3) voldoet. In [3] wordt beschreven dat voor de verkiezingen van 2010 en 2012 hieraan wordt voldaan. Afhankelijk van de volgorde waarin de gemeente-uitslagen binnenkomen, is er een moment op de avond, na binnenkomst van gemeente-uitslag M , waarna de voorspelde uitslagen $T^k \mathbf{v}$ een minimale afwijking hebben ten opzichte van de daadwerkelijke uitslag $\mathbf{u}$. Figuur A.1, afkomstig uit [3], laat dit goed zien. Op de verticale as is het kwadratische verschil tussen de voorspelling en de uitslag uitgezet:

$$\|\mathbf{u} - \mathbf{u}_k\|^2.$$

De figuur laat duidelijk zien dat dit verschil in de loop van de tijd kleiner wordt en uiteindelijk gering is. Waardoor de piek tussen $k = 60$ en $k = 80$ wordt veroorzaakt, wordt besproken in Paragraaf 2.7.

Een vraag die nu opkomt: Is de laatste T^k , dus T^N , altijd zo nauwkeurig dat indien we hem voor T invullen in vergelijking (3), aan deze vergelijking voldaan wordt? Het volgende voorbeeld zal duidelijk maken dat in een fictieve situatie dit niet het geval hoeft te zijn:

Voorbeeld 2. Stel dat in een land vier gemeentes zijn, Gemeente 1, 2, 3 en 4, en twee partijen, Partij A en Partij B. In Gemeente 1 zijn in totaal 500 geldige stemmen uitgebracht, in Gemeente 2 waren dat er 700, in Gemeente 3 weer 500 en in Gemeente 4 600. De gemeente-uitslagen van de huidige verkiezingen zijn

$$\mathbf{u}^1 = \mathbf{u}^3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \text{ en } \mathbf{u}^2 = \mathbf{u}^4 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Dan volgt dat de einduitslag van de huidige verkiezingen gelijk is aan:

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \frac{2 \cdot 500}{500 + 700 + 500 + 600} \\ \frac{700 + 600}{500 + 700 + 500 + 600} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.4348 \\ 0.5652 \end{bmatrix}.$$

Neem tot slot aan dat het aantal uitgebrachte (geldige) stemmen bij de vorige verkiezing in elke gemeente gelijk waren aan het aantal bij de huidige verkiezing en dat de

gemeente-uitslagen bij de vorige verkiezingen als volgt waren:

$$\mathbf{v}^1 = \begin{bmatrix} 0.75 \\ 0.25 \end{bmatrix} \text{ en } \mathbf{v}^2 = \mathbf{v}^3 = \mathbf{v}^4 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

De einduitslag van de vorige verkiezing volgt dan uit:

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} \frac{0.75 \cdot 500 + 3 \cdot 0}{2300} \\ \frac{0.25 \cdot 500 + 700 + 500 + 600}{2300} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.1630 \\ 0.8370 \end{bmatrix}.$$

Het aantal partijen is twee, dus T^1 zal niet gemaakt kunnen worden. Voor T^2 hebben we A^2 en B^2 nodig. Volgens vergelijking (5) krijgen we

$$A^2 = \begin{bmatrix} 0.5625 & 0.1875 \\ 0.1875 & 1.0625 \end{bmatrix}, \text{ en } B^2 = \begin{bmatrix} 0.75 & 0.25 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Het volgt dat

$$T^2 = B^2(A^2)^{-1} = \begin{bmatrix} 1.3333 & 0 \\ -0.3333 & 1 \end{bmatrix}$$

Op eenzelfde manier vinden we T^3 en T^4 :

$$T^3 = \begin{bmatrix} 1.1667 & 0.5 \\ -0.1667 & 0.5 \end{bmatrix}, \text{ en } T^4 = \begin{bmatrix} 1.2222 & 0.3333 \\ -0.2222 & 0.6667 \end{bmatrix}.$$

Deze laatste T , T^4 zou nu moeten voldoen aan $T^4 \mathbf{v} = \mathbf{u}$. We zien echter dat:

$$\begin{aligned} T^4 \mathbf{v} &= \begin{bmatrix} 1.2222 & 0.3333 \\ -0.2222 & 0.6667 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.1875 \\ 0.8125 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0.4783 \\ 0.5217 \end{bmatrix} \neq \mathbf{u}. \end{aligned}$$

◇

In dit voorbeeld is natuurlijk een situatie geschetst die in de praktijk nooit voor zal komen: Een land zal niet snel vier gemeentes hebben. Dit is ook de reden waarom T^4 niet voldoet als T uit vergelijking (3). Er kan aangetoond worden dat T^4 een betere transformatiematrix is dan T^3 en T^3 is op

zijn beurt weer beter dan T^2 . Indien er dus een vijfde gemeente zou zijn, is T^5 naar alle waarschijnlijkheid weer nauwkeuriger dan T^4 . Daarnaast zullen de gemeente-uitslagen $\mathbf{u}^1$ tot en met $\mathbf{u}^4$ en $\mathbf{v}^2$ tot en met $\mathbf{v}^4$ in onze maatschappij ook niet voorkomen. Eveneens zullen er binnen onze samenleving altijd meer dan twee politieke partijen zijn.

Ondanks dat in dit artikel geen onderzoek wordt gedaan naar voorwaarden voor de convergentie van T^k , blijkt uit de resultaten van de verkiezingen in 2012 en 2010 dat T^k convergeert naar de T uit vergelijking (3). Na binnenkomst van gemeente-uitslag M is het verschil tussen de voorspelde uitslagen $T^k \mathbf{v}$ en de daadwerkelijke uitslag $\mathbf{u}$ minimaal. Welke waarde M aanneemt bij de verkiezing van 2012 is af te lezen in Figuur A.1.

2.5. Gevoeligheid van de methode waarmee zetels toegekend worden

Zodra er een voorspelling is van de uitslag in percentages, $\mathbf{u}_k$, kunnen we een zetelverdeling uitrekenen op basis van deze voorspelling. Als de schatting van de percentage accuraat is, zal de zetelverdeling die hier uitkomt ook redelijk in de buurt liggen van de zetelverdeling zoals deze eruit ziet indien alle stemmen geteld zijn. Toch is een kleine afwijking in de voorspelde percentages al genoeg om een afwijkende zetelverdeling te veroorzaken. Dit hangt samen met het systeem van de grootste gemiddelden, op basis waarvan de restzetels worden toegekend.

Voorbeeld 3. Stel dat aan de verkiezing van een bestuursorgaan vijf partijen meedoen en er 100 zetels te verdelen zijn. De voorspelling van de uitslag, $\mathbf{u}_k$ afgerond op vier decimalen, is gegeven in de eerste rij van Tabel 1. Om dit te vertalen naar stemmen, nemen we aan dat er exact 1 miljoen stemmen zijn uitgebracht. De kiesdeler is in dit geval dan 10 000 en het aantal stemmen dat iedere partij heeft, is gelijk de tweede rij van Tabel 1. Door het aantal stemmen te delen door de kiesdeler en dit naar beneden af te ronden, vinden we dat het aantal volle zetels

per partij gelijk is aan de derde rij van Tabel 1. De som van deze rij is gelijk aan 98. Er zijn dus twee restzetels te verdelen. Hiervoor rekenen we het gemiddelde aantal stemmen per zetel uit, ingeval iedere partij er een zetel bij krijgt ten opzichte van de volle zetels die de partij behaald heeft. Het resultaat hiervan is weergegeven in de vierde rij van Tabel 1, afgerond op drie decimalen. We zien dat partij *C* de restzetel krijgt. Voor partij *C* rekenen we vervolgens het nieuwe gemiddeld aantal stemmen per zetel uit. Uit de vierde rij van de tabel blijkt nu dat partij *D* de tweede en daarmee laatste restzetel krijgt.

Wat was er gebeurd indien in de voorspelling, $\mathbf{u}_k$, ergens een minimale afwijking zit? In Tabel 2 is er in de eerste rij een kleine verschuiving geweest bij Partij *B* en *C* ten

opzichte van de eerste rij van Tabel 1. De tweede rij van Tabel 2 laat zien wat dit voor gevolg heeft voor het aantal stemmen dat elke partij behaald heeft.

Vervolgens rekenen we het aantal volle zetels uit: De derde rij van Tabel 2. Ook hier zien we geen verschil ten opzichte van de derde rij van Tabel 1. De afwijking in de voorspelde percentages is dus niet groot genoeg om een verschil te veroorzaken in het aantal volle zetels dat een partij krijgt.

Maar hoe zit het met de restzetels? Het aantal restzetels is nog steeds twee, maar naar wie gaan ze? Indien we het aantal stemmen per zetel uitrekenen, zien we in Tabel 2 dat de restzetels nu beide naar partij *C* zijn gegaan. $\diamond$

Tabel 1: Uitkomsten omtrent de zetelverdeling

	Partij A	Partij B	Partij C	Partij D	Partij E
$\mathbf{u}_k$	0,0747	0,1841	0,3478	0,2813	0,1121
Voorspeld aantal stemmen	74700	184100	347800	281300	112100
Volle zetels	7	18	34	28	11
Gem. aantal stemmen per zetel, eerste restzetel	9337.500	9689.474	9937.143	9700.000	9341.667
Gem. aantal stemmen per zetel, tweede restzetel	9337.500	9689.474	9661.110	9700.000	9341.667

Tabel 2: Uitkomsten omtrent de zetelverdeling, indien de voorspelde percentages een minimale afwijking bevat

	Partij A	Partij B	Partij C	Partij D	Partij E
$\mathbf{u}_k$	0.0747	0.1821	0.3498	0.2813	0.1121
Voorspeld aantal stemmen	74700	182100	349800	281300	112100
Volle zetels	7	18	34	28	11
Gem. aantal stemmen per zetel, eerste restzetel	9337.500	9584.211	9994.286	9700.000	9341.667
Gem. aantal stemmen per zetel, tweede restzetel	9337.500	9584.211	9716.667	9700.000	9341.667

Het vorige voorbeeld laat zien dat een hele kleine afwijking in de voorspelde percentages al een fout in een zetelaantal kan bewerkstelligen. In het vorige voorbeeld was dit een restzetel, maar een iets grotere afwijking in de voorspelde percentages kan ook een afwijking in het aantal volle zetels betekenen.

Voorbeeld 4. Neem aan dat de situatie in het vorige voorbeeld ongewijzigd is, behalve de voorspelling van de einduitslag $\mathbf{u}_k$ afgerond op vier decimalen:

$$\mathbf{u}_k = \begin{bmatrix} 0.0747 & 0.1411 & 0.3508 & 0.2813 & 0.1121 \end{bmatrix}$$

De afwijking is hier nog steeds minimaal, maar bepaalt wel het verschil in het aantal volle zetels voor Partij D . Het aantal stemmen dat Partij D in deze situatie heeft behaald, is gelijk aan: $0.3508 \cdot 100000 = 350800$, de kiesdeler is nog steeds 10000, dus het aantal volle zetels voor Partij D volgt uit:

$$\frac{350800}{10000} = 35.08.$$

Het aantal volle zetels dat Partij D nu krijgt, is 35. $\diamond$

2.6. Garantie voor zetelaantal geven

Het gevolg van de instabiliteit van het systeem is dat de voorspelde zetelaantallen gaan schommelen, zoals ook bij de vermoedelijke oude methode uit Paragraaf 2.2 gebeurt. Indien garantie voor zetelaantallen gevraagd wordt, moeten de schommelingen dus worden weggenomen. Met een gegarandeerd zetelaantal wordt bedoeld dat dit aantal zetels nooit meer zal afnemen. Indien een partij dus 25 gegarandeerde zetels voorspeld heeft gekregen, kunnen dit er 26 of meer worden, maar niet meer 24 of minder.

Om de fluctuaties weg te nemen, wordt onderscheidt gemaakt in volle zetels en restzetels. Bij het verdelen van beide type zetels kan een ongewenste verandering optreden. Als eerste wordt gekeken waardoor de ongewenste verandering bij de volle zetels wordt veroorzaakt en hoe dit voorkomen kan worden. Als voorbeeld kijken we naar Tabel 3.

Tabel 3: Uitkomsten quotiënt aantal stemmen en kiesdeler vanaf een tijdstip k

Tijdstip	Uitkomst quotiënt	Uitkomst quotiënt
k	11.815	14.906
$k + 1$	11.906	14.891
$k + 2$	11.913	14.959
$k + 3$	12.098	15.076
$k + 4$	12.036	15.054
N (einde v.d avond)	11,961	15,311

Indien de situatie uit de derde kolom van Tabel 3 optreedt, is er geen problemen: Vanaf tijdstip $k + 3$ heeft de betreffende partij recht op 15 volle zetels. Deze kunnen vanaf dit moment met zekerheid gegeven worden, want het quotiënt zakt nooit meer tot onder de 15. Uit de tweede kolom van deze tabel blijkt echter dat ondanks de voorspelling van het aantal volle zetels vanaf tijdstip $k + 3$ op 12 uitkomt, de betreffende partij nog niet met zekerheid 12 volle zetels kan worden toegezegd. Later op de avond hebben ze namelijk nog maar recht op 11 volle zetels.

In het geval er dus garantie moet worden gegeven voor het aantal volle zetels dat een partij behaald heeft, moet de rest achter de komma bij het quotiënt tussen het aantal stemmen en de kiesdeler goed bestudeerd worden. Deze rest achter de komma moet groot genoeg zijn zodat het getal dat voor de komma staat niet meer zal dalen in het loop van de avond. Anders gezegd: Er moet een *bandbreedte* opgesteld worden, waarbinnen de laatste volle zetel nog niet wordt toegekend, ondanks dat een partij op basis van haar quotiënt van het aantal behaalde stemmen en de kiesdeler wel recht heeft op deze volle zetel. In het voorbeeld van tabel 3 moet de deze bandbreedte dus minimaal groter zijn dan 0.098.

In dat geval zal de partij uit de derde kolom haar vijftiende volle zetel pas krijgen op tijdstip N , in plaats van $k + 3$, maar wordt wel voorkomen dat de partij uit de tweede kolom een zetel moet inleveren op tijdstip N .

Het garanderen van het volle zetelaantal voor een partij is dus terug te brengen tot het kiezen van de juiste bandbreedtes: Indien de bandbreedte te laag wordt ingesteld, wordt het verkeerde aantal volle zetels gegarandeerd, maar als de bandbreedte heel hoog wordt ingesteld, worden er weinig volle zetels uitgedeeld. In dat geval worden er misschien maar 100 volle zetels uitgedeeld in plaats van 140. De uitdaging is dus om de bandbreedtes zodanig te kiezen dat er zoveel mogelijk volle zetels worden uitgedeeld, maar dat deze volle zetels wel met zekerheid worden uitgedeeld.

Een probleem bij het opstellen van bandbreedtes is dat in het ergste geval de uitkomst van het quotiënt van het aantal stemmen van een partij en de kiesdeler blijft fluctueren rond de bandbreedte. Ter verduidelijking: Stel dat de bandbreedte 0.46 is en de uitkomsten van het quotiënt zijn achtereenvolgens: 0.45, 0.47, 0.48, 0.45 en 0.47, dan blijft de voorspelling van het aantal volle zetels alsnog schommelen.

De oplossing hiervoor is dat de uitkomst van het quotiënt van het aantal stemmen van een partij en de kiesdeler wordt vergeleken met het aantal zetels dat de partij reeds gegarandeerd heeft gekregen. We krijgen dus in plaats van een bandbreedte van 0.46 een bandbreedte van 1.46. Een voorbeeld hiervan is: Stel dat de bandbreedte ingesteld is op 1.46 en het aantal zetels dat een partij reeds gegarandeerd heeft gekregen bij de vorige voorspelling is 13. Indien het quotiënt van het aantal stemmen van deze partij en de kiesdeler nu uitkomt op een waarde boven 14.46, krijgt de partij er een zetel bij. Bij de eerst volgende voorspelling heeft deze partij reeds 14 zetels gegarandeerd gekregen. Indien de bandbreedte nog steeds 1.46 is, moet het quotiënt nu boven de 15.46 komen om de vijftiende zetel te behalen. De eerdere bandbreedte 0.46 moet dus groot genoeg zijn, zodanig dat het quotiënt nooit meer tot onder het getal voor de komma daalt: 13.46 wordt

nooit meer 12. ..., 14.46 wordt nooit meer 13. ..., enzovoort.

Deze definitie van het begrip bandbreedte werkt meteen weer een nieuw probleem in de hand: De eerste voorspelling van het aantal zetels is bepalend. Indien er namelijk steeds met het vorige gegarandeerde aantal zetels vergeleken dient te worden, is het beginpunt bepalend. Als dit beginpunt te hoog is, kan dit niet meer gecorrigeerd worden. Er worden immers geen zetels teruggenomen: Toegezegd blijft toegezegd. De oplossing die hiervoor gevonden is, is waarschijnlijk de meest eenvoudige: We houden bij de allereerste voorspelling een paar zetels extra in. Indien een partij bij het allereerste voorspelmoment dus uitkomt op 14 volle zetels, zal zij er bijvoorbeeld 10 krijgen. Bij het eerstvolgende voorspelmoment zal de ingestelde bandbreedte nu bepalen of het volle zetelaantal van de partij 10 blijft of zal stijgen naar 11.

Op basis van de verkiezingsuitslag van 2012 zijn we gekomen tot de bandbreedtes in tabel 4. Aangezien er 13 partijen deelnamen, was de eerste voorspelling op $k = 13$. Bij deze eerste voorspelling houden we drie volle zetels in ten opzichte van de uitkomst van de eerste voorspelling. Bij deze eerste voorspelling worden tevens nog geen restzetels uitgedeeld. Indien een partij dus op 17.46 uitkomt, krijgt de partij $17 - 3 = 14$ zetels voorspeld. Deze voorspelling is een gegarandeerde voorspelling.

Tabel 4: Gevonden bandbreedtes op basis van de verkiezing in 2012

Tijdstippen	Bandbreedte
$13 \leq k \leq 45$	1.65
$60 < k \leq 70$	1.6
$70 < k \leq 100$	1.4
$100 < k \leq 200$	1.2
$200 < k \leq 300$	1.15
$k > 300$	1.1

Met de methode van bandbreedtes kunnen we gegarandeerde volle zetelaantallen communiceren naar de politieke partijen. Hiermee kunnen we een bepaald aantal zetels

met zekerheid verdelen, maar dit aantal zal nooit alle 150 zetels zijn. Er zullen altijd restzetels blijven, wellicht niet exact evenveel als er in werkelijkheid geweest waren, maar altijd 1 of meer. Wanneer kan een restzetel met zekerheid worden uitgedeeld? Dit kan niet op basis van het getal achter de komma, want zoals uit Voorbeeld 1 is gebleken, gaat de restzetel niet altijd naar de partij met het grootste getal achter de komma. De restzetel gaat naar de partij met de meeste stemmen per zetel.

Als voorbeeld kijken we naar Tabel 5. De situatie in Tabel 5 is gelijk aan de situatie in Voorbeeld 3. Zoals in Voorbeeld 3 krijgt partij *C* de eerste restzetel. Partij *D*, die nu als tweede eindigde, had de restzetel slechts op één voorwaarde kunnen winnen: Ze had meer stemmen per zetel moeten hebben. Het aantal stemmen per zetel dat ze meer had moeten hebben, is terug te rekenen naar het aantal stemmen dat de partij meer had moeten behalen. Dit aantal stemmen is daarna

ook weer terug te brengen naar het percentage van de huidige aantal behaalde stemmen dat ze meer had moeten behalen. Deze percentages staan in de derde rij van Tabel 5 en liggen erg dicht bij elkaar. Het gevolg hiervan is dat het zeer moeilijk is om de restzetel met zekerheid toe te kennen.

Indien we naar de vierde rij van Tabel 5 kijken, zien we dat er meer duidelijkheid is over de eerste restzetel (uit Voorbeeld 3). Partij *C* is eventueel nog wel in te halen door partij *D*, maar de kans dat één van de overige partijen partij *C* nog inhaalt, is zeer klein. Aangezien er twee restzetels zijn, zal partij *C* te allen tijde één krijgen: Is het niet de eerste, dan wel de tweede.

Dit lijkt een goede methode om restzetels met zekerheid uit te delen, maar de gedachte is niet volledig juist. Het kan zo zijn dat partij *D* partij *C* inhaalt in de strijd om de eerste restzetel en vervolgens ook nog eens de tweede wint.

Tabel 5: Uitkomsten omtrent de verdeling van een restzetel

Ranglijst eerste restzetel	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>B</i>	<i>E</i>	<i>A</i>
Aantal stemmen meer nodig	0	6878	4706	7146	4798
Percentage van behaalde stemmen	0	2.45	2.56	6.37	6.42
Percentage van behaalde stemmen	0	2.45	54.81	78.36	101.16

Dit kan alleen indien

$$\frac{\# \text{Stemmen Partij } D}{\text{Zetels Partij } D + 2} > \frac{\# \text{Stemmen Partij } C}{\text{Zetels Partij } C + 1}. \quad (6)$$

De vraag is: Wat is het aantal stemmen dat partij *D* behaald heeft? In de situatie waarin we nu verkeren, weten we op basis van Tabel 5 dat partij *D* minstens 6878 stemmen meer heeft behaald dan in eerste instantie op de teller stond, maar het exacte aantal weten we niet. Het is dus niet mogelijk om het quotiënt in (6) exact uit te rekenen. De oplossing is om een schatting te maken van het aantal stemmen dat partij *D* behaald heeft in deze fictieve situatie. Als schatting wordt het aantal stemmen dat partij ten minste meer heeft behaald,

6878 in dit geval, met 2 vermenigvuldigt en opgeteld bij het aantal stemmen dat de partij in werkelijkheid (ingeval de partij tweede eindigde bij de strijd om de eerste restzetel) opgeteld. Ingeval partij *D* met dit stemmenaantal de tweede restzetel weet te bemachtigen ten koste van partij *C*, is de onzekerheid te groot om partij *C* al een restzetel toe te kennen. Ingeval Partij *D* in staat is om partij *C* nog in te halen in de strijd om de eerste restzetel, maar vervolgens, op basis van het geschatte aantal stemmen van partij *D*, blijkt dat partij *D* niet te tweede restzetel wint, kennen we wel een restzetel toe aan partij *C*. Zij zullen in deze situatie ofwel de eerste restzetel winnen, ofwel de tweede restzetel.

Mochten er drie restzetels te verdelen zijn

en partij C is nog in te halen door twee partijen, bijvoorbeeld partij D en partij B , dan moeten we naar meerdere quotiënten kijken zoals in (6). We moeten daarmee ook voor meerdere partijen een schatting maken van het aantal stemmen dat ze behaald hebben in de fictieve situatie dat partij C toch niet de eerste restzetel wint. Door deze schattingen boeten we enorm in aan zekerheid. We kiezen er daarom voor de eerste restzetel niet toe te kennen indien de winnaar nog door twee of meerdere partij ingehaald kan worden.

Voor de toekenning van de eerste restzetel zijn er dus criteria waaraan moeten worden voldaan. Volgende kwestie: Kunnen we ook criteria formuleren voor de tweede restzetel, mocht deze er zijn? Indien de strijd om de eerste restzetel unaniem wordt beslist, dus dat er geen enkele partij in de mogelijkheid is om de winnaar nog in te halen, is er geen probleem. De beschreven methode kan dan gewoon vanaf de tweede restzetel ingezet worden. Maar wat gebeurt er indien de eerste restzetel niet unaniem aan de winnende partij kan worden toegezegd? In dat geval wordt het aantal mogelijkheden voor de tweede restzetel al snel heel veel. De kanshebbers voor de tweede restzetel zijn dan namelijk: De winnaar van de eerste restzetel, iedere partij die nog kansrijk is voor de eerste restzetel, maar ook een partij die helemaal niet in aanmerking komt voor de eerste restzetel. Dat laatste komt omdat voor de tweede restzetel het aantal stemmen per zetel voor de partij die de eerste restzetel won opnieuw wordt uitgerekend. Waar een partij de winnende partij bij de eerste restzetel niet in kon halen, kan dat nu bij de tweede restzetel wellicht wel. Hierdoor wordt het aantal partijen dat kanshebber is voor de tweede restzetel veel. Voor de derde restzetel zullen dit nog meer zijn. Er is daarom besloten om bij elke voorspelling alleen de eerste restzetel toe te kennen, mits aan de gestelde criteria voldaan wordt.

Deze restzetel die wordt toegekend, wordt nu wel met zekerheid toegekend. Hij zal dus nooit weer teruggenomen worden. Bij een volgende voorspelling is er dus één restzetel minder dan bij de huidige. Bij de volgende voorspelling wordt nu weer

getracht de eerste restzetel met zekerheid toe te kennen. Het aantal stemmen per zetel verandert voor de partij die bij de huidige voorspelling een restzetel krijgt toegekend. In theorie kan dit aantal toenemen, maar in de praktijk zien we dat dit niet gebeurt. Dit is het gevolg van het feit dat de voorspelling van de einduitslag, $\mathbf{u}_k$, al behoorlijk nauwkeurig zijn op het moment dat er restzetels uitgedeeld worden. We hoeven er dus niet bang voor te zijn dat we een partij bij twee opeenvolgende voorspelling een restzetel toekennen, in totaal dus twee, terwijl in werkelijkheid maar één had gekregen. Indien de partij bij het tweede voorspelmoment de eerste restzetel wint, had zij deze ook gekregen op het eerst voorspelmoment. Dat had ze hier namelijk de eerste en de tweede restzetel gewonnen.

Een andere mogelijkheid die er is voor het toekennen van restzetels is door te kijken naar waar het grootste verschil ligt in het aantal stemmen per zetel. Indien we weer naar Tabel 5 kijken, zien we dat we voor de eerste restzetel niet veel duidelijkheid kunnen geven. Voor de eerste twee wel: die gaan naar alle waarschijnlijk naar partij C en D . We zouden kunnen zeggen: Ken de eerste twee maar toe. Op deze manier kun je meerdere restzetel per voorspelling uitdelen en kun je dus ook eerder meer zetels voorspellen. De reden waarom er toch niet voor deze methode is gekozen, is omdat je volledig afhankelijk bent van het eerste tijdstip waarop je restzetels toekent: Je kent bijvoorbeeld gelijk vier van de zes restzetels toe omdat er vier partijen dicht bij elkaar liggen en de anderen liggen in jouw ogen te ver achter. Maar deze restzetels zijn nu wel meteen gegarandeerd, dus als ze fout zijn kun je het niet meer terug draaien. Indien je maar één per keer uitdeelt, heb je, behalve voor de eerste, nog de mogelijkheid om te corrigeren. De eerste moet dus goed gaan op basis van het benodigde verschil. Op basis van de verkiezing in 2012 zijn de benodigde percentuele verschillen zoals in Tabel 6 gevonden.

Tabel 6: Gevonden benodigde verschillen in percentages voor toekennen restzetel

Tijdstippen	Benodigd verschil ($\times 100\%$)
$50 \leq k \leq 95$	0.03
$95 < k \leq 130$	0.02
$130 < k \leq 160$	0.015
$160 < k \leq 200$	0.01
$200 < k \leq 300$	0.0075
$k > 300$	-

Wat we zien is dat de verschillen heel klein kunnen worden ingesteld. Dit is het gevolg van dat de voorspelde percentages heel nauwkeurig zijn. Een opmerking die gemaakt moet worden, is dat pas vanaf tijdstip $k = 50$ begonnen kan worden met het uitdelen van de eerste restzetel. Dit punt is gevonden op basis van experimenten met de verkiezing van 2012. Waar de methode van de gegarandeerde zetelaantallen dus niet expliciet rekening mee houdt, is het verschil in volle zetels en restzetels: Het kan zo zijn dat een partij een volle zetel als restzetel krijgt en vice versa.

2.6.1. Garantie voor zetelaantal geven bij de meest eenvoudige manier van uitslag voorspellen

De methode om gegarandeerde zetelaantallen te bepalen, zoals hierboven beschreven, is gebaseerd op het feit dat de voorspelde percentages gemaakt zijn met de methode waarbij de vorige verkiezingsuitslag in acht wordt genomen. We willen echter ook gegarandeerde zetelaantallen kunnen bepalen indien de voorspelling van de einduitslag is gemaakt op basis van de meeste eenvoudige manier, uit Paragraaf 2.2. Indien we met beide voorspelmethodes gegarandeerde zetelaantallen kunnen bepalen, kunnen we de methodes met elkaar vergelijken.

De methode om garantie voor zetelaantallen te kunnen geven, is te reduceren tot het vinden van de juiste bandbreedtes en voor-

sprongen die een partij moet hebben in de strijd om de eerste restzetel. De waarden die gegarandeerde zetelaantallen bewerkstelligen bij de meeste eenvoudige voorspelmethode staan in Tabel B.1 en Tabel B.2. Bij de eerste voorspelling worden er voor elke partij 12 volle zetels ingehouden. De eerste restzetel wordt pas uitgedeeld indien 70 gemeente-uitslagen bekend zijn.

2.7. Invloed van de volgorde van binnenkomst en het verkiezingsjaar

De bandbreedtes en verschillen die in de vorige paragraaf zijn gegeven, zijn gebaseerd op de volgorde waarop de gemeente-uitslagen binnenkwamen bij de Tweede Kamerverkiezing in 2012. Het blijkt dat de voorgestelde waarden, uit Tabel 4 en Tabel 6, ook de juiste gegarandeerde zetelaantallen geven indien de volgorde van binnenkomst willekeurig gepermuteerd wordt. Dit geeft de hoop dat de gevonden waarden de juiste zetelaantallen garanderen bij elke verkiezing en bij elke volgorde van binnenkomst (van de gemeente-uitslagen). Om hier achter te komen, is de methode toegepast op de Tweede Kamerverkiezing van 2010.

Uit deze test blijkt dat de methode, met de waarden uit Tabel 4 en Tabel 6 niet de juiste zetelaantallen garandeert voor deze verkiezing. Tabel C.1 laat zien waardoor deze fout veroorzaakt wordt. Tussen twee opeenvolgende voorspelmomenten vertoont het quotiënt van het aantal stemmen van een partij en de kiesdeler een behoorlijk grote fluctuatie. Deze fluctuatie wordt veroorzaakt door het verschil in de voorspelde percentages op de voorspelmomenten. Dit heeft tot gevolg dat er in het begin van de avond steeds een volle zetel meer wordt uitgedeeld aan de betreffende partij. Hierdoor komt de partij op een gegeven moment boven het aantal volle zetels uit waar ze aan het eind van de avond recht op heeft. Maar eenmaal uitgedeeld, blijft uitgedeeld. Er kan niet meer gecorrigeerd worden. De oplossing hiervoor is dat de bandbreedtes omhoog moeten: Er mag aan het begin van de avond niet zo makkelijk een volgende volle zetel toegekend worden. De waarden van deze nieuwe bandbreedtes, die bepaald zijn op basis van de verkiezing van 2010, staan in Ta-

bel C.2 Deze nieuwe bandbreedtes zullen bij de verkiezing in 2012 uiteraard ook de juiste zetelaantallen garanderen. Hier waren lagere bandbreedtes immers al voldoende. Het gevolg van de hogere bandbreedtes is wel dat zetels bij de verkiezing in 2012 later worden uitgedeeld.

Wat opvalt is dat de bandbreedtes niet meer geleidelijk afnemen, zoals in Tabel 4 wel het geval was. Dit komt omdat bij de verkiezing in 2010 de fluctuaties in het quotiënt van het aantal stemmen van een partij en de kiesdeler steeds optreden tussen bepaalde tijdstippen. Indien we naar Tabel C.2 kijken, zien we bijvoorbeeld de grootste fluctuaties optreden tussen de binnenkomst van gemeente-uitslag 45 en 50. Hier zal dus een relatief grote afwijking zijn tussen de opeenvolgende voorspelde percentages. Indien we kijken naar Figuur A.1, nemen we een piek waar tussen $k = 50$ en $k = 100$. Hier wordt de dalende trend in de afwijking tussen de daadwerkelijke percentuele einduitslag en de voorspelling van de einduitslag tijdelijk onderbroken. Bij de verkiezing van 2010 is er dus zo een piek tussen $k = 45$ en $k = 50$. Deze piek is groter dan de piek in figuur A.1 en daarom moeten de bandbreedte tussen $k = 45$ en $k = 50$ tijdelijk worden verhoogd.

De ‘voorsprong’ die een partij moet hebben in de restzetelverdeling blijft gelijk aan Tabel 6. Dit is ook logisch, want het inhalen van een achterstand is ongeacht de verkiezing hetzelfde. Om de juiste zetelaantallen te kunnen garanderen, moet er bij de eerste voorspelling wel een volle zetel extra ingehouden worden. Bij de eerste voorspelling houden we dus vier volle zetels in.

Indien de volgorde van binnenkomst van de gemeente-uitslagen in 2010 identiek is aan die van 2012, kan er op basis van de gevonden waarden in Tabel C.2 en Tabel 6 op elk moment van de verkiezingsavond een gegarandeerde zetelverdeling worden gepubliceerd. Bij de verkiezing van 2012 zagen we dat de volgorde willekeurig gepermuteerd kon worden en er nog steeds een gegarandeerde zetelverdeling gegeven kon worden. Kan dit ook bij de verkiezing van 2010? Het antwoord op die vraag is: Nee, dat kan niet. De vraag: Waarom kan dat niet?, zullen

we proberen te beantwoorden aan de hand van Figuur A.1. De piek wordt veroorzaakt door de binnenkomst van de uitslag in enkele gemeenten, waaronder in de gemeente Amsterdam. Zoals eerder gezegd, bij de verkiezing van 2010 is de piek groter. Het gevolg hiervan is dat de bandbreedte rondom het tijdstip van de piek omhoog moet. Als de volgorde willekeurig gepermuteerd wordt, kan deze piek zich op elk moment van de avond bevinden. We weten dan niet waar de bandbreedte omhoog moet.

Er kan gezocht worden naar bandbreedtes en waarden waar de voorsprong van een partij aan moet voldoen bij de restzetelverdeling, zodat er wel bij elke willekeurige volgorde een gegarandeerde zetelverdeling bepaald kan worden, maar de vraag is of dat gewenst is. Ingeval we ervoor kiezen om zulke waarden te zoeken, zullen deze hoger liggen dan de waarden in Tabel C.2 en Tabel 6. Het gevolg hiervan is dat zetels pas later op de avond uitgedeeld worden, terwijl we zo vroeg mogelijk op de avond zoveel mogelijk zetels (met zekerheid) willen uitdelen. Een andere vraag die gesteld kan worden, is: In hoeverre zal de volgorde waarop de gemeente-uitslagen binnenkomen per verkiezing verschillen? Een veronderstelling die we maken, is dat deze volgorde niet erg zal veranderen. Als de uitslag van gemeente Enschede bij de verkiezing in 2010 als 45^e binnenkomt, is het niet voor de hand liggend dat deze uitslag bij de verkiezing in 2012 pas als 385^e binnenkomt.

Een keuze die op basis hiervan genomen is, is om de volgorde van binnenkomst niet volledig willekeurig te permuteren. We delen de volgorde op in groepen. De eerste groep bestaat uit de gemeenten waarvan de uitslag gedurende het eerste anderhalve uur nadat de stemlokalen zijn gesloten binnenkomt. Op basis van de verkiezing in 2012 concluderen we dat de eerste gemeente-uitslag ongeveer 45 minuten na sluiting van de stemlokalen binnen is. De eerste groep gemeenten bestaat dus uit de gemeenten die binnen 45 minuten van de eerste binnenkomst binnenkomen. Dit zijn de gemeenten die strijden om de titel: Eerste gemeente waar alle stemmen zijn geteld. De rest van de avond en de nacht delen we op in blokken van een half uur. De

maximale afwijking tussen de binnenkomst van gemeente Enschede bij de verkiezing in 2012 ten opzichte van de verkiezing in 2010 is dus geschat op maximaal een half uur. Om de methode nu te testen met verschillende volgordes van binnenkomst, permuiteren we binnen de gemaakte groepen.

Het nadeel hiervan is dat er harde grenzen aan de intervallen zijn: Een partij die bijvoorbeeld 23:01 uur binnenkwam had in theorie de volgende keer best 22:54 uur binnen kunnen komen. Indien de groepen zijn gedefinieerd van 22:30 uur tot 23:00 uur is dat in het vervolg van dit artikel niet mogelijk. De groepen zijn gebaseerd op de volgorde van binnenkomst in 2012. Indien een gemeente-uitslag dus bij de verkiezing in 2012 om 23:45 binnenkwam, zit het dus in de groep 23:30 uur tot 0:00 uur. Zoals in Sectie 3 getoond wordt, kan er dankzij deze aanname over de volgorde van binnenkomst, voor elke volgorde (permutatie binnen de groep), op elk moment van de avond, een gegarandeerde zetelverdeling opgesteld worden.

3. RESULTATEN

In deze sectie worden achtereenvolgens de resultaten van de methodes uit Sectie 2 gegeven voor de Tweede Kamerverkiezingen van 2012 en 2010.

3.1. Resultaten Tweede Kamerverkiezing 2012

Om tot een voorspelling te komen, moet er een volgorde van binnenkomst van de gemeente-uitslagen zijn. Voor de verkiezing van 2012 is de werkelijke volgorde van binnenkomst bekend. Op basis hiervan kunnen we met beide methoden een voorspelling van de zetelverdeling maken.

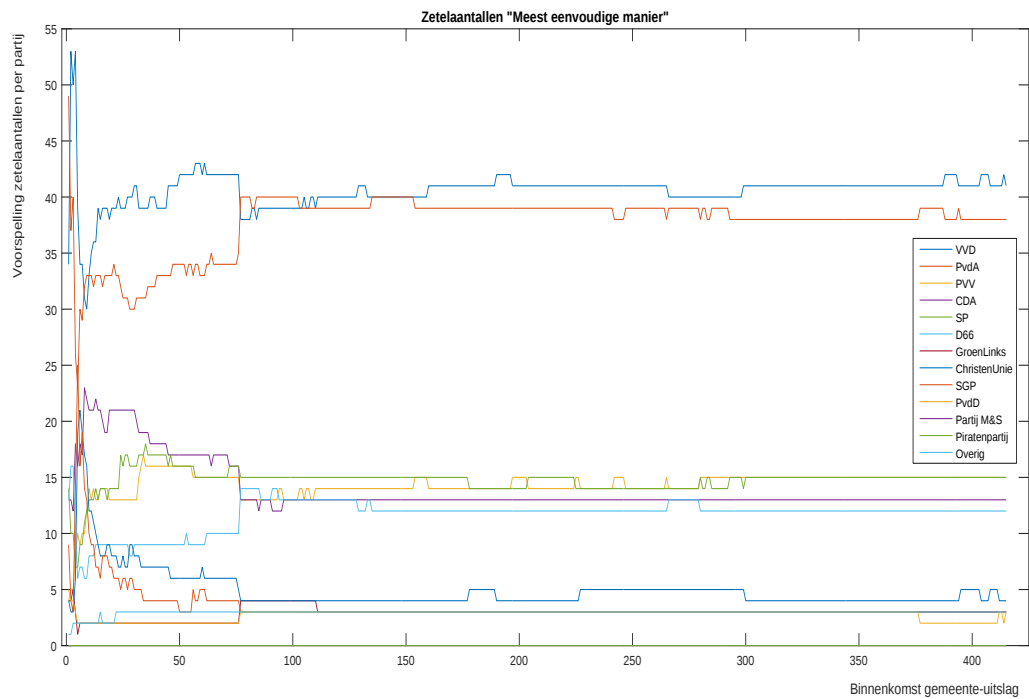
In 2012 deden 13 partijen mee aan de Tweede Kamerverkiezingen, waarvan de laatste partij de partij *Overig* is. Er waren destijds 415 gemeenten. In Figuur 1, Figuur 2 en Figuur 3 staan de resultaten van de methoden. Op de horizontale as staan de binnenkomsten van de gemeente-uitslagen. Na elke binnenkomst wordt er een zetelverdeling uitgerekend. Voor elke partij wordt het zetelaantal verticaal

uitgezet. Een lijn representeert dus een voorspelling voor het zetelaantal van een partij gedurende de avond. Vanaf het moment dat de lijnen horizontaal lopen, verandert het aantal voorspelde zetels voor een partij niet meer. De voorspelling die er vanaf dat moment gedaan wordt, komt overeen met de daadwerkelijke zetelverdeling zoals deze in 2012 was. Deze daadwerkelijke uitslag staat in Tabel 7.

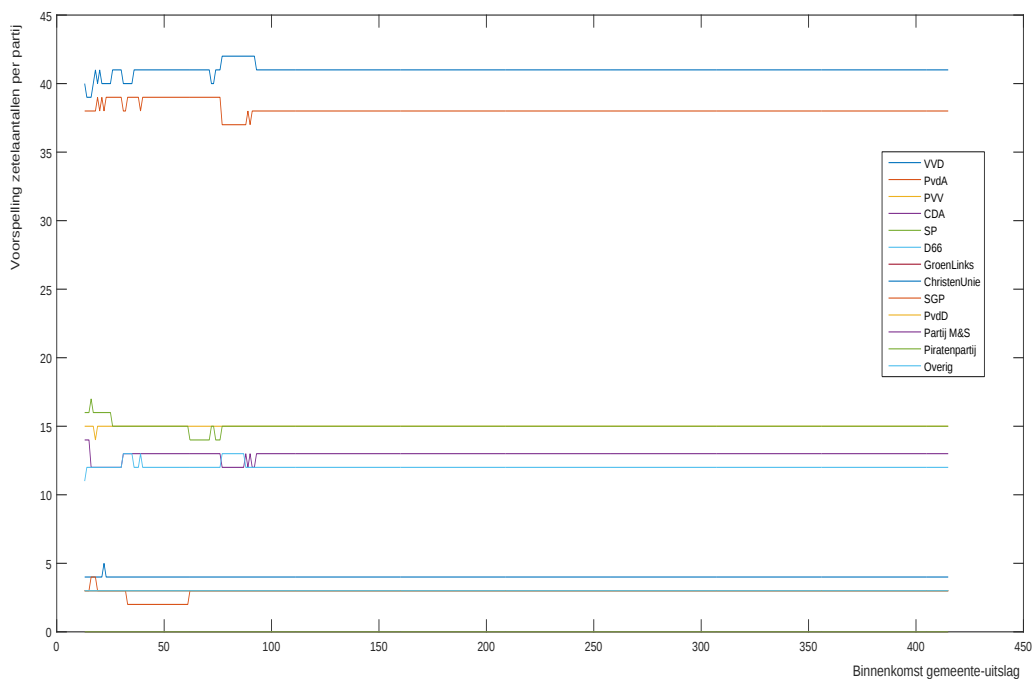
Tabel 7: Zetelverdeling na de verkiezing in 2012

Partij	Zetels
VVD	41
PvdA	38
PVV	15
CDA	13
SP	15
D66	12
GroenLinks	3
CU	4
Staatkundig Gereformeerde	3
Partij voor de Dieren	3
Partij voor Mens en Spiritualiteit	0
Piratenpartij	0
<i>Overig</i>	3

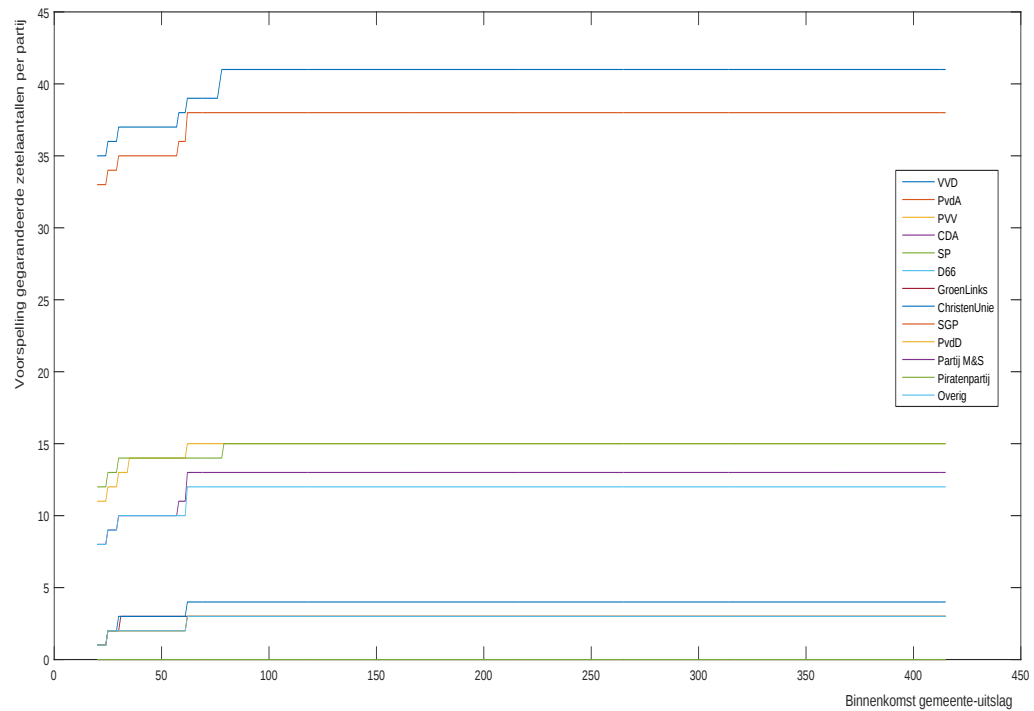
Hetgeen opvalt in Figuur 1 is dat de voorspellingen enorm fluctueren. De voorspelling is ook pas juist na binnenkomst van binnenkomst van de allerlaatste gemeente-uitslag. Vergelijken we dit met Figuur 2, dan zien we dat de voorspelling op basis van methode waarbij de vorige verkiezingsuitslag wordt genomen, veel eerder de juiste zetelverdeling voorspelt. Al na binnenkomst van 97 gemeente-uitslagen hebben we de juiste zetelverdeling te pakken. Als we tot slot na figuur 3 kijken, zien we dat de voorspelling nog eerder juist is dan in het geval van Figuur 2 het was. Al na 80 gemeenten. In Figuur 2 zien we hier nog schommelingen. De verklaring hiervoor is dat zetels eerder worden uitgedeeld: zodra een partij boven de bandbreedte komt, of zodra het verschil in de strijd om een restzetel groot genoeg, wordt de zetel uitgedeeld.



Figuur 1: Zetelvoorspellingen in de loop van avond op basis van voorspelde percentages, $\mathbf{u}_k$, die tot stand zijn gekomen met de meest eenvoudige manier, uit Paragraaf 2.2.. Verkiezingsjaar: 2012.



Figuur 2: Zetelvoorspellingen in de loop van avond op basis van voorspelde percentages, $\mathbf{u}_k$, die tot stand zijn gekomen met de methode waarbij de vorige verkiezingsuitslag in acht wordt genomen (Paragraaf 2.3). Verkiezingsjaar: 2012.



Figuur 3: Gegarandeerde zetelaantallen in de loop van avond op basis van voorspelde percentages, u_k , die tot stand zijn gekomen met de methode waarbij de vorige verkiezingsuitslag in acht wordt genomen (Paragraaf 2.6). Verkiezingsjaar: 2012.

Tabel 8: Uitkomsten van 10 000 permutaties van de volgorde van binnenkomst van gemeente-uitslagen. De toegepaste methodes zijn de methodes waarbij garanties worden gegeven. Verkiezingsjaar: 2012.

	Meest eenvoudige methode		Methode “Vorige verkiezingsuitslag”	
	7		0	
#Foute einduitslag voorspeld				
	Gem.	Std.dev.	Gem.	Std.dev.
#Zetels eerste voorspelling	76	7	105	7
Zetel 140	117	20	50	8
Zetel 141	128	11	56	8
Zetel 142	140	19	69	10
Zetel 143	163	20	82	11
Zetel 144	269	14	88	18
Zetel 145	295	14	93	15
Zetel 146	345	5	99	12
Zetel 147	371	8	100	6
Zetel 148	401	6	113	10
Zetel 149	403	7	124	9
Zetel 150	404	1	145	14

De figuren zijn allemaal gemaakt op basis van de volgorde van binnenkomst zoals deze in 2012 was. We willen uiteraard ook weten wat er gebeurt indien de volgorde anders was. Zoals in Paragraaf 2.7 beschreven is, delen we hiervoor de gemeentes eerst op in de groepen. Vervolgens hebben 10000 permutaties van de volgorde gemaakt en bij elke permutatie de voorspellingen van de zetelverdeling uitgerekend. We kunnen daarmee 10000 figuren zoals Figuur 1, 2 en 3 krijgen. We hebben de uitkomsten samengevat in Tabel 8. Gemiddeld, over 10000 permutaties, is de 140^e zetel met zekerheid uitgedeeld na binnenkomst van de 50^e gemeente-uitslag. Ten minste als de voorspelmethode (van de einduitslag in percentages) waarbij de vorige verkiezingsuitslag in acht wordt genomen, wordt gebruikt. Indien de meeste eenvoudige voorspelmethode (uit Paragraaf 2.2) wordt gebruikt, wordt de 140^e zetel pas na binnenkomst van de 117^e gemeente-uitslag uitgedeeld. De standaardafwijkingen zijn respectievelijk 8 en 20 binnenkomsten. Wat opvalt is dat de methode bijna niet stuk te krijgen is door een permutatie van de volgorde. Wat we daarnaast moeten opmerken, is dat gemiddeldes bij de methode “Vorige verkiezingsuitslag”, uit Tabel 8 kleiner hadden kunnen zijn. De bandbreedtes die hier gehanteerd zijn, zijn de bandbreedtes uit Tabel C.2, de bandbreedtes die voor zowel 2012 als 2010 werken. Indien we de bandbreedtes uit Tabel 4 hadden toegepast, hadden we zetels eerder kunnen uitdelen en waren de gemiddeldes lager geweest.

3.2. Resultaten Tweede Kamerverkiezing 2010

Voor de Tweede Kamerverkiezing in 2010 hebben we geen daadwerkelijke volgorde van binnenkomst van de gemeentelijke uitslagen. Om de voorspelmethodes met elkaar te kunnen vergelijken, hebben we daarom eerst aangenomen dat de volgorde van binnenkomst in 2010 gelijk is aan die in 2012. Het equivalent van Figuur 1, Figuur 2 en Figuur 3 zijn te vinden in Appendix D. Hetgeen opvalt, is dat we omtrent de verkiezingen van 2012 en 2010 hetzelfde kunnen concluderen: De methode waarbij de vorige verkiezingsuitslag in acht wordt genomen voorspelt eerder de juiste zetelverdeling dan de meest eenvoudige

methode. Het verschil hierbij is, net als bij de verkiezing in 2012, aanzienlijk. Bij de meest eenvoudige methode moeten we wachten tot er meer dan 350 gemeente-uitslag binnen zijn. Bij de andere methode wordt de juiste zetelverdeling voorspeld nadat er 197 gemeente-uitslagen bekend zijn. We moeten weliswaar langer wachten dan bij de verkiezing in 2012, maar hebben toch aanzienlijk eerder de juiste zetelverdeling voorspeld dan bij de meest eenvoudige methode.

Bij de verkiezing in 2010 hebben we de gemeentelijke uitslagen weer verdeeld in groepen. Dezelfde groepen als in 2012. We hebben ook nu 10000 permutaties van de volgorde laten maken en voor elke permutatie de voorspellingen bepaald. De resultaten hiervan staan in Tabel D.2. Net als bij de verkiezing in 2012 is de methode goed bestand tegen de permutaties. De zetels worden bij deze verkiezing alleen wel later uitgedeeld, zo blijkt uit de tabel. Dit is te wijten aan de schommelingen in de voorspellingen van de percentages. Hierdoor moesten de bandbreedtes omhoog en dit zorg er voor dat zetels later worden uitgedeeld.

4. CONCLUSIE EN DISCUSSIE

In dit artikel zijn twee methodes besproken waarmee een voorspelling van de einduitslag van een Tweede Kamerverkiezing gedaan kan worden. De eerste is waarschijnlijk de meest eenvoudige: Tussentijdse uitslagen worden beschouwd als een voorspelling van de einduitslag. Bij de tweede methode wordt de huidige verkiezingsuitslag gezien als een (lineaire) transformatie van de vorige.

Een conclusie die we kunnen trekken op basis van de resultaten in de vorige sectie is dat indien we een zetelverdeling willen voorspellen op de verkiezingsavond, de voorspelmethode (voor de percentuele einduitslag) waarbij de huidige verkiezingsuitslag wordt gezien als een transformatie van de vorige, eerder de juiste zetelverdeling voorspelt dan indien tussentijdse uitslagen als einduitslag worden gezien. Met eerder wordt bedoeld dat er minder gemeente-uitslagen bekend hoeven zijn om de juiste zetelverdeling te voorspellen. Deze conclusie is weliswaar gebaseerd op de verkiezingen van 2010 en 2012, maar indien we alleen naar de voorspelling

van de percentages kijken, zien we dat deze met de manier waarbij de vorige verkiezingsuitslag in acht wordt genomen nauwkeuriger zijn. Aangezien voor een zetelverdeling uitrekenen alleen het aantal stemmen per partij nodig is, geeft een nauwkeurigere voorspelling van de einduitslag, in percentages, een betere voorspelling van de zetelverdeling.

Naast de methodes om een zetelverdeling te voorspellen, is in dit artikel een methode aangedragen waarbij gegarandeerde zetelaantallen kunnen worden bepaald op de verkiezingsavond. Met een gegarandeerd zetelaantal wordt bedoeld dat dit aantal nooit meer zal dalen. Indien een politieke partij dus een gegarandeerd zetelaantal gelijk aan 32 voorspeld krijgt, heeft zij te allen tijde 32 zetels. Dit kunnen er in het vervolg van de verkiezingsavond 33 of meer worden, maar zal nooit meer dalen tot 31.

Indien we garantie voor zetelaantallen willen geven, kunnen we concluderen dat er voor de verkiezingen van 2010 en 2012 een werkende methode is gevonden. Indien we voor de voorspellingen van de percentuele einduitslag de methode gebruiken waarbij de huidige verkiezingsuitslag als transformatie van de vorige wordt gezien, kunnen we eerder een groter aantal zetels garanderen dan indien we de meest eenvoudige voorspelmethode gebruiken. We kunnen bijvoorbeeld eerder de 140^e zetel uitdelen en ook de 145^e. Dit geldt voor zowel 2012 als voor 2010. De methode voor garantie geven zal voor elke volgende verkiezing werken, mits, voor elke deelnemende partij, het verschil tussen het reeds gegarandeerde aantal zetels en het quotiënt van het aantal stemmen en de kiesdeler binnen de bandbreedte blijft op elk moment van de avond (na elke binnenkomst van een gemeente-uitslag). Dus: Het systeem werkt voor een volgende verkiezing mits de fluctuatie tussen het quotiënt van het aantal stemmen van een partij en de kiesdeler tussen de binnenkomst van gemeente-uitslag 45 en 50 minder dan 2.5 blijft. Na de binnenkomst van gemeente-uitslag 70 en voor de binnenkomst van gemeente-uitslag 100 zal deze fluctuatie minder 1.35 moeten blijven. Daarnaast moet het gedefinieerde verschil, dat nodig is om een restzetel te bemachtigen groot genoeg zijn bij een volgende

verkiezing. Dit kunnen we echter niet garanderen.

De fluctuaties worden veroorzaakt door de volgorde waarop de gemeente-uitslagen binnenkomen op de verkiezingsavond. We zien dat de voorspelling van de einduitslag, in percentages, een afwijking vertoont na binnenkomst van enkele gemeentes, waaronder Amsterdam. De veronderstelling in dit artikel was dat deze volgorde niet enorm verschilt per verkiezing. De afwijking in de voorspelling van de einduitslag zal dus, dankzij deze veronderstelling, rondom hetzelfde tijdstip op de avond liggen. Dit is interessant om in de toekomst te onderzoeken. Indien bepaalde volgordes uitgesloten kunnen worden en we daarmee de afwijkingen in de voorspelde einduitslag daadwerkelijk kunnen lokaliseren, kunnen er wellicht bandbreedtes gevonden worden zodanig dat er systeem ontstaat dat bij elke verkiezing inzetbaar is. Daarnaast is het interessant om onderzoek te doen naar de convergentie van de transformatiematrix. Indien er voorwaarden voor deze convergentie gevonden kunnen worden, kan er met meer zekerheid gezegd worden dat de methode van voorspellen waarbij de vorige verkiezingsuitslag in acht wordt genomen beter is. Ook is het interessant om de methode te vergelijken met de daadwerkelijke manier waarop de NPO/het ANP het nu doet. Hier waren we nu niet toe in staat.

DANKWOORD

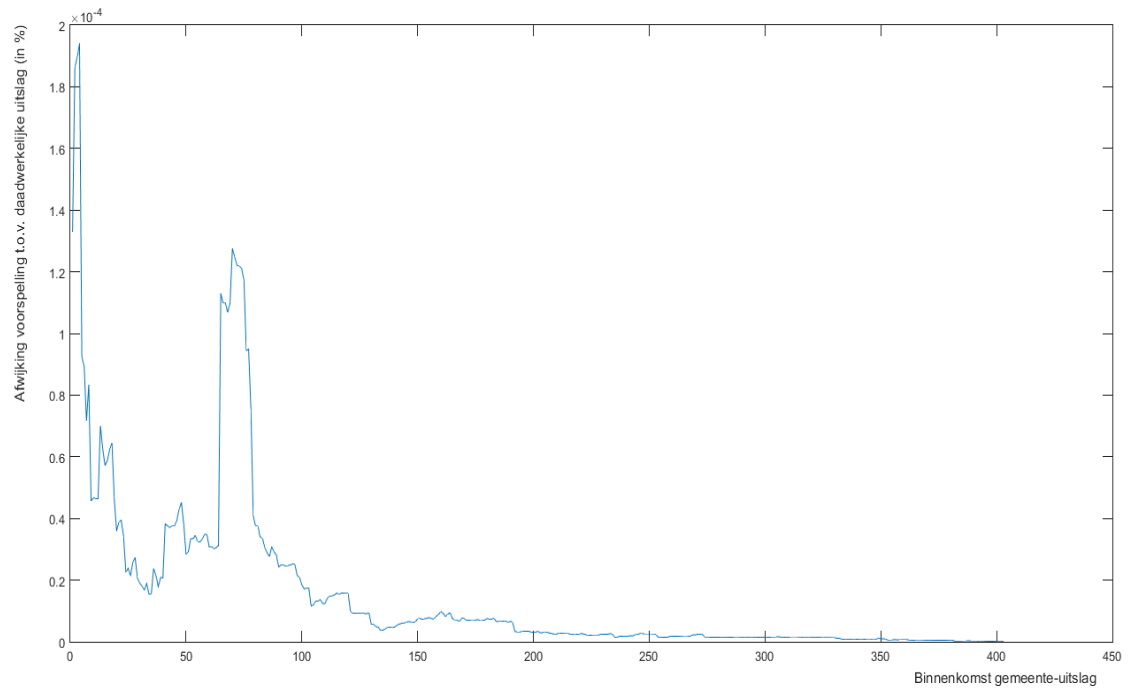
De auteur van dit artikel bedankt Dr. H.F.M. Aarts voor het begeleiden van dit onderzoek. Daarnaast bedankt de auteur van dit artikel Frits van Beckum en David Doppenberg voor de renderende discussies.

REFERENTIES

- [1] Posthumus, N., Liveblog verkiezingen 2012, april 2012
<http://www.nrc.nl/nieuws/2012/09/12/live-de-uitslagen-van-de-tweede-kamerverkiezingen-2>

- [2] Beatrix, Graaf-Nauta, de D.IJ.W.,
Korthals Altes, F., ondergetekenden van
Kieswet, Geldend van 01-01-2016 t/m
heden,
[http://wetten.overheid.nl/
BWBR0004627/2016-01-01](http://wetten.overheid.nl/BWBR0004627/2016-01-01)
- [3] D. Doppenberg, Voorspellen van verkie-
zingsuitslagen van de Tweede Kamer op ba-
sis van getelde stemmen, juni 2016

APPENDIX A. CONVERGENTIE VAN DE VOORSPELLING BIJ DE TWEDE KAMERVERKIEZING IN 2012



Figuur A.1: Verschil tussen de voorspelde en daadwerkelijke uitslag na elke binnenkomst van een gemeente-uitslag voor de verkiezing in 2012

APPENDIX B. GEVONDEN WAARDEN VOOR HET GARANDEREN VAN ZETELAANTALLEN WAARBIJ TUSSENUITSLAGEN WORDEN BESCHOUWD ALS DE EINDUITSLAG

Tabel B.1: Gevonden bandbreedtes voor de meest eenvoudige manier (Paragraaf 2.2)

Tijdstippen	Bandbreedte
$k \leq 45$	2.85
$45 < k \leq 50$	2.5
$50 < k \leq 60$	1.85
$60 < k \leq 100$	1.8
$100 < k \leq 200$	1.7
$200 < k \leq 300$	1.5
$300 < k \leq 350$	1.3
$k > 350$	1.1

Tabel B.2: Gevonden benodigde verschillen, in percentages, voor het toekennen van de eerste restzetel voor de meest eenvoudige voorspelmethode (Paragraaf 2.2)

Tijdstippen	Benodigd verschil ($\times 100\%$)
$70 \leq k \leq 90$	0.3
$90 < k \leq 115$	0.22
$115 < k \leq 185$	0.15
$186 < k \leq 200$	0.1
$200 < k \leq 330$	0.05
$330 < k \leq 360$	0.025
$360 < k \leq 400$	0.00185
$k > 400$	0.0015
$k = N$ (laatste gemeente-uitslag is binnen)	-

**APPENDIX C. GEVONDEN WAARDEN VOOR HET GARANDEREN VAN
ZETELAANTALLEN OP BASIS VAN DE TWEEDE KAMER-
VERKIEZING IN 2010**

Tabel C.1: Gegarandeerde zetelaantallen bij de eerste k voorspellingen van de verkiezing in 2010 en de bijbehorende uitkomsten van het quotiën van het aantal stemmen en de kiesdeler

Tijdstap	Gegarandeerd zetelaantal	Uitkomst quotient aantal stemmen en kiesdeler
6	17	21.902
7	18	22.014
8	19	22.587
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
19	20	23.120
20	21	22.584
21	22	21.956
22	22	21.947
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
k	22	21. ...

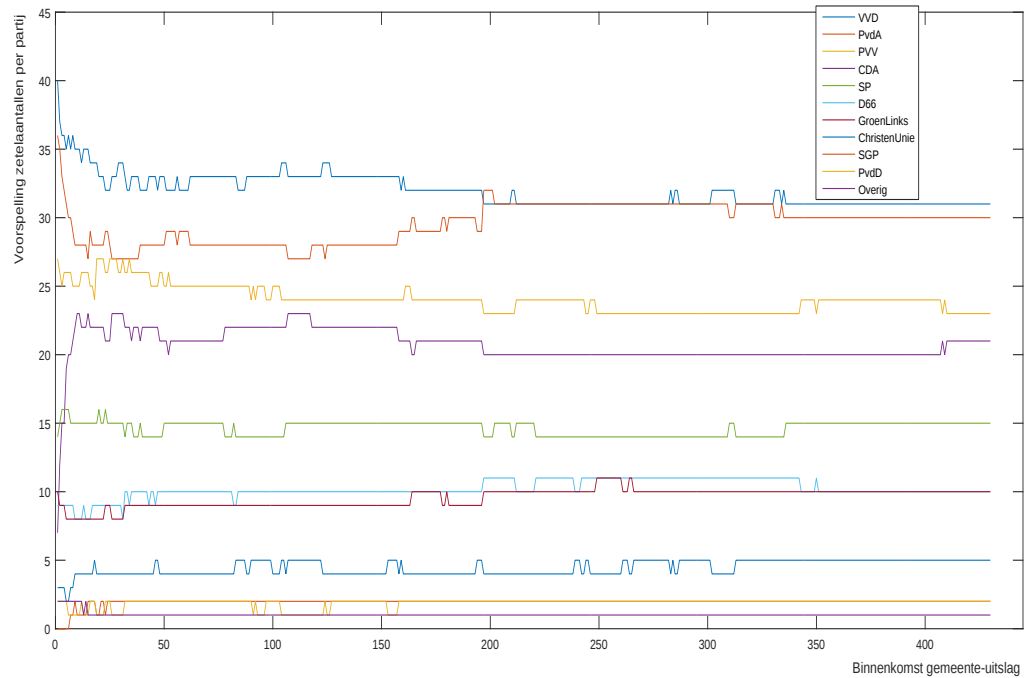
Tabel C.2: Gevonden bandbreedtes op basis van de verkiezing in 2010

Tijdstippen	Bandbreedte
$k \leq 25$	1.7
$25 < k \leq 45$	1.97
$45 < k \leq 50$	2.3
$50 < k \leq 60$	1.8
$60 < k \leq 70$	1.55
$70 < k \leq 100$	1.35
$100 < k \leq 200$	1.2
$200 < k \leq 300$	1.15
$k > 300$	1.1

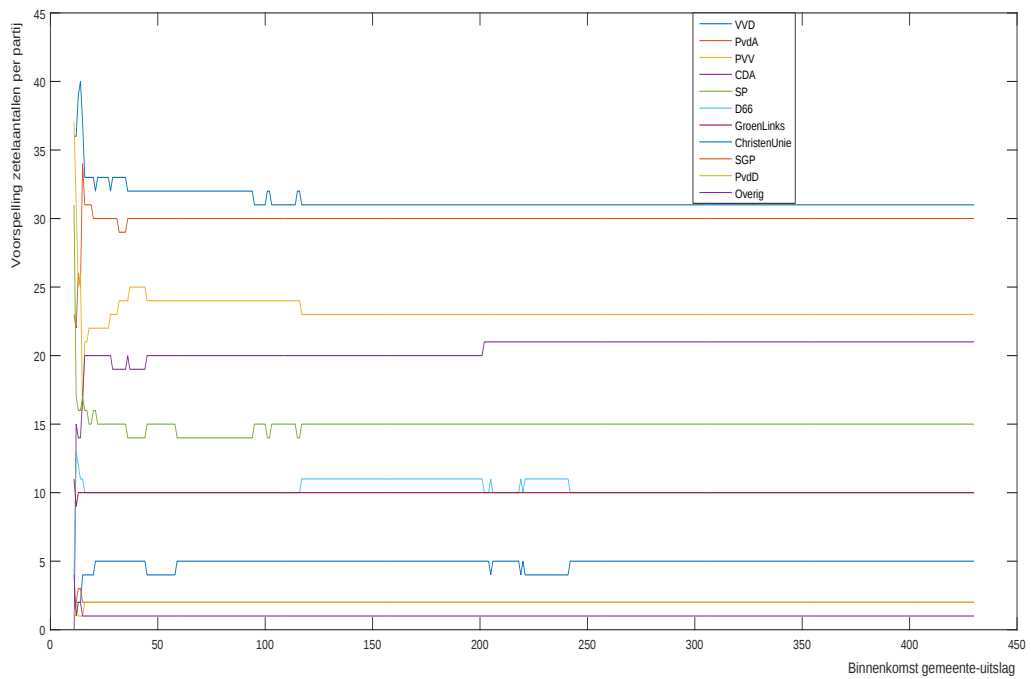
APPENDIX D. RESULTATEN TWEEDE KAMERVERKIEZING 2010

Tabel D.1: Zetelverdeling na de verkiezing in 2010

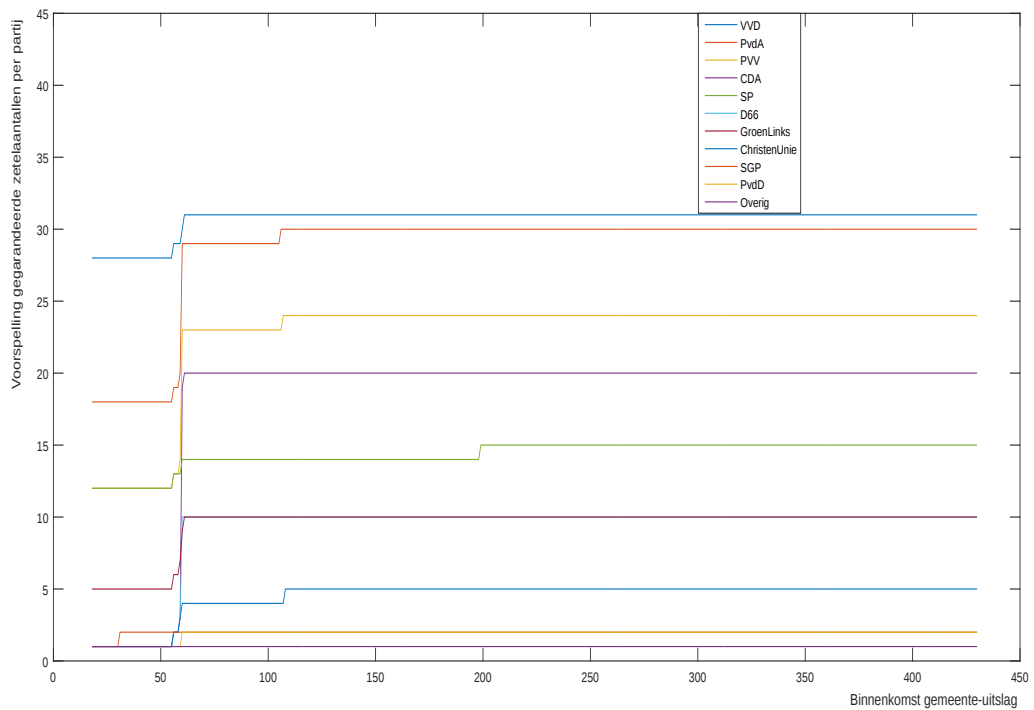
Partij	Zetels
VVD	31
PvdA	30
PVV	23
CDA	21
SP	15
D66	10
GroenLinks	10
CU	5
Staatkundig Gereformeerde	2
Partij voor de Dieren	2
<i>Overig</i>	1



Figuur D.1: Zetelvoorspellingen in de loop van avond op basis van voorspelde percentages, $\mathbf{u}_k$, die tot stand zijn gekomen met de methode waarbij de vorige verkiezingsuitslag in acht wordt genomen (Paragraaf 2.3). Verkiezingsjaar: 2010



Figuur D.2: Zetelvoorspellingen in de loop van avond op basis van voorspelde percentages, $\mathbf{u}_k$, die tot stand zijn gekomen met de methode waarbij de vorige verkiezingsuitslag in acht wordt genomen (Paragraaf 2.3). Verkiezingsjaar: 2010.



Figuur D.3: Gegarandeerde zetelaantallen in de loop van avond op basis van voorspelde percentages, $\mathbf{u}_k$, die tot stand zijn gekomen met de methode waarbij de vorige verkiezingsuitslag in acht wordt genomen (Paragraaf 2.6). Verkiezingsjaar: 2010.

Tabel D.2: Uitkomsten van 10 000 permutaties van de volgorde van binnenkomst van gemeente-uitslagen. De toegepaste methodes zijn de methodes waarbij garanties worden gegeven. Verkiezingsjaar: 2010.

	Meest eenvoudige methode		Methode “Vorige verkiezingsuitslag”	
#Foute einduitslag voorspeld	12		2	
	Gem.	Std.dev.	Gem.	Std.dev.
#Zetels eerste voorspelling	74	7	90	12
Zetel 140	108	7	50	17
Zetel 141	119	7	63	20
Zetel 142	148	11	66	26
Zetel 143	169	18	80	11
Zetel 144	188	19	83	17
Zetel 145	224	17	91	11
Zetel 146	298	8	96	17
Zetel 147	339	13	116	12
Zetel 148	364	10	131	19
Zetel 149	399	9	148	12
Zetel 150	400	1	225	11