

Kostenbesparing bij voorraadbeheer

DOUWE HUT*

Universiteit Twente
d.a.hut@student.utwente.nl

3 augustus 2017

Samenvatting

In dit artikel worden twee samenwerkingsstrategieën voor gezamenlijke inkoop van goederen met elkaar en met een situatie zonder samenwerking vergeleken, voor bedrijven die te maken hebben met Poissonvraag, continu hun voorraad inspecteren, per bestelling vaste en variabele kosten moeten betalen, voorraadkosten per product per tijd hebben, een exponentieel verdeelde of deterministische levertijd vanuit de leverancier ervaren en kosten maken voor elke lost sale. Met een computersimulatie zal aangetoond worden welk van de strategieën de grootste kostenbesparing met zich meebrengt.

1. Inleiding

Omdat bij bedrijven die goederen verkopen de vraag vanuit de klant van te voren meestal niet bekend is en er rekening moet worden gehouden met een levertijd vanuit de distributeur, houden bedrijven een bepaalde voorraad aan om aan de vraag te kunnen voldoen. Behalve opslagkosten voor deze voorraad, brengt elke bestelling door het bedrijf aanschafkosten met zich mee. Deze aanschafkosten bestaan vaak uit vaste en variabele kosten. Juist als gevolg van deze vaste kosten kan het voor bedrijven voordelig zijn om samen goederen in te kopen. Voor het gezamenlijk inkopen zijn verschillende strategieën denkbaar. In dit artikel zullen twee strategieën worden onderzocht om te bepalen welk van deze strategieën de grootste kostenbesparing met zich meebrengt.

Onderzoek naar voorraadmodellen bestaat al sinds 1913, toen Ford Whitman Harris een artikel over de *Economic Order Quantity* publiceerde (Erlenkotter, 1990). Hij berekende het optimale aantal producten dat een fabriek moest produceren wanneer de machines aangezet zouden worden, zodat de kosten zo laag mogelijk zouden blijven. Daarbij ging hij uit van een constante vraag naar het product, van een bepaald aantal eenheden per maand.

Wanneer het einde van de eeuw nadert, gaan Beckmann en Srinivasan (1987) een stuk verder. Zij berekenen onder bepaalde aannames wat de optimale bestelhoeveelheid en het bestelmoment is voor een bedrijf dat te maken heeft met vraag volgens een Poissonproces en een exponentieel verdeelde levertijd vanuit de leverancier.

Onderzoek waarin verschillende samenwerkingsstrategieën bij bedrijven worden vergeleken met elkaar en met de situatie zonder samenwerken, is vrij recent. De vraag naar goederen is in het onderzoek vaak deterministisch en

de levertijd en variabele bestelkosten worden soms buiten beschouwing gelaten, zoals bij Fiestras-Janeiro, García-Jurado, Meca en Mosquera (2014), die een samenwerking beschouwen tussen warenhuizen met een beperkte opslagcapaciteit en zonder variabele opslagkosten. Ze komen uiteindelijk met een optimale bestelstrategie en onderzoeken een regel voor het verdelen van de kosten.

De vraag die bij samenwerking misschien rijst is welke informatie de bedrijven met elkaar moeten delen om de kosten zo laag mogelijk te houden. Güler, Körpeoğlu en Şen (2016) noemen expliciet de inschakeling van een tussenpersoon voor de samenwerking binnen hun EOQ-model.

Timmer, Chessa en Boucherie (2013) gaan in hun artikel over samenwerkende bedrijven in tegenstelling tot de anderen wel uit van een Poissonverdeling voor de vraag en geven aan dat het meenemen van de levertijd, variabele bestelkosten en lost sales een goed verder onderzoek zou kunnen zijn, waarmee hun voorstel dus lijkt op een uitbreiding van Beckmann en Srinivasan naar samenwerkende bedrijven. Dit is de situatie die uiteindelijk zal worden gemodelleerd.

2. Het model

We beschouwen een voorraadmodel voor meerdere bedrijven waarbij de voorraad continu wordt geïnspecteerd. Zij N de verzameling bedrijven, waarbij we zullen kijken naar de situatie met twee bedrijven, $N = \{1, 2\}$. De voorraad van de bedrijven bestaat uit discrete eenheden en de toestand van bedrijf i , $i \in N$, op tijdstip t wordt bepaald door de fysieke voorraadpositie Z_i^t . De aankomstprocessen zijn onafhankelijke Poissonprocessen met parameter λ_i voor bedrijf i . De kans dat er bij bedrijf i , gedurende een tijds-

*Begeleider: Dr. Judith Timmer

interval met lengte t , k klanten arriveren is dus gelijk aan $\frac{(\lambda_i t)^k}{k!} e^{-\lambda_i t}$.

Om aan de vraag te voldoen, plaatsen de bedrijven een bestelling voor bevoorrading. In het geval zonder samenwerking plaatst bedrijf i een bestelling wanneer de voorraad bij de r_i eenheden komt. De bestelgrootte is dan $Q_i - r_i$ eenheden. Q_i is dus de maximale mogelijke voorraad. Na een exponentieel verdeelde levertijd met parameter μ , of wanneer aangegeven na een vaste tijd l arriveert de bevoorrading.

De koststructuur is als volgt. Elke bevoorrading brengt vaste kosten A en variabele kosten c per besteld product met zich mee. Verder heeft bedrijf i opslagkosten h_i per tijdseenheid per eenheid in voorraad. De kosten voor een zogenaamde lost sale, wat gebeurt wanneer er een klant binnenkomt terwijl het bedrijf nul eenheden voorraad heeft, zijn g . Als in het geval zonder samenwerking $\bar{T}_i$ de gemiddelde tijd is tussen twee bestellingen (cykel-tijd), $\bar{D}_i$ de gemiddelde bestelgrootte, $\bar{Z}_i$ de gemiddelde fysieke voorraad en $\bar{M}_i$ het gemiddelde aantal lost sales per cykel is voor bedrijf i , dan is $\bar{K}_i$ de gemiddelde kosten per tijdseenheid voor bedrijf i , gelijk aan

$$\bar{K}_i = \frac{1}{\bar{T}_i} (A + c\bar{D}_i + g\bar{M}_i) + h_i\bar{Z}_i. \quad (1)$$

3. Geen samenwerking

Om te kunnen zeggen of het samenwerken nut heeft, moeten natuurlijk eerst de kosten worden bepaald die de bedrijven zouden maken wanneer ze niet samenwerken. In het geval van één bedrijf, komen Beckmann en Srinivasan door het oplossen van de stationaire verdeling van de continue tijd Markovketen tot een expliciete functie voor de kosten per tijdseenheid $\bar{K}$:

$$\bar{K} = \frac{A}{Q-r} \lambda + c\lambda + \frac{(g-c)\lambda - \frac{A}{Q-r}\lambda + h\beta}{1 + (Q-r)\alpha^r \frac{\mu}{\lambda}}, \quad (2)$$

waarin

$$\alpha = 1 + \frac{\mu}{\lambda} \quad (3)$$

en

$$\beta = \frac{\alpha^r \mu}{2\lambda} (Q^2 - Q - r^2 - r) + Q - r - \alpha^r (2Q - r) + Q\alpha^{r+1}. \quad (4)$$

Behalve door de parameters ligt de kostenfunctie dus volledig vast met de keuze van r en Q . Door aan te nemen dat $\mu \ll \lambda$ komen ze tot de optimale strategie

$$r = \lambda \frac{g-c}{h} \text{ en } Q = 2r. \quad (5)$$

Tijdens het simuleren is echter gebleken dat de aanname waaruit de strategie volgt nogal rigoreus is. Voor het geval $A = 150$, $c = 1$, $g = 30$, $h = 4$, $\lambda = 30$ en $\mu = 1$, waarin

dus $\lambda = 30\mu$ geldt, zouden de optimale parameters volgens formule 5 $r = 217$ en $Q = 434$ zijn. De kosten komen dan op 1235 per tijdseenheid. Het werkelijke minimum van de kostenfunctie ligt echter op het veel lagere 366 voor $r = 33$ en $Q = 103$. Dit komt waarschijnlijk doordat een gevolg van de gebruikte aanname is dat ervoor gekozen wordt om altijd een bestelling onderweg te laten zijn.

4. Zonder levertijd

In de situatie waarin de bedrijven samenwerken, is er helaas geen sprake meer van een continue tijd Markovketen, aangezien grootte van de aangekomen bestelling varieert met de toestand waarin de bestelling is geplaatst, om voor beide bedrijven een voorraad te garanderen die begrensd blijft.

Laten we eerst een situatie beschouwen waarin de twee bedrijven gaan samenwerken terwijl er geen levertijd is ($l = 0$); de bevoorrading gebeurt ogenblikkelijk. Vanwege dit feit spelen lost sales ook geen rol. Het bedrijf kan immers direct bijbestellen wanneer de voorraad gelijk is aan nul eenheden ($r_i = 0$). In feite is deze beschouwing een uitbreiding van het model van Timmer et al., met bestelkosten die lineair zijn in het aantal bestelde producten in plaats van vaste kosten per bestelling. In het geval zonder samenwerking ligt de strategie van bedrijf i nu vast door de bestelgrootte Q_i .

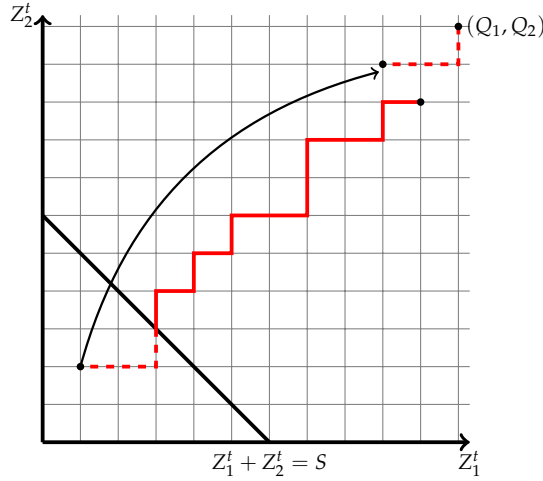
Er worden door Timmer et al. twee samenwerkingsstrategieën onderscheiden: de somstrategie en de individuele strategie. In de somstrategie bestellen de bedrijven naar de voorraadniveau's (Q_1, Q_2) toe, zodra de som van hun voorraden bij $\min\{Q_1, Q_2\}$ komt, om voor beide bedrijven een positieve voorraad te garanderen. In de individuele strategie bestellen de bedrijven ook naar (Q_1, Q_2) toe, maar dan wanneer een van de bedrijven geen voorraad meer heeft.

Voor het meenemen van de variabele bestelkosten, moeten de gemiddelde kosten per tijdseenheid die Timmer et al. vinden, worden verhoogd met een term die gelijk is aan de variabele bestelkosten per product, maal het verwachte aantal bestelde producten per bevoorrading, gedeeld door de verwachte cykellengte. Het verwachte aantal bestelde producten per bevoorrading is gelijk aan het verwachte aantal verkochte producten per cykel, wat weer gelijk is aan $\lambda_1 + \lambda_2$ maal de verwachte cykellengte, door het feit dat er geen lost sales zijn. Al met al is de extra term dus gelijk aan $c(\lambda_1 + \lambda_2)$. Aangezien deze term onafhankelijk is van Q_1 en Q_2 verandert de keuze van Q_1 en Q_2 niet. Deze term maakt ook geen verschil in de vergelijking van de situaties, vanwege het feit dat de term $c(\lambda_1 + \lambda_2)$ opgeteld moet worden in zowel de situaties met samenwerking als de situatie zonder samenwerking, waarin bedrijf i extra kosten $c\lambda_i$ heeft.

Hun conclusie, namelijk dat samenwerken volgens de individuele strategie altijd beter is de somstrategie en afzonderlijk bestellen, en dat de somstrategie soms zelfs slechter is dan afzonderlijk bestellen, blijft dus overeind.

5. Somstrategie

We gaan een stap verder door te zeggen dat de levertijd deterministisch is, gelijk aan $l \neq 0$ tijdseenheden. Nu spelen de kosten voor de lost sales uiteraard wel een rol. Bij de somstrategie zullen de bedrijven gezamenlijk een bestelling plaatsen, bestaande uit $Q_i - Z_i^t$ eenheden voor bedrijf i , zodra de som van hun voorraden de vooraf bepaalde waarde S bereikt. Door te kijken naar de gemiddelde tijd waarin het systeem in een bepaalde toestand zit, is er misschien wat te zeggen over het kostenplaatje.



Figuur 1: Visualisatie van de somstrategie

Definieer $\tilde{A}_{x_1, x_2}(R_1, R_2)$ als de kans dat het systeem, gegeven de huidige toestand $(Z_1^t, Z_2^t) = (x_1, x_2)$, de lijn $Z_1^t + Z_2^t = S$ bereikt in toestand (R_1, R_2) . Er moeten dan $x_i - R_i$ klanten zijn aangekomen bij bedrijf i , $i \in N$. Er geldt

$$\tilde{A}_{x_1, x_2}(R_1, R_2) = \binom{x_1 + x_2 - R_1 - R_2}{x_1 - R_1} \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2} \right)^{x_1 - R_1} \times \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} \right)^{x_2 - R_2} \quad \text{als } R_1 + R_2 = S, R_1 \neq 0 \text{ en } R_2 \neq 0, \quad (6)$$

$$\tilde{A}_{x_1, x_2}(S, 0) = \sum_{k=S}^{x_1} \binom{x_1 + x_2 - k}{x_1 - k} \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2} \right)^{x_1 - k} \times \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} \right)^{x_2}, \quad \text{als } S \leq Q_1 \quad (7)$$

$$\tilde{A}_{x_1, x_2}(0, S) = \sum_{k=S}^{x_2} \binom{x_1 + x_2 - k}{x_1} \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2} \right)^{x_1} \times \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} \right)^{x_2 - k}, \quad \text{als } S \leq Q_2, \quad (8)$$

waarbij in de formules voor de toestanden $(S, 0)$ en $(0, S)$ rekening is gehouden met het feit dat de lijn daar gekruist wordt wanneer een van de voorraden gelijk is aan nul voordat de lijn gekruist is.

Definieer nu $\tilde{B}_{R_1, R_2}(n_1, n_2)$ als de kans dat de bevoorrading in toestand (n_1, n_2) arriveert, gegeven dat de bestelling in toestand (R_1, R_2) geplaatst is. Er moeten dan $R_i - n_i$ klanten zijn aangekomen bij bedrijf i , gedurende tijd l . Als $n_1 = 0$ of $n_2 = 0$, dan moeten we rekening houden met het feit dat lost sales, oftewel een groter aantal klanten dan R_i , ook kunnen gebeuren. Er geldt

$$\tilde{B}_{R_1, R_2}(0, 0) = \left(1 - \sum_{k=0}^{R_1-1} \frac{(\lambda_1 l)^k}{k!} e^{-\lambda_1 l} \right) \times \left(1 - \sum_{j=0}^{R_2-1} \frac{(\lambda_2 l)^j}{j!} e^{-\lambda_2 l} \right), \quad (9)$$

$$\tilde{B}_{R_1, R_2}(n_1, 0) = \left(1 - \sum_{k=0}^{R_2-1} \frac{(\lambda_2 l)^k}{k!} e^{-\lambda_2 l} \right) \times \frac{(\lambda_1 l)^{R_1 - n_1}}{(R_1 - n_1)!} e^{-\lambda_1 l} \quad \text{als } 0 < n_1 \leq R_1, \quad (10)$$

$$\tilde{B}_{R_1, R_2}(0, n_2) = \left(1 - \sum_{k=0}^{R_1-1} \frac{(\lambda_1 l)^k}{k!} e^{-\lambda_1 l} \right) \times \frac{(\lambda_2 l)^{R_2 - n_2}}{(R_2 - n_2)!} e^{-\lambda_2 l} \quad \text{als } 0 < n_2 \leq R_2, \text{ en} \quad (11)$$

$$\tilde{B}_{R_1, R_2}(n_1, n_2) = \frac{\lambda_1^{R_1 - n_1} \lambda_2^{R_2 - n_2} l^{R_1 + R_2 - n_1 - n_2}}{(R_1 - n_1)! (R_2 - n_2)!} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)l} \quad \text{als } 0 < n_1 \leq R_1 \text{ en } 0 < n_2 \leq R_2. \quad (12)$$

Als ten slotte $\tilde{C}_{x_1, x_2}(n_1, n_2)$ gedefinieerd wordt als de kans dat de volgende cykel in toestand (n_1, n_2) begint, gegeven dat de huidige cykel in toestand (x_1, x_2) begon, dan zien we dat $\tilde{C}_{x_1, x_2}(n_1, n_2)$ een sommatie is van het product van $\tilde{A}$ en $\tilde{B}$, over alle toestanden $(R_1, S - R_1)$, aangezien de bestelling alleen in die toestanden geplaatst kan zijn. We krijgen

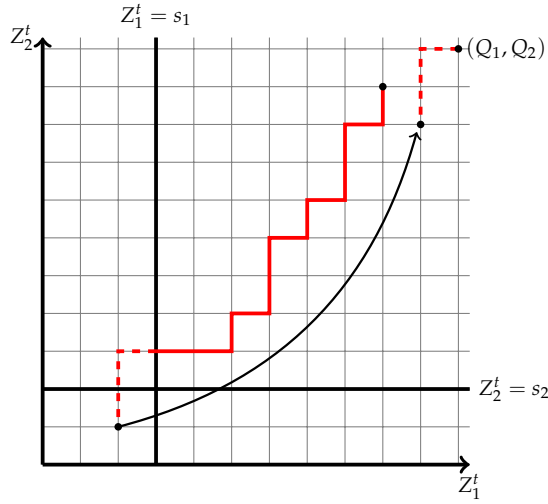
$$\tilde{C}_{x_1, x_2}(n_1, n_2) = \sum_{R_1=0}^S \tilde{A}_{x_1, x_2}(R_1, S - R_1) \times \tilde{B}_{R_1, S - R_1}(n_1 - Q_1 + R_1, n_2 - Q_2 + S - R_1), \quad (13)$$

vanwege het feit dat de bestelling in toestand $(R_1, S - R_1)$ geplaatst wordt en er dan $Q_1 - R_1$ en $Q_2 - (S - R_1)$ producten worden besteld voor respectievelijk bedrijf 1 en 2.

Door het oplossen van deze vergelijkingen zou er, voor de lange termijn, het deel van de tijd kunnen worden bepaald dat het systeem in een bepaalde toestand zit. Met het deel van de tijd waarin één van beide voorraden gelijk aan nul is, kunnen de lostsale-kosten worden uitgerekend, met de gemiddelde voorraad zijn de opslagkosten bekend, en met de gemiddelde cykellengte kunnen de bestelkosten berekend worden, om vervolgens de totale kostenfunctie te minimaliseren voor de parameters S , Q_1 en Q_2 .

6. Individuele strategie

Als de samenwerking volgens de individuele strategie gaat, zullen beide bedrijven gezamenlijk bestellen wanneer de voorraad van een van hen een vooraf vastgestelde waarde (zeg s_i voor bedrijf i) bereikt. Ze bestellen dan $Q_i - Z_i^t$ eenheden voor bedrijf i .



Figuur 2: Visualisatie van de individuele strategie

Als $A_{x_1, x_2}(R_1, R_2)$ de kans is dat het systeem, gegeven de huidige toestand $(Z_1^t, Z_2^t) = (x_1, x_2)$, de lijn $Z_1^t = s_1$ of de lijn $Z_2^t = s_2$ bereikt in toestand (R_1, R_2) , dan gelden de volgende formules. Deze komen tot stand door het inzicht dat om bijvoorbeeld in toestand (s_1, R_2) de lijn $Z_1^t = s_1$ te bereiken er eerst zo veel klanten moeten komen dat het systeem zich in toestand $(s_1 + 1, R_2)$ bevindt en er daarna een aankomst bij bedrijf 1 moet komen.

$$A_{x_1, x_2}(s_1, R_2) = \binom{x_1 + x_2 - s_1 - R_2 - 1}{x_1 - s_1 - 1} \times \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2} \right)^{x_1 - s_1} \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} \right)^{x_2 - R_2} \quad \text{wanneer } R_2 > s_2, \text{ en} \quad (14)$$

$$A_{x_1, x_2}(R_1, s_2) = \binom{x_1 + x_2 - R_1 - s_2 - 1}{x_1 - R_1} \times \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2} \right)^{x_1 - s_1} \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} \right)^{x_2 - R_2} \quad \text{als } R_1 > s_1. \quad (15)$$

Zij $B_{R_1, R_2}(n_1, n_2)$ de kans dat de bevoorrading in toestand (n_1, n_2) arriveert, gegeven dat de bestelling in toestand (R_1, R_2) geplaatst is. We zien dat voor B gelijke formules met bijbehorende condities gelden als voor $\tilde{B}$:

$$B_{r_1, r_2}(n_1, n_2) = \tilde{B}_{r_1, r_2}(n_1, n_2). \quad (16)$$

Als ten slotte $C_{x_1, x_2}(n_1, n_2)$ gedefinieerd wordt als de kans

dat de volgende cykel in toestand (n_1, n_2) begint, gegeven dat de huidige cykel in toestand (x_1, x_2) begon, dan zien we dat $C_{x_1, x_2}(n_1, n_2)$ een sommatie is van het product van A en B , over alle toestanden (R_1, R_2) die op één van de twee genoemde lijnen liggen, aangezien de bestelling alleen in die toestanden geplaatst kan zijn. We krijgen dus

$$C_{x_1, x_2}(n_1, n_2) = \sum_{r_1=s_1+1}^{x_1} A_{x_1, x_2}(r_1, s_2) B_{r_1, s_2}(n_1 - Q_1 + r_1, n_2 - Q_2 + s_2) + \sum_{r_2=s_2+1}^{x_2} A_{x_1, x_2}(s_1, r_2) B_{s_1, r_2}(n_1 - Q_1 + s_1, n_2 - Q_2 + r_2), \quad (17)$$

waarmee net als bij de somstrategie in specifieke gevallen misschien de langetermijnkansen en dus de gemiddelde kosten berekend kunnen worden, om deze uiteindelijk te optimaliseren voor s_1, s_2, Q_1 en Q_2 .

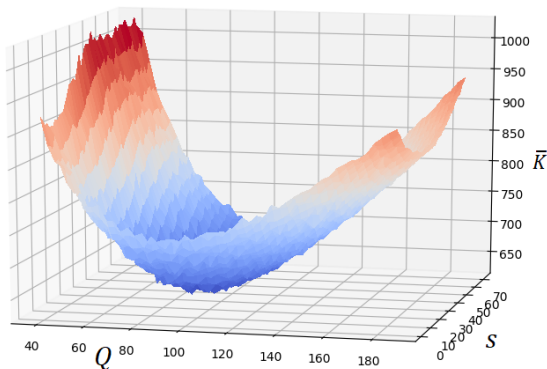
7. Computersimulatie

Vanwege de complexiteit van de analytische resultaten, is er een computerprogramma opgesteld, dat zowel voor een als twee bedrijven, gegeven de strategie en strategieparameters, de gemiddelde kosten per tijdseenheid bepaalt, uiteraard gemeten over een geheel aantal cycli. Dit gebeurt door de aankomsten van klanten en bevoorradingen te simuleren. Om de invloed van de meegegeven beginvoorraad zo klein mogelijk te maken, wordt er een opwarmperiode van enkele cycli gebruikt waarin de resultaten nog niet worden bijgehouden. Vervolgens wordt er een lijst met gebeurtenissen gemaakt en telkens geüpdatet. Van elke gebeurtenis is bekend of (en bij welk bedrijf) het een aankomst van een klant of de aankomst van een bestelling is. De voorraadpositie, het aantal bestelde producten en bestellingen, opslagkosten en lost sales worden bijgehouden en op de juiste momenten wordt er een bestelling geplaatst.

Om het numerieke vergelijken van de strategieën wat gemakkelijker te maken, zullen we eerst de verschillende vormen van samenwerking gaan bekijken bij twee identieke bedrijven. In dat geval wordt het vinden van een (s_1, s_2, Q_1, Q_2) die de kosten bij de individuele strategie minimaliseren namelijk gereduceerd tot het vinden van een (s, Q) die dat doet. Vanwege het feit dat het uitvoeren van de simulatie bij een grote gewenste nauwkeurigheid veel tijd in beslag neemt, is het ondoenlijk om het minimum 'brute force' te bepalen. Er zal op een andere manier geoptimaliseerd moeten worden.

De parameterkeuze wordt geoptimaliseerd door eerst, bij een vooraf gekozen waarde van s , de waarde van Q te variëren en Q vast te zetten op de waarde die de laagste kosten geeft. Hierna wordt de waarde van s gevarieerd totdat er een minimum bereikt is. Deze manier van optimaliseren werkt doordat de kostenfunctie convex is in s en Q . Dit is goed te zien in figuur 3. Het is echter niet direct duidelijk of de gevonden waarden daadwerkelijk de kostenfunctie minimaliseren, omdat het een stochastische simulatie betreft en dus nooit met honderd procent zekerheid gezegd

kan worden wat de minimaliseerders zijn. Om de invloed van de stochastiek kleiner te maken, is besloten om als optimale waarde voor Q het gemiddelde van de drie waarden te nemen die de kosten het laagst maken. Hetzelfde geldt voor s . Verder speelt nog mee dat de simulatie voor het bepalen van de minimaliseerders langer doorgaat en dus nauwkeuriger is dan de simulaties die gebruikt zijn voor het maken van figuur 3. De gebruikte methode is aanzienlijk sneller dan de 'brute force' methode, maar toch duurt het nog enige tijd om in een bepaalde situatie de minimaliseerders te vinden.



Figuur 3: $\bar{K}(s, Q)$, voor $A = 50$, $c = 1$, $\lambda_i = 30$, $\mu = 1$, $h = 4$ en $g = 30$, individuele strategie

Uiteraard gaat de simulatie bij de somstrategie op een gelijke manier, om de minimaliseerders van S en Q bij twee gelijke bedrijven te bepalen.

De simulatie met optimalisatie is gevalideerd door te vergelijken met Timmer et al. en geeft vaak dezelfde optima wanneer er geen levertijd is. In enkele gevallen waken de waarden van de optimaliseerders een klein beetje af, maar dit had dan weinig invloed op de waarde van de kostenfunctie. Ook zijn de gesimuleerde kosten in de situatie zonder samenwerking gelijk aan formule 2.

8. Resultaten

Voor de numerieke vergelijking selecteren we de parameters uit de volgende verzamelingen, die vergelijkbaar zijn met de waarden gebruikt door Viswanathan (1997):

$$\begin{aligned} A \in \{50, 150, 250\} \quad c = 1 \quad \lambda \in \{20, 30, 40\} \\ \mu = 1 \quad h \in \{2, 4, 6\} \quad g \in \{15, 30, 45\} \end{aligned} \quad (18)$$

Voor bepaalde situaties zijn in de tabellen hieronder de kosteneffectiviteit weergegeven van de samenwerkingsstrategieën. De kosteneffectiviteit is gelijk aan de optimale kosten met samenwerking gedeeld door de optimale kosten zonder samenwerking.

In principe wordt de standaardsituatie bekeken van twee gelijke bedrijven, met $A = 150$, $c = 1$, $\lambda = 30$, $\mu = 1$, $h = 4$

en $g = 30$. In de simulaties gelden deze parameterwaarden, tenzij er anders wordt vermeld. De middelste kolom is dus in de volgende vier tabellen gelijk.

Tabel 1: Kosteneffectiviteit bij variatie in A

	$A = 50$	$A = 150$	$A = 250$
Ind. strategie	0,97	0,92	0,90
Somstrategie	0,97	0,92	0,90

Tabel 2: Kosteneffectiviteit bij variatie in λ

	$\lambda = 20$	$\lambda = 30$	$\lambda = 40$
Ind. strategie	0,90	0,92	0,93
Somstrategie	0,90	0,92	0,94

Tabel 3: Kosteneffectiviteit bij variatie in h

	$h = 2$	$h = 4$	$h = 6$
Ind. strategie	0,92	0,92	0,93
Somstrategie	0,93	0,92	0,93

Tabel 4: Kosteneffectiviteit bij variatie in g

	$g = 15$	$g = 30$	$g = 45$
Ind. strategie	0,90	0,92	0,93
Somstrategie	0,90	0,92	0,94

Opvallend is het feit dat beide strategieën ongeveer even goed scoren. In vrijwel alle gevallen heeft de somstrategie net iets hogere kosten, maar het scheelt bijna altijd minder dan een half procent in vergelijking met de individuele strategie. Verandering van h heeft weinig invloed op de effectiviteit, maar bij de andere parameters zijn wel duidelijke gevolgen te zien.

Verder gedragen de optimale parameters $r/s/S$ en Q zich grotendeels zoals verwacht. Als de opslagkosten groter worden, gaan de optimale waarden van de parameters omlaag, om een kleinere gemiddelde voorraad te garanderen. De gemiddelde voorraad wordt juist groter wanneer de vaste bestelkosten, de kosten per lost sale of de aankomstintensiteit groter worden, om het kosteneffect van deze veranderingen teniet te doen.

Op zoek naar gevallen waarin de somstrategie wel duidelijk meer kosten geeft dan de individuele strategie, is er nog gekeken naar twee situaties met een erg kleine levertijd, namelijk een deterministische en exponentieel verdeelde levertijd, beide met gemiddelde waarde λ^{-1} . De resultaten hiervan zijn te zien in onderstaande tabel.

Tabel 5: Kosteneffectiviteit kleine levertijden

	exp., $\mu = 30$	det., $l = 1/30$
Ind. strategie	0,80	0,81
Somstrategie	0,84	0,85

Om een beeld te krijgen van waarom de kosten bij beide strategieën over het algemeen ongeveer even hoog uitvallen, is in tabel 6 een gesplitst overzicht te zien. Bij de exponentieel verdeelde levertijd geldt voor de bestelmomenten ongeveer $S = 2s$. Dit betekent dat er bij de somstrategie besteld wordt wanneer minstens één van de voorraden al kleiner is dan s , anders zou namelijk de totale voorraad groter zijn dan $2s$. Er wordt dus later besteld bij de somstrategie dan bij de individuele strategie. Dit resulteert in kleinere vaste bestelkosten en in een kleinere gemiddelde voorraad, dus opslagkosten. Zoals te verwach-

ten zijn de lostsalekosten bij de somstrategie echter wel wat hoger, juist doordat de bedrijven geen afzonderlijke veiligheidsvoorraad hebben. Al met al zijn de kosten bij beide strategieën ongeveer gelijk.

Tabel 6: Uitsplitsing kosten bij standaardsituatie

Kosten	Geen samen- werking	Ind. strategie	Som- strategie
Vaste bestel	116	67	65
Var. bestel	52	52	51
Lotsale	251	232	256
Opslag	316	326	306
Totaal	734	677	678
Parameters	$r = 31$ $Q = 98$	$s = 34$ $Q = 97$	$S = 69$ $Q = 94$

Voor een deterministische levertijd zijn de verschillen per kostenpost veel kleiner.

Tabel 7: Uitsplitsing kosten bij deterministische levertijd $l = 1$

Kosten	Geen samen- werking	Ind. strategie	Som- strategie
Vaste bestel	177	123	126
Var. bestel	59	59	59
Lotsale	27	32	35
Opslag	239	196	193
Totaal	502	410	412
Parameters	$r = 34$ $Q = 84$	$s = 33$ $Q = 72$	$S = 72$ $Q = 71$

Naast samenwerking bij identieke bedrijven, is ook nog voor twee situaties uitgezocht of de strategieën bij verschillende bedrijven nut hebben. In beide situaties zijn de kosten bekeken voor $A = 150$, $c = 1$ en $g = 30$. Verder zijn de parameters zoals vermeld in onderstaande tabellen.

Tabel 8: Kosten voor $h_1 = 2$, $h_2 = 6$, $\lambda_1 = 20$, $\lambda_2 = 40$

	Bedrijf 1	Bedrijf 2	Totaal
Geen samenwerking	190	562	752
Ind. strategie	-	-	707
Somstrategie	-	-	711

Tabel 9: Kosten voor $h_1 = 2$, $h_2 = 6$, $\lambda_1 = 40$, $\lambda_2 = 20$

	Bedrijf 1	Bedrijf 2	Totaal
Geen samenwerking	335	316	651
Ind. strategie	-	-	609
Somstrategie	-	-	600

Doordat het computerprogramma wat minder goed presteert in het optimaliseren bij drie of vier parameters, zijn de getoonde kosten van de samenwerkingsstrategieën hier geen harde minima. Ze laten echter wel zien dat er nog steeds winst te boeken is met samenwerking.

9. Conclusie

In dit artikel heb ik het kostenplaatje onderzocht van bedrijven waar volgens een Poissonverdeling klanten aankomen en de levertijd van de herbevoorrading exponentieel verdeeld of deterministisch is. De kosten zijn vergeleken voor twee bedrijven die niet samenwerken,

samenwerken volgens de somstrategie of dat doen volgens de individuele strategie, met als uiteindelijke doel te bepalen welk van de samenwerkingen tot de laagste gezamenlijke kosten leidt. De somstrategie houdt in dat er een gezamenlijke bestelling geplaatst wordt wanneer de som van beide voorraden onder een veiligheidsniveau komt, bij de individuele strategie wordt deze bestelling geplaatst wanneer één van de bedrijven een voorraad onder een bepaald niveau heeft. De bedrijven maken bestelkosten die lineair zijn in de bestelgrootte, opslagkosten per product per tijdseenheid en lostsalekosten voor elke klant die aankomt terwijl het bedrijf geen voorraad meer heeft.

In de situatie waarin de bedrijven niet samenwerken, zijn uit de literatuur analytische resultaten voor de kosten bekend. Voor de samenwerking is gepoogd analytische resultaten te verkrijgen, maar moest uiteindelijk een computersimulatie gebruikt worden.

Bij een levertijd gelijk aan nul tijdseenheden, bleken de resultaten van eerder onderzoek nog steeds te gelden: de individuele strategie presteert het best en de somstrategie is in sommige extreme gevallen zelfs slechter dan niet samenwerken.

Dat maakt het des te verrassender dat bij levertijden die groot zijn ten opzichte van de gemiddelde tussenaankomsttijd in alle onderzochte gevallen de somstrategie en individuele strategie ongeveer even goed scoorden.

Eventueel toekomstig onderzoek zou zich allereerst kunnen richten op een vergroting van het aantal onderzochte situaties, waarbij extremere parameterwaarden worden meegenomen. De uitbreiding van de simulatie naar een waarin de onzekerheden worden gekwantificeerd, door bijvoorbeeld betrouwbaarheidsintervallen te geven voor de gesimuleerde kosten is wellicht ook een optie.

Referenties

- [1] Beckmann, M.J., Srinivasan, S.K. (1987). An (s,S) inventory system with Poisson demands and exponential lead time. *OR Spektrum*, 9:213-217.
- [2] Erlenkotter, D. (1990). Ford Whitman Harris and the economic order quantity model. *OR-forum*, 38(6), 937-946.
- [3] Fiestras-Janeiro, M.G., García-Jurado, I., Meca, A., Mosquera, M.A. (2014). Cooperation on capacitated inventory situations with fixed holding costs. *European Journal of Operational Research*, 241, 719-726.
- [4] Güler, K., Körpeoğlu, E., Şen, A. (2016). Design and analysis of mechanisms for decentralized joint replenishment. *European Journal of Operational Research*, 259, 992-1002.
- [5] Timmer, J., Chessa, M., Boucherie, R.J. (2013). Cooperation and game-theoretic cost allocation in stochastic inventory models with continuous review. *European Journal of Operational Research*, 231, 567-576.
- [6] Viswanathan, S. (1997). Periodic review (s,S) policies for joint replenishment inventory systems. *Management Science*, 43(10), 1447-1454.