

UNIVERSITY OF TWENTE.

Faculteit Behavioural, Management
and Social Sciences (BMS)

Praktische Opdracht Lineair Programmeren

Inzicht in de toepasbaarheid van wiskunde

Stef Kleinluchtenbeld
MSc. Thesis
Augustus 2018

Begeleiders:

Dr.ir. T.J.M. Coenen
Dr. G.A.M. Jeurink

ELAN
Faculteit Behavioural, Management
and Social Sciences (BMS)
University of Twente

Samenvatting

Veel middelbare scholieren hebben geen goed beeld van de toepassingen van wiskunde. Een verbetering in dit inzicht, zorgt voor betere prestaties in de wiskundeles. In dit onderzoek wordt een praktische opdracht ontwikkeld met als doel het verbeteren van het inzicht in de toepasbaarheid van wiskunde bij middelbare scholieren. De praktische opdracht, met als thema lineair programmeren, is getest bij een 5 vwo wiskunde D klas van vier leerlingen. Binnen het thema lineair programmeren focust de praktische opdracht zich op het maken van een indeling voor een activiteitendag. In drie hoofdstukken wordt hier op verschillende manieren naar gekeken en moeten leerlingen zelf indelingen maken en onderzoeken hoe wiskunde hier een rol bij speelt. De praktische opdracht is zodanig ingericht dat er ruimte is voor onderzoek en zelf ontdekken binnen een groep leerlingen, waarbij de docent een actieve ondersteunende rol heeft, maar zelf geen of nauwelijks kennis verspreid. Met behulp van observaties, resultaten van de praktische opdracht en twee vragenlijsten zijn ten slotte conclusies getrokken over het al dan niet halen van het doel van de praktische opdracht. Over het algemeen lijkt het inzicht in de toepasbaarheid van wiskunde verhoogd bij de leerlingen, hoewel de geteste groep te klein is om significante conclusies te trekken. Wel zijn er nog verbetermogelijkheden binnen de praktische opdracht zelf en is er een grotere kans op verbetering van de inzicht van de toepasbaarheid van wiskunde als leerlingen meerdere praktische opdrachten van deze aard zouden uitvoeren.

Inhoudsopgave

1. Inleiding.....	2
<i>Aanleiding</i>	<i>2</i>
<i>Onderzoeksvraag</i>	<i>3</i>
<i>Leeswijzer.....</i>	<i>4</i>
2. Theoretisch kader	6
<i>Lineair programmeren.....</i>	<i>6</i>
<i>Didactiek.....</i>	<i>8</i>
3. Ontwerpeisen	10
4. Methode	14
<i>Onderzoeksopzet.....</i>	<i>14</i>
<i>Betrokkenen</i>	<i>14</i>
<i>Dataverzameling.....</i>	<i>15</i>
5. Resultaten	18
<i>Ontwerp Praktische Opdracht.....</i>	<i>18</i>
<i>Dataverzameling.....</i>	<i>38</i>
<i>Analyse.....</i>	<i>42</i>
6. Conclusie & discussie.....	46
<i>Conclusie & discussie</i>	<i>46</i>
<i>Aanbevelingen</i>	<i>48</i>
Referenties	52
Bijlage A: Praktische Opdracht.....	54
Bijlage B: Correctievoorschrift	72
Bijlage C: Vragenlijst Vooraf.....	78
Bijlage D: Vragenlijst Achteraf.....	80

1. Inleiding

Binnen het wiskundeonderwijs wordt veel vanuit methodes gewerkt, maar er wordt af en toe ook gewerkt met praktische opdrachten. Hoewel het niet meer verplicht is (Van der Zanden, 2007), biedt een praktische opdracht toch extra mogelijkheden. De invulling van die praktische opdrachten gebeurt op vele manieren. Eén van die manieren is het behandelen van een praktijkgericht probleem. Binnen de methodes is namelijk weinig aandacht voor (grote) praktijkproblemen waarin leerlingen zien hoe de wiskunde die ze leren in het dagelijks leven toegepast wordt. Het werken aan dit soort praktijkproblemen geeft leerlingen een beter beeld van de toepasbaarheid van de wiskunde die ze leren en zorgt daarnaast voor een beter begrip en daarmee vaak hogere cijfers (Yu & Singh, 2018). In de methodes wordt dit wel op kleine schaal gedaan in de vorm van verhaalsommen, maar mist veelal de koppeling naar bijvoorbeeld het bedrijfsleven. De verhaalsommen zijn vaak gericht op eenvoudigere toepassingen zoals bijvoorbeeld manieren om lengtes/afstanden te berekenen, verhoudingen te bepalen of het correct verwerken van gegevens uit bijvoorbeeld een krantenartikel. Het leren via praktijkproblemen zonder veel sturing en met een open einde, waarbij creativiteit en analytisch vermogen worden getraind, wordt ook wel Problem-based Learning genoemd. Dit Problem-based Learning leidt er niet per se toe dat leerlingen de stof beter begrijpen dan wanneer ze het uit een methode leren, maar zorgt wel voor meer enthousiasme en meer intrinsieke motivatie bij leerlingen (Norman & Schmidt, 1992). Bovendien zorgt Problem-based Learning ervoor dat leerlingen een uitgebreide en flexibele kennisbasis opbouwen en dat ze effectieve probleemoplossende vaardigheden ontwikkelen (Hmelo-Silver, 2004).

Aanleiding

Op middelbare scholen is binnen het wiskundeonderwijs de vraag “Waar hebben we dit nou later voor nodig?” een van de meeste gestelde vragen. Dat leerlingen blijkbaar niet goed doorhebben hoe en hoe vaak wiskunde in de praktijk wordt toegepast is aanleiding geweest om na te denken over een manier om dit te veranderen.

Tussen leerlingen onderling is er veel verschil in de mate waarop ze het nut van wiskunde inzien. Sommige leerlingen hebben duidelijk een beeld van de vele toepassingen die wiskunde heeft, terwijl anderen denken dat wiskunde iets is wat je alleen bij andere vakken op de middelbare school nodig hebt of überhaupt niet (Lesh, Galbraith, Haines & Hurford, 2013). Verder blijkt ook dat veel leerlingen niet tevreden zijn over de manier waarop wiskundelessen gegeven worden, terwijl ze wel de wens hebben om wiskunde goed te leren (Wilkie & Sullivan, 2017). Blijkbaar begrijpen leerlingen dus wel dat wiskunde belangrijk is, maar zien velen niet in waarom dit zo is. Door wiskunde op een andere manier aan te bieden, bijvoorbeeld in de vorm van een praktische opdracht, zou zowel op het gebied van tevredenheid over de wiskundelessen en het verduidelijken van het nut van wiskunde ingespeeld kunnen worden.

Het doel van dit onderzoek is om een manier te vinden om leerlingen te laten begrijpen waar de wiskunde die ze leren voor gebruikt kan worden. Omdat binnen het wiskunde onderwijs op de middelbare school veel examenstof te behandelen is, is er vaak geen

ruimte om binnen een hoofdstuk van een methode uitgebreid stil te staan bij een koppeling naar de praktijk. Een praktische opdracht lijkt dan ook een geschiktere manier om leerlingen bewust te maken van de aanwezigheid van wiskunde in hun toekomst, dan een dergelijke koppeling naar de praktijk te implementeren binnen de reeds gebruikte methode.

Om in een praktische opdracht leerlingen bewust te maken van de toepassingen van wiskunde is het noodzakelijk om hiervoor een onderwerp te kiezen. Wiskunde kent vele toepassingen die onmogelijk in één praktische opdracht verzameld kunnen worden. Eén praktische opdracht zal dan ook niet een significant verschil maken in de opvattingen van leerlingen over wiskunde, maar het kan wel een aanleiding zijn om vaker dit soort opdrachten aan te bieden. Onderzoek naar het implementeren van modelleren in het wiskunde onderwijs heeft niet alleen aangetoond dat het mogelijk is om binnen enkele maanden leerlingen vertrouwd te maken met modelleren, maar ook dat opvattingen van leerlingen over het nut van wiskunde te veranderen zijn (Lesh, Galbraith, Haines & Hurford, 2013). Een koppeling tussen modelleren en het laten inzien van het nut en de toepasbaarheid van wiskunde zou dus een manier kunnen zijn om het doel van ons onderzoek te volbrengen.

Onderzoeksvraag

Naar aanleiding van het hierboven beschreven doel van dit onderzoek hebben we de volgende onderzoeksvraag geformuleerd:

“In welke mate draagt een praktische opdracht over lineair programmeren bij leerlingen in 5 vwo wiskunde D bij aan een beter inzicht in de toepasbaarheid van wiskunde?”

Om deze onderzoeksvraag te beantwoorden, hebben we in dit onderzoek een praktische opdracht ontworpen voor leerlingen in 5 vwo wiskunde D over lineair programmeren. Binnen de wiskunde zijn er vele onderwerpen die geschikt zijn om de hiervoor genoemde koppeling tussen modeleren en het in laten zien van het nut en de toepasbaarheid van wiskunde te maken. We hebben voor lineair programmeren gekozen, omdat de wiskunde daarbinnen goed aansluit bij de voorkennis van de leerlingen in 5 vwo en er veel toepassingen van zijn die waarschijnlijk herkenbaar zijn voor leerlingen. Als toepassing voor lineair programmeren hebben we gekozen voor het maken van een indeling voor een activiteitendag op school. Een activiteitendag met een bijbehorende indeling is iets herkenbaars voor leerlingen. Ze hebben er zelf mee te maken en kunnen zich de situatie inbeelden. Op die manier zullen ze sneller gemotiveerd zijn om aan de opdracht te werken. Daarnaast bestaat de basis van het maken van een dergelijke indeling uit veel onderdelen die leerlingen op dit niveau al eerder (deels) hebben geleerd, waardoor het onderwerp voor hen erg geschikt is.

Om de onderzoeksvraag goed te kunnen beantwoorden hebben we onszelf de volgende deelvragen gesteld:

1. Aan welke ontwerpeisen voldoet een goede praktische opdracht?
2. Hoe denken leerlingen over de toepasbaarheid van wiskunde?
3. Welke eigenschappen van een praktische opdracht dragen bij aan een beter inzicht in de toepasbaarheid van wiskunde?

Leeswijzer

Een onderzoek zoals we dat zojuist hebben opgesteld met de onderzoeksvraag is te zien als een ontwerponderzoek. Van der Donk & Van Lanen (2016) stellen dat een ontwerponderzoek twee onderzoeksfasen omvat, namelijk een vooronderzoek en een innovatiecyclus. Het vooronderzoek zal in hoofdstuk 2 en 3 worden toegelicht. Hoofdstuk 2 omvat het theoretisch kader waarin Lineair Programmeren nader besproken wordt en waar ook de didactische visie waarmee deze praktische opdracht is ontworpen wordt toegelicht. Vervolgens worden in hoofdstuk 3 de ontwerpeisen besproken.

In de tweede fase, de innovatiecyclus, hebben we de praktische opdracht ontworpen, getest en geanalyseerd. Deze fase zal in hoofdstuk 4, 5 en 6 besproken worden. In hoofdstuk 4 wordt de methode van het onderzoek toegelicht. Daar bespreken we het tot stand komen van de praktische opdracht en de manieren van analyseren. Vervolgens wordt in hoofdstuk 5 de praktische opdracht uitgebreid toegelicht en volgt er een analyse op het testen van de praktische opdracht. Tot slot zullen in hoofdstuk 6 conclusies getrokken worden waarna afgesloten wordt met aanbevelingen voor verder onderzoek.

2. Theoretisch kader

Het vormgeven van een praktische opdracht is een proces waarbij met verschillende aspecten rekening gehouden moet worden. In dit hoofdstuk bespreken we eerst de wiskundige achtergrond van de opdracht; het lineair programmeren. Vervolgens kiezen we een didactische richting waarmee we de praktische opdracht ontwerpen.

Lineair programmeren

Om leerlingen een beter inzicht te kunnen geven in de toepasbaarheid van wiskunde is het nodig om de praktische opdracht een richting te geven. Hoewel wiskunde erg breed toepasbaar is, willen we wat meer de diepte in gaan binnen één richting, zodat leerlingen ook zelf ervaren hoe de wiskunde achter toepassingen werkt en hoe ingewikkeld dat kan zijn. In deze praktische opdracht gebruiken we daar lineair programmeren voor.

Lineair programmeren is een onderdeel binnen de wiskundige optimalisatie. Het is een methode die zoekt naar de best mogelijke uitkomst, bijvoorbeeld een maximale winst of de laagst mogelijke kosten (Schrijver, 1998). Lineair programmeren vindt zijn oorsprong rond de tweede wereldoorlog en werd vooral gebruikt voor economie toepassingen (Kantorovich, 1940). Leonid Kantorovich was de eerste die met een formulering en een manier van oplossen van een lineair programmeerprobleem kwam, maar al snel kwamen ook Tjalling Charles Koopmans en George B. Dantzig met vergelijkbare publicaties (Schrijver, 1998). Dantzig ontwikkelde daarnaast ook de simplex methode, de eerste methode die op een efficiënte manier de meeste lineaire programmeerproblemen wist op te lossen (Dantzig, 1981; Schrijver, 1998).

De wiskundige definitie van lineair programmeren in de standaard vorm (Dantzig & Thapa, 1997), zoals die in de begintijden is opgesteld en we die nog steeds gebruiken, is het vinden van waarden van $x_1 \geq 0$, $x_2 \geq 0$, ..., $x_n \geq 0$ bij het minimaliseren van z , terwijl wordt voldaan aan:

$$\begin{array}{ccccccccc} c_1x_1 & + & c_2x_2 & + & \cdots & + & c_nx_n & = & z & (\text{Min}) \\ a_{11}x_1 & + & a_{12}x_2 & + & \cdots & + & a_{1n}x_n & = & b_1 \\ a_{21}x_1 & + & a_{22}x_2 & + & \cdots & + & a_{2n}x_n & = & b_2 \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{m1}x_1 & + & a_{m2}x_2 & + & \cdots & + & a_{mn}x_n & = & b_m. \end{array}$$

In vector-matrix notatie schrijven we dat als:

$$\begin{array}{ll} \text{Minimize} & c^T x = z \\ \text{subject to} & Ax = b, \quad A : m \times n \\ & x \geq 0. \end{array}$$

Hier zien we dat er een doelfunctie is die geminimaliseerd (of gemaximaliseerd) wordt en dat er daarnaast een aantal randvoorwaarden zijn waaraan voldaan moet worden. In de standaardvorm wordt dit genoteerd met gelijkheden, maar het kan ook zo zijn dat een randvoorwaarde een 'kleiner dan' of 'groter dan' teken bevat.

Hoewel de simplex methode nog steeds een veelgebruikte methode is voor het oplossen van lineaire programmeerproblemen zijn er ook andere methodes die de beste oplossing kunnen bepalen. Zeker voor kleine problemen waarbij maximaal drie variabelen gebruikt worden, zijn er verschillende methodes die grafisch weergeven wat de optimale oplossing is. Zo maken wiskundemethodes (Dijkhuis et al., 2014; Van den Broek et al., 2008) vooral gebruik van isolijnen en de randwandelmethode (hoekpuntmethode). Isolijnen zijn lijnen die, gegeven een doelfunctie met twee variabelen, alle punten bevatten met dezelfde waarde voor de doelfunctie. Door alle randvoorwaarden uit het lineaire programmeerprobleem in een grafiek te tekenen, is met behulp van isolijnen na te gaan wat de optimale waarde van de doelfunctie is. Dat is namelijk de lijn die nog net het toegestane gebied van de grafiek raakt. Een andere methode is de randwandelmethode (hoekpuntmethode). Daarbij wordt gekeken naar alle hoekpunten van het toegestane gebied. Door in alle hoekpunten de waarde van de doelfunctie te bepalen, kan worden geconcludeerd voor welke waarden van de variabelen de doelfunctie optimaal is.

Bovenstaande isolijnen en randwandelmethode zijn echter niet altijd toepasbaar. Bij twee variabelen is het een handige methode. Voor drie variabelen is het nog mogelijk om het te tekenen, maar neemt de moeilijkheidsgraad al flink toe. Voor nog meer variabelen is het niet meer mogelijk om grafisch weer te geven, waardoor deze methodes niet meer geschikt zijn. Toch zullen we deze methodes wel gebruiken in de praktische opdracht, omdat ze heel duidelijk en grafisch laten zien hoe de basis van lineair programmeren werkt. De simplex methode werkt dan wel beter voor meerdere variabelen, maar is ook een stuk ingewikkelder. Deze zou wel aangeleerd kunnen worden, maar heeft meer tijd nodig om begrepen te worden. Aangezien de praktische opdracht op het Staring College drie lesuren zal duren, kiezen we ervoor om de simplex methode links te laten liggen.

Tot slot blijkt dat als het lineaire programmeerprobleem erg groot wordt, met veel randvoorwaarden en variabelen, dat ook de simplex methode niet meer praktisch is in gebruik. Het met de hand oplossen van het probleem kost dan te veel tijd. Hier komt het programmeergedeelte om de hoek kijken. Door het probleem te programmeren is het mogelijk om het door computers wel binnen afzienbare tijd op te lossen. Ook hier geldt weer dat deze stap niet binnen de tijd van de praktische opdracht past, maar dat het wel goed is om erbij stil te staan dat het oplossen van een lineair programmeerprobleem met de hand vaak praktisch gezien niet mogelijk is en dat programmeren daarom een belangrijk onderdeel is van de toegepaste wiskunde. In de leerdoelen die later, in hoofdstuk 3, worden opgesteld, leggen we uit hoe we dit implementeren in de praktische opdracht, evenals de andere onderdelen van de praktische opdracht.

Didactiek

Om tot een goede praktische opdracht te komen, is het belangrijk te bedenken welke didactische aanpak we willen hanteren. Over de jaren heen zijn er veel verschillende visies ontwikkeld, waarvan er niet één is die per se de beste is. We zullen hier een afweging maken met welke didactische visie we de praktische opdracht gaan inrichten, kijkend naar de doelstellingen binnen ons onderzoek.

Skemp (1977) beschrijft de verschillen tussen relationeel begrip en instrumenteel begrip. Relationeel begrip is het soort begrip dat iedereen kent en wat de meesten ook zullen bedoelen als ze het over de term 'begrip' hebben: het weten wat je moet doen, maar ook het weten waarom je iets moet doen. Instrumenteel begrip daarentegen focust puur en alleen op het weten wat je moet doen. Je zou het kunnen omschrijven als 'regels zonder redenen', oftewel het toepassen van regels zonder dat je begrijpt waarom je die regels kan en mag toepassen. Binnen onze praktische opdracht proberen we leerlingen een beter inzicht in de toepasbaarheid van wiskunde te geven. Om ergens inzicht in te verkrijgen, is juist het begrijpen waarom iets zo is cruciaal. Zouden we voor instrumenteel begrip kiezen, dan zou het afdoende zijn om voorbeelden van toepassingen van wiskunde te noemen. Echter willen we bereiken dat leerlingen snappen welke wiskunde achter een toepassing zit en op welke manier de wiskunde daarbinnen gebruikt wordt. We zullen binnen de praktische opdracht dus focussen op relationeel begrip bij de leerlingen.

Om relationeel begrip te kweken bij leerlingen zijn volgens Sapire & Mays (2008) drie aspecten van belang. Allereerst is het belangrijk om effectieve taken en wiskundige activiteiten uit te zoeken die zich lenen voor onderzoek en zelf ontdekken. Leerlingen moeten dus niet alles voorgekauwd krijgen, maar zullen zelf moeten onderzoeken en ervaren hoe dingen in elkaar steken. De praktische opdracht moet zelfsturend zijn (Hung, Jonassen & Liu, 2008). Daarnaast is het belangrijk dat er instrumenteel leermateriaal aanwezig is, bijvoorbeeld in de vorm van een spelletje of een puzzel, zodat leerlingen zich met de taken kunnen bezighouden en hierdoor beter begrijpen wat de theorie inhoudt. Tot slot is het van belang dat de les dusdanig wordt ingericht dat er ruimte is voor constructief samenwerken en er veel interactie is tussen leerlingen onderling en tussen leerlingen en de docent. Hoewel de docent zich beter kan beperken tot het faciliteren van de opdracht en zich niet bezig moet houden met het verspreiden van kennis (Hung, Jonassen & Liu, 2008), zorgt een betrokken docent die ondersteuning biedt op vlakken waar dat nodig is wel voor meer motivatie bij leerlingen (Yu & Singh, 2018). Het werken in groepen is verder niet alleen constructief (doordat er meer visies en ideeën op tafel komen), maar het geeft leerlingen ook meer plezier om aan wiskunde te werken (Lesh, Galbraith, Haines & Hurford, 2013).

De praktische opdracht zal dus zodanig worden ingericht dat er ruimte zal zijn voor onderzoek en zelf ontdekken binnen een groep leerlingen, waarbij de docent een actieve ondersteunende rol heeft, maar zelf geen of nauwelijks kennis verspreidt. Hiermee beantwoorden we direct de derde deelvraag van de onderzoeksvraag; *“Welke eigenschappen van een praktische opdracht dragen bij aan een beter inzicht in de toepasbaarheid van wiskunde?”*. De onderzochte ideeën en strategieën zullen daarnaast op verschillende momenten in de praktische opdracht geprobeerd kunnen worden om leerlingen te laten zien dat de theorie ook daadwerkelijk aansluit op de praktijk.

3. Ontwerpeisen

Om tot een geschikte praktische opdracht te komen, is het noodzakelijk dat er aan bepaalde eisen wordt voldaan. Er zijn eisen vanuit de school, eisen die nodig zijn om de onderzoeksvraag goed te kunnen beantwoorden en eisen die ervoor zorgen dat de inhoud van de opdracht overkomt bij de leerlingen. Om antwoord te geven op de eerste deelvraag van de onderzoeksvraag, stellen we in dit hoofdstuk vijf ontwerpeisen op waaraan de praktische opdracht moet voldoen. Per eis wordt vervolgens ook benoemd hoe getest kan worden of deze eis behaald is.

Ontwerpeis 1

De praktische opdracht is in drie lessen van 50 minuten af te ronden door de leerlingen.

Voor het geven van de praktische opdracht op het Staring College zijn drie lesuren vrijgemaakt. De praktische opdracht moet dus binnen die tijd af te ronden zijn. We moeten er rekening mee houden dat drie lesuren van 50 minuten niet betekent dat we ook echt 150 minuten effectieve werktijd hebben. Het wisselen van lokaal en het opstarten van de les zal ook tijd in beslag nemen. We zullen uitgaan van drie lessen waarin effectief 40 minuten gewerkt kan worden. Waarschijnlijk zal het in de praktijk wel iets meer zijn. Die tijd nemen we dan als uitlooptijd. Verder mogen ze het werk niet mee naar huis nemen om daar verder te werken, aangezien het de bedoeling is dat de opdrachten in groepjes worden gemaakt. De praktische opdracht zal dusdanig ontwikkeld moeten worden dat de leerlingen niet meer dan 120 minuten nodig hebben, maar ook niet veel minder. Om te testen of aan deze eis voldaan wordt, meten we de tijd die de leerlingen over de praktische opdracht doen.

Ontwerpeis 2

De praktische opdracht sluit goed aan bij het niveau van leerlingen in 5vwo wiskunde D.

Het is belangrijk om veel aandacht te besteden aan het niveau van de praktische opdracht. De opdracht moet aan de ene kant moeilijk genoeg zijn om niet saai gevonden te worden, maar aan de andere kant ook haalbaar genoeg om tot succes te leiden (Wilkie & Sullivan, 2017). De doelgroep is een wiskunde D klas, wat betekent dat we te maken hebben met leerlingen die over het algemeen wat sterker zijn in wiskunde. Het niveau mag dan ook wel hoger liggen dan in een gemiddelde praktische opdracht voor een wiskunde A of B klas. Het onderwerp, lineair programmeren, leent zich daar goed voor aangezien de moeilijkheid van de randvoorwaarden goed aanpasbaar is aan de situatie. Het niveau van de praktische opdracht moet idealiter zo zijn dat er geen uitzonderlijk hoge cijfers gehaald worden, maar ook geen onvoldoendes, lettend op de uitspraken van Wilie & Sullivan (2017). Een gemiddeld cijfer tussen de 7 en 8, op een schaal van 10 zou dan goed zijn, maar vooral de uitschieters mogen niet te groot zijn. Om te controleren of aan deze eis voldaan is, zal aan de hand van alle cijfers een analyse van het gemiddelde en de grootte van de spreiding plaatsvinden.

Ontwerpeis 3

De praktische opdracht is zelfgestuurd.

Eén van de karakteristieken van Problem-based Learning is het zelfgestuurd leren (Hung, Jonassen & Liu, 2008). Zoals Sapire & Mays (2008) aangeven, zorgt het zelf onderzoeken en ontdekken voor een beter relationeel begrip. Door binnen dat onderzoeken en ontdekken zelf regelmatig richting te kiezen, hebben leerlingen sneller het idee dat ze op een professionele manier aan het werk zijn en zelf ontdekken hoe iets in elkaar zit. Dit leidt tot meer enthousiasme en motivatie bij de leerlingen (Norman & Schmidt, 1992). Om te zorgen dat de praktische opdracht zelfgestuurd is, moeten de tekst en de opdrachten dusdanig geschreven worden dat het te begrijpen is zonder de docent te raadplegen. Om te testen of aan deze eis voldaan wordt, zullen we bijhouden hoeveel vragen er nog gesteld worden en wat voor vragen dit zijn. Vragen die over onduidelijkheden gaan zijn namelijk een teken voor een verminderd zelfgestuurd leren, terwijl verdiepende vragen daar minder mee te maken hebben.

Ontwerpeis 4

De praktische opdracht is gefocust op een voor leerlingen herkenbaar probleem.

Om een goede praktische opdracht te ontwikkelen waarin Problem-based Learning centraal staat, is het belangrijk om te focussen op een probleem (Hung, Jonassen & Liu, 2008). Echter, om de praktische opdracht nog meer kracht bij te zetten en leerlingen meer te enthousiasmeren en motiveren is het kiezen van een herkenbaar probleem gewenst. Leerlingen die zich kunnen inleven in de situatie zullen meer gemotiveerd zijn om aan de opdracht te werken en zullen op die manier sneller de leerdoelen bereiken. Om te testen of aan deze eis is voldaan zullen we in de vragenlijst die we bij de leerlingen afnemen na het onderzoek een vraag opnemen over de herkenbaarheid van het probleem.

Ontwerpeis 5

In de praktische opdracht worden de opgestelde leerdoelen behaald.

Het leren over lineair programmeren is in dit onderzoek ondergeschikt aan het verbeteren van het inzicht van de toepasbaarheid van wiskunde, maar zonder goede leerdoelen over lineair programmeren kan het onderzoeksdoel niet gehaald worden. Om leerlingen een beter inzicht te geven in de toepasbaarheid van wiskunde, zullen ze het te behandelen onderwerp in de praktische opdracht goed moeten begrijpen en doorgronden. Daarom stellen we hier vier leerdoelen op waarmee we dat willen bereiken.

Leerdoel 1

Leerlingen begrijpen welke wiskunde gebruikt wordt bij het optimaliseren van een indeling voor een activiteitendag.

Het is belangrijk dat leerlingen het verband kunnen leggen tussen een wiskundig onderwerp en de toepassing ervan. Het doel van het onderzoek is om het inzicht in de toepasbaarheid van wiskunde te verbeteren, dus dan is het van belang dat leerlingen

begrijpen wat ze precies toepassen. Door het afwisselen van opdrachten met stukjes theorie en ook door enkele stukken theorie in een opdracht te behandelen, zullen leerlingen begrijpen welke theorie hoort bij het optimaliseren van een indeling voor een activiteitendag.

Leerdoel 2

Leerlingen kunnen vanuit een lijst met voorwaarden en een te optimaliseren doel een LP opstellen voor het optimaliseren van een indeling.

Ook bij dit leerdoel staat de koppeling tussen theorie en toepassing centraal. Om leerlingen beter inzicht te geven in de toepassingen van wiskunde, laten we ze zelf vanuit een stuk tekst een wiskundig model opstellen. Op die manier leren ze hoe ze een probleem om kunnen zetten naar een wiskundig model en daarna met behulp van wiskunde het probleem op kunnen lossen.

Leerdoel 3

Leerlingen kunnen kleine LP's met de hand oplossen.

Bij het opstellen van een LP zijn leerlingen alleen bezig met het op een wiskundige manier opschrijven van een aantal voorwaarden. Op die manier zullen ze waarschijnlijk nog steeds niet helemaal begrijpen hoe die wiskunde uiteindelijk kan helpen om een zo goed mogelijke indeling te maken. Om dat inzicht wel te krijgen, laten we leerlingen kleine LP's met de hand oplossen. Op die manier zien ze hoe met behulp van een LP de indeling gemaakt kan worden.

Leerdoel 4

Leerlingen begrijpen hoe grote LP's opgelost kunnen worden.

Door het oplossen van LP's stap voor stap uit te breiden naar grotere voorbeelden, zullen leerlingen zien dat het op een gegeven moment steeds moeilijker of zelfs onmogelijk wordt om dit met de hand te doen. Ze zullen merken dat het voor de mens niet mogelijk is om een grote indeling optimaal te maken, maar begrijpen wel dat er een LP is op te stellen. Aangezien computers veel sneller kunnen rekenen, zullen ze begrijpen dat met behulp van programmeren een dergelijke indeling wel gemaakt kan worden. Hierbij leren de leerlingen dus dat het toepassen van wiskunde ervoor zorgt dat een groot realistisch probleem alsnog kan worden opgelost, waar dat waarschijnlijk niet was gelukt als er geen wiskunde was gebruikt.

4. Methode

Het uitvoeren van het onderzoek bestaat uit verschillende stappen. In dit hoofdstuk bespreken we in de onderzoeksopzet de verschillende stappen die zijn doorlopen in dit onderzoek. Vervolgens wordt toegelicht wie de betrokkenen bij dit onderzoek zijn en op welke manier zij betrokken zijn. Tot slot komen de verschillende vormen van dataverzameling aan bod.

Onderzoeksopzet

Het ontwerpen van de praktische opdracht en het bijbehorende correctiemodel was een iteratief proces, waarbij naast mij zowel een docent van het Staring College en een begeleider vanuit de Universiteit Twente betrokken waren. Met name op het gebied van voorkennis en wiskundig niveau van de praktische opdracht heeft de docent van het Staring College een bijdrage geleverd. Samen hebben we kortgesloten van welke voorkennis uitgegaan kon worden en welke theorie nog behandeld en eventueel toegelicht moest worden. Vervolgens is, in overleg met de begeleider vanuit de Universiteit Twente, de opzet van de praktische opdracht vastgesteld, waarbij vooral overleg is geweest over de volgorde van opdrachten en het einde van de praktische opdracht.

Na het opstellen van de praktische opdracht is er een vragenlijst afgenomen bij leerlingen die het ontwerp vervolgens hebben getest. Deze vragenlijst heeft als doel inzicht te verkrijgen hoe leerlingen, voorafgaand aan de praktische opdracht, denken over wiskunde(onderwijs) en de toepasbaarheid van wiskunde. Vervolgens is het ontwerp getest door deze leerlingen, waarna wederom een vragenlijst is afgenomen. In die vragenlijst wordt wederom getest hoe leerlingen denken over wiskunde(onderwijs) en de toepasbaarheid van wiskunde, maar worden ook vragen gesteld over de praktische opdracht zelf. Tot slot is de praktische opdracht beoordeeld en geven de resultaten van de leerlingen een beeld over het niveau van de praktische opdracht.

Met behulp van de uitkomsten van de vragenlijsten, de eigen ervaringen, de observaties tijdens de praktische opdracht en de resultaten van de leerlingen hebben we tot slot geanalyseerd of de ontwerpeisen zijn behaald en hebben we de deelvragen kunnen beantwoorden. Deze resultaten zijn gepresenteerd in de conclusies.

Betrokkenen

Bij het onderzoek zijn drie partijen betrokken geweest. Allereerst is er tijdens het ontwerpen van de praktische opdracht contact geweest met een docent op het Staring College. Deze docent is de docent van de klas waarin het ontwerp getest is en heeft in de aanloop naar het ontwerpen van de praktische opdracht geholpen om de kaders van de opdracht vast te stellen. Zo is er gekeken vanuit welk uitgangspunt de praktische opdracht gestart kon worden en wat een goede moeilijkheidsgraad van de praktische opdracht zou zijn voor leerlingen in een 5 vwo wiskunde D klas.

Vervolgens is tijdens het ontwerpen van de praktische opdracht een begeleider vanuit de Universiteit Twente betrokken geweest bij het aanbrengen van een geschikte structuur en volgorde van de opdrachten. Verder is er met hem gediscussieerd over de exacte inhoud van de praktische opdracht waarna deze is ontworpen tot de vorm waarin deze is uitgevoerd.

Tot slot is het ontwerp van de praktische opdracht getest in de 5 vwo klas wiskunde D van het Staring College in Lochem. Deze klas bestaat uit 4 leerlingen (2 jongens, 2 meiden). Zij hebben de praktische opdracht gezamenlijk (in een groep van 4) uitgevoerd en hebben allemaal beide vragenlijsten ingevuld. De keuze voor deze klas is gebaseerd op de kanttekening die Lesh, Galbraith, Haines & Hurford (2013) maken in hun onderzoek naar het implementeren van modelleren in het wiskunde onderwijs. Zij stellen dat niet iedere leerling het modelleren even snel oppikt. Als leerlingen die niet aan dit soort onderwijs gewend zijn plots te maken krijgen met een opdracht waarin ze zelf moeten modelleren kan de opdracht zelfs averechts werken. Voor deze leerlingen is het van belang dat het modelleren al op jonge leeftijd wordt aangeleerd. Omdat we zoveel mogelijk willen voorkomen dat het modelleer gedeelte problematische situaties oplevert, kiezen we voor een doelgroep waarin de kans hierop het kleinst is. We kiezen daarom voor een 5 vwo wiskunde D klas. Dit zijn over het algemeen leerlingen die beter begrip hebben van wiskunde dan de meeste middelbare scholieren. Daarnaast staan ze ook vaker open voor een wiskundige uitdaging dan bijvoorbeeld een wiskunde A of wiskunde B klas, omdat ze vrijwillig voor een extra wiskundevak hebben gekozen.

Dataverzameling

Om te controleren of de praktische opdracht daadwerkelijk bijdraagt aan het verbeteren van het inzicht in de toepasbaarheid van wiskunde, is het noodzakelijk om een manier te vinden om dit te testen. Binnen dit onderzoek doen we dat op drie manieren, namelijk door middel van twee vragenlijsten, door observaties tijdens het testen van de praktische opdracht en door het analyseren van de resultaten van de leerlingen. De vragenlijsten geven een beeld over hoe leerlingen denken over de toepasbaarheid van wiskunde, terwijl de observaties dienen als controlemiddel voor hoe geschikt de praktische opdracht is voor het verbeteren van het inzicht in de toepasbaarheid van wiskunde. De resultaten van de leerlingen geven tot slot aan hoe het niveau van de praktische opdracht is.

Om een beeld te schetsen van de instelling van leerlingen ten opzichte van wiskunde en de toepasbaarheid daarvan voorafgaand aan het uitvoeren van de praktische opdracht, is er een vragenlijst opgesteld. Hiermee beantwoorden we ook de tweede deelvraag. De resultaten van deze vragenlijst kunnen vergeleken worden met de resultaten van de vragenlijst die na het uitvoeren van de praktische opdracht wordt afgenomen. Op die manier kunnen we testen of de praktische opdracht invloed heeft gehad op het inzicht van leerlingen over de toepasbaarheid van wiskunde. De vragenlijst bestaat uit drie vragen die toetsen hoe leerlingen denken over wiskunde en de toepasbaarheid daarvan. De vragenlijst is bijgevoegd in Bijlage C. Na het uitvoeren van de praktische opdracht is er bij de leerlingen nogmaals een vragenlijst afgenomen, deze is te vinden in Bijlage D. Deze vragenlijst bevat dezelfde drie vragen als de eerste vragenlijst om veranderingen op te merken. Daarnaast bevat deze vragenlijst ook vragen over de invloed die de praktische opdracht heeft gehad op hun inzicht over de toepasbaarheid van wiskunde.

Beide vragenlijsten zijn opgesteld met vragen in de 'Likert schaal' vorm. Dit zijn vragen die zowel positieve als negatieve antwoord opties hebben die gebalanceerd zijn om een neutrale optie. We hebben gekozen voor een 7 punten schaal. De keuze van een oneven schaal is gebaseerd op het feit dat leerlingen niet per se een positieve of negatieve mening hoeven te hebben over de gestelde vragen. De neutrale optie vinden we daarom belangrijk. Daarnaast is bij een 7 punten schaal sneller te zien of er verschil is tussen de antwoorden op de vragenlijst vooraf en de vragenlijst achteraf. Bij nog grotere schalen is dat verschil nog duidelijker, maar speelt de manier waarop verschillende leerlingen raten weer een grotere rol. De 7 punten schaal is daarom voor ons de perfecte middenweg. Dat een 5 of 7 punten schaal vaak een hoger gemiddelde weergeeft dan andere schalen (Dawes, 2008) heeft daarbij geen rol gespeeld en heeft ook geen significante invloed op de resultaten, aangezien de resultaten gebaseerd zijn op een vergelijking van twee op dezelfde manier opgestelde vragenlijsten.

De drie vragen die in beide vragenlijsten te vinden zijn, zijn gesteld om een vergelijking te kunnen maken tussen het inzicht van leerlingen in de toepassing van wiskunde voorafgaand aan de praktische opdracht en achteraf. De eerste twee vragen zijn wat algemener gesteld, namelijk over hoe leerlingen over wiskunde in het algemeen denken, waar de derde vraag directer over de toepassingen van wiskunde gaat. In de analyse is ook gekeken naar de correlatie tussen deze beide categorie vragen. We hebben bekeken of leerlingen die minder interesse en begrip voor het leren van wiskunde hebben ook een minder goed beeld van de toepassingen hebben en of beide onderdelen na het maken van de praktische opdracht veranderd zijn.

De vragen die alleen in de vragenlijst achteraf werden gesteld, geven een beeld van hoe de leerlingen over de praktische opdracht denken. Ook worden vragen gesteld over interesse en herkenbaarheid om te testen of aan alle ontwerpeisen is voldaan. Deze vragen kunnen niet vergeleken worden met de situatie vooraf, maar geven wel een beeld over hoe leerlingen zelf denken over een eventuele verandering in het inzicht door de praktische opdracht.

Tot slot hebben we tijdens het uitvoeren van de praktische opdracht een observatie uitgevoerd. Bij deze observatie zijn alle vragen die door leerlingen gesteld werden opgeschreven, is de tijd die leerlingen voor de praktische opdracht nodig hadden genoteerd en is opgeschreven of de leerlingen bij iedere vraag samenwerkten en of iedereen in de samenwerking participeerde. Hiermee is vooral onderzocht of aan ontwerpeis 1 en 3 is voldaan. Omdat de klas uit slechts vier leerlingen bestond, was dit eenvoudig te doen.

Bij de observatie was het meten van de tijdsduur voldoende om conclusies te trekken over ontwerpeis 1, waarin werd gesteld dat leerlingen de praktische opdracht binnen drie lessen van 50 minuten af moesten kunnen krijgen. Het trekken van conclusies over ontwerpeis 3 hing af van het aantal en het soort gestelde vragen door de leerlingen tijdens de praktische opdracht. Hierbij stellen we dat de opdracht meer zelfgestuurd is als er minder vragen worden gesteld over de werking van opdrachten.

5. Resultaten

In dit hoofdstuk wordt de ontworpen praktische opdracht geanalyseerd. Allereerst wordt het ontwerp gepresenteerd en toegelicht waar nodig. Vervolgens bespreken we de resultaten van de dataverzameling (de respons op de vragenlijsten, de observaties en de resultaten van de leerlingen), waarna in de analyse wordt nagegaan of aan alle ontwerpisen is voldaan.

Ontwerp Praktische Opdracht

Het ontwerp van de praktische opdracht bestaat uit twee onderdelen: de praktische opdracht zelf en het antwoordmodel. In deze paragraaf zullen we de praktische opdracht presenteren en commentaar geven bij de tekst en de opdrachten. De praktische opdracht is daarnaast ook in Bijlage A te vinden zonder commentaar. Het antwoordmodel is te vinden in Bijlage B, inclusief toelichting op de antwoorden.

Zoals eerder in het verslag aangegeven, vinden we het belangrijk dat er met name gelet wordt op relationeel begrip. We gaven aan daarbij op drie aspecten te letten; de opdracht moet zelfgestuurd en ontdekkend zijn, er moet instrumenteel leermateriaal aanwezig zijn (bijvoorbeeld een spelletje of puzzel) zodat leerlingen zich met de taken kunnen bezighouden en hierdoor beter begrijpen wat de theorie inhoudt en de docent richt zich niet op het verspreiden van kennis, maar neemt een actieve ondersteunende rol aan. Daarnaast gaven we de voorkeur aan het werken in groepjes, omdat samenwerken bevorderend werkt. In het commentaar bij de praktische opdracht zullen deze onderwerpen geregeld terug komen.

Het commentaar bij de praktische opdracht is weergegeven in blauwe tekstvakken om het onderscheid met de reguliere tekst duidelijk te maken.

Praktische Opdracht

Lineair Programmeren

Een indeling voor een activiteitendag

Stef Kleinluchtenbeld

Inleiding

Op het Staring College in Borculo wordt ieder jaar een activiteitendag georganiseerd. In drie blokken doen leerlingen drie verschillende activiteiten. Voorafgaand aan de activiteitendag kunnen leerlingen opgeven welke van de ruim 20 activiteiten hun voorkeur hebben. Om alle leerlingen zoveel mogelijk hun zin te geven, willen we een zo goed mogelijke indeling voor deze activiteitendag maken. We willen zoveel mogelijk leerlingen hun hoogste voorkeuren voor activiteiten geven. Je kunt je echter voorstellen dat dit met ongeveer 300 in te delen leerlingen erg moeilijk is. Hoe hou je het overzicht en hoe weet je zeker wat de beste oplossing is? In deze praktische opdracht ga je ontdekken hoe wiskunde hier een belangrijke rol in kan spelen.

Deze opdracht maak je in een groepje van 4 leerlingen. Probeer bij elke opdracht steeds eerst zelf naar de opdracht te kijken en overleg daarna met de rest van je groepje over het juiste antwoord. Uiteindelijk leveren jullie als groepje gezamenlijk de antwoorden in.

Probeer tijdens deze praktische opdracht zoveel mogelijk zelf te ontdekken en veel te overleggen met de rest van je groepje. Als je ergens echt niet uitkomt of iets echt niet snapt, mag je het altijd aan de docent vragen.

Heel veel succes!

Leerlingen werken in groepjes van 4, omdat samenwerken bevorderend werkt, zoals eerder aangegeven. Door leerlingen te stimuleren eerst zelf naar de opdrachten te kijken, proberen we ervoor te zorgen dat iedere leerling zich ook afzonderlijk verdiept in de stof en niet alles van groepsgenoten laat afhangen.

Verder komt in de inleiding ook direct het onderzoekend leren en de rol van de docent die wij beogen goed naar voren. De docent zal een actief ondersteunende rol hebben, maar zich niet richten op het verspreiden van kennis.

In de praktische opdracht staan verder geen punten bij de opgaven. In het correctiemodel staan die wel aangegeven. Dit doen we om leerlingen niet teveel af te leiden van de opdrachten. Het gaat erom dat ze alle opdrachten met dezelfde aandacht behandelen en in de juiste volgorde maken. Als leerlingen zien dat ze voor sommige opdrachten veel meer punten kunnen halen dan voor andere opdrachten, zullen ze sneller overwegen om een andere volgorde te hanteren of zullen ze wellicht gestrest raken als ze niet op tijd klaar zijn, aangezien de meeste punten aan het einde van de praktische opdracht zijn te halen. Echter zijn de opdrachten aan het einde ook duidelijk moeilijker en zijn met de eerste paar opgaven eenvoudiger punten te verdienen, zelfs tot een voldoende.

Het maken van een indeling

Om een beter beeld te krijgen van hoe een indeling voor een activiteitendag eruit ziet, zal je eerst drie voorbeeldopdrachten doorlopen. Je zal in alle opdrachten proberen een zo goed mogelijke indeling te maken. Dat doe je niet voor alle 300 leerlingen, maar voor een gedeelte daarvan.

Door leerlingen direct aan het werk te zetten met het maken van een indeling, willen we ze meer onderzoekend laten leren dan wanneer ze eerst uitgelegd krijgen hoe ze dit het beste kunnen aanpakken.

Opdracht 1

Hieronder staan twee ingevulde tabellen. De eerste tabel bevat vijf leerlingen met hun drie voorkeuren voor activiteiten. De tweede tabel bevat zeven activiteiten met een minimum en maximum aantal deelnemers per blok. Probeer bij het indelen van de leerlingen voor activiteiten zoveel mogelijk leerlingen de eerste en tweede keuze te geven. Lukt dat niet, probeer dan pas de derde keuze. De leerlingen moeten allemaal in beide blokken worden ingedeeld en mogen niet twee keer dezelfde activiteit doen. Verder maakt de volgorde van de activiteiten niet uit. Het is dus niet zo dat ze eerst hun eerste voorkeur en daarna hun tweede voorkeur moeten doen.

- a) **Maak in de lege tabel op werkblad 1 de indeling voor deze leerlingen. Hou hierbij rekening met het minimum en maximum aantal deelnemers per blok.**

In deze (en de volgende twee) opdracht komt het puzzelen en daarmee de instrumentele vaardigheid kijken. Op een speelse manier leren leerlingen wat er komt kijken bij het maken van een indeling.

Naam	Voorkeur 1	Voorkeur 2	Voorkeur 3
Max	Tennis	Boardingvoetbal	Freerunning
Bram	Vissen	Tennis	Boardingvoetbal
Hiska	Nail-art	Dansen	Film kijken
Loes	Nail-art	Vissen	Dansen
Tom	Tennis	Boardingvoetbal	Film kijken

Activiteit	Minimum	Maximum
Tennis	2	4
Boardingvoetbal	2	8
Freerunning	0	2
Vissen	0	2
Nail-art	0	1
Dansen	0	1
Film kijken	0	1

De eerste opdracht heeft weinig leerlingen en activiteiten en is (daardoor) relatief makkelijk op te lossen. Door het niveau langzaam te verhogen, zien leerlingen dat het steeds moeilijker wordt om met de hand een goede indeling te maken.

Als een leerling voor een eerste voorkeur wordt ingedeeld, levert dat geen strafpunten op. Een tweede voorkeur levert 1 strafpunt op en een derde voorkeur 2 strafpunten.

b) Hoeveel strafpunten levert de indeling die je zojuist gemaakt hebt op?

Het bepalen van het aantal strafpunten geeft leerlingen een beeld van hoe goed een indeling is. Ze kunnen onderling gemaakte indelingen vergelijken en bepalen welke beter is.

Opdracht 2

Onderstaande tabellen zijn vergelijkbaar met de tabellen uit opdracht 1. Het enige verschil is dat de eerste tabel is aangevuld met drie extra leerlingen.

a) Maak in de lege tabel op werkblad 1 de indeling voor deze leerlingen. Let wederom op het minimum en maximum aantal deelnemers en zorg voor zo min mogelijk strafpunten.

b) Hoeveel strafpunten levert deze indeling op? Ga uit van dezelfde regeling voor strafpunten als in opdracht 1.

Bij opdracht 1 kon nog een indeling worden gemaakt waarbij slechts eerste en tweede voorkeuren werden toegekend. Hier is het noodzakelijk dat sommige leerlingen ook voor een derde voorkeur worden ingedeeld. Het maken van de indeling wordt dus al moeilijker.

Naam	Voorkeur 1	Voorkeur 2	Voorkeur 3
Max	Tennis	Boardingvoetbal	Freerunning
Bram	Vissen	Tennis	Boardingvoetbal
Hiska	Nail-art	Dansen	Film kijken
Loes	Nail-art	Vissen	Dansen
Tom	Tennis	Boardingvoetbal	Film kijken
Fleur	Dansen	Nail-art	Tennis
Maartje	Nail-art	Film kijken	Dansen
Sem	Tennis	Boardingvoetbal	Freerunning

Activiteit	Minimum	Maximum
Tennis	2	4
Boardingvoetbal	2	8
Freerunning	0	2
Vissen	0	2
Nail-art	0	1
Dansen	0	1
Film kijken	0	1

Opdracht 3

Onder de opdracht staan weer twee tabellen, wederom aangevuld met extra leerlingen. Ook is het maximum aantal deelnemers van een aantal activiteiten verhoogd en is er een extra voorkeur aangegeven. De indeling zal nu uit drie blokken bestaan. Alle leerlingen moeten in alle drie de blokken een activiteit doen en deze mag nooit hetzelfde zijn als in een van de andere blokken.

- Maak in de lege tabel op werkblad 1 de indeling voor deze leerlingen. Let wederom op het minimum en maximum aantal deelnemers en zorg voor zo min mogelijk strafpunten.**
- Hoeveel strafpunten levert deze indeling op? Ga uit van dezelfde regeling voor strafpunten als in opdracht 1. Een vierde voorkeur levert 3 strafpunten op.**

Het verhogen van het aantal leerlingen en voorkeuren zorgt ervoor dat het maken van een indeling een stuk onoverzichtelijker wordt. Het vinden van een beste oplossing wordt daarmee ook een stuk ingewikkelder. Deze opgave heeft met name als doel om leerlingen te laten beseffen dat het maken van een indeling al erg lastig kan worden met een relatief klein aantal leerlingen.

Naam	Voorkeur 1	Voorkeur 2	Voorkeur 3	Voorkeur 4
Max	Tennis	Boardingvoetbal	Freerunning	Vissen
Bram	Vissen	Tennis	Boardingvoetbal	Freerunning
Hiska	Nail-art	Dansen	Film kijken	Tennis
Loes	Nail-art	Vissen	Dansen	Boardingvoetbal
Tom	Tennis	Boardingvoetbal	Film kijken	Vissen
Fleur	Dansen	Nail-art	Tennis	Film kijken
Maartje	Nail-art	Film kijken	Dansen	Tennis
Sem	Tennis	Boardingvoetbal	Freerunning	Dansen
Tijn	Freerunning	Boardingvoetbal	Tennis	Vissen
Hannah	Film kijken	Nail-art	Dansen	Tennis
Emma	Dansen	Tennis	Vissen	Freerunning
Cas	Vissen	Film kijken	Tennis	Boardingvoetbal

Activiteit	Minimum	Maximum
Tennis	2	4
Boardingvoetbal	2	8
Freerunning	0	2
Vissen	0	2
Nail-art	0	2
Dansen	0	2
Film kijken	0	1

Waarschijnlijk heb je gemerkt dat de opdrachten steeds meer tijd kosten om op te lossen. Hoe groter de opdracht wordt (meer leerlingen, meer voorkeuren), hoe moeilijker het is om een goede indeling te maken. Ook wordt het steeds lastiger om te bepalen of de oplossing wel de beste oplossing is die er te vinden is. Stel je voor dat je een indeling moet maken voor 300 leerlingen en meer dan 20 verschillende activiteiten. Het lijkt onmogelijk om dan de beste oplossing te vinden. Om toch die beste oplossing te vinden, zullen we op een wiskundige manier proberen dit probleem op te lossen.

Leerlingen hebben nu ingezien hoe het maken van een indeling kan verlopen en zullen beseffen dat het vrijwel onmogelijk is om met de hand een 'beste' indeling te maken voor 300 leerlingen. Nu ze dit zelf hebben uitgevonden, zullen ze beter begrijpen waarom het handig is om wiskunde te gebruiken bij het maken van een indeling.

Grafisch oplossen

Je gaat in drie opdrachten ontdekken wat de basis is van de wiskunde achter het maken van een indeling voor de activiteitendag. Deze opdrachten geven weer welke wiskunde gebruikt wordt, maar hebben nog niet de grootte van een echte indeling. Schrijf de uitwerkingen van deze opdrachten per groepje op een leeg vel en lever deze aan het eind van de praktische opdracht in.

We behandelen veel van de theorie door leerlingen zelf in opdrachten te laten ontdekken hoe de theorie in elkaar zit. Dit is weer het onderzoekend leren dat terugkomt.

Opdracht 4

Tijdens de activiteitendag doet een groep jongens tijdens een blok drie verschillende activiteiten, namelijk: tennis, boardingvoetbal en freerunning. Op 4 jongens na doet iedereen tennis, op 4 na doet iedereen boardingvoetbal en op 4 na doet iedereen freerunning.

a) Hoeveel jongens doen er tennis? En hoeveel boardingvoetbal en freerunning?

Deze vraag was op meerdere manieren op te lossen. Door het proberen van een aantal mogelijkheden kom je al snel op het goede antwoord uit. Dat wordt lastiger als de aantallen groter worden. Stel bijvoorbeeld dat op 30 jongens na iedereen tennis doet, op 16 jongens na iedereen boardingvoetbal doet en op 26 jongens na iedereen freerunning doet.

b) Zoek wederom uit hoeveel jongens aan tennis, boardingvoetbal en freerunning doen.

Je merkt dat dit al lastiger wordt. Om het probleem makkelijker op te lossen, kun je variabelen invoeren. Noem het aantal jongens dat tennist x , het aantal jongens dat boardingvoetbal doet y en het aantal jongens dat aan freerunning doet z .

c) Schrijf drie vergelijkingen op waaraan x , y en z moeten voldoen.

d) Bepaal met behulp van deze vergelijkingen hoeveel jongens tennissen, boarddingvoetbal spelen en aan freerunning doen.

In deze opdracht leren leerlingen om een stuk tekst om te zetten naar vergelijkingen. Dit is stof die ze al eerder hebben geleerd, maar die hier wordt herhaald, omdat het later nodig is voor het Lineair Programmeren.

Vraag a en b zijn op te lossen door te proberen en vraag d heeft hetzelfde antwoord als vraag b. Er zijn hier daarom vooral punten te verdienen met vraag c, omdat die de meeste inzicht vraagt.

Opdracht 5

Je wilt een optimale indeling maken voor een activiteitendag waarbij leerlingen vijf voorkeuren voor activiteiten doorgeven en voor drie activiteiten worden ingedeeld. Omdat het niet mogelijk is om iedereen de eerste drie voorkeuren te geven, wordt er gewerkt met strafpunten. Als een leerling voor de vierde keuze wordt ingedeeld, levert dat één strafpunt op, terwijl een vijfde keuze twee strafpunten oplevert.

- a) **Stel een vergelijking op voor S , het totaal aantal strafpunten. Gebruik hierbij dat x het aantal leerlingen is dat een vierde keuze krijgt en y het aantal leerlingen dat een vijfde keuze krijgt.**

Het opstellen van een vergelijking is stof die de leerlingen al hebben gehad, maar is noodzakelijk voor het verdere verloop van de opdracht. Deze opdracht is daarom weinig punten waard.

Alle punten (x, y) die samen 50 strafpunten geven, liggen op een rechte lijn. Dit noemen we een **isolijn**. Een isolijn geeft alle punten weer waarbij de combinatie van x en y dezelfde waarde van S geeft.

- b) **Teken in een assenstelsel de isolijn met $S = 50$. Doe hetzelfde voor $S = 40$ en $S = 100$. Verklaar waarom de isolijnen evenwijdig zijn.**

Het is belangrijk dat leerlingen begrijpen dat de isolijnen die ze tekenen bestaan uit formules met dezelfde richtingscoëfficiënt. Door te vragen waarom de lijnen evenwijdig zijn, zullen ze daar over na moeten denken. Dit is belangrijk, omdat leerlingen in moeten zien dat de manier waarop strafpunten berekend worden gelijk blijft in het model.

- c) **Als er in totaal 40 strafpunten zijn en er zijn 10 leerlingen met een vijfde keuze, hoeveel leerlingen hebben dan een vierde keuze gekregen?**

Het oplossen van deze opgave moet eenvoudig zijn voor de leerlingen, maar het is goed om ze het verband tussen de keuzes en het aantal strafpunten te laten onderzoeken, zodat ze daar meer gevoel voor krijgen. Op die manier wordt er een link gelegd tussen de indelingen die ze in het eerste hoofdstuk hebben gemaakt en de formules waar ze nu mee werken. Daarnaast kunnen ze zien dat dit zowel met de vergelijking als met de isolijn op te lossen is.

Opdracht 6

Bij het maken van een indeling wil je zoveel mogelijk leerlingen de eerste en tweede keuze geven. Je weet echter al dat we maximaal 60 leerlingen een eerste keuze kunnen geven en 80 leerlingen een tweede keuze. Ook weet je dat de eerste en tweede keuze samen maar 100 keer gegeven kunnen worden. Noem het aantal keer dat leerlingen een eerste keuze krijgen x en het aantal keer dat leerlingen een tweede keuze krijgen y . Natuurlijk moet gelden: $x \geq 0$ en $y \geq 0$.

- a) Aan welke drie andere ongelijkheden moeten x en y voldoen, lettend op de eisen die gegeven zijn?**

Het opstellen van deze ongelijkheden is iets dat de leerlingen al vaker zullen hebben gedaan, maar hier ligt de nadruk vooral op de link naar de toepassing. Stap voor stap werken we toe naar ongelijkheden die in het uiteindelijke LP gebruikt worden voor het maken van een indeling.

- b) Kleur in een assenstelsel het toelaatbare gebied; het gebied waarin alle punten liggen die voldoen aan alle vijf de voorwaarden. Teken hiervoor eerst de grenslijnen.**

Door het laten tekenen van het toelaatbare gebied proberen we de leerlingen in de laten zien welke oplossingen mogelijk zijn voor dit probleem. Zo krijgen ze een beter beeld van het probleem en de oplossingen dan wanneer ze alleen met formules werken.

Als een leerling wordt ingedeeld op zijn eerste keuze, levert dat 2 bonuspunten op. Een tweede keuze geeft 1 bonuspunt.

- c) Geef een formule voor het totaal aantal bonuspunten, uitgedrukt in x en y .**

Dit is vergelijkbaar met de functie voor het aantal strafpunten in de vorige opgave, maar door nu met bonuspunten te werken, zien leerlingen dat het probleem op verschillende manieren te benaderen is.

Je wilt zoveel mogelijk bonuspunten halen. Dat betekent dat je de functie voor de bonuspunten (berekend bij c) wilt maximaliseren. Deze functie noemen we ook wel de **doelfunctie**.

- d) Teken enkele isolijnen van de doelfunctie.**

- e) Bij welke combinatie van x en y halen we de meeste bonuspunten? Hoeveel zijn dat er? En hoe is dat te zien met behulp van isolijnen?**

Deze opgave verbindt alle opgaven uit dit hoofdstuk. Vanuit tekst worden ongelijkheden opgesteld die vervolgens grafisch weergegeven worden. Met behulp van isolijnen kan vervolgens de beste oplossing bepaald worden.

De bedoeling van dit hoofdstuk is dat leerlingen begrijpen hoe je vanuit een stuk tekst naar een oplossing toe kan werken met behulp van wiskunde. Dit werkt op deze manier voor vergelijkingen met twee variabelen, maar in het vervolg van de praktische opdracht zal voor leerlingen snel duidelijk worden dat het moeilijker wordt als we met meer variabelen werken (als dat nog niet duidelijk is voor ze).

Randwandelmethode

Door verschillende isolijnen te tekenen kun je erachter komen welke combinatie de beste oplossing geeft. Deze beste oplossing bevindt zich altijd op de grens van het toelaatbare gebied. Het is daarom niet nodig om steeds isolijnen te tekenen. Door in elk hoekpunt van het toelaatbare gebied te berekenen wat daar de waarde van de doelfunctie is, kun je erachter komen welk punt de beste oplossing geeft. Deze methode wordt de **randwandelmethode** genoemd.

In dit stuk theorie wordt aangegeven dat het tekenen van isolijnen niet altijd nodig is, omdat de beste oplossing zich altijd op de rand van het toelaatbare gebied bevindt. Leerlingen zouden dit ook via een opdracht zelf kunnen ontdekken of langer na kunnen denken waarom dit zo is, maar wegens tijdgebrek is besloten om dit niet op te nemen in de praktische opdracht. Het zou wel goed zijn om leerlingen hier over te laten nadenken, omdat het voor een extra stukje begrip kan zorgen. Mocht er tijd over zijn of mocht de praktische opdracht uitgebreid worden, dan zou dit een goede toevoeging kunnen zijn.

Meerdere variabelen

Tot nu toe heb je alleen maar voorbeelden gezien waar twee variabelen waren (x en y). Je hebt gezien dat met behulp van isolijnen en de randwandelmethode een beste oplossing te vinden is als je de doelfunctie wilt maximaliseren. Ditzelfde kun je ook doen als je de doelfunctie wilt minimaliseren. In dat geval zoek je niet naar de hoogst mogelijke waarde, maar naar de laagst mogelijke waarde.

Met twee variabelen is het goed te doen om isolijnen te tekenen en de randwandelmethode toe te passen. Dat wordt al een stuk lastiger als je drie variabelen hebt. Bedenk maar: isolijnen worden dan isovlakken en je moet in 3D gaan tekenen. Hoewel dit nog steeds mogelijk is, wordt het al ingewikkelder. Echter, heb je nog meer variabelen, dan wordt het onmogelijk om dit nog te tekenen. Er zal dus een andere manier gevonden moeten worden om alsnog een beste oplossing te vinden. Met de komst van computers is daarin een manier gevonden. Computers kunnen namelijk veel sneller rekenen dan dat mensen dat kunnen. Het enige wat je nog moet doen, is het juist invoeren van alle voorwaarden van het probleem.

Hier wordt de link gelegd tussen het maximaliseren in opdracht 6 en het minimaliseren van de doelfunctie. Dat minimaliseren zal later in de praktische opdracht gebruikt worden bij het opstellen van het LP.

Wederom geldt hier dat de theorie die hier behandeld wordt ook via opdrachten had gekund, maar dat daar niet voor is gekozen wegens de beperkte tijd. Toch is het goed om leerlingen kort in te laten zien dat de gebruikte methode niet toepasbaar is voor meerdere variabelen. Daarnaast is het belangrijk dat ze inzien dat we hier op een punt aankomen waarbij het noodzakelijk is dat de computer het berekenen over gaat nemen van de mens, waardoor de indeling toch te maken is. Door hier die link te leggen, zullen ze beter begrijpen waarom het voor de mens niet mogelijk is, maar voor een computer wel.

Lineair programmeren

De manier van opschrijven die je gaat gebruiken staat bekend als lineair programmeren. Met behulp van een aantal lineaire (on)gelijkheden en een doelfunctie beschrijf je het probleem zodat de computer het voor ons kan oplossen. Zo'n lineair programma (LP) is opgebouwd uit vijf onderdelen: verzamelingen, parameters, variabelen, voorwaarden en de doelfunctie. Aan de hand van een opdracht doorloop je hoe al deze onderdelen eruit zien en welke notatie er gebruikt wordt om dit overzichtelijk weer te geven.

Het opstellen van een LP is waarschijnlijk nieuw voor de leerlingen. We leiden hier het LP kort in, maar laten de leerlingen door middel van een opdracht zelf ervaren en ontdekken hoe een LP wordt opgebouwd.

Opdracht 7

Bekijk het volgende probleem:

Maak een indeling voor een groep leerlingen voor een activiteitendag. De leerlingen hebben allemaal drie voorkeuren voor activiteiten opgegeven en zullen voor één van die voorkeuractiviteiten worden ingedeeld. Voor alle activiteiten geldt dat er een maximum aantal deelnemers is. Probeer leerlingen zoveel mogelijk in te delen op activiteiten die de hoogste voorkeur hebben.

De tabellen hieronder geven een idee van hoe enkele voorkeuren en eisen van dit probleem eruit zien. Het is slechts een deel van alle deelnemers en activiteiten, dus aan de hand van deze tabellen kan nog geen indeling gemaakt worden.

Naam	Voorkeur 1	Voorkeur 2	Voorkeur 3
Gijs	Boardingvoetbal	Mountainbiken	Zwemmen
Janna	Tennis	Fitness	Duiken
Kim	Yoga	Ballet	Dancehall
Douwe	Zwemmen	Duiken	Boardingvoetbal
...	...	...	...

Activiteit	Maximum
Tennis	16
Fitness	15
Zwemmen	40
Mountainbiken	20
...	...

De opdracht die we gebruiken om het LP te introduceren is een versimpelde versie van het LP dat de leerlingen later in de praktische opdracht moeten opstellen. Op die manier is de stap die ze moeten maken niet te groot. Door tijdsgebrek is er namelijk weinig ruimte voor het veelvuldig oefenen van het opstellen van een LP.

Verzamelingen

Het eerste onderdeel is 'verzamelingen'. In een probleem zijn er vaak verschillende groepen van dingen die bij elkaar horen. Zo'n groep noemen we hier een verzameling. Om gemakkelijk naar een verzameling te verwijzen, kies je een letter die de verzameling representeert. Een voorbeeld van zo'n verzameling in het probleem van de indeling van de activiteitendag is de verzameling activiteiten. Hoewel de activiteiten allemaal verschillend zijn, hebben ze namelijk wel dezelfde eigenschap: een maximum aantal deelnemers. Om de groep activiteiten weer te geven, kies je een letter die goed past bij de omschrijving 'activiteiten', bijvoorbeeld de letter 'a'.

- a) Welke verzameling is er nog meer in dit probleem? Noteer deze op werkblad 2 onder de verzameling activiteiten en kies een geschikte letter om hem te omschrijven.**

Omdat het opstellen van een LP geheel nieuw is voor leerlingen, geven we in elk van de vijf onderdelen steeds al wat informatie of een voorbeeld, waarna ze de rest zelf moeten aanvullen. Hierdoor weten ze wel hoe ze het moeten noteren, maar moeten ze daarnaast nog wel zelf nadenken over welke onderdelen toegevoegd moeten worden. Bij de verzamelingen is het belangrijk dat ze ontdekken welke verzameling nog toegevoegd moet worden. Welke letter ze voor de notatie gebruiken is minder van belang.

Parameters

De parameters in het LP zijn waarden die voorafgaand aan het oplossen van het probleem al vast staan. Denk bijvoorbeeld aan het maximum aantal deelnemers per activiteit. Dit is een waarde die al bekend is als het probleem opgelost moet worden. Deze parameters omschrijf je op eenzelfde manier als de verzamelingen. Je moet er alleen rekening mee houden dat het maximum aantal deelnemers niet voor elke activiteit hetzelfde is. Daarom geef je met een subscript aan dat het maximum afhankelijk is van de activiteit: M_a . Als een parameter afhankelijk is van meerdere verzamelingen, geef je beide verzamelingen weer in het subscript, gescheiden door een komma.

- b) Welke tweede parameter is er in dit probleem? Vul deze in op werkblad 2.
HINT: het is een parameter die afhankelijk is van beide verzamelingen.**

Ook hier wordt een voorbeeld gegeven om leerlingen een beeld te geven van de notatie en om ze een idee te geven wat een parameter kan zijn. Omdat de parameter in het voorbeeld afhankelijk is van één verzameling en de parameter die de leerlingen zelf moeten bedenken in de opdracht afhankelijk is van twee verzamelingen, geven we de hint. We willen namelijk dat leerlingen hier vooral nadenken over wat voor soort parameter het is en nog niet per se over de details ervan. Later in de praktische opdracht moeten ze ook daar over nadenken.

Variabelen

In tegenstelling tot de parameters staan de variabelen in het LP nog niet vast. Deze krijgen een waarde toegekend door het programma bij het oplossen van het LP. Het is daarom vaak zo dat de variabelen het belangrijkste doel van het LP weergeven. In dit probleem wil je leerlingen indelen tijdens de activiteitendag. Je weet alleen nog niet welke leerling bij welke activiteit wordt ingedeeld. Een variabele 'ingedeeld' is dus een goed voorbeeld van een variabele. Om onderscheid te maken tussen wel en niet ingedeeld, moet je een wiskundige notatie bedenken die dat weergeeft. Vaak wordt in zo'n situatie gekozen om de variabele de waarde 0 of 1 te geven. In dit geval betekent de waarde 0 niet ingedeeld en de waarde 1 wel ingedeeld.

NB: Als een variabele x alleen maar de waarde 0 of 1 kan hebben, geef je dat als volgt weer: $x \in \{0,1\}$.

- c) Geef op werkblad 2 aan welk subscript hoort bij de variabele 'ingedeeld'.
LET OP: ook hier gebruik je weer één of meerdere verzamelingen voor in het subscript.**

Het stuk uitleg over variabelen bevat veel nieuwe informatie voor leerlingen. Ze zijn waarschijnlijk wel bekend met de term 'variabele', maar niet met binaire variabelen. Ook is het lastig om zonder voorbeeld direct zelf te bedenken wat in dit probleem de variabele is. Aangezien er maar één variabele is, is besloten om die ook als voorbeeld te gebruiken om aan de hand daarvan het principe van een binaire variabele uit te leggen. Om leerlingen toch na te laten denken over de variabele, laten we ze nadenken over het subscript. In de vorige opgave werd nog gegeven dat het subscript uit twee onderdelen bestond, maar hier moet de leerling daar zelf over nadenken.

Voorwaarden

Vervolgens gebruik je de parameters en de variabelen die je zojuist hebt opgesteld om de voorwaarden van het LP wiskundig op te schrijven. De voorwaarden zijn alle eisen waar het programma rekening mee moet houden. In dit probleem is bijvoorbeeld één van de eisen dat elke leerling voor precies één activiteit wordt ingedeeld.

Stel dat je de variabele $x_{a,b}$ hebt, waarbij $x_{a,b} \in \{0,1\}$ en waar 'a' staat voor activiteiten en 'b' voor de verzameling blokken. Als je wilt dat in elk blok precies één activiteit plaatsvindt, noteer je dat als volgt:

$$\sum_a x_{a,b} = 1 \quad \forall_b$$

Je ziet links een sommatie over $x_{a,b}$ over alle waarden van 'a' (aangegeven onder het sommatieteken). Dit betekent dat voor een bepaald blok 'b' de waardes van alle variabelen $x_{a,b}$ voor alle verschillende activiteiten bij elkaar opgeteld worden. Deze sommatie moet gelijk zijn aan 1, wat betekent dat er maar voor één activiteit mag gelden dat $x_{a,b} = 1$.

Rechts zie je $\forall_b$ staan. Dit betekent dat deze vergelijking geldt voor elke 'b'. Er moet dus in ieder blok gelden dat er precies één activiteit plaatsvindt.

d) Vul op werkblad 2 de eerste voorwaarde aan die aangeeft dat elke leerling voor precies 1 activiteit wordt ingedeeld. Denk daarbij aan de volgende punten:

- Over welke verzameling sommeer je?
- Welke verzameling hoort er achter het 'voor elke' teken?

e) Vul op werkblad 2 de twee overige voorwaarden in.

Bij het opstellen van de voorwaarden komt veel kijken. Niet alleen moeten de leerlingen vanuit de tekst bepalen wat precies de voorwaarden zijn, ook moeten ze begrijpen hoe ze dat wiskundig kunnen opschrijven. Een gedeelte van de notatie is al bekend voor ze (zoals de sommatie en de variabelen), maar bijvoorbeeld het 'voor elke' teken is nieuw voor ze. Daarnaast is de combinatie van alle onderdelen ook nieuw voor ze.

Met behulp van het voorbeeld leggen we uit hoe het opstellen van zo'n voorwaarde in zijn werk gaat. Vervolgens worden de leerlingen in vraag d) nog een beetje geholpen doordat er al wat gegevens zijn ingevuld en er in twee deelvragen nog wat extra informatie staat. Bij vraag e) is die extra informatie niet gegeven, maar is op het werkblad al wel weer een deel van de voorwaarden ingevuld. Later in de praktische opdracht zullen leerlingen helemaal zelf voorwaarden op moeten stellen.

Doelfunctie

Tot slot geeft de doelfunctie weer wat je precies wilt bereiken. Dit is het minimaliseren of maximaliseren van een bepaalde waarde. In dit probleem wil je leerlingen indelen voor activiteiten van de beste voorkeuren, het liefst de eerste voorkeur. Je minimaliseert daarom over de waardes van de ingedeelde activiteiten.

f) Vul op werkblad 2 de rest van de doelfunctie in. Denk daarbij aan de volgende punten:

- Hoe kun je sommeren over precies alle ingedeelde voorkeuren?
- Welke subscripts horen daarbij?
- Over welke verzamelingen sommeer je?

Het opstellen van de doelfunctie is redelijk vergelijkbaar met het opstellen van een vergelijking. De onderdelen die ze daar moesten toevoegen, moeten ze hier ook toevoegen op werkblad 2. De eerste deelvraag stuurt leerlingen naar het vermenigvuldigen van de parameter met voorkeuren met de variabele die aangeeft of een leerling is ingedeeld voor een activiteit of niet. Vervolgens moeten ze weer de subscripts en de verzamelingen waarover gesommeerd wordt invullen. Hier moeten ze weer zelf onderzoekend werken.

Indelen van de activiteitendag

Nu je hebt gezien hoe je een LP opstelt, kun je dit doen voor het maken van een indeling van de activiteitendag zoals die op het Staring College wordt gehouden. Dit LP lijkt erg veel op het LP dat je zojuist hebt opgesteld, maar er zijn wat extra eisen en voorkeuren. Hieronder volgt een beschrijving van het probleem met een aantal voorbeeld tabellen.

Opdracht 8

Bekijk het volgende probleem:

Maak een indeling voor 300 leerlingen voor een activiteitendag. De leerlingen hebben allemaal vijf voorkeuren voor activiteiten opgegeven en zullen voor drie van die voorkeuractiviteiten worden ingedeeld in drie verschillende blokken. Voor alle activiteiten geldt dat er een minimum en een maximum aantal deelnemers is. Probeer leerlingen zoveel mogelijk in te delen op activiteiten die de hoogste voorkeur hebben.

Naam	Voorkeur 1	Voorkeur 2	Voorkeur 3	Voorkeur 4	Voorkeur 5
Stan	Tennis	Boardingvoetbal	Zeskamp	Freerunning	Vissen
Paul	Schilderen	Vissen	Zwemmen	Yoga	Tennis
Claire	Klimmen	Zeskamp	Tennis	Dancehall	Schilderen
Evelien	Yoga	Ballet	Zwemmen	Spelletjes	Schilderen
...	...	...	...	...	...

	Blok 1		Blok 2		Blok 3	
Activiteit	Minimum	Maximum	Minimum	Maximum	Minimum	Maximum
Tennis	6	16	6	16	6	16
Zeskamp	8	30	8	30	8	30
Zwemmen	0	0	10	40	10	40
Yoga	6	12	6	12	6	12
...	...	...	...	...	...	...

a) Stel een LP op voor dit probleem. Denk daarbij aan de volgende punten:

- Wat is er veranderd ten opzichte van opdracht 7?
- Zijn er nieuwe verzamelingen en parameters?
- Moeten er subsets worden aangepast?
- Zijn er nieuwe voorwaarden?
- Is de doelfunctie hetzelfde gebleven?

Deze opdracht heeft veel onderdelen gemeenschappelijk met de vorige opdracht, maar is iets uitgebreider. Leerlingen moeten nu het systeem met blokken implementeren in de LP en moeten ook het minimum aantal deelnemers per activiteit meenemen. Het LP dat ze nu opstellen doen ze zonder werkblad. Ze kunnen het ingevulde werkblad 2 gebruiken als basis en die verder aanvullen. De leerlingen moeten dus zelf alles opschrijven, maar worden nog wel een beetje geholpen met deelvragen om de stap niet in één keer te groot te maken.

Naast de eisen en wensen die je in deze opdracht hebt gezien, zijn er nog meer uitbreidingen van het probleem mogelijk. Zo zou je kunnen overwegen om leerlingen ook voorkeuren op te laten geven voor andere leerlingen waarmee ze activiteiten willen doen. Daarnaast is het misschien wel mogelijk dat sommige activiteiten meerdere blokken duren. Dit soort uitbreidingen maken het LP weer een stuk ingewikkelder.

Nu leerlingen het LP voor het maken van de indeling van de activiteitendag hebben opgesteld, kijken we wat er nog aan het model toegevoegd kan worden. Zo zien leerlingen dat het 'ingewikkelde' model dat ze zojuist hebben opgesteld nog een stuk moeilijker kan. Echter zien ze ook wat er allemaal mogelijk is met het gebruik van wiskunde.

Om leerlingen ook echt het idee te geven dat het LP dat ze hebben opgesteld daadwerkelijk gebruikt kan worden, kan het model door de docent geprogrammeerd worden, of kan een voorgeprogrammeerd programma laten zien worden. Dit programma kan daadwerkelijk binnen enkele seconden een indeling voor 300 leerlingen maken in de programmeercode kunnen leerlingen de onderdelen van het LP herkennen. Hierdoor krijgen leerlingen waarschijnlijk meer het idee dat hun werk ook daadwerkelijk gebruikt kan worden.

Bij het testen van de praktische opdracht hebben we de leerlingen een voorgeprogrammeerd programma laten zien waarin met begeleidende tekst en hulp van de docent verschillende onderdelen van het LP te herkennen waren. Ook is ter plekke een indeling gemaakt om leerlingen te laten zien hoe snel dat gaat en hoe dat eruit ziet.

Extra opdracht

Je hebt in deze praktische opdracht een LP opgesteld voor het maken van een indeling voor een activiteitendag. Er zijn naast deze toepassing echter nog veel meer toepassingen waarbij het opstellen en oplossen van een LP kan helpen om tot een optimale oplossing te komen. Een voorbeeld daarvan is het maken van een rooster op school, waarbij leerlingen en klassen ingepland moeten worden voor allerlei vakken met zo min mogelijk tussenuren.

a) Bedenk met welke voorwaarden je rekening moet houden bij het maken van een rooster op school. Schrijf deze in woorden op.

Deze praktische opdracht heeft veel onderdelen waarbij leerlingen veel zelf moeten onderzoeken. Het ene groepje kan dat wellicht sneller dan het andere groepje. Om toch te zorgen dat iedereen tot het einde van de derde les bezig blijft, is er een extra opdracht toegevoegd. Deze zou eventueel voor bonuspunten kunnen zorgen.

Het nadenken over een vergelijkbaar, maar toch heel ander probleem kan leerlingen het inzicht geven dat de manier van wiskundig opschrijven die ze zojuist geleerd hebben op veel manieren inzetbaar is.

Werkblad 1

Opdracht 1

	Blok 1	Blok 2
Max		
Bram		
Hiska		
Loes		
Tom		

Opdracht 2

	Blok 1	Blok 2
Max		
Bram		
Hiska		
Loes		
Tom		
Fleur		
Maartje		
Sem		

Opdracht 3

	Blok 1	Blok 2	Blok 3
Max			
Bram			
Hiska			
Loes			
Tom			
Fleur			
Maartje			
Sem			
Tijn			
Hannah			
Emma			
Cas			

Het gebruik van de tabellen in de eerste drie opgaven heeft vooral als doel om tijd te besparen. Leerlingen moeten hier vooral onderzoekend en puzzelend tot een beste indeling komen en hoeven niet te leren hoe ze een tabel opstellen.

Werkblad 2

Verzamelingen

Activiteiten a

...

Parameters

Maximum M_a

...

Variabelen

Ingedeeld $i_{...} \in \{0,1\}$

Voorwaarden

$$\sum_{...} i_{...} = 1 \quad \forall_{...}$$

$$\sum_{...} \leq \quad \forall_a$$

$$\leq \quad \forall_{...}$$

Doelfunctie

$$\min \sum_{...} i_{...} \cdot ...$$

Het opstellen van een LP is voor leerlingen op de middelbare school niet gemakkelijk. Om ze een beetje te helpen en af en toe wat tips te kunnen geven, is een gedeelte van het eerste op te stellen LP al ingevuld.

Dataverzameling

Voorafgaand en na het testen van de praktische opdracht zijn er vragenlijsten bij leerlingen afgenomen om een goed beeld te krijgen van het effect van de praktische opdracht op het inzicht in de toepassingen van wiskunde bij de leerlingen. Tijdens de praktische opdracht hebben we observaties uitgevoerd om te bepalen of aan de ontwerpeisen is voldaan. Tot slot zijn er nog de resultaten van de leerlingen die de praktische opdracht hebben gemaakt in de vorm van punten voor de opdrachten. In deze paragraaf zullen we de resultaten van al deze manieren van dataverzameling uitwerken. Deze resultaten worden vervolgens gedeeltelijk gebruikt voor de analyse in de volgende paragraaf en komen gedeeltelijk terug in de conclusie.

Respons vragenlijsten

De drie vragen die in beide vragenlijsten voorkomen hebben als doel het beeld dat leerlingen over wiskunde en haar toepassingen hebben te achterhalen. We zullen de resultaten van deze drie vragen apart weergeven. De verwachting is dat het beeld van leerlingen in positieve zin verandert door het maken van de praktische opdracht, waar mogelijk. Dat wil zeggen dat we verwachten dat de score in de vragenlijst achteraf hoger is dan de score in de vragenlijst vooraf, tenzij in de vragenlijst vooraf al op het hoogste niveau wordt gescoord. We hanteren een 7-punten vragenlijst waarbij het meest linker antwoord 1 punt oplevert en het meest rechter antwoord 7 punten. Omdat de testgroep slechts uit vier leerlingen bestaat, geven we niet alleen de gemiddelde score weer, maar ook de score per leerling.

1. Ik vind wiskunde ...

	Leerling				Gemiddeld
	1	2	3	4	
Vooraf	5	7	7	4	5,75
Achteraf	5	7	7	4	5,75

2. Ik begrijp waarom ik wiskunde moet leren.

	Leerling				Gemiddeld
	1	2	3	4	
Vooraf	6	6	7	2	5,25
Achteraf	5	7	7	4	5,75

3. Ik heb een goed beeld van wat toepassingen van wiskunde zijn.

(Hiermee wordt alles behalve lessen op school bedoeld)

	Leerling				Gemiddeld
	1	2	3	4	
Vooraf	5	6	5	6	5,5
Achteraf	6	7	7	6	6,5

De vragen vier tot en met zeven uit de vragenlijst die achteraf werd gehouden, zijn niet te vergelijken met de vragenlijst die vooraf werd gehouden. We kunnen dus geen vergelijking maken, maar kunnen wel stellen dat we willen dat de scores zo hoog mogelijk zijn. Het betreft vragen die idealiter met een zo hoog mogelijke score worden gewaardeerd door de leerlingen, omdat dat zou betekenen dat ze de praktische opdracht waarderen en er aan de ontwerpeis is voldaan die stelt dat de praktische opdracht op een herkenbaar probleem focust.

- 4. Hoe groot is de rol van wiskunde bij het maken van een optimale indeling van een activiteitendag zoals je die in de praktische opdracht hebt gezien?**

Leerling				
1	2	3	4	Gemiddeld
5	7	7	7	6,5

- 5. In hoeverre was het onderwerp van de praktische opdracht (een indeling van een activiteitendag) iets herkenbaars voor jou?**

(Hiermee bedoelen we of je vaker te maken hebt gehad met dit soort (activiteiten)dagen waarbij leerlingen voor onderdelen ingedeeld werden)

Leerling				
1	2	3	4	Gemiddeld
6	6	7	6	6,25

- 6. De praktische opdracht over lineair programmeren heeft mij een beter beeld gegeven over hoe wiskunde wordt toegepast.**

Leerling				
1	2	3	4	Gemiddeld
6	7	7	6	6,5

- 7. Ik vond de praktische opdracht over lineair programmeren interessant.**

Leerling				
1	2	3	4	Gemiddeld
7	6	7	6	6,5

De resultaten van de vragenlijsten zullen in de volgende sectie geanalyseerd worden. Hierin zullen zowel de resultaten per vraag bekeken worden als de resultaten van vragen onderling.

Observaties

In de drie lessen waarin de praktische opdracht is gegeven, hebben we continu het groepje leerlingen geobserveerd. Zoals eerder aangegeven, hebben we hierbij vooral gelet op het soort vragen dat de leerlingen stelden, de tijd die ze nodig hadden voor de praktische opdracht en hoe de samenwerking verliep. Daarnaast zijn er ook nog een aantal andere dingen opgevallen, die we hier verder zullen toelichten. We zullen de observaties per les bespreken.

Les 1

De eerste les hebben de leerlingen gewerkt aan de eerste drie opgaven. Hoewel de praktische opdracht niet per se in drie delen gesplitst hoeft te worden, was dit precies het einde van een hoofdstuk. Tijdens het werken aan deze opdrachten werd drie keer een vraag aan de docent gesteld, maar drie keer betrof dit een vraag die leerlingen zelf al hadden kunnen beantwoorden als ze de tekst beter hadden gelezen. Verder verliep de samenwerking tussen de leerlingen zoals gepland. De leerlingen gingen eerst zelfstandig aan de slag met het maken van een indeling bij iedere opdracht, waarna ze hem samen bespraken en de beste indeling kozen. Bij opgave 3 werd eerst gediscussieerd over de aanpak, waarna iedereen wederom zelfstandig bezig ging.

De eerste drie opdrachten hebben allemaal hetzelfde karakter, namelijk het maken van een indeling uit een lijst met leerlingen, voorkeuren en activiteiten. Doordat de leerlingen precies één les over deze drie opdrachten deden, waren ze de hele les met precies hetzelfde bezig. Aan het einde van de les vertelden de leerlingen wel dat ze dat op een gegeven moment saai begonnen te vinden.

Les 2

Tijdens de tweede les hebben de leerlingen gewerkt aan opdracht 4 tot en met 6. Ook dit was weer precies één hoofdstuk. Vlak voor het einde van de les waren ze klaar met opdracht 6, waardoor we besloten dat het niet zinvol was om alvast met het volgende hoofdstuk bezig te gaan, aangezien daar een vrij nieuw thema behandeld wordt. Deze les werd slechts eenmaal een vraag gesteld, dit keer wel inhoudelijk. In opdracht 4 wordt van leerlingen verwacht dat ze vergelijkingen opstellen met variabelen x , y en z en dat ze met behulp van substitutie van vergelijkingen de waarden van x , y en z bepalen. Hoewel dit stof is die de leerlingen al eerder hebben gehad, was het voor hen te lastig om zelf te bedenken hoe het oplossen op deze manier ook alweer werkte. Verder was de samenwerking in deze les erg positief. Er werd veel overlegd door iedereen uit het groepje en meerdere malen kwamen de leerlingen samen tot het juiste antwoord en vulden ze elkaar goed aan. Nadeel van het werken in een groepje en het feit dat het groepje samen één blad met antwoorden inlevert, is dat uiteindelijk steeds één leerling de antwoorden aan het opschrijven is, terwijl de rest van het groepje dan niks zit te doen.

Verder viel op dat vooral het tekenen van de assenstelsels en het invullen daarvan veel tijd kostte deze les. Dit terwijl het tekenen van assenstelsels niet het belangrijkste van deze les is en daarmee onnodige denktijd voor andere belangrijkere onderdelen weg nam.

Les 3

In de derde les moesten de leerlingen opdracht 7 en 8 zien te maken. Al snel werd duidelijk dat de opgaven significant meer tijd kostten dan de opdrachten die in de eerdere lessen gemaakt werden. Er werd nog steeds veel overlegd, maar het was duidelijk dat eigenlijk alle leerlingen een beetje vast liepen, hoewel ze wel in de goede richting aan het denken waren. Om ervoor te zorgen dat de leerlingen toch verder konden werken, hebben we ze wat tips gegeven. Daarbij hebben we ze niet zozeer antwoorden of richting gegeven, maar vooral extra uitleg of voorbeelden. Bijvoorbeeld het noemen dat alle verzamelingen in een voorwaarde terug moeten komen, of het geven van kleine voorbeelden die bij een bepaalde voorwaarde horen. Met deze specifieke tips konden de leerlingen vaak wel snel uit de voeten, waardoor ze beide opdrachten in de les af hebben gekregen.

Als afsluiting van de praktische opdracht hebben we gepresenteerd hoe zo'n LP er uitzien als je het programmeert en hoe snel er dan een indeling gemaakt kan worden. In het programma zagen leerlingen duidelijk elementen terug die ze zelf zojuist hadden opgesteld en ook het resultaat, een complete indeling voor 299 leerlingen, sprak erg tot de verbeelding. Leerlingen werden meteen een stuk enthousiaster dan toen ze zelf zaten te puzzelen met het opstellen van het LP.

Resultaten leerlingen

In onderstaande tabel is te zien hoe de leerlingen hebben gescoord op de praktische opdracht. Het groepje heeft één gezamenlijk antwoordenformulier ingevuld en daarmee dus ook gezamenlijk een cijfer gekregen. Per opdracht is aangegeven hoeveel punten er zijn gehaald en hoeveel punten er gehaald konden worden.

Opdracht	Behaalde punten	Te behalen punten	
1	2	2	
2	3	3	
3	3	4	
4	6	7	
5	4	5	
6	6	9	
7	9	9	
8	14	14	
Totaal:	47	53	$= (47/53) * 9 + 1 = 9,0$

De leerlingen hebben in totaal 47 van de 53 punten gehaald, waarmee hun cijfer uitkomt op een 9,0. Wel met de kanttekening dat de docent bij opdracht 7 en 8 enige hulp heeft geboden. Zonder die hulp zouden de leerlingen waarschijnlijk nauwelijks punten hebben gescoord voor deze opdrachten.

Analyse

In de analyse bespreken we de resultaten van de test die we met de praktische opdracht hebben gedaan. Hierin wordt bekeken of aan de ontwerpeisen is voldaan.

Ontwerpeis 1

De praktische opdracht is in drie lessen van 50 minuten af te ronden door de leerlingen.

Uit de observatie bleek dat de praktische opdracht in drie lessen van 50 minuten af te ronden is, met daarbij de kanttekening dat bij de laatste twee opdrachten iets meer sturing van de docent nodig is. De opdracht blijkt achteraf goed deelbaar in drie delen, waardoor elke les zijn eigen subthema krijgt. De eerste twee lessen waarin respectievelijk wordt gewerkt aan het handmatig maken van indelingen en het grafisch oplossen van LP's zijn goed binnen de 50 minuten af te ronden. De eerste les kent met opdracht 3 een einde waar leerlingen tot aan de bel mee bezig kunnen zijn, omdat het erg lastig is om met zekerheid te zeggen dat de juiste indeling gevonden is. De tweede les kent een minder open einde, maar lijkt ook rond de 50 minuten te duren. Mochten leerlingen hier eerder mee klaar zijn, dan kunnen ze altijd vast verder kijken naar het volgende gedeelte. Les drie zou zonder ingrijpen van de docent waarschijnlijk niet binnen 50 minuten af te ronden zijn. Leerlingen lopen hier gemakkelijk vast, waarschijnlijk doordat de stof nieuw voor ze is en de uitleg zich beperkt tot enkele voorbeelden. Meer sturing van de docent of een uitgebreidere uitleg op papier zou voor meer duidelijkheid kunnen zorgen. Een uitgebreidere uitleg op papier heeft echter als gevaar dat leerlingen nog meer tekst te verwerken hebben, waardoor het nog ingewikkelder lijkt en ze weer langer aan het lezen zijn.

Concluderend lijkt het dat de opdracht binnen de drie lessen af te ronden is, mits er in de derde les iets meer sturing en informatie wordt verstrekt. Indien er niet voor meer sturing gekozen wordt, maar slechts voor meer tekstuele uitleg, is de opdracht niet binnen drie lessen af te ronden.

Ontwerpeis 2

De praktische opdracht sluit goed aan bij het niveau van leerlingen in 5vwo wiskunde D.

Aangezien de praktische opdracht slechts met één groepje is getest, is het niet mogelijk om een analyse van de grootte van de spreiding te doen. Wel kunnen we concluderen dat het behaalde cijfer, een 9,0, net iets te hoog is vergeleken met het gestelde doel van een cijfer tussen de 7 en de 8. De oorzaak daarvoor ligt met name bij de laatste twee opdrachten. Door het geven van extra uitleg bij die opdrachten werd de opdracht ineens een stuk eenvoudiger. Leerlingen hadden met een kleine tip vaak al meteen het juiste spoor te pakken, terwijl ze zonder tip totaal vast zaten. Het lijkt er op alsof daar geen middenweg in te vinden was, waardoor leerlingen ofwel de volledige 23 punten zouden krijgen of slechts een heel klein deel daarvan. Ook is het zo dat leerlingen vaak niet verder kunnen met de volgende deelopdracht als de vorige niet (correct) is beantwoord. Het zou daarom een idee zijn om de laatste twee opdrachten niet (of minder zwaar) mee te laten wegen in het bepalen van het cijfer. We willen namelijk wel dat de leerlingen alle opdrachten goed kunnen doorlopen om zo een goed beeld van de toepassing te krijgen.

Het niveau van de praktische opdracht lijkt op de laatste twee opdrachten na redelijk aan te sluiten bij het niveau van de leerlingen, maar is wellicht iets aan de makkelijke kant. De laatste twee opdrachten zijn daarentegen zonder hulp eigenlijk iets te moeilijk.

Ontwerpeis 3

De praktische opdracht is zelfgestuurd.

Tijdens de eerste twee lessen is slechts één inhoudelijke vraag gesteld en hebben de leerlingen verder zelfstandig kunnen werken. Pas tijdens de derde les kwamen leerlingen in de problemen doordat ze niet goed wisten wat ze moesten doen. De stof die in die les werd behandeld is totaal nieuw voor de leerlingen en de uitleg en voorbeelden in de praktische opdracht bleken niet genoeg om de leerlingen de details van het opstellen van een LP te laten beheersen. Het lijkt daarom verstandig om de eerste twee lessen zelfgestuurd te laten, maar in de derde les als docent wat meer sturing aan te brengen door het geven van tips. Op die manier zijn leerlingen nog steeds twee lessen bezig met zelf onderzoekend en ontdekkend leren, maar gaat dat niet ten koste van het begrip. Want hoewel het zelf onderzoeken en ontdekken tot meer enthousiasme en motivatie leidt (Norman & Schmidt, 1992), kan die motivatie ook snel afnemen als leerlingen vast lopen. Een andere optie is het toevoegen van extra tekstuele uitleg, inclusief extra voorbeelden, waardoor leerlingen wellicht beter begrijpen hoe ze de opdrachten moeten maken. Hiervoor is wel een extra les nodig, omdat het lezen en begrijpen extra tijd kost en de les nu al aan de krappe kant is voor de twee opdrachten.

Voor het groepje waarmee de praktische opdracht is getest, is de praktische opdracht dus in de eerste twee hoofdstukken erg zelfgestuurd, maar het zelfgestuurde karakter in de laatste twee hoofdstukken zorgt ervoor dat leerlingen vastlopen. Meer sturing (van de docent) in de laatste twee hoofdstukken zorgde ervoor dat de leerlingen de praktische opdracht met meer succes en een beter gevoel hebben kunnen afronden.

Ontwerpeis 4

De praktische opdracht is gefocust op een voor leerlingen herkenbaar probleem.

Uit de respons op de vragenlijst achteraf gaand aan het maken van de praktische opdracht blijkt dat leerlingen het probleem erg herkenbaar vonden. Een gemiddelde score van 6,25 (drie keer een 6, eenmaal een 7) duidt erop dat leerlingen een probleem als het indelen van een activiteitendag herkennen.

Ontwerpeis 5

In de praktische opdracht worden de opgestelde leerdoelen behaald.

Leerdoel 1

Leerlingen begrijpen welke wiskunde gebruikt wordt bij het optimaliseren van een indeling voor een activiteitendag.

Door het afwisselen van opdrachten met stukjes theorie en het behandelen van enkele stukken theorie in een opdracht hebben we geprobeerd leerlingen te laten begrijpen welke wiskunde gebruikt wordt bij het optimaliseren van een indeling voor een

activiteitendag. Ook de opbouw in de praktische opdracht speelt daar een rol in. Eerst onderzoeken leerlingen zonder gebruik te maken van wiskunde hoe een indeling gemaakt kan worden. Vervolgens wordt de theorie achter het opstellen van een LP uitgelegd in combinatie met opdrachten, waarna leerlingen een LP opstellen waarmee een indeling gemaakt kan worden. Aan de resultaten van de opdrachten te zien, hebben leerlingen een goed idee gekregen van de wiskunde achter het optimaliseren van een indeling voor een activiteitendag.

Leerdoel 2

Leerlingen kunnen vanuit een lijst met voorwaarden een LP opstellen voor het optimaliseren van een indeling.

In opdracht 7 en 8 van de praktische opdracht leren leerlingen vanuit een lijst met voorwaarden een LP op te stellen voor het optimaliseren van een indeling. In opdracht 7 gebeurt dat stap voor stap, waarbij tussendoor hints en voorbeelden worden gegeven. In opdracht 8 moeten leerlingen zelf het LP opstellen, waarbij ze het LP van opdracht 7 als basis kunnen gebruiken. Uit de test bleek dat dit nog erg lastig was om zelf te doen, maar na extra ondersteuning van de docent lukte dit de leerlingen toch erg goed. Het leerdoel is daarmee niet helemaal gehaald.

Leerdoel 3

Leerlingen kunnen kleine LP's met de hand oplossen.

In hoofdstuk 2 van de praktische opdracht leren leerlingen op een grafische manier een LP op te lossen. Daarbij is ook aandacht voor het handmatig oplossen van kleine lineaire stelsels. Een echt LP voor een indeling wordt al snel te groot om handmatig op te lossen, maar op deze manier benaderen we het oplossen van een LP wel. Zeker als de vragen eenzelfde soort thema hebben als het maken van een indeling zal de link tussen beide snel gelegd worden. De resultaten van de opdrachten uit hoofdstuk 2 geven aan dat het de leerlingen is gelukt om kleine lineaire stelsels met de hand op te lossen. De indelingen in hoofdstuk 1 zijn ook handmatig opgelost, waarmee we kunnen stellen dat het de leerlingen gelukt is om kleine LP's met de hand op te lossen.

Leerdoel 4

Leerlingen begrijpen hoe grote LP's opgelost kunnen worden.

Het uitbreiden van de theorie naar een groot LP gebeurt eigenlijk tijdens de gehele praktische opdracht met als climax opdracht 8. Daarin stellen de leerlingen zelf een LP op die ze niet met de hand kunnen oplossen. Om toch te begrijpen hoe zo'n LP wel opgelost kan worden leggen we aan het einde van de laatste les de link naar het programmeren en laten we leerlingen ook daadwerkelijk zien hoe zo'n programma eruit ziet en hoe snel het een indeling kan maken. Door leerlingen dit te laten zien, proberen we ze sneller te laten begrijpen hoe een LP, zoals ze dat zelf hebben opgesteld, opgelost kan worden. Uit de reacties van leerlingen bleek dat het laten zien van hoe het programma er in programmeertaal uitziet en hoe het werkt ook daadwerkelijk zorgde voor beter begrip van hoe grote LP's opgelost kunnen worden.

6. Conclusie & discussie

In dit hoofdstuk zullen we conclusies trekken uit de zojuist opgestelde resultaten. Daarbij stippen we ook een aantal discussiepunten aan die het onderzoek mogelijkerwijs beïnvloed kunnen hebben. Tot slot doen we nog een aantal aanbevelingen voor verbetering van de praktische opdracht en voor verder onderzoek.

Conclusie & discussie

Uit de resultaten blijkt dat de praktische opdracht binnen drie lesuren van 50 minuten af te ronden is, mits er meer ondersteuning is bij de laatste twee opdrachten. Is die ondersteuning er niet, dan is het nodig om extra tekstuele uitleg te geven, waardoor de praktische opdracht niet meer binnen de drie lessen af te ronden is. Het verlengen van de praktische opdracht is eventueel ook een optie. Binnen het Theoretisch Kader schetsten we al dat er in de drie lessen geen tijd is om in te gaan op de bekende simplexmethode. Voor beter begrip en meer diepgang zou die methode ook nog verder uitgediept kunnen worden als de praktische opdracht wordt uitgebreid. De eis dat de praktische opdracht binnen drie lesuren van 50 minuten af te ronden is, lijkt daarom niet heel realistisch als we rekening willen houden met dat de opdracht zelfgestuurd moet zijn en er genoeg diepgang in de opdracht zit. Een extra les is daarom aan te raden.

Ook het niveau van de praktische opdracht is goed voor leerlingen in 5 vwo wiskunde D. De eerste zes opdrachten zijn goed maakbaar, maar vereisen wel genoeg denkwerk en overleg, kijkend naar de tijd die het groepje leerlingen aan de opdrachten heeft besteed en de hoeveelheid overleg die plaatsvond. De laatste twee opdrachten zijn qua niveau uitdagend, maar wel oplosbaar met wat sturing van de docent. Door het karakter van de laatste twee vragen is het wel vaak het geval dat je ofwel (bijna) alle of (bijna) geen punten krijgt voor de laatste opdrachten. Om een goede becijfering aan deze opdracht te koppelen, adviseren we dan ook om de laatste twee opdrachten minder zwaar of niet mee te laten tellen, maar beter zou nog zijn om de opdracht uit te breiden en meer tekstuele uitleg te geven over het opstellen van een LP.

Verder geven de resultaten aan dat de praktische opdracht erg zelfgestuurd is. Er worden nauwelijks inhoudelijke vragen gesteld en leerlingen kunnen zelfstandig aan het werk. Ook hierbij geldt wel weer dat de laatste twee opdrachten een dusdanig niveau hebben dat er daar wel meer aandacht vanuit de docent nodig is. Het zelfgestuurde karakter kan dan ook beter beperkt blijven tot de eerste zes opdrachten, of er moet extra tekstuele uitleg komen in de laatste twee opdrachten, waardoor ook daar het zelfgestuurde karakter behouden kan worden. Wel plaatsen we een kanttekening bij het onderzoeken van de mate waarop de praktische opdracht zelfgestuurd is. We hebben dit bepaald aan de hand van het aantal vragen dat tijdens de les is gesteld, maar gebruiken daarvoor geen kader. Om een nauwkeuriger beeld te krijgen is het gebruik van een kader wenselijk. Dit kader kan bijvoorbeeld weergeven hoeveel vragen gemiddeld per les worden gesteld.

Het probleem dat tijdens de praktische opdracht behandeld is, het maken van een optimale indeling voor een activiteitendag, is een onderwerp dat herkenbaar is voor leerlingen, blijkt uit de resultaten. Leerlingen gaven in de vragenlijst aan het onderwerp herkenbaar te vinden, waarschijnlijk omdat ze op school vaker met dit soort dagen te maken hebben. De herkenbaarheid zou moeten leiden tot meer enthousiasme, iets wat ook goed terug te zien was tijdens de praktische opdracht.

De resultaten van de vragenlijst zijn verder redelijk eenduidig over het beantwoorden van de onderzoeksvraag. Hoewel de steekproefpopulatie veel te klein is om een significant resultaat aan het onderzoek te koppelen, kunnen we wel concluderen dat de leerlingen die de praktische opdracht hebben gemaakt, ervaren dat de praktische opdracht een positieve bijdrage heeft geleverd aan hun inzicht in de toepassingen van wiskunde. Uit de 7-punten vragenlijst blijkt dat leerlingen zowel voorafgaand aan het maken van de praktische opdracht, als achteraf hetzelfde denken over hoe belangrijk ze wiskunde vinden (5,25/7). Wel geven ze aan beter te begrijpen waarom ze wiskunde moeten leren (5,25/7 vooraf, 5,75/7 achteraf) en geven ze ook aan een beter beeld te hebben van wat toepassingen van wiskunde zijn (5,5/7 vooraf, 6,5/7 achteraf). Daarnaast geven leerlingen in de vragenlijst achteraf aan dat de praktische opdracht ze een beter beeld heeft gegeven over hoe wiskunde wordt toegepast (6,5/7). We kunnen dus stellen dat de geteste populatie de indruk heeft dat het inzicht in de toepasbaarheid van wiskunde verbeterd is.

In de methode gaven we aan dat we het vermoeden hadden dat er een correlatie zit tussen vraag 1 en 2 en vraag 3. We hadden het idee dat leerlingen die vraag 1 en 2 laag scoorden ook vraag 3 laag zouden scoren en waren benieuwd naar hoe dezelfde leerlingen achteraf zouden scoren. Als we naar de resultaten kijken, zien we dat slechts één leerling vraag 1 en 2 laag scoort, maar is het niet zo dat die ook vraag 3 laag scoort. De correlatie die we vermoedden gaat bij de geteste groep dus niet op. Wel is het zo dat leerlingen die vooraf al hoog scoorden op de eerste drie vragen, achteraf nog hoger scoorden. Het lijkt dus niet zo te zijn dat alleen het inzicht verbeterd bij leerlingen die vooraf aangeven een slecht(er) beeld van de toepassingen van wiskunde te hebben.

De algehele conclusie die we kunnen trekken op basis van de resultaten van het groepje dat de praktische opdracht heeft uitgevoerd, is dat de praktische opdracht geschikt is, mits er een paar aanpassingen worden doorgevoerd. De eerste zes opdrachten lijken al goed, maar de laatste twee opdrachten zijn in de huidige situatie net iets te ingewikkeld. Door de docent meer te laten ondersteunen en daarmee een stukje zelfsturing weg te halen uit de praktische opdracht, of door een extra les uit te trekken voor de opdracht en extra tekstuele ondersteuning te bieden, lijkt het grootste probleem verholpen. Verder kunnen we aan de hand van de test concluderen dat voor de leerlingen die de praktische opdracht hebben getest geldt dat het inzicht in de toepasbaarheid van wiskunde licht is gestegen.

Aanbevelingen

Na het trekken van de conclusies willen we nog een aantal aanbevelingen doen. Allereerst zijn er een aantal verbeterpunten te noemen voor de praktische opdracht zelf. Na het testen van de leerlingen, de observaties van de onderzoeker zelf en feedback van begeleiders zijn er een aantal onderdelen te benoemen die verbeterd zouden kunnen worden. Hieronder volgt een opsomming van die mogelijke verbeteringen:

- In de inleiding worden de leerlingen aangespoord zoveel mogelijk zelf te ontdekken om vervolgens meteen te zeggen dat ze veel moeten overleggen met hun groepje. Hier wordt bedoeld dat leerlingen samen onderzoekend bezig moeten en niet te veel aan de docent moeten vragen. Dit kan anders verwoord worden.
- Bij de eerste drie opdrachten staan aantallen voor minimum en maximum aantal deelnemers per activiteit. Hierbij moet ook toegevoegd worden dat het mogelijk is om een activiteit niet in te plannen, zelfs als het minimum groter is dan 0. Verder kan hier nog worden uitgelegd dat het ook mogelijk kan zijn dat er geen oplossing te vinden is. Er zou zelfs een opdracht kunnen worden toegevoegd om leerlingen dat zelf uit te laten vinden.
- Leerlingen gaven aan dat de eerste drie opdrachten erg veel van hetzelfde waren. Echter zit er wel een opbouw in de vragen en we hebben ze opzettelijk zo gemaakt om leerlingen te laten zien dat het indelen steeds lastiger wordt als het aantal deelnemers, activiteiten en blokken groter wordt. Toch is het misschien mogelijk om een opdracht te vervangen door een andere opdracht, bijvoorbeeld eentje waarbij geen oplossing mogelijk is.
- In opdracht 4 lijken deelvraag b) en d) teveel op elkaar. Hoewel de aanpak in beide deelvragen anders is, komt er hetzelfde antwoord uit. Leerlingen die bij b) al het juiste antwoord hebben gevonden, zullen weinig motivatie voelen om bij d) nogmaals hetzelfde uit te rekenen. Leerlingen die niet uit vraag b) kwamen, kunnen op deze manier alsnog de punten van vraag b) binnen halen. Het lijkt verstandig om deelvraag b) om te schrijven naar een zelfde soort vraag met andere getallen om dit te voorkomen. Verder hadden leerlingen moeite met het opstellen van de vergelijkingen in deelvraag c). Met behulp van een voorbeeldje zouden leerlingen het sneller weer op moeten kunnen pikken, aangezien ze de stof wel al eerder hebben gehad. Een voorbeeld toevoegen in een theorievak zou hier dus een oplossing kunnen zijn.
- Bij opdracht 5 introduceren we strafpunten, maar alleen voor de activiteiten die je eigenlijk niet wilt doen. Als het gaat om vijf voorkeuren, waarvan je er voor drie wordt ingedeeld, dan geven we dus alleen strafpunten voor de vierde en vijfde keuze. We maken dus geen onderscheid tussen een eerste en een derde keuze, terwijl dat voor leerlingen wel uit kan maken. Je zou dit toe kunnen passen, maar daardoor wordt het model ingewikkelder en moeten we met teveel variabelen werken op dit moment in de praktische opdracht. Wel zou je kunnen vragen hoe leerlingen het aan zouden pakken als je wel onderscheid wilt maken tussen alle keuzes.

- Het tekenen in opdracht 5 en 6 kostte onnodig veel tijd en was niet erg geliefd bij de leerlingen. Het aanleveren van lege assenstelsels op een werkblad scheelt tijd en frustratie bij leerlingen, wat de rest van de praktische opdracht ten goede komt.
- Opdracht 7 en 8 blijken erg lastig voor de leerlingen, hoewel de theorie wel wordt uitgelegd. Extra theorie en voorbeelden zouden hier voor verduidelijking kunnen zorgen. Daarnaast zou het geven van een hint door de docent ook kunnen helpen, maar dat gaat ten koste van de zelfsturing. We adviseren daarom om de uitleg uit te breiden en een extra les toe te voegen aan de lessenreeks.
- Bij vraag 7 en 8 komt wederom naar voren dat aan een minimum en maximum aantal deelnemers voldaan moet worden. Als we hier ook nog mee willen nemen dat sommige blokken niet door gaan vanwege te weinig deelnemers, wordt het LP te ingewikkeld voor de leerlingen. Het is dus goed om expliciet te noemen dat we er vanuit gaan dat alle activiteiten in alle blokken gegeven worden.

Naast de aanbevelingen voor de praktische opdracht hebben we ook nog een aantal aanbevelingen voor verder onderzoek. Dit onderzoek heeft een mooie basis gelegd, maar op verschillende gebieden is er nog verbetering en uitbreiding mogelijk. Hieronder volgt een opsomming van de aanbevelingen voor verder onderzoek.

- Binnen dit onderzoek is vooral veel aandacht geweest voor het ontwikkelen van de praktische opdracht en de theoretische en didactische achtergrond die daarbij komt kijken. Minder aandacht is uitgegaan naar de manier waarop getest werd of de praktische opdracht ook daadwerkelijk invloed heeft op het inzicht in de toepasbaarheid van wiskunde. De vragenlijsten, de observaties en de resultaten van de leerlingen hebben hier wel een beeld over gegeven, maar er is geen onderzoek gedaan naar wat de beste manier is om dit te onderzoeken. In een vervolgonderzoek zou daar meer aandacht aan kunnen worden besteed, zodat de resultaten nauwkeuriger worden.
- Om een significant resultaat te verkrijgen is het ook noodzakelijk om de praktische opdracht grootschaliger te testen. Een groep van 4 leerlingen is bij lange na niet genoeg om betekenisvolle uitspraken te doen over de praktische opdracht. In vervolgonderzoek zou de praktische opdracht in meerdere klassen getest kunnen worden om zo een beter resultaat te verkrijgen.
- Met deze praktische opdracht over lineair programmeren hebben leerlingen via één tak van de wiskunde kennis gemaakt met een toepassing van wiskunde. Echter zijn er nog vele andere toepassingen die ook geschikt zouden zijn voor een dergelijke praktische opdracht. Daarnaast zou het goed zijn als leerlingen vaker met toepassingen van wiskunde geconfronteerd worden. Eén praktische opdracht maakt namelijk niet het verschil, maar als leerlingen continu met dit soort opdrachten te maken krijgen, zullen ze een beter beeld van de toepassingen krijgen.

- Niet alleen andere takken van de wiskunde zijn geschikt voor andere praktische opdrachten, ook binnen het thema lineair programmeren zouden andere opdrachten te maken zijn. Voorbeelden daarvan zijn het toekennen van vliegtuigpersoneel aan bepaalde vluchten (zodat er met zo min mogelijk mensen zoveel mogelijk vluchten gedaan kunnen worden), het kiezen van de juiste strategie bij investeren (zo min mogelijk risico met een hoge kans op winst) en het Traveling Salesman Problem (vind de kortste route die langs alle steden, uit een groep steden, gaat en weer bij het beginpunt uitkomt).
- Tot slot zou een uitbreiding van de praktische opdracht ook goed kunnen slagen. Niet alleen kan de eerder genoemde simplexmethode zonder moeite opgenomen worden in de praktische opdracht, en ook een goede toevoeging zijn, ook kunnen de laatste twee opdrachten nog uitgebreider aan bod komen. Op die manier hebben leerlingen iets meer tijd om na te denken over het opstellen van een LP.

Referenties

- Dantzig, G. B., & Thapa, M. N. (1997). *Linear Programming 1: Introduction*. New York: Springer-Verlag.
- Dantzig, G. B. (1981). Reminiscences about the origins of linear programming. *Technical Report SOL*, 81(5).
- Dawes, J. (2008). Do Data Characteristics Change According to the number of scale points used? An experiment using 5-point, 7-point and 10-point scales. *International Journal of Market Research*, 50(1), 61-77.
- Dijkhuis, J. H., Admiraal, C. J., Verbeek, J. A., De Jong, G., Houwing, H. J., Kuis, J. D., Ten Klooster, F., De Waal, S. K. A., Van Braak, J., Liesting-Maas, J. H. M., Wieringa, M., Van Maarseveen, M. L. M., Hiele, R. D., Romkes, J. E., Haneveld, M., Voets, S., Cornelisse, I. (2014). *Getal & Ruimte vwo A/C deel 2*. Groningen: Noordhoff Uitgevers.
- Hmelo-Silver, C.E. (2004). Problem-Based Learning: What and How Do Students Learn?. *Educational Psychology Review*, 16(3), 235-266.
- Hung, W., Jonassen, D. H., & Liu, R. (2008). Problem-based learning. In J. M. Spector, J. G. van Merriënboer, M. D. Merrill & M. Driscoll (Eds.), *Handbook of research on educational communications and technology* (3rd ed., pp. 485-506). New York, NY, USA: Erlbaum.
- Kantorovich, L. V. (1940). A new method of solving some classes of extremal problems. *Doklady Akad Sci SSSR*, 28, 211-214.
- Lesh, R., Galbraith, P. L., Haines, C. R., & Hurford, A. (2013). *Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies*. Dordrecht: Springer Science+Business Media.
- Norman, G.R., & Schmidt, H.G. (1992). The psychological basis of problem-based learning: A review of the evidence, *Academic Medicine*, 67(9), 557-565.
- Sapire, I., & Mays, T. (2008). *Developing Understanding in Mathematics*. Braamfontein, Zuid-Afrika: SAIDE.
- Schrijver, A. (1998). *Theory of Linear and Integer Programming*. Chichester: John Wiley & Sons Ltd.
- Skemp, R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching*, 77, 20-26.

- Van den Broek, L., Van Haandel, M., Van den Hombergh, D., Piekaar, A., & Van Smaalen, D (2008). *Lineair Programmeren Havo wiskunde D*. Stichting De Wageningse Methode
- Van der Donk, C., & Van Lanen, B. (2016). *Praktijkonderzoek in de school*. Bussum: Uitgeverij Coutinho.
- Van der Zanden, W. J. (2007). Een nadere beschouwing van de praktische opdracht in het onderwijs. Eindhoven: Technische Universiteit Eindhoven.
- Wilkie, K.J., & Sullivan, P. (2017). Exploring intrinsic and extrinsic motivational aspects of middle school students' aspirations fort heir mathematics learning. *Educ Stud Math*, 1-20.
- Yu, R., & Singh, K. (2018). Teacher support, instructional practices, student motivation, And mathematics achievement in high school. *The Journal of Educational Research*, 111:1, 81-94.

Bijlage A: Praktische Opdracht

Praktische Opdracht

Lineair Programmeren

Een indeling voor een activiteitendag

Stef Kleinluchtenbeld

Inleiding

Op het Staring College in Borculo wordt ieder jaar een activiteitendag georganiseerd. In drie blokken doen leerlingen drie verschillende activiteiten. Voorafgaand aan de activiteitendag kunnen leerlingen opgeven welke van de ruim 20 activiteiten hun voorkeur hebben. Om alle leerlingen zoveel mogelijk hun zin te geven, willen we een zo goed mogelijke indeling voor deze activiteitendag maken. We willen zoveel mogelijk leerlingen hun hoogste voorkeuren voor activiteiten geven. Je kunt je echter voorstellen dat dit met ongeveer 300 in te delen leerlingen erg moeilijk is. Hoe hou je het overzicht en hoe weet je zeker wat de beste oplossing is? In deze praktische opdracht ga je ontdekken hoe wiskunde hier een belangrijke rol in kan spelen.

Deze opdracht maak je in een groepje van 4 leerlingen. Probeer bij elke opdracht steeds eerst zelf naar de opdracht te kijken en overleg daarna met de rest van je groepje over het juiste antwoord. Uiteindelijk leveren jullie als groepje gezamenlijk de antwoorden in.

Probeer tijdens deze praktische opdracht zoveel mogelijk zelf te ontdekken en veel te overleggen met de rest van je groepje. Als je ergens echt niet uitkomt of iets echt niet snapt, mag je het altijd aan de docent vragen.

Heel veel succes!

Het maken van een indeling

Om een beter beeld te krijgen van hoe een indeling voor een activiteitendag eruit ziet, zal je eerst drie voorbeeldopdrachten doorlopen. Je zal in alle opdrachten proberen een zo goed mogelijke indeling te maken. Dat doe je niet voor alle 300 leerlingen, maar voor een gedeelte daarvan.

Opdracht 1

Hieronder staan twee ingevulde tabellen. De eerste tabel bevat vijf leerlingen met hun drie voorkeuren voor activiteiten. De tweede tabel bevat zeven activiteiten met een minimum en maximum aantal deelnemers per blok. Probeer bij het indelen van de leerlingen voor activiteiten mogelijk leerlingen de eerste en tweede keuze te geven. Lukt dat niet, probeer dan pas de derde keuze. De leerlingen moeten allemaal in beide blokken worden ingedeeld en mogen niet twee keer dezelfde activiteit doen. Verder maakt de volgorde van de activiteiten niet uit. Het is dus niet zo dat ze eerst hun eerste voorkeur en daarna hun tweede voorkeur moeten doen.

- c) **Maak in de lege tabel op werkblad 1 de indeling voor deze leerlingen. Hou hierbij rekening met het minimum en maximum aantal deelnemers per blok.**

Naam	Voorkeur 1	Voorkeur 2	Voorkeur 3
Max	Tennis	Boardingvoetbal	Freerunning
Bram	Vissen	Tennis	Boardingvoetbal
Hiska	Nail-art	Dansen	Film kijken
Loes	Nail-art	Vissen	Dansen
Tom	Tennis	Boardingvoetbal	Film kijken

Activiteit	Minimum	Maximum
Tennis	2	4
Boardingvoetbal	2	8
Freerunning	0	2
Vissen	0	2
Nail-art	0	1
Dansen	0	1
Film kijken	0	1

Als een leerling voor een eerste voorkeur wordt ingedeeld, levert dat geen strafpunten op. Een tweede voorkeur levert 1 strafpunt op en een derde voorkeur 2 strafpunten.

- d) **Hoeveel strafpunten levert de indeling die je zojuist gemaakt hebt op?**

Opdracht 2

Onderstaande tabellen zijn vergelijkbaar met de tabellen uit opdracht 1. Het enige verschil is dat de eerste tabel is aangevuld met drie extra leerlingen.

- c) Maak in de lege tabel op werkblad 1 de indeling voor deze leerlingen. Let wederom op het minimum en maximum aantal deelnemers en zorg voor zo min mogelijk strafpunten.
- d) Hoeveel strafpunten levert deze indeling op? Ga uit van dezelfde regeling voor strafpunten als in opdracht 1.

Naam	Voorkeur 1	Voorkeur 2	Voorkeur 3
Max	Tennis	Boardingvoetbal	Freerunning
Bram	Vissen	Tennis	Boardingvoetbal
Hiska	Nail-art	Dansen	Film kijken
Loes	Nail-art	Vissen	Dansen
Tom	Tennis	Boardingvoetbal	Film kijken
Fleur	Dansen	Nail-art	Tennis
Maartje	Nail-art	Film kijken	Dansen
Sem	Tennis	Boardingvoetbal	Freerunning

Activiteit	Minimum	Maximum
Tennis	2	4
Boardingvoetbal	2	8
Freerunning	0	2
Vissen	0	2
Nail-art	0	1
Dansen	0	1
Film kijken	0	1

Opdracht 3

Onder de opdracht staan weer twee tabellen, wederom aangevuld met extra leerlingen. Ook is het maximum aantal deelnemers van een aantal activiteiten verhoogd en is er een extra voorkeur aangegeven. De indeling zal nu uit drie blokken bestaan. Alle leerlingen moeten in alle drie de blokken een activiteit doen en deze mag nooit hetzelfde zijn als in een van de andere blokken.

- c) Maak in de lege tabel op werkblad 1 de indeling voor deze leerlingen. Let wederom op het minimum en maximum aantal deelnemers en zorg voor zo min mogelijk strafpunten.
- d) Hoeveel strafpunten levert deze indeling op? Ga uit van dezelfde regeling voor strafpunten als in opdracht 1. Een vierde voorkeur levert 3 strafpunten op.

Naam	Voorkeur 1	Voorkeur 2	Voorkeur 3	Voorkeur 4
Max	Tennis	Boardingvoetbal	Freerunning	Vissen
Bram	Vissen	Tennis	Boardingvoetbal	Freerunning
Hiska	Nail-art	Dansen	Film kijken	Tennis
Loes	Nail-art	Vissen	Dansen	Boardingvoetbal
Tom	Tennis	Boardingvoetbal	Film kijken	Vissen
Fleur	Dansen	Nail-art	Tennis	Film kijken
Maartje	Nail-art	Film kijken	Dansen	Tennis
Sem	Tennis	Boardingvoetbal	Freerunning	Dansen
Tijn	Freerunning	Boardingvoetbal	Tennis	Vissen
Hannah	Film kijken	Nail-art	Dansen	Tennis
Emma	Dansen	Tennis	Vissen	Freerunning
Cas	Vissen	Film kijken	Tennis	Boardingvoetbal

Activiteit	Minimum	Maximum
Tennis	2	4
Boardingvoetbal	2	8
Freerunning	0	2
Vissen	0	2
Nail-art	0	2
Dansen	0	2
Film kijken	0	1

Waarschijnlijk heb je gemerkt dat de opdrachten steeds meer tijd kostten om op te lossen. Hoe groter de opdracht wordt (meer leerlingen, meer voorkeuren), hoe moeilijker het is om een goede indeling te maken. Ook wordt het steeds lastiger om te bepalen of de oplossing wel de beste oplossing is die er te vinden is. Stel je voor dat je een indeling moet maken voor 300 leerlingen en meer dan 20 verschillende activiteiten. Het lijkt onmogelijk om dan de beste oplossing te vinden. Om toch die beste oplossing te vinden, zullen we op een wiskundige manier proberen dit probleem op te lossen.

Grafisch oplossen

Je gaat in drie opdrachten ontdekken wat de basis is van de wiskunde achter het maken van een indeling voor de activiteitendag. Deze opdrachten geven weer welke wiskunde gebruikt wordt, maar hebben nog niet de grootte van een echte indeling. Schrijf de uitwerkingen van deze opdrachten per groepje op een leeg vel en lever deze aan het eind van de praktische opdracht in.

Opdracht 4

Tijdens de activiteitendag doet een groep jongens tijdens een blok drie verschillende activiteiten, namelijk: tennis, boardingvoetbal en freerunning. Op 4 jongens na doet iedereen tennis, op 4 na doet iedereen boardingvoetbal en op 4 na doet iedereen freerunning.

- e) Hoeveel jongens doen er tennis? En hoeveel boardingvoetbal en freerunning?**

Deze vraag was op meerdere manieren op te lossen. Door het proberen van een aantal mogelijkheden kom je al snel op het goede antwoord uit. Dat wordt lastiger als de aantallen groter worden. Stel bijvoorbeeld dat op 30 jongens na iedereen tennis doet, op 16 jongens na iedereen boardingvoetbal doet en op 26 jongens na iedereen freerunning doet.

- f) Zoek wederom uit hoeveel jongens aan tennis, boardingvoetbal en freerunning doen.**

Je merkt dat dit al lastiger wordt. Om het probleem makkelijker op te lossen, kun je variabelen invoeren. Noem het aantal jongens dat tennist x , het aantal jongens dat boardingvoetbal doet y en het aantal jongens dat aan freerunning doet z .

- g) Schrijf drie vergelijkingen op waaraan x , y en z moeten voldoen.**

- h) Bepaal met behulp van deze vergelijkingen hoeveel jongens tennissen, boardingvoetbal spelen en aan freerunning doen.**

Opdracht 5

Je wilt een optimale indeling maken voor een activiteitendag waarbij leerlingen vijf voorkeuren voor activiteiten doorgeven en voor drie activiteiten worden ingedeeld. Omdat het niet mogelijk is om iedereen de eerste drie voorkeuren te geven, wordt er gewerkt met strafpunten. Als een leerling voor de vierde keuze wordt ingedeeld, levert dat één strafpunt op, terwijl een vijfde keuze twee strafpunten oplevert.

- d) Stel een vergelijking op voor S , het totaal aantal strafpunten. Gebruik hierbij dat x het aantal leerlingen is dat een vierde keuze krijgt en y het aantal leerlingen dat een vijfde keuze krijgt.**

Alle punten (x, y) die samen 50 strafpunten geven, liggen op een rechte lijn. Dit noemen we een **isolijn**. Een isolijn geeft alle punten weer waarbij de combinatie van x en y dezelfde waarde van S geeft.

- e) **Teken in een assenstelsel de isolijn met $S = 50$. Doe hetzelfde voor $S = 40$ en $S = 100$. Verklaar waarom de isolijnen evenwijdig zijn.**
- f) **Als er in totaal 40 strafpunten zijn en er zijn 10 leerlingen met een vijfde keuze, hoeveel leerlingen hebben dan een vierde keuze gekregen?**

Opdracht 6

Bij het maken van een indeling wil je zoveel mogelijk leerlingen de eerste en tweede keuze geven. Je weet echter al dat we maximaal 60 leerlingen een eerste keuze kunnen geven en 80 leerlingen een tweede keuze. Ook weet je dat de eerste en tweede keuze samen maar 100 keer gegeven kunnen worden. Noem het aantal keer dat leerlingen een eerste keuze krijgen x en het aantal keer dat leerlingen een tweede keuze krijgen y . Natuurlijk moet gelden: $x \geq 0$ en $y \geq 0$.

- f) **Aan welke drie andere ongelijkheden moeten x en y voldoen, lettend op de eisen die gegeven zijn?**
- g) **Kleur in een assenstelsel het toelaatbare gebied; het gebied waarin alle punten liggen die voldoen aan alle vijf de voorwaarden. Teken hiervoor eerst de grenslijnen.**

Als een leerling wordt ingedeeld op zijn eerste keuze, levert dat 2 bonuspunten op. Een tweede keuze geeft 1 bonuspunt.

- h) **Geef een formule voor het totaal aantal bonuspunten, uitgedrukt in x en y .**

Je wilt zoveel mogelijk bonuspunten halen. Dat betekent dat je de functie voor de bonuspunten (berekend bij c) wilt maximaliseren. Deze functie noemen we ook wel de **doelfunctie**.

- i) **Teken enkele isolijnen van de doelfunctie.**
- j) **Bij welke combinatie van x en y halen we de meeste bonuspunten? Hoeveel zijn dat er? En hoe is dat te zien met behulp van isolijnen?**

Randwandelmethode

Door verschillende isolijnen te tekenen kun je erachter komen welke combinatie de beste oplossing geeft. Deze beste oplossing bevindt zich altijd op de grens van het toelaatbare gebied. Het is daarom niet nodig om steeds isolijnen te tekenen. Door in elk hoekpunt van het toelaatbare gebied te berekenen wat daar de waarde van de doelfunctie is, kun je erachter komen welk punt de beste oplossing geeft. Deze methode wordt de **randwandelmethode** genoemd.

Meerdere variabelen

Tot nu toe heb je alleen maar voorbeelden gezien waar twee variabelen waren (x en y). Je hebt gezien dat met behulp van isolijnen en de randwandelmethode een beste oplossing te vinden is als je de doelfunctie wilt maximaliseren. Ditzelfde kun je ook doen als je de doelfunctie wilt minimaliseren. In dat geval zoek je niet naar de hoogst mogelijke waarde, maar naar de laagst mogelijke waarde.

Met twee variabelen is het goed te doen om isolijnen te tekenen en de randwandelmethode toe te passen. Dat wordt al een stuk lastiger als je drie variabelen hebt. Bedenk maar: isolijnen worden dan isovlakken en je moet in 3D gaan tekenen. Hoewel dit nog steeds mogelijk is, wordt het al ingewikkelder. Echter, heb je nog meer variabelen, dan wordt het onmogelijk om dit nog te tekenen. Er zal dus een andere manier gevonden moeten worden om alsnog een beste oplossing te vinden. Met de komst van computers is daarin een manier gevonden. Computers kunnen namelijk veel sneller rekenen dan dat mensen dat kunnen. Het enige wat je nog moet doen, is het juist invoeren van alle voorwaarden van het probleem.

Lineair programmeren

De manier van opschrijven die je gaat gebruiken staat bekend als lineair programmeren. Met behulp van een aantal lineaire (on)gelijkheden en een doelfunctie beschrijf je het probleem zodat de computer het voor ons kan oplossen. Zo'n lineair programma (LP) is opgebouwd uit vijf onderdelen: verzamelingen, parameters, variabelen, voorwaarden en de doelfunctie. Aan de hand van een opdracht doorloop je hoe al deze onderdelen eruit zien en welke notatie er gebruikt wordt om dit overzichtelijk weer te geven.

Opdracht 7

Bekijk het volgende probleem:

Maak een indeling voor een groep leerlingen voor een activiteitendag. De leerlingen hebben allemaal drie voorkeuren voor activiteiten opgegeven en zullen voor één van die voorkeuractiviteiten worden ingedeeld. Voor alle activiteiten geldt dat er een maximum aantal deelnemers is. Probeer leerlingen zoveel mogelijk in te delen op activiteiten die de hoogste voorkeur hebben.

De tabellen hieronder geven een idee van hoe enkele voorkeuren en eisen van dit probleem eruit zien. Het is slechts een deel van alle deelnemers en activiteiten, dus aan de hand van deze tabellen kan nog geen indeling gemaakt worden.

Naam	Voorkeur 1	Voorkeur 2	Voorkeur 3
Gijs	Boardingvoetbal	Mountainbiken	Zwemmen
Janna	Tennis	Fitness	Duiken
Kim	Yoga	Ballet	Dancehall
Douwe	Zwemmen	Duiken	Boardingvoetbal
...	...	...	...

Activiteit	Maximum
Tennis	16
Fitness	15
Zwemmen	40
Mountainbiken	20
...	...

Verzamelingen

Het eerste onderdeel is 'verzamelingen'. In een probleem zijn er vaak verschillende groepen van dingen die bij elkaar horen. Zo'n groep noemen we hier een verzameling. Om gemakkelijk naar een verzameling te verwijzen, kies je een letter die de verzameling representeert. Een voorbeeld van zo'n verzameling in het probleem van de indeling van de activiteitendag is de verzameling activiteiten. Hoewel de activiteiten allemaal verschillend zijn, hebben ze namelijk wel dezelfde eigenschap: een maximum aantal deelnemers. Om de groep activiteiten weer te geven, kies je een letter die goed past bij de omschrijving 'activiteiten', bijvoorbeeld de letter 'a'.

- g) Welke verzameling is er nog meer in dit probleem? Noteer deze op werkblad 2 onder de verzameling activiteiten en kies een geschikte letter om hem te omschrijven.**

Parameters

De parameters in het LP zijn waarden die voorafgaand aan het oplossen van het probleem al vast staan. Denk bijvoorbeeld aan het maximum aantal deelnemers per activiteit. Dit is een waarde die al bekend is als het probleem opgelost moet worden. Deze parameters omschrijf je op eenzelfde manier als de verzamelingen. Je moet er alleen rekening mee houden dat het maximum aantal deelnemers niet voor elke activiteit hetzelfde is. Daarom geef je met een subscript aan dat het maximum afhankelijk is van de activiteit: M_a . Als een parameter afhankelijk is van meerdere verzamelingen, geef je beide verzamelingen weer in het subscript, gescheiden door een komma.

- h) Welke tweede parameter is er in dit probleem? Vul deze in op werkblad 2.
HINT: het is een parameter die afhankelijk is van beide verzamelingen.**

Variabelen

In tegenstelling tot de parameters staan de variabelen in het LP nog niet vast. Deze krijgen een waarde toegekend door het programma bij het oplossen van het LP. Het is daarom vaak zo dat de variabelen het belangrijkste doel van het LP weergeven. In dit probleem wil je leerlingen indelen tijdens de activiteitendag. Je weet alleen nog niet welke leerling bij welke activiteit wordt ingedeeld. Een variabele 'ingedeeld' is dus een goed voorbeeld van een variabele. Om onderscheid te maken tussen wel en niet ingedeeld, moet je een wiskundige notatie bedenken die dat weergeeft. Vaak wordt in zo'n situatie gekozen om de variabele de waarde 0 of 1 te geven. In dit geval betekent de waarde 0 niet ingedeeld en de waarde 1 wel ingedeeld.

NB: Als een variabele x alleen maar de waarde 0 of 1 kan hebben, geef je dat als volgt weer: $x \in \{0,1\}$.

- i) Geef op werkblad 2 aan welk subscript hoort bij de variabele 'ingedeeld'.
LET OP: ook hier gebruik je weer één of meerdere verzamelingen voor in het subscript.**

Voorwaarden

Vervolgens gebruik je de parameters en de variabelen die je zojuist hebt opgesteld om de voorwaarden van het LP wiskundig op te schrijven. De voorwaarden zijn alle eisen waar het programma rekening mee moet houden. In dit probleem is bijvoorbeeld één van de eisen dat elke leerling voor precies één activiteit wordt ingedeeld.

Stel dat je de variabele $x_{a,b}$ hebt, waarbij $x_{a,b} \in \{0,1\}$ en waar 'a' staat voor activiteiten en 'b' voor de verzameling blokken. Als je wilt dat in elk blok precies één activiteit plaatsvindt, noteer je dat als volgt:

$$\sum_a x_{a,b} = 1 \quad \forall_b$$

Je ziet links een sommatie over $x_{a,b}$ over alle waarden van 'a' (aangegeven onder het sommatieteken). Dit betekent dat voor een bepaald blok 'b' de waardes van alle variabelen $x_{a,b}$ voor alle verschillende activiteiten bij elkaar opgeteld worden. Deze sommatie moet gelijk zijn aan 1, wat betekent dat er maar voor één activiteit mag gelden dat $x_{a,b} = 1$.

Rechts zie je $\forall_b$ staan. Dit betekent dat deze vergelijking geldt voor elke 'b'. Er moet dus in ieder blok gelden dat er precies één activiteit plaatsvindt.

j) Vul op werkblad 2 de eerste voorwaarde aan die aangeeft dat elke leerling voor precies 1 activiteit wordt ingedeeld. Denk daarbij aan de volgende punten:

- Over welke verzameling sommeer je?
- Welke verzameling hoort er achter het 'voor elke' teken?

k) Vul op werkblad 2 de twee overige voorwaarden in.

Doelfunctie

Tot slot geeft de doelfunctie weer wat je precies wilt bereiken. Dit is het minimaliseren of maximaliseren van een bepaalde waarde. In dit probleem wil je leerlingen indelen voor activiteiten van de beste voorkeuren, het liefst de eerste voorkeur. Je minimaliseert daarom over de waardes van de ingedeelde activiteiten.

l) Vul op werkblad 2 de rest van de doelfunctie in. Denk daarbij aan de volgende punten:

- Hoe kun je sommeren over precies alle ingedeelde voorkeuren?
- Welke subscripts horen daarbij?
- Over welke verzamelingen sommeer je?

Indelen van de activiteitendag

Nu je hebt gezien hoe je een LP opstelt, kun je dit doen voor het maken van een indeling van de activiteitendag zoals die op het Staring College wordt gehouden. Dit LP lijkt erg veel op het LP dat je zojuist hebt opgesteld, maar er zijn wat extra eisen en voorkeuren. Hieronder volgt een beschrijving van het probleem met een aantal voorbeeld tabellen.

Opdracht 8

Bekijk het volgende probleem:

Maak een indeling voor 300 leerlingen voor een activiteitendag. De leerlingen hebben allemaal vijf voorkeuren voor activiteiten opgegeven en zullen voor drie van die voorkeuractiviteiten worden ingedeeld in drie verschillende blokken. Voor alle activiteiten geldt dat er een minimum en een maximum aantal deelnemers is. Probeer leerlingen zoveel mogelijk in te delen op activiteiten die de hoogste voorkeur hebben.

Naam	Voorkeur 1	Voorkeur 2	Voorkeur 3	Voorkeur 4	Voorkeur 5
Stan	Tennis	Boardingvoetbal	Zeskamp	Freerunning	Vissen
Paul	Schilderen	Vissen	Zwemmen	Yoga	Tennis
Claire	Klimmen	Zeskamp	Tennis	Dancehall	Schilderen
Evelien	Yoga	Ballet	Zwemmen	Spelletjes	Schilderen
...	...	...	...	...	...

	Blok 1		Blok 2		Blok 3	
Activiteit	Minimum	Maximum	Minimum	Maximum	Minimum	Maximum
Tennis	6	16	6	16	6	16
Zeskamp	8	30	8	30	8	30
Zwemmen	0	0	10	40	10	40
Yoga	6	12	6	12	6	12
...	...	...	...	...	...	...

b) Stel een LP op voor dit probleem. Denk daarbij aan de volgende punten:

- Wat is er veranderd ten opzichte van opdracht 7?
- Zijn er nieuwe verzamelingen en parameters?
- Moeten er subsets worden aangepast?
- Zijn er nieuwe voorwaarden?
- Is de doelfunctie hetzelfde gebleven?

Naast de eisen en wensen die je in deze opdracht hebt gezien, zijn er nog meer uitbreidingen van het probleem mogelijk. Zo zou je kunnen overwegen om leerlingen ook voorkeuren op te laten geven voor andere leerlingen waarmee ze activiteiten willen doen. Daarnaast is het misschien wel mogelijk dat sommige activiteiten meerdere blokken duren. Dit soort uitbreidingen maken het LP weer een stuk ingewikkelder.

Extra opdracht

Je hebt in deze praktische opdracht een LP opgesteld voor het maken van een indeling voor een activiteitendag. Er zijn naast deze toepassing echter nog veel meer toepassingen waarbij het opstellen en oplossen van een LP kan helpen om tot een optimale oplossing te komen. Een voorbeeld daarvan is het maken van een rooster op school, waarbij leerlingen en klassen ingepland moeten worden voor allerlei vakken met zo min mogelijk tussenuren.

- b) Bedenk met welke voorwaarden je rekening moet houden bij het maken van een rooster op school. Schrijf deze in woorden op.**

Werkblad 1

Opdracht 1

	Blok 1	Blok 2
Max		
Bram		
Hiska		
Loes		
Tom		

Opdracht 2

	Blok 1	Blok 2
Max		
Bram		
Hiska		
Loes		
Tom		
Fleur		
Maartje		
Sem		

Opdracht 3

	Blok 1	Blok 2	Blok 3
Max			
Bram			
Hiska			
Loes			
Tom			
Fleur			
Maartje			
Sem			
Tijn			
Hannah			
Emma			
Cas			

Werkblad 2

Verzamelingen

Activiteiten

a

...

...

Parameters

Maximum

M_a

...

...

Variabelen

Ingedeeld

$i_{...} \in \{0,1\}$

Voorwaarden

$$\sum_{...} i_{...} = 1$$

$\forall_{...}$

$$\sum_{...} \leq$$

$\forall_a$

$\leq$

$\forall_{...}$

Doelfunctie

$$\min \sum_{...} i_{...} \cdot ...$$

Bijlage B: Correctievoorschrift

In het correctievoorschrift wordt per opgave het juiste antwoord gegeven samen met het aantal te halen punten. In sommige gevallen zijn meerdere antwoorden juist of is een deel van de punten te halen als het antwoord niet helemaal juist is. In dat geval zal dat worden toegelicht bij de betreffende vraag.

Het maken van een indeling

Bij opdracht 1 t/m 3 kan de indeling op meerdere manieren gemaakt worden. Onderstaande indelingen zijn daarvan voorbeelden. Let bij het nakijken goed op het minimum en maximum aantal deelnemers per activiteit per blok.

In vraag b) van opgave 1 t/m 3 wordt om een aantal strafpunten gevraagd. Het gegeven antwoord is het strafpuntenaantal van de best mogelijke indeling. Als leerlingen bij deelvraag a) een andere indeling hebben gemaakt, kan daar een ander strafpuntentotaal uitkomen. Zolang het aantal strafpunten overeenkomt met de indeling, is dit juist.

Opdracht 1 (2 punten)

1 a)

	Blok 1	Blok 2
Max	Tennis	Boardingvoetbal
Bram	Tennis	Vissen
Hiska	Nail-art	Dansen
Loes	Vissen	Nail-art
Tom	Tennis	Boardingvoetbal

1 b)
Bovenstaande indeling levert 5 strafpunten op.

Opdracht 2 (3 punten)

2 a)

	Blok 1	Blok 2
Max	Tennis	Boardingvoetbal
Bram	Vissen	Tennis
Hiska	Film kijken	Dansen
Loes	Vissen	Nail-art
Tom	Tennis	Boardingvoetbal
Fleur	Dansen	Tennis
Maartje	Nail-art	Film kijken
Sem	Tennis	Boardingvoetbal

1 b)
Bovenstaande indeling levert 11 strafpunten op.

Opdracht 3 (4 punten)**3** a)

	Blok 1	Blok 2	Blok 3
Max	Tennis	Boardingvoetbal	Freerunning
Bram	Vissen	Boardingvoetbal	Tennis
Hiska	Tennis	Dansen	Nail-art
Loes	Nail-art	Vissen	Dansen
Tom	Tennis	Boardingvoetbal	Vissen
Fleur	Dansen	Nail-art	Tennis
Maartje	Nail-art	Film kijken	Dansen
Sem	Tennis	Boardingvoetbal	Freerunning
Tijn	Freerunning	Boardingvoetbal	Tennis
Hannah	Film kijken	Dansen	Nail-art
Emma	Dansen	Tennis	Vissen
Cas	Vissen	Tennis	Film kijken

Voor minder goede indelingen zijn minder punten te halen.

39 strafpunten = 2 punten

40 strafpunten = 1 punt

1**b)**

Bovenstaande indeling levert 38 strafpunten op.

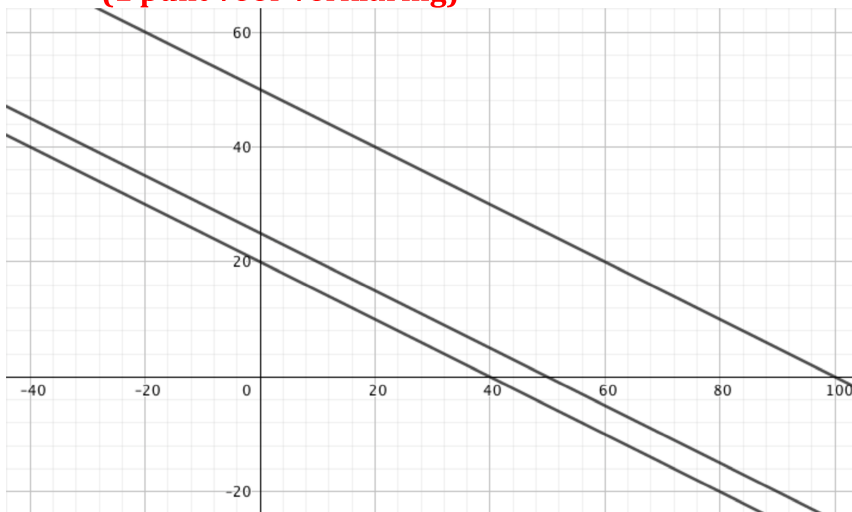
Grafisch oplossen

Opdracht 4 (7 punten)

- 1 a)**
Er doen 2 jongens tennis, 2 jongens boardingvoetbal en 2 jongens freerunning.
- 1 b)**
Er doen 6 jongens tennis, 20 jongens boardingvoetbal en 10 jongens freerunning.
- 2 c) (Per foute/missende vergelijking 1 punt eraf)**
 $y + z = 30$
 $x + z = 16$
 $x + y = 26$
- 3 d) (1 punt per stap van onderstaande 3 regels)**
 $2x + 2y + 2z = 72$
 $x + y + z = 36$
 $26 + z = 36$ geeft $z = 10$, dus $x = 6$, $y = 20$ en $z = 10$.
Er doen 6 jongens tennis, 20 jongens boardingvoetbal en 10 jongens freerunning.
Geen punten toekennen als het antwoord niet is berekend met behulp van de vergelijkingen. Missen van de conclusie is 1 punt aftrek.

Opdracht 5 (5 punten)

- 1 a)**
 $S = x + 2y$
- 3 b) (2 punten voor isolijnen, per foute isolijn 1 punt aftrek)
(1 punt voor verklaring)**



De isolijnen zijn evenwijdig, omdat de richtingscoëfficiënt van de functie gelijk blijft.

- 1 c)**
 $40 = x + 2 * 10$ geeft $x = 20$
Er zijn 20 leerlingen die een vierde keuze hebben gekregen.

Opdracht 6 (9 punten)

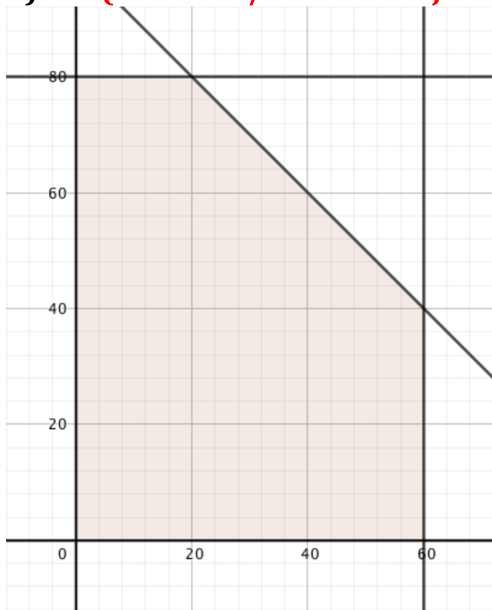
2 a) (Per foute/missende vergelijking 1 punt eraf)

$$x \leq 60$$

$$y \leq 80$$

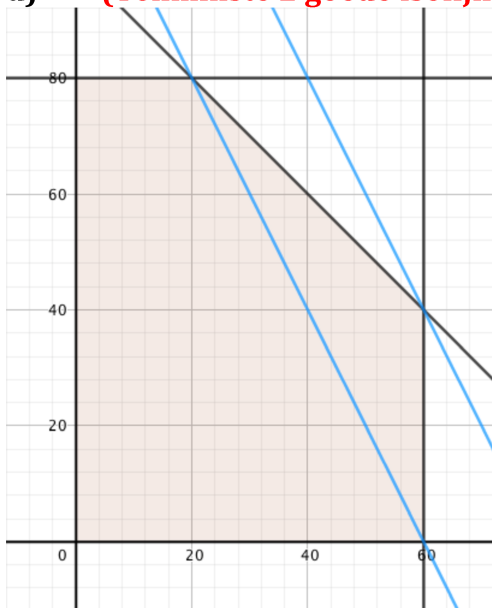
$$x + y \leq 100$$

3 b) (Per foute/missende lijn 1 punt eraf)



1 c)
 $B = 2x + y$

1 d) (Tenminste 2 goede isolijnen, per foute lijn 1 punt eraf)



2 e) (1 punt voor juiste combinatie, 1 punt voor uitleg)

Bij $x = 60$ en $y = 40$ haal je de meeste bonuspunten, namelijk 160.

Dat is met behulp van isolijnen te zien doordat de 160-isolijn de meest rechtse isolijn is die het toelaatbare gebied nog raakt.

Lineair programmeren

Opdracht 7 (9 punten)

Verzamelingen

Activiteiten	a	
Leerlingen	l	1

Parameters

Maximum	M_a	
Voorkeur	$V_{l,a}$ (of $V_{a,l}$)	1

Variabelen

Ingedeeld	$i_{l,a} \in \{0,1\}$	1
-----------	-----------------------	----------

Voorwaarden

$\sum_a i_{l,a} = 1$	$\forall_l$	1
----------------------	-------------	----------

$\sum_l i_{l,a} \leq M_a$	$\forall_a$	1
---------------------------	-------------	----------

$i_{l,a} \leq V_{l,a}$	$\forall_{l,a}$	2
------------------------	-----------------	----------

Doelfunctie

$\min \sum_{l,a} i_{l,a} \cdot V_{l,a}$		2
---	--	----------

Opdracht 8 (14 punten)

Verzamelingen

Activiteiten	a	
Leerlingen	l	
Blokken	b	1

Parameters

Aantal blokken	B	1
Maximum	$M_{a,b}^+$	1
Minimum	$M_{a,b}^-$	1
Voorkeur	$V_{l,a}$ (of $V_{a,l}$)	

Variabelen

Ingedeeld	$i_{l,a,b} \in \{0,1\}$	1
-----------	-------------------------	---

Voorwaarden

$\sum_a i_{l,a,b} = 1$	$\forall_{l,b}$	1
$\sum_{a,b} i_{l,a,b} = B$	$\forall_l$	2
$\sum_l i_{l,a,b} \leq M_{a,b}^+$	$\forall_{a,b}$	1
$\sum_l i_{l,a,b} \leq M_{a,b}^-$	$\forall_{a,b}$	1
$\sum_b i_{l,a,b} \leq 1$	$\forall_{a,l}$	2
$i_{l,a} \leq V_{l,a}$	$\forall_{l,a,b}$	1

Doelfunctie

$\min \sum_{l,a,b} i_{l,a,b} \cdot V_{l,a}$		1
---	--	---

Bijlage C: Vragenlijst Vooraf

8. Ik vind wiskunde ...

☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Helemaal niet belangrijk			Niet belangrijk, niet onbelangrijk			Heel erg belangrijk

9. Ik begrijp waarom ik wiskunde moet leren.

☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Totaal niet			Enigszins wel, enigszins niet			Absoluut

10. Ik heb een goed beeld van wat toepassingen van wiskunde zijn.

(Hiermee wordt alles behalve lessen op school bedoeld)

☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Totaal niet			Enigszins wel, enigszins niet			Absoluut

Bijlage D: Vragenlijst Achteraf

1. Ik vind wiskunde ...

☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Helemaal niet belangrijk			Niet belangrijk, niet onbelangrijk			Heel erg belangrijk

2. Ik begrijp waarom ik wiskunde moet leren.

☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Totaal niet			Enigszins wel, enigszins niet			Absoluut

3. Ik heb een goed beeld van wat toepassingen van wiskunde zijn.

(Hiermee wordt alles behalve lessen op school bedoeld)

☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Totaal niet			Enigszins wel, enigszins niet			Absoluut

4. Hoe groot is de rol van wiskunde bij het maken van een optimale indeling van een activiteitendag zoals je die in de praktische opdracht hebt gezien?

☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Speelt helemaal geen rol						Speelt een hele grote rol

5. In hoeverre was het onderwerp van de praktische opdracht (een indeling van een activiteitendag) iets herkenbaars voor jou?

(Hiermee bedoelen we of je vaker te maken hebt gehad met dit soort (activiteiten)dagen waarbij leerlingen voor onderdelen ingedeeld werden)

☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Helemaal niet herkenbaar						Heel herkenbaar

6. De praktische opdracht over lineair programmeren heeft mij een beter beeld gegeven over hoe wiskunde wordt toegepast.

☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Helemaal niet						Zeker wel

7. Ik vond de praktische opdracht over lineair programmeren interessant.

☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Zeker niet						Zeker wel