

UNIVERSITEIT TWENTE

Onderzoek voor Onderwijs:
kwantumverstrengeling op het
voortgezet onderwijs

Auteur:

I.C.W.T.A. VAN
VELDHOVEN
s1117181

Docenten

Dr. E. VAN DEN BERG
Dr. J.T. VAN DER VEEN

Verslag voor Onderzoek van Onderwijs (10 EC)
ELAN - Lerarenopleiding
Schoolvak Natuurkunde

12 april 2018

Inhoudsopgave

1	Samenvatting	1
2	Inleiding	3
	Onderzoek	4
3	Methode	5
4	Probleem- en doelstelling	7
	Probleemstelling	7
	Doelstellingen	8
	Onderzoek	8
	Ontwerp	8
	Ontwerpeisen	8
5	Theoretische achtergrond	9
	Onderwijskundige theorie	9
	Kwantumverstrengeling	10
6	Lessen	13
	Inleiding	13
	Opzet lessenserie	13
	Les 1	13
	Les 2	17
	Les 3	20
7	Data-analyse	27
	Vragenlijst	27
	Interviews	29
8	Conclusie & Discussie	31
	Conclusie	31
	Ontwerpeisen	31
	Leerervaring leerlingen	31
	Onderzoeksvraag	31
	Discussie	33
	Terugblik	33
	Vooruitblik	34
	Appendices	35
A	Huiswerkopgaven	37

B Interviews	43
Interview 1	43
Interview 2	44
C Enquête	47
Bibliografie	51

Hoofdstuk 1

Samenvatting

In dit ontwerponderzoek is een lessenserie van drie lessen ontworpen over een onderwerp in de kwantumfysica: kwantumverstrengeling. Een erg belangrijk onderdeel dat hier mee te maken heeft, en waar dieper op ingegaan wordt tijdens de lessen, zijn verschillende mogelijke interpretaties van de kwantummechanica. De lessen zijn gedoceerd aan een 5-vwo-klas en afgesloten met een demonstratiepracticum. Vervolgens is de lessenserie geëvalueerd om op die manier te bekijken of dit een geschikt onderwerp is om te behandelen in het middelbaar onderwijs. Middels een korte vragenlijst is een ruwe schatting gemaakt hoe goed de kennis is overgedragen aan de leerlingen.

In het verslag zijn ook een aantal mogelijke verbeterpunten weergegeven, die tijdens de evaluatie van de lessenserie naar voren zijn gekomen. Het onderwerp kwantumverstrengeling wordt door de leerlingen als interessant ervaren en na de genoemde verbeterpunten te hebben doorgevoerd, kan dit lessenpakket wellicht gebruikt worden als lessenserie voor de middelbare school.

Hoofdstuk 2

Inleiding

Sinds de ontdekking ervan aan het begin van de twintigste eeuw is er geen natuurkundige theorie zo invloedrijk geweest en is er geen theorie die zoveel Nobelprijzen heeft weten te behalen als de kwantumtheorie. Deze theorie, die een belangrijke plaats inneemt in de moderne fysica, wordt door velen gezien als de succesvolste natuurkunde theorie ooit ontwikkeld.

Sinds 2013 is er een nieuw examenprogramma voor het vak natuurkunde op het voortgezet onderwijs. Een van de nieuwe examenonderwerpen die behandeld worden is ‘kwantummechanica’. De eindterm voor dit domein is:

De kandidaat kan in contexten de golf-deeltjedualiteit en de onbepaaldheidsrelatie van Heisenberg toepassen, en de quantisatie van energieniveaus in enkele voorbeelden verklaren aan de hand van een eenvoudig quantumfysisch model (Groenen et al., 2014).

Onderwerpen die veel boeken behandelen in dit domein zijn: golf-deeltjedualiteit, kwantumtunneling, deeltje-in-een-doesje en de onbepaaldheidsrelatie van Heisenberg.

Er zijn nog veel meer onderwerpen in dit domein te bedenken, zo is ook te zien dat in ieder land andere onderwerpen worden behandeld (Stadermann and Goedhart, 2017).

Een onderwerp dat mij persoonlijk altijd heeft aangesproken is kwantumverstrengeling. Kwantumverstrengeling houdt in dat twee deeltjes, op een bepaald niveau met elkaar verstrengeld kunnen zijn. Dat wil zeggen dat bij het aanpassen van de toestand van het ene deeltje, het andere deeltje ook verandert van toestand. Deze verstrengeling vindt plaats ongeacht de afstand tussen de twee deeltjes. Een van de redenen waarom ik kwantumverstrengeling zo’n interessant onderwerp vind, is omdat kwantumverstrengeling wellicht gebruikt kan worden voor (in populair taalgebruik) ‘teleportatie’. Hier zijn ook verschillende populaire wetenschappelijke boeken over geschreven (Zeilinger, 2010; Clegg, 2009). Hiermee heb je een prachtig voorbeeld van hoe fundamenteel onderzoek kan bijdragen aan de technologische vooruitgang in de maatschappij. Tevens is het een fascinerend onderwerp dat aan de wieg heeft gestaan van enkele discussies over de fundamenteen van de kwantumtheorie in de twintigste eeuw.

Ook is de theorie van de kwantumverstrengeling nog niet af. Er zijn namelijk veel vragen omtrent bijvoorbeeld de koppeling tussen de relativiteitstheorie en kwantumverstrengeling. Het feit dat kwantumverstrengeling een theorie is die

nog niet af is, leert de leerlingen dat natuurwetenschappelijk onderzoek niet allemaal al vastligt en bekend is, maar dat er ook nog veel vragen zijn.

Onderzoek

In dit verslag zal een ontwerp van een lessenserie over kwantumverstrengeling gepresenteerd en geëvalueerd worden. De lessenserie bestaat uit 3 verschillende lessen, deze zijn gegeven aan een 5-vwo-klas. Aangezien dit niet een reguliere natuurkunde klas was, maar een technology program klas (een klas die meer over techniek wil weten), had ik in totaal maar 11 leerlingen. Dit zorgde ervoor dat ik de leerlingen goed persoonlijke aandacht kon geven, een nadeel ervan is dat ik maar weinig data heb kunnen vergaren.

De les is geëvalueerd door middel van een enquête, om te bekijken hoe goed de leerlingen stof tot zich hebben genomen. Hieropvolgend zijn er met twee (willekeurig gekozen) leerlingen interviews van ongeveer 7 à 8 minuten geweest, waarbij de leerlingen werd gevraagd meer uitleg te geven op de vragen uit de enquête. Deze interviews zijn opgenomen en uitgeschreven, zie appendix [C](#) voor de gebruikte enquête en appendix [B](#) voor de notulen van de interviews.

Hoofdstuk 3

Methode

Er is een ontwerp gemaakt voor een lessenserie over kwantumverstrengeling. Hier zijn enkele ontwerpeisen aan verbonden, welke zijn besproken met de docent van de klas of welke voortvloeien uit de doelstellingen:

- De lessenserie moet geschikt zijn voor vwo-bovenbouwleerlingen
- Er mag geen kwantumfysische voorkennis vereist zijn voor de lessenserie
- Er moet een demonstratiepracticum in de lessen voorkomen
- Er moet gebruik worden gemaakt van verschillende werkvormen
- De serie bestaat uit maximaal 3 lessen

Om de geschiktheid van het onderwerp kwantumverstrengeling en de effectiviteit van de lessenserie te bepalen hebben de leerlingen na afloop een vragenlijst gekregen, die ze moesten beantwoorden. Alle vragen gingen over onderwerpen die behandeld zijn tijdens de lessen. Er is gekeken naar hoe goed de leerlingen scoren op deze vragenlijst. Tevens is er afzonderlijk gekeken naar de effectiviteit van gedeelten van de gegeven lessen. Dit is gebeurd door het onderwerp van de vragen te koppelen aan de uitleg tijdens de lessen.

Klassenschets

De lessen werden gegeven aan een klas van 11 leerlingen, zowel jongens als meisjes. Dit was een TP klas (technology program), dat wil zeggen dat de leerlingen extra met techniek bezig (willen) zijn. Dit zorgt ervoor dat veel leerlingen uit zichzelf belangstelling hebben voor natuurkunde, alle leerlingen hebben dus ook natuurkunde in hun pakket en hebben een N&T- of N&G-vakkenpakket. Aangezien dit onderdeel niet getoetst zou worden, kan verwacht worden dat leerlingen het niet de moeite waard vinden om op te letten, hier was echter weinig van te merken. Er heerste een goede werksfeer, maar ook een hele informele sfeer. De docent van het vak had een betrekkelijk amicale relatie met de leerlingen, wat zorgt voor een goede sfeer. Uiteraard hadden leerlingen soms moeite als ze zich lang moesten concentreren, maar als ze daar op aangesproken werden, letten ze vervolgens weer goed op.

Een groot nadeel van deze klas was dat sommige leerlingen andere lessen hebben tijdens dit vak, wat erin resulteerde dat van de elf leerlingen er maar

vijf leerlingen zijn die alledrie de lessen hebben gevolgd. Leerlingen die een les hebben gemist vonden het lastig om dit gemis in te halen in de lessen erna, aangezien er geen boek of ander studiemateriaal was waarmee ze alsnog de informatie tot zich hadden kunnen nemen.

De enquête is ingevuld door alle leerlingen die bij de derde les aanwezig waren.

Instrumenten

Er is geen pretest afgenomen bij de leerlingen. Hier is bewust voor gekozen, aangezien de leerlingen nog nooit kwantumfysica hebben gehad en er is aangenomen dat de leerlingen hier nog geen voorkennis over hebben (dit is ook een van de ontwerpisen). De toegevoegde waarde van een pretest werd dus erg klein geacht. Ook was er te weinig tijd om in de 3 lessen tijd vrij te maken voor het invullen van de pretest. Na afloop van de lessenserie is gebruik gemaakt van een vragenlijst welke door acht leerlingen is ingevuld, ook is er bij twee leerlingen een interview afgenomen. De focus van deze beide instrumenten ligt vooral op de kennisoverdracht. Er is dus voornamelijk gecontroleerd in hoeverre de leerlingen de kennis, die hen is toegereikt tijdens de les, nog konden reproduceren. Vragen over hoe interessant of leuk de leerlingen de lessen vonden zijn nagenoeg niet gesteld. De enquêtes zijn geanalyseerd. De vragen zijn nagekeken alsof het een proefwerk betrof, waarbij iedere vraag even veel punten waard is. De uitslag is uitgedrukt in een cijfer. Aan de hand hiervan is geconcludeerd hoe goed de kennis door de leerling is opgenomen.

Met behulp van de enquêtes zijn dezelfde vragen nog eens nagelopen en is geprobeerd de denkstappen van de leerlingen te achterhalen en te controleren of deze overeenkomen met de denkstappen die tijdens de lessen zijn aangeboden. De vragenlijst is te vinden in appendix C, de uitgewerkte interviews zijn te vinden in appendix B. Het gebruikte lesontwerp is te vinden in hoofdstuk 6.

Hoofdstuk 4

Probleem- en doelstelling

Probleemstelling

Natuurkunde is op bijna alle middelbare scholen een verplicht vak in de onderbouw, dit komt onder andere door de technologische vooruitgang in de huidige maatschappij. Om mee te kunnen doen aan het publieke debat over wetenschap of techniek, is enige wetenschappelijke geletterdheid onontbeerlijk (Laugksch, 2000). Desalniettemin weigeren scholieren soms de relevantie van vakken als natuurkunde te erkennen (Stuckey et al.) of erkennen leerlingen wel de relevantie van de wetenschap voor de maatschappij, maar zien ze niet in waarom zij het zouden moeten weten (Sjøberg and Schreiner, 2010).

Het intuïtieve gemis aan relevantie is bij het domein kwantummechanica zo mogelijk nog groter. Aangezien kwantumverschijnselen pas op hele kleine schaal dominant worden, hebben leerlingen hier in het dagelijks leven weinig mee te maken. Tegenwoordig zijn echter zeer veel zaken in de techniek gebaseerd op concepten uit de kwantumfysica. Daarom is het extra belangrijk bij een domein als kwantummechanica de relevantie te benadrukken. De reden dat het onderwerp ‘kwantum-verstrengeling’ zich hier mooi voor leent is dat er al verschillende mogelijke applicaties zijn, in hele diverse gebieden zoals: cryptografie, communicatie of ‘computation’. Zelfs sciencefiction achtige termen als ‘teleportatie’ komen om de hoek kijken wanneer men bezig is met kwantumverstrengeling. Ook staat dit fenomeen aan de wieg van veel wetenschappelijke debatten in de 20ste eeuw naar de diepere laag van de kwantumtheorie. Het fenomeen is zo veelomvattend dat het zelfs de filosofische concepten als vrije wil ter discussie stelt.

Alhoewel in veel landen kwantumverstrengeling niet in het examenprogramma zit, kan het hier wellicht een waardevolle toevoeging op zijn. Een belangrijke eis hiervoor is echter dat het concept niet te abstract moet zijn voor leerlingen van de middelbare school. Hierop volgt de volgende onderzoeksvraag:

Is kwantumverstrengeling een geschikt onderwerp om te doceren op de middelbare school aan vwo-bovenbouwleerlingen?

Aangezien kwantumverstrengeling momenteel niet in het examenprogramma zit, is hier weinig tot geen lesmateriaal over te vinden. Daarom is voor dit onderzoek zelf een lessenserie ontworpen. Dit onderzoek is dus voornamelijk een ontwerponderzoek. Hieruit volgt een belangrijke deelvraag:

Is het mogelijk een lessenserie te ontwerpen over kwantumverstrengeling welke geschikt is voor leerlingen van vwo-bovenbouw?

Doelstellingen

Als gevolg uit de gestelde onderzoeksvragen, heeft mijn onderzoek twee verschillende doelen namelijk: het onderzoeken naar de geschiktheid van kwantumverstrengeling als lesonderwerp op de middelbare school en het ontwerpen van een lessenserie over kwantumverstrengeling. Als onderdeel van de ontwerpcyclus zal mijn uiteindelijke ontwerp getest en geëvalueerd worden.

Onderzoek

Het begin van dit hele project bestaat uit een onderzoek. Middels een literatuurstudie is er meer kennis vergaard over de theoretische achtergrond van kwantumverstrengeling, deze kennis is gebruikt bij het ontwerpen van de lessen.

Ontwerp

Na verrijkt te zijn door een goede theoretische achtergrond, is gepoogd een lessenserie te ontwerpen. Hier is goed gelet op de opbouw in niveau en het op elkaar laten aansluiten van de lessen. Tevens zijn tijdens dit proces de leerdoelen voor de verschillende lessen geformuleerd.

Evaluatie

Na de lessen gegeven te hebben zijn deze geëvalueerd. Dit is onder andere gedaan door de leerlingen een vragenlijst te laten invullen en het interviewen van enkele leerlingen. Aan de hand hiervan is bekeken of kwantumverstrengeling een geschikt onderwerp is om te doceren op de middelbare school. Behalve dat heeft er ook een zelfreflectie plaatsgevonden en zijn concrete verbeterpunten geopperd.

Ontwerpeisen

Het lesontwerp moet aan enkele eisen voldoen. Zo moet de les geschikt zijn voor bovenbouwleerlingen (5 of 6 vwo) en is er geen speciale voorkennis van kwantummechanica vereist. De lessenserie moet niet te veel lessen in beslag nemen. Het moet geschikt zijn voor een volledige klas. Het zou goed zijn wanneer er afgewisseld wordt in werkvormen.

Hoofdstuk 5

Theoretische achtergrond

Onderwijskundige theorie

Er zijn veel verschillende theorieën over hoe leerlingen leren (Bransford et al., 2005). Bij het ontwikkelen van deze lessenserie is uitgegaan van zes veel gehanteerde principes van breinleren (Dirksen et al., 2014; Kralingen and Geerts, 2015). Wanneer een of meerdere van deze principes gehanteerd worden tijdens de lessen, zal leerstof beter beklijven bij de leerlingen, dit omdat bepaalde delen van de hersenen aangesproken worden welke makkelijk nieuwe synapsen aanmaken. Bij ieder principe is aangegeven of en hoe deze in de lessenserie is gebruikt. De zes principes zijn:

Herhalen

Leerzaken herhalen zorgt ervoor dat het eerder beklijft. Geleerde zaken zullen sneller in het langetermijngeheugen terecht komen, waardoor de leerling er langer profijt van zal hebben.

In de lessenserie is aandacht besteed aan herhalen, zo is iedere les begonnen met een herhaling van de vorige les(sen). De leerlingen gaven aan dit erg fijn te vinden.

Voortbouwen op bestaande kennis

Een belangrijke leerstrategie, welke ook is toegepast in mijn lessenserie, is het activeren van de voorkennis en vervolgens voortbouwen op deze bestaande kennis.

In de lessenserie kon niet voortgebouwd worden op de kennis van kwantummechanica, wel is in de eerste les nog veel over klassieke natuurkunde gesproken, welke wel als voorkennis beschouwd is. Ook is de kennis over relativiteit naar boven gehaald om deze vervolgens te kunnen gebruiken.

Emotie

Er kan gebruik worden gemaakt van verschillende emoties; iets wordt bijvoorbeeld spannend gebracht, met behulp van filmpjes, het bevat een wedstrijd-element of ander niet standaard materiaal. Wanneer hier gebruik van gemaakt wordt, zullen leerlingen meer openstaan voor het aanleren van nieuwe kennis.

In mijn lessen heb ik tijdens mijn uitleg geprobeerd voorbeelden te geven die zoveel mogelijk aansluiten bij de leefwereld van de leerlingen. Ook is er een filmpje getoond. Om nog meer te doen met deze vorm van breinleren zou iedere les afgesloten kunnen worden met een korte quiz van enkele vragen.

Gebruik verschillende zintuigen

Wanneer leerlingen meer zintuigen gebruiken dan enkel luisteren naar een docent, zal de kennis eerder opgeslagen worden. Hoe meer zintuigen (tegelijk) gebruikt worden, hoe beter de kennisoverdracht zal zijn.

In de ontworpen lessenserie is geprobeerd hieraan tegemoet te komen door de leerlingen zelf dingen te laten doen. Zo hebben ze zelf kaartjes en hoedjes mogen maken voor het experiment met Bell's ongelijkheid. Ook was het de planning twee leerlingen op twee draaiende krukken te laten zitten voor het aantonen van draaiimpulsbehoud (hier bleken de krukken te veel wrijving voor te hebben).

Focus

Wanneer er een duidelijk doel voor ogen is, zullen leerlingen eerder in staat zijn te leren. Zorg dus voor een duidelijke context en zorg dat de leerstof duidelijk gericht is op een uitkomst.

Dit principe van breinleren is het minst voorgekomen in de ontwikkelde lessen. Uiteindelijk was er wel een samenhang duidelijk, maar deze werd pas te laat duidelijk, waardoor leerlingen niet altijd door hadden waarom ze iets moesten leren.

Creëren

Leerlingen moeten actiever aan de slag gaan dan alleen luisteren naar leerstof. Dit zorgt ervoor dat de hersenen op een andere manier gestimuleerd worden. Dit is ook een van de redenen dat het wisselen van werkvormen zeer gewenst is tijdens lessen.

Tijdens mijn lessen heb ik geprobeerd af te wisselen van werkvorm, zo hebben leerlingen opdrachten moeten maken. Er zou naar gekeken moeten worden of creatie een nog grotere plaats in kan nemen in mijn lessenserie.

Kwantumverstremeling

Sinds het begin van de kwantummechanica zijn er veel onopgelost raadsels. Een daarvan gaat over bepaalde interpretaties van de kwantummechanica. Een van de vraagstukken die eeuwen heeft bestaan, is of licht bestaat uit lichtdeeltjes (fotonen) of lichtgolven. Onder andere Albert Einstein heeft met behulp van het door hem gevonden foto elektrisch effect, willen aantonen dat licht uit deeltjes bestaat. In 1924 heeft Louis de Broglie ([De Broglie, 1929](#)) geprobeerd dit golf- en deeltjesmodel aan elkaar te koppelen door de zogenaamde golf-deeltje dualiteit. Er werd gesuggereerd dat een deeltje (zoals een foton of elektron) bepaalde golfeigenschappen heeft. Deze golf geeft een bepaalde kansverdeling op een te meten eigenschap van het deeltje (bijvoorbeeld de positie).

In een, tot dat moment, deterministische natuurkunde kwam dit als een donderslag bij heldere hemel. Veel wetenschappers konden niet geloven dat deze kansverdeling het laatste woord had. Zij waren van mening dat ook de kwantumfysica deterministisch is, maar dat de onderliggende theorieën (nog) niet

bekend zijn, en dat er om deze reden met kansen gewerkt moet worden. Dit wordt de zogenaamde verborgen variabelen theorie genoemd (waar Albert Einstein ook een groot voorstander van was). Sommige andere natuurkundigen echter waren van mening dat het natuurkundig wereldbeeld bijgewerkt moest worden en de kwantumfysica wel degelijk probabilistisch van aard is en er dus in een kwantumsysteem niets met zekerheid te zeggen valt.

Een belangrijk argument tegen dit probabilistisch wereldbeeld wordt gegeven door Albert Einstein, Boris Podolsky en Nathan Rosen in de beroemde EPR-paradox (Einstein et al., 1935). Hierin wordt gesteld dat het mogelijk is deeltjes met identieke eigenschappen te creëren. Wanneer je zo'n identiek paar deeltjes hebt, A en B, en van deeltje A zou je zeer nauwkeurig de impuls meten, betekent dit dat ook de impuls van deeltje B bekend is (immers zijn de deeltjes identiek). Wanneer vervolgens van deeltje B heel nauwkeurig de positie bepaald zou worden, zou dit Heisenbergs onzekerheidsrelatie schenden (Heisenberg, 1927).

Een vergelijkbaar gedachte experiment schijnt in strijd te zijn met de Kopenhagen interpretatie. Wanneer twee identieke deeltjes A en B zijn gecreëerd en deze worden ver uit elkaar gebracht en vervolgens wordt van deeltje A een bepaalde eigenschap gemeten, kan met zekerheid gesteld worden dat deeltje B dezelfde uitkomst geeft (de deeltjes zijn immers identiek). Echter wanneer uitgegaan wordt van een probabilistische interpretatie (wat de Kopenhageninterpretatie is) ligt van tevoren niet vast wat de uitkomst van de meting op deeltje A zal zijn. Pas na de meting van deeltje A ligt vast wat de uitkomst van de meting is, echter moet B dezelfde uitkomst geven en zou er informatie van deeltje A naar B overgedragen moeten worden welke sneller gaat dan de lichtsnelheid, wat in strijd is met de relativiteitstheorie van Einstein (Einstein, 1905). Het alternatief is een andere interpretatie van de kwantummechanica, de realistische. Deze stelt dat de eigenschappen van de deeltjes bij het creëren al vastliggen. Deze tweelingdeeltjes hebben beide dezelfde lijst met eigenschappen en zullen dus hetzelfde reageren op een gelijke meting. Dit betekent dat er tijdens het meten geen informatie meer tussen de deeltjes uitgewisseld hoeft te worden en dat de relativiteitstheorie niet geschonden wordt. Indien er nog geen theorie bekend is over hoe deeltjes reageren op bepaalde metingen, wordt het de verborgen variabelen theorie genoemd; het feit dat de wetenschap niet van tevoren kan bepalen wat de uitkomst is, betekent niet dat dit niet voor het deeltje van tevoren vastligt.

Lange tijd is dit een punt van discussie geweest binnen de natuurkunde wereld, dat een hoogtepunt vond in de beroemde 'Bohr-Einstein Debates'. Op een gegeven moment heeft John Bell (Bell, 1964) een theoretisch experiment opgesteld om te controleren of de verborgen variabelen theorie kon kloppen voor een kwantumfysisch systeem. In theorie bleek dat dit niet mogelijk was, en dat een kwantumfysisch proces zuiver probabilistisch is. Dit heeft geleid tot de conclusie dat deze tweelingdeeltjes niet aan het lokaliteitsprincipe voldoen, dat wil zeggen dat deeltje A met een oneindig grote snelheid invloed kan uitoefenen op deeltje B, zelfs als ze niet bij elkaar in de buurt zijn. Albert Einstein noemde dit '*Spookachtige actie op een afstand*'. Deze deeltjes zijn blijkbaar met elkaar verbonden via het concept 'kwantumverstrengeling'.

Hoofdstuk 6

Lessen

Inleiding

In dit hoofdstuk zal dieper ingegaan worden op de gegeven lessen. Eerst zal een algehele indruk over de lessenserie gegeven worden, daarna zal per les een korte beschrijving van de les te vinden zijn. Tevens zal er dieper ingegaan worden op de verschillende leerdoelen en de achtergrond achter de gegeven lessen.

Opzet lessenserie

De totale lessenserie bestaat uit 3 lessen van ieder 50 minuten, deze zijn gegeven op het Carmel College Salland. Het doel van deze lessen was om de leerlingen een beeld te geven van bepaalde fundamentele zaken in de moderne natuurkunde (de koppeling tussen relativiteitstheorie en kwantumtheorie). En eventueel ook hoe fundamenteel onderzoek kan bijdragen aan technologische vooruitgang.

Bij het ontwerpen van de lessen is er van uitgegaan dat de leerlingen nog geen kwantumfysica hebben gehad tijdens natuurkundeles, wel was bekend dat de leerlingen enkele weken voor deze lessen het onderwerp relativiteit hebben gehad. Dit zou dus nog vers in het geheugen moeten liggen. Uiteindelijk bleek één leerling een versneld traject te volgen, deze leerling heeft dus al les gehad over kwantumfysica (zoals het onderwerp golf-deeltjedualiteit, wat ook in deze lessen belangrijk is).

Les 1

Lesdoelen

- Leerlingen moeten het begrip determinisme kunnen uitleggen;
- Leerlingen moeten kunnen beargumenteren of een proces deterministisch is;
- Leerlingen moeten kunnen beargumenteren waarom werkelijke kans en een deterministisch wereldbeeld elkaar uitsluiten;
- Leerlingen moeten begrip hebben van wat de Bell-ongelijkheden inhouden;
- Leerlingen moeten bij een gegeven kansverdeling kunnen uitrekenen of deze aan de Bell-ongelijkheden voldoet.

Korte lesbeschrijving

In deze eerste les is de nadruk gelegd op de klassieke natuurkunde. Het begrip determinisme is uitgelegd en hier zijn enkele voorbeelden bij genoemd. Hierna is met verschillende voorbeelden een begin gemaakt aan de Bell-ongelijkheid: $P_{a=b} \leq P_{a=c} + P_{b \neq c}$. Met behulp van kaartjes, waar leerlingen drie twee-waardige variabelen op mochten aanbrengen, is een ‘meting’ gedaan en de Bell-ongelijkheid aangetoond. Een van de voorbeelden voor de leerlingen was het volgende: leerlingen mochten kiezen uit een wit of geel kaartje (variabele 1), hier mochten ze met een rode of blauwe pen (variabele 2) een vierkant of een cirkel op tekenen (variabele drie).

Met behulp van een Venn-diagram is de Bell-ongelijkheid bewezen voor een proces waar 3 variabelen onafhankelijk van elkaar van tevoren vastliggen. Ten slotte hebben de leerlingen kort huiswerkopgaven gemaakt, zie appendix A voor deze opgaven.

Tijdplanning

Tijd	Wat	Wat doen leerlingen	Wat doet docent?
5 min	Introductie		
10 min	Determinisme	Luisteren	OWL
10 min	Opdrachten determinisme	Opdrachten maken	Vragen beantwoorden
10 min	Bell-ongelijkheid	Metingen hoedjes en kaartjes	
15 min	Opdrachten Bell-ongelijkheid	Opdrachten maken	Vragen beantwoorden

Voorbereiding

Als voorbereiding van deze les heeft u rode en groene hoedjes nodig, deze kunnen (eventueel door de leerlingen) zelf geknutseld worden. Het aantal rode en groene petjes bij elkaar moet groter zijn dan het aantal leerlingen in de klas. Ook heeft u een versiering nodig die op het petje geplakt kan worden, zoals bijvoorbeeld een veer.

Ook heeft u rode en blauwe potloden nodig en witte en gele briefjes (uiteraard kunnen de kleuren afwijken).

Opbouw

Determinisme

Aan het begin van de les zal door middel van een onderwijsleergesprek het begrip determinisme worden uitgelegd. De belangrijkste conclusie waartoe de leerlingen uiteindelijk moeten komen is: ‘Determinisme betekent dat de uitkomst van een proces van tevoren vastligt. Wanneer alle begin-variabelen en onderliggende verbanden bekend zijn, kan de uitkomst worden berekend.’ Veel natuurkundige processen kunnen als voorbeeld dienen voor een deterministisch proces. Denk aan bijvoorbeeld berekeningen aan satellietbanen, in dat geval

kan al jaren van tevoren berekend worden waar de satelliet zal eindigen. Een minder intuïtief voorbeeld is de dobbelsteen. Hier wordt vaak over kans gesproken (de kans is bijvoorbeeld 1 op 6 dat je 4 gooit), maar uiteindelijk is ook dit een deterministisch proces. De uitkomst is namelijk volledig afhankelijk van hoe de speler de dobbelsteen gooit, welke krachten hij erop laat werken. Wanneer al deze variabelen bekend zouden zijn (wat doorgaans niet het geval is), is te berekenen hoe de dobbelsteen valt. Echter omdat men, bij het gooien van een dobbelsteen, nooit alle variabelen weet, wordt dit in het dagelijks taalgebruik een kans genoemd. Fysisch bekeken is het werpen van een dobbelsteen deterministisch, alleen zijn de variabelen niet bekend. Dit wordt de ‘verborgen variabelen theorie’ genoemd.

Bell-ongelijkheid

Er zal nu een experiment met de leerlingen gedaan worden. Als voorbereiding heeft u rode of groene hoedjes nodig en een aantal veren. De leerlingen mogen zelf een hoedje kiezen en mogen kiezen of ze wel of geen veertje op het hoedje plakken. In dit experiment zal naar 3 eigenschappen worden gekeken te weten: 1) de kleur van het hoedje; 2) wel of geen veer; 3) is de leerling een jongen of een meisje.

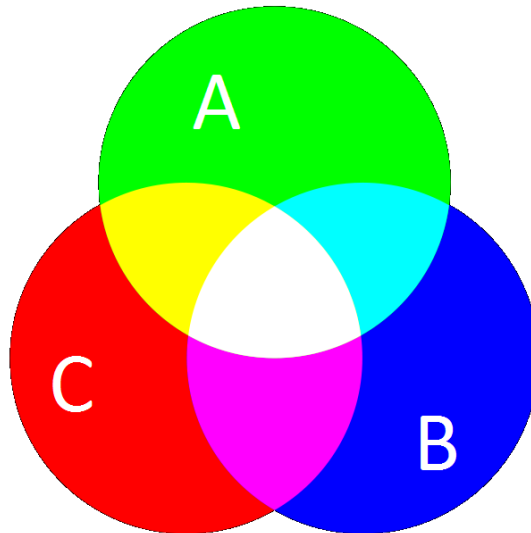
Hierover kan de volgende uitspraak gedaan worden:

Het aantal jongens met een rode hoed \leq het aantal jongens met een veer op hun hoed + het aantal meisjes zonder veer. ($N(A=B) \leq N(A=C) + N(B \neq C)$)

Om te laten merken dat dit ook werkt zonder dat de observator op de hoogte is van de variabelen (deze zijn dan dus verborgen) kunt u het volgende doen: de leerlingen kiezen een kleur papiertje (wit of geel) en tekenen daar met rode dan wel blauwe pen een cirkel of een vierkant op. Zonder dat de leerlingen deze briefjes aan de observator laten zien kan deze de volgende uitspraak doen:

Het aantal gele briefjes met een vierkant \leq het aantal gele briefjes met een rode vorm + het aantal papiertjes met een blauw vierkant.

De uitleg hiervan kan gegeven worden met een venn diagram zoals in figuur 6.1.



FIGUUR 6.1: Venn-diagram van systemen met drie tweewaardige eigenschappen

De cirkel A geeft hier de kleur van het papier weer, waarbij gele papiertjes de oppervlakte binnen de cirkel weergeven.

Cirkel B geeft de getekende vorm weer, waarbij binnen de cirkel de getekende vierkanten zijn.

Cirkel C geeft de kleur van de vorm, waarbij binnen de cirkel rood is.

De overlap tussen cirkel A en B (hier cyaan en wit gekleurd) geeft dus alle vierkanten op een geel papiertje weer.

De overlap tussen cirkel A en C (hier geel en wit gekleurd) geeft dus het aantal rode vormen op een geel papiertje aan.

De papiertjes met een blauw vierkant wordt weergegeven door alles wat wel in cirkel B valt maar niet in cirkel C (blauw en cyaan).

Hieruit volgt dat het cyaan en witte oppervlak $N(A=B)$, altijd kleiner zal zijn dan het gele en witte oppervlak $N(A=C)$ + het blauwe en cyaan oppervlak $N(B \neq C)$. Dat betekent dat de Bell-ongelijkheid altijd geldt op het moment dat alle eigenschappen vastliggen, wat altijd het geval is in een deterministisch proces. Hieruit kan dus de belangrijke conclusie getrokken worden:

Wanneer een proces deterministisch is, moet er altijd aan de Bell-ongelijkheden worden voldaan.

Reflectie

Ik denk dat dit een geslaagde les was. De leerlingen deden enthousiast mee en gaven aan het einde van de les aan het in ieder geval een leuke les te vinden. Ook de antwoorden die ik kreeg, gaven aan dat de leerlingen goed begrepen hebben wat determinisme is en hoe zich dit verhoudt tot de Bell-ongelijkheden. Iets wat ik in de toekomst anders zou doen is al tijdens deze les de abstracte vorm van de Bell-ongelijkheid opschrijven (in termen van A, B en C) en misschien

leerlingen dan ook zelf een Bell-ongelijkheid op laten stellen. In de tweede les vonden leerlingen het erg lastig toen ik ineens een abstractiestap verder ging. Tijdens deze les zit alles nog vers in het geheugen, en kan deze stap wellicht makkelijker genomen worden.

Les 2

Lesdoelen

- Leerlingen moeten verschillende kansprocessen in de kwantumtheorie op kunnen noemen;
- Leerlingen moeten een basis begrip hebben van de Kopenhagen interpretatie;
- Leerlingen moeten kunnen uitleggen wat de verborgen variabelen theorie is;
- Leerlingen moeten een argument tegen non-lokaliteit kunnen noemen.

Korte lesbeschrijving

Les twee is begonnen met een korte herhaling van les 1. De leerlingen moesten onder woorden brengen wat ‘determinisme’ is. Ook werd de wiskundige vorm van Bell’s ongelijkheid genoteerd.

Vervolgens werd de overstap gemaakt naar kwantumtheorie met behulp van een filmpje van doctor Quantum. Hier wordt de golf-deeltjedualiteit aan de kaak gesteld. In een aantekening zijn drie mogelijke interpretaties beschreven; de realistische interpretatie, de Kopenhagen interpretatie en de agnostische interpretatie (Griffiths, 2014).

In figuur 6.2 is een grafische weergave te vinden van hoe deze les is ingedeeld.

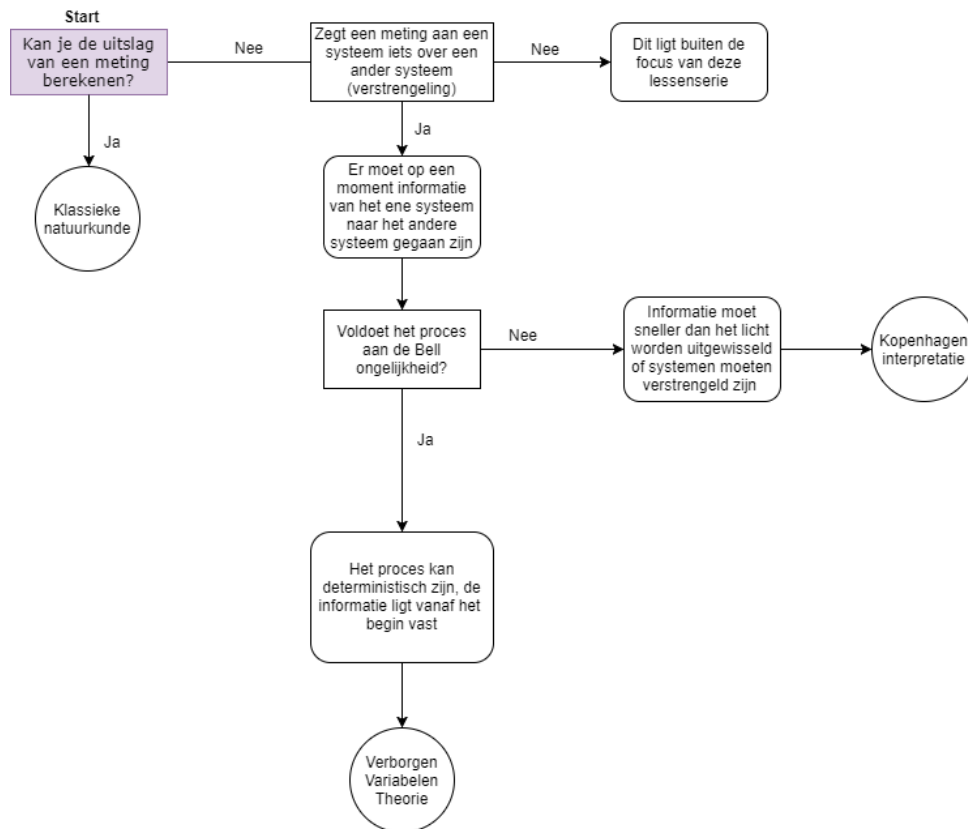
Tijdplanning

Tijd	Wat	Wat doen leerlingen	Wat doet docent?
10 min	Herhaling	Vragen stellen	Vragen beantwoorden
15 min	Verstrengeling	Luisteren	OWL
10 min	Golf-deeltjedualiteit	Film kijken	
15 min	Interpretaties kwantummechanica	Aantekening opschrijven	Uitleggen

Vorbereiding

Voor deze les heeft u twee krukken nodig die (met weinig wrijving) kunnen draaien. Ook heeft u twee enveloppen nodig en twee losse briefjes met daarop een afbeelding van een linksdraaiend en een rechtsdraaiend deeltje.

In deze les wordt een youtube filmpje bekeken over het tweespleten-experiment, de link hiervoor is: <https://www.youtube.com/watch?v=DfPeprQ7oGc>



FIGUUR 6.2: Flow diagram van de gedachtegang tijdens de ontworpen lessenserie

Opbouw

Herhaling

Leerlingen kan gevraagd worden naar vragen over de vorige les. Kort wordt het begrip determinisme herhaald en ook de Bell-ongelijkheid wordt op het bord geschreven. De leerlingen moeten de eindconclusie uit de vorige les goed in hun hoofd hebben. Ook het feit dat ieder klassiek proces deterministisch is (en dus aan de Bell-ongelijkheid voldoet) kan weer even genoemd worden.

Verstrengeling

Het begrip ‘verstrengeling’ zal uitgelegd worden met behulp van het voorbeeld van een pion dat vervalst. Een pion heeft een spin van 0. Nadat de leerlingen gewezen worden op de wet van behoud van impulsmoment (eventueel met een voorbeeld), kan geconcludeerd worden dat als het pion vervalst in een elektron en een positron, en het elektron een spin van bijvoorbeeld $+\frac{1}{2}$ heeft, het positron automatisch een spin van $-\frac{1}{2}$ moet hebben. Zonder de spin van het positron te bekijken weet je dus meteen, nadat de spin van het elektron is gemeten, wat het positron voor spin heeft.

Een kleine demonstratie volgt. Er zijn twee papiertjes op beide papiertjes staat danwel een linksom, danwel een rechtsom draaiend deeltje. Zonder te kijken worden de deeltjes in een eigen envelop gedaan en gehusseld. Twee leerlingen krijgen beide een envelop met een deeltje erin. De leerlingen gaan ver uit elkaar staan, een leerling maakt de envelop open en leest welk deeltje daar in zit,

deze leerling heeft dus onmiddellijk de kennis over welk deeltje er in de andere envelop zit, zonder dat dit bekeken hoeft te worden.

Golf-deeltjedualiteit

Het filmpje van doctor Quantum wordt bekeken, deze gaat over het tweespleten experiment bij elektronen. Na dit filmpje kan kort worden nagepraat. Mogelijke vragen tijdens dit gesprek zijn: ‘Wat impliceert het filmpje?’, ‘Kan iets zowel een golf als een deeltje zijn?’, ‘Wat heeft observeren voor invloed op het proces?’ Tevens wordt kort uitgelegd dat de golffunctie van een kwantumsysteem de kans op een bepaalde toestand van dat systeem geeft. Zo zijn de donkere en lichte strepen te verklaren waar veel en weinig elektronen gemeten worden.

Interpretaties kwantummechanica

Er wordt nader ingegaan op de functie van het observeren. Hier zijn drie interpretaties die behandeld worden. Eerst wordt er een aantekening gemaakt:

Realistische interpretatie

Voor het meten is de eigenschap van het deeltje hetzelfde als tijdens de meting.

Kopenhagen interpretatie

Voor het meten bevindt het deeltje zich in alle mogelijke toestanden, door te meten dwing je het deeltje in een van deze toestanden.

Agnostische interpretatie

Je kan nooit weten wat de toestand van een deeltje is voor een meting, want pas door te meten kan je iets over het deeltje te weten komen. Het heeft dus geen zin erover na te denken.

De leerlingen mogen kiezen welke van deze interpretaties zij aanhangen. Vervolgens kan door middel van een onderwijsleergesprek tot de conclusie worden gekomen dat de realistische interpretatie betekent dat het proces deterministisch is. Voor het meten ligt de uitkomst namelijk al vast. En dat ieder deterministisch proces aan de Bell-ongelijkheid moet voldoen. Dit betekent dat je wel iets zou kunnen zeggen over de toestand van een deeltje voor de meting, en de agnostische interpretatie op lossen schroeven komt te staan. Immers wanneer bepaalde eigenschappen niet aan de Bell-ongelijkheid voldoen, weet je zeker dat de realistische interpretatie niet klopt (en dus de agnostische interpretatie ook niet).

Reflectie

Dit was de eerste keer dat ik de abstracte vorm van de Bell-ongelijkheid op het bord schreef, dit had ik beter de vorige les nog kunnen doen want nu waren de leerlingen zichtbaar verward.

Het begrip verstrengeling mag duidelijker uitgelegd worden, met meer (en simpelere) voorbeelden.

Ik moet goed nadenken of de kennis van de golf-deeltjedualiteit noodzakelijk is voor deze lessenserie, het zorgde dat de leerlingen erg veel nieuwe stof moesten opnemen en komt later niet echt meer terug in de lessen. Aan de andere kant is het wel onderdeel van het eindexamenprogramma dus moeten de leerlingen het uiteindelijk wel kennen. Indien je golf-deeltjedualiteit dus in z'n geheel erbij wil betrekken, moeten er wel meer lessen voor uitgetrokken worden. Anders kan het ook als opstapje gebruikt worden naar de verschillende interpretaties.

Les 3

Lesdoelen

- Leerlingen moeten kunnen uitleggen wat de EPR-paradox inhoudt en waarom dit, vanuit de ogen van een relativist, een paradox is;
- Leerlingen moeten een argument tegen de verborgen variabelen theorie kunnen noemen.

Korte lesbeschrijving

Na een korte herhaling van de lessen 1 en 2 is begonnen aan de lesstof voor de laatste les. Hierin moest de vraag beantwoord worden welk wereldbeeld de meest correcte lijkt; het deterministische wereldbeeld, of diegene die aansluit bij de kwantumtheorie en uitgaat van intrinsieke kans.

Tevens moest, door middel van verstrengeling relativiteitstheorie en kwantumtheorie aan elkaar gekoppeld worden (en de daaruit voortvloeiende paradox).

Na de herhaling zijn de begrippen: ‘verborgen variabelen theorie’ en ‘intrinsieke kans’ uitgelegd. Om deze te testen is een demo-experiment uitgevoerd over de absorptie of transmissie van een gepolariseerd foton, om dit experiment goed uit te kunnen voeren is er kort wat uitgelegd over polarisatie, en hebben leerlingen enkele opgaven gemaakt (zie appendix A voor deze opgaven).

Na het demonstratie-experiment getoond te hebben, en daarmee aangetoond te hebben dat de verborgen variabelen theorie niet geldig is voor de absorptie van een foton, is een overstap gemaakt naar verstrengeling.

Tijdplanning

Tijd	Wat	Wat doen leerlingen	Wat doet docent?
10 min	Herhaling		
5 min	Verborgen variabelen theorie	Luisteren en vragen van de docent beantwoorden	Klassikale uitleg
5 min	Verstrengeling & relativiteit		
10 min	Fotonen	Luisteren	Uitleggen
15 min	Oprachten maken	Opracht maken	Demopracticum voorbereiden
5 min	Demopracticum	Kijken naar practicum	Coach demopracticum

Vorbereiding

Tijdens deze les heeft u alle materialen voor het Coach demopracticum nodig. Zie de bijgevoegde omschrijving van het practicum voor de voorbereiding hiervan.

Lesopbouw

Herhaling

Tijdens de herhaling zullen enkele begrippen uit de vorige les behandeld worden. Zorg hierbij vooral dat de leerlingen zelf aan het woord zijn, laat hen bepaalde gedachten en gegeven definities zelf formuleren. De begrippen die in ieder geval herhaald moeten worden zijn:

- Determinisme is het principe dat, wanneer alle begin factoren of variabelen bekend zijn, met zekerheid de uitkomst bepaald kan worden. Alle processen in de klassieke natuurkunde zijn deterministisch.
- Bell-ongelijkheid is een ongelijkheid waar een deterministisch proces altijd aan moet voldoen. Een voorbeeld van een Bell-ongelijkheid is: $P(A=+ \& B=+) \leq P(A=+ \& C=+) + P(B=+ \& C=-)$
- Interpretaties kwantumfysica: Er zijn verschillende interpretaties van de kwantumfysica. De drie behandelde zijn de realistische interpretatie (vlak voordat een eigenschap gemeten wordt heeft de eigenschap dezelfde waarde als uit de meting komt), de orthodoxe of Kopenhagen interpretatie (voordat een eigenschap gemeten wordt, heeft het deeltje alle mogelijke waarden. Door te meten dwing je het deeltje één waarde aan te nemen) en agnostische interpretatie (je kan nooit weten wat de waarde van een eigenschap is voordat je het meet).
- Golf functie, deze geeft de kans om een kwantumsysteem in een bepaalde toestand te meten.

Verborgene variabelen theorie

Aangezien de golf functie de kans weergeeft om na een meting een kwantumsysteem in een bepaalde toestand aan te treffen (bijvoorbeeld de positie van een elektron na het tweespleten-experiment) kan dit twee dingen betekenen: 1) een kwantumproces is niet deterministisch maar heeft een intrinsieke kans. Het dichtst bij dat we kunnen komen met uitrekenen wat er gebeurt, is de golf functie uitrekenen om op die manier de mogelijke kansen te berekenen. 2) er zit een diepere theorie waarom een kwantumsysteem in een bepaalde toestand gaat zitten, alleen weten wij die theorie nog niet. De variabelen zijn dus verborgen door een bij ons onbekende theorie. Dit betekent dat het proces nog steeds wel deterministisch is.

Verstrengeling & relativiteit

Zoals in de vorige les besproken, is verstrengeling het principe dat de eigenschappen van twee deeltjes met elkaar verbonden zijn. Als je de eigenschap van het ene systeem weet, weet je ook die van het andere systeem (zonder deze te hoeven meten). Dit komt vaak voort uit behoudswetten (bijvoorbeeld de wet van behoud van energie, behoud van impuls of behoud van draaimoment). Een voorbeeld: wanneer een deeltje met spin 0 (een pion bijvoorbeeld) uiteenvalt in een elektron en een positron, moeten deze deeltjes samen nog steeds een spin 0 hebben (wet van behoud van spin). Wanneer dus de spin van het elektron wordt gemeten en deze blijkt $+\frac{1}{2}$ te zijn, moet het positron dus wel een spin van $-\frac{1}{2}$ hebben, dit kan geconcludeerd worden zonder ook daadwerkelijk de spin van het positron te hoeven meten. Dit geldt uiteraard altijd, ook wanneer de deeltjes ver van elkaar verwijderd zijn wanneer ze gemeten worden. Dit heeft opmerkelijke gevolgen bij bepaalde interpretaties van de kwantummechanica. Wanneer uitgegaan wordt van de Kopenhagen interpretatie betekent dat namelijk dat het

kwantumsysteem, tot aan de meting, zich in alle mogelijke toestanden bevindt. Het elektron uit het voorbeeld heeft dus zowel een spin van $+\frac{1}{2}$ als een spin van $-\frac{1}{2}$. Bij het meten van het elektron wordt pas bepaald wat zijn uiteindelijke spin zal zijn, echter mag nog steeds niet de wet van behoud van spin geschonden worden, en betekent dat dus dat het positron, na het meten van de spin van het elektron, instantaan ook een spin moet krijgen (tegenovergesteld aan de spin van het elektron.) Op het moment echter dat deze twee deeltjes zich bij het meten een lichtjaar uit elkaar bevinden, zou de informatie over welke spin het elektron heeft en welke spin het positron dus zou moeten hebben minstens een jaar moeten reizen van het elektron naar het positron (niets kan immers sneller dan het licht). Waardoor in dat jaar het positron dus niet zou weten dat het elektron gemeten is en dus nog steeds een kans van 50% zou hebben op zowel spin $+\frac{1}{2}$ als spin $-\frac{1}{2}$. Aangezien de wet van behoud van spin nooit gebroken kan worden, moeten deze deeltjes dus nog op een bepaalde manier kunnen communiceren, welke sneller gaat dan het licht. Dit noemt men kwantumverstrengeling. Wanneer men uitgaat van de verborgen variabele theorie is dit probleem er niet. Immers, hoewel men zich niet bewust is van de toestand van het kwantumsysteem, ligt deze wel al vast wanneer de deeltjes ontstaan. Wanneer de kwantumsystemen vervolgens uit elkaar reizen, reist de informatie hoe het systeem zich bij een meting zou moeten gedragen met hen mee.

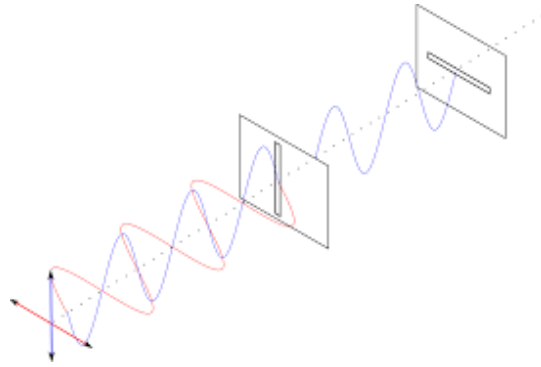
Fotonen

Aangezien bij het demopracticum fotonen gebruikt zullen worden, en er naar een ander kwantumproces gekeken zal worden dan het verval van een pion, zal hier ook nog kort uitleg over gegeven worden.

Een foton is een ‘elementair deeltje’, wat wil zeggen dat een foton niet meer opgesplitst kan worden. Het is een golf in het elektrisch en magnetisch veld. Alle fotonen bezitten een eigenschap die polarisatie wordt genoemd. De polarisatie van een foton is de hoek van de trillingsrichting van het elektrisch veld ten opzichte van een arbitrair gekozen as. Zie figuur 6.3. Een polarisatiefilter is een lichtfilter dat licht doorlaat of absorbeert, afhankelijk van de polarisatie van de inkomende lichtgolf. Wanneer de polarisatie van de lichtgolf gelijk is aan de polarisatie van het filter, zal de golf altijd worden doorgelaten, wanneer er een hoek van 90° is tussen de polarisatie van de lichtgolf en het filter zal het foton altijd geabsorbeerd worden door het filter. Wanneer de polarisatiehoek tussen de 0° en 90° inzit zal er een bepaalde kans zijn dat het foton geabsorbeerd of doorgelaten wordt. De grootte van deze kans is te berekenen met de wet van Malus: $I = I_0 \cos^2(\theta)$. Deze kans blijkt een kwantumproces te zijn.

Reflectie

Deze les was redelijk goed gepland. Ik had liever iets meer tijd gehad om het beter door de leerlingen te laten verwerken. In eerste instantie was gepland het practicum van Alexander Brinkman te tonen, die de S-waarde geeft van verstrengelde fotonen. Hierbij zal bij bepaalde polarisatiehoeken de S-waarde groter zijn dan 2, wat de CHSH-vergelijking (Clauser et al., 1969) schendt. Door logistieke problemen (ik had geen vervoer voor het demonstratiepracticum) heb ik een ander experiment ontworpen, welke hieronder is beschreven. Dit experiment heb ik tijdens deze les gedaan, alhoewel het gedane experiment minder



FIGUUR 6.3: Grafische weergave van het begrip polarisatie en een polarisatiefilter

spectaculair is, denk ik in retrospect dat deze wel beter aansloot bij het kennisniveau van de leerlingen. Voor een eventuele vierde les zou alsnog het andere demonstratiepracticum gebruikt kunnen worden.

Ik had niet echt tijd om in de les het nog over toepassingen te hebben. Hier kwam ik te laat achter. Dat is echt jammer want zonder mogelijke toepassingen blijft het een beetje een leeg omhulsel.

Beschrijving Demopracticum 1

Dit demopracticum werkt volledig Coach. De lichtintensiteit wordt gemeten met behulp van een sensor terwijl het licht door verschillende polarisatiefilters gaat. Aan de hand hiervan zal, voor bepaalde hoeken, de Bell-ongelijkheid geschonden worden.

Doel:

Het doel van dit practicum is om aan te tonen dat het proces van absorptie van fotonen door een polarisatiefilter niet voldoet aan de Bell-ongelijkheid. Hieruit kan geconcludeerd worden dat dit proces niet deterministisch is en dus ook de verborgen variabelen theorie incorrect is. Benodigheden:

Coach II (of andere software om met sensoren te meten)

Lichtsensoren (0141i 200lux)

Drie polarisatiefilters

Twee draaibare standaarden

(Instelbare) lichtbron

Theorie:

De lichtintensiteit door twee verschillende filters voldoet aan de wet van Malus: $I = I_0 \cos^2(\theta)$, waar θ de hoek tussen de twee polarisatiefilters is. Op het moment dat de gemeten lichtintensiteit uitgedrukt wordt in het percentage doorgelaten licht $\frac{I}{I_0} \cdot 100\%$, geeft dit ook de kans voor een enkel foton om door beide filters heen te gaan. Aangezien $P(A=+ \& B=+)$ de kans is dat een foton zowel door A als door B wordt doorgelaten zal deze waarde gelijk zijn aan de gemeten intensiteit (ten opzichte van de intensiteit van de lamp, I_0).

Wanneer de volgende hoeken gekozen worden (de zogenaamde Bell-hoeken) zal blijken dat de Bell-ongelijkheid geschonden wordt:

$$A = 0^\circ$$

$$B = 45^\circ$$

$$C = 67,5^\circ.$$

Voor polarisatiefilters geldt altijd dat als een foton wordt doorgelaten bij hoek α , ditzelfde foton altijd wordt geabsorbeerd bij de hoek loodrecht op α en andersom (een foton dat wordt geabsorbeerd bij hoek α wordt altijd doorgelaten bij een hoek hier loodrecht op). De kansen uit de Bell-ongelijkheid:

$P(A=+ \& B=+) \leq P(A=+ \& C=+) + P(B=+ \& C=-)$ kunnen dus gemeten worden door de polarisatiefilters op de juiste hoeken te zetten. Dankzij de wet van Malus kunnen deze kansen ook gemeten worden:

$$P(A=+ \& B=+) = \cos(B - A)^2 \cdot 100\% = \cos(45^\circ)^2 \cdot 100\% = 50\%$$

$$P(A=+ \& C=+) = \cos(C - A)^2 \cdot 100\% = \cos(67,5^\circ)^2 \cdot 100\% = 14,6\%$$

$$P(B=+ \& C=-) = \cos(C + 90^\circ - B)^2 \cdot 100\% = \cos(112,5^\circ)^2 \cdot 100\% = 14,6\%$$

Aangezien $50\% \leq 14,6\% + 14,6\%$ incorrect is, is de Bell-ongelijkheid geschonden.

Voorbereiding:

Plaats de volgende elementen stevig (het liefst op een optische bank) op de volgende volgorde: (ongepolariseerde) lichtbron, polarisatiefilter 1, draaibare polarisatiefilter 2, draaibare polarisatiefilter 3, lichtsensor. Kalibreer de lichtsensor dusdanig dat hij 100% aangeeft wanneer alle polarisatiefilters dezelfde richting op staan, en 0% wanneer polarisatiefilter 2 loodrecht op polarisatiefilter 1 staat.

Practicum:

Doe de volgende drie metingen, toon daarbij duidelijk aan de leerlingen de hoeken van de polarisatiefilters en de gemeten intensiteit (als percentage van startintensiteit).

Meting 1:

- Plaats draaibare polarisatiefilter 2 op een hoek van 0° ten opzichte van polarisatiefilter 1
- Plaats draaibare polarisatiefilter 3 op een hoek van 45° ten opzichte van polarisatiefilter 1
- Noteer het percentage dat de lichtsensor weergeeft (dit zou ongeveer 50% moeten zijn).

Meting 2:

- Plaats draaibare polarisatiefilter 2 op een hoek van 0° ten opzichte van polarisatiefilter 1
- Plaats draaibare polarisatiefilter 3 op een hoek van $67,5^\circ$ ten opzichte van polarisatiefilter 1
- Noteer het percentage dat de lichtsensor weergeeft (dit zou ongeveer 14,6% moeten zijn).

Meting 3:

- Plaats draaibare polarisatiefilter 2 op een hoek van 45° ten opzichte van polarisatiefilter 1
- Plaats draaibare polarisatiefilter 3 op een hoek van $157,5^\circ$ ten opzichte van polarisatiefilter 1
- Noteer het percentage dat de lichtsensor weergeeft (dit zou ongeveer 14,6% moeten zijn).

Vul vervolgens de drie gevonden waarden in de Bell-ongelijkheid in. Er zou moeten opvallen dat deze ongelijkheid niet klopt. De leerlingen moeten kunnen concluderen dat de verborgen variabelen theorie dus incorrect is en dat dit experiment ten gunste is van de Kopenhagen interpretatie van de kwantummechanica.

Hoofdstuk 7

Data-analyse

Vragenlijst

In appendix C is de gebruikte vragenlijst te vinden. In tabel 7.1 hieronder zal weergegeven worden hoeveel procent van de leerlingen de antwoorden correct hadden. Ook staat er weergegeven bij welke les de vraag kwam.

Door middel van deze tabel kan inzicht verkregen worden hoe goed bepaalde onderwerpen bij de leerlingen zijn blijven hangen en hoe efficiënt de lessen zijn gebleken. Een van de zaken die het meest opvallen is de lage score op de vraag: 'Leg in je eigen woorden uit wat kwantumverstrengeling is.' De meeste leerlingen konden zich mijn uitleg nog wel herinneren, daar het voorbeeld dat ik gebruikt heb door drie leerlingen genoemd is. Echter wordt door deze leerlingen geïmpliceerd dat het voorbeeld, een pion dat uiteenvalt in een positron en een elektron, de uitleg is voor kwantumverstrengeling. Dus dat alleen in dit proces sprake is van kwantumverstrengeling. Blijkbaar heb ik niet goed genoeg benadrukt dat het een voorbeeld was wat ik gebruikte en dat het begrip verstrengeling veel algemener is. In het vervolg moet hier dus meer aandacht aan besteed worden. Mogelijkheden zijn om eerst een klassiek verstrengeld proces te noemen, bijvoorbeeld voortkomend uit wet van behoud van energie of impuls(moment), bijvoorbeeld de volgende opgave:

Met een kanon, waarvan de loop een massa heeft van $1,25 \cdot 10^3 \text{ kg}$, schiet men een kanonskogel af met een massa van 50 kg . Deze verlaat de loop met een snelheid van $8,0 \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Wat is de snelheid van de loop op het moment dat de kogel de loop verlaat?

Leerlingen moeten dan inzien dat, wanneer er geen wrijving e.d. zou zijn, de kogel en de loop met elkaar verstrengeld zijn. Wanneer je de impuls van de ene weet, weet je ook de impuls van de andere.

Het zou nog laagdrempeliger kunnen door te beginnen met het noemen van het voorbeeld van Bertlmanns sokken, het voorbeeld dat door John Bell zelf is bedacht (Bell, 1981). Hier hoeft immers niets bij berekend te worden en is puur conceptueel. Wanneer de leerlingen dit begrijpen, kan overgegaan worden op een kwantumfysisch proces dat verstrengeld is. Wellicht zelfs al meteen over fotonen in plaats van pionen, elektronen en positronen, aangezien hier uiteindelijk het experiment ook mee gedaan wordt.)

Wat mij ook is opgevallen is dat een aantal leerlingen niet wist wat de verborgen variabelen theorie inhoudt. Blijkbaar ben ik hier te snel doorheen gegaan.

Vraag	Score	Les
Leg in eigen woorden uit wat determinisme is.	100%	1
Leg uit of een (echt) kansproces deterministisch kan zijn.	87,5%	1
Waarom noemen wij sommige klassieke processen een kansproces (zoals het gooien van kop-of-munt)?	56,25%	1
Leg in je eigen woorden uit wat kwantumverstrengeling is.	37,5%	2
Beschrijf in eigen woorden wat de Kopenhagen interpretatie inhoudt.	56,25%	2
Leg uit wat de verborgen variabelen theorie is.	56,25%	2
Leg uit waarom, indien de aannames in de relativiteitstheorie kloppen, voor verstrengelde deeltjes de verborgen variabelen theorie moet kloppen.	37,5%	3
Leg uit wat een schending van de Bell-ongelijkheid impliceert voor de verborgen variabelen theorie en waarom.	75%	3

TABEL 7.1: Score per vraag gesorteerd

Leerling	Lessen aanwezig	Cijfer
1	1,2,3	10
2	1,2,3	8.9
3	1,2,3	8.9
4	1,3	4.4
5	1,2,3	4.4
6	1,3	4.9
7	1,2,3	6.1
8	2,3	6.1

TABEL 7.2: Cijfers per leerling gesorteerd

Aangezien de theorie van de Kopenhagen-interpretatie lastiger is, heb ik hier veel langer bij stilgestaan, wat er in geresulteerd heeft dat de leerlingen deze theorie wel redelijk beheersten (vijf correcte antwoorden) terwijl de veel intuitievere theorie van de verborgen variabelen door minder leerlingen (slechts vier leerlingen) correct beantwoord is. Hier moet dus langer bij stilgestaan worden, wellicht kan hier ook al in les 1 dieper op ingegaan worden. Immers wordt er al kort over verborgen variabelen gesproken (de dobbelsteen heeft een aantal variabelen die we niet weten, en bij het tekenen op een papiertje weet de docent niet wat de leerlingen hebben getekend. Desalniettemin kan er met de Bell-ongelijkheden toch nog iets gezegd worden). Ik denk, wanneer in deze les een korte aantekening gemaakt zou worden over de verborgen variabelen theorie (in klassieke zin), hier makkelijker op teruggegrepen kan worden in les 2.

Van tevoren was verwacht dat les 2 de lastigste les zou worden, dit is ook te zien in de resultaten. Helaas was niet alleen de stof het lastigst in les 2, maar was dit ook de les waar het minst van werkvorm gewisseld werd. Deze les had het meest een college setting. Er moet dus, voor het vervolg van deze lessenserie, gekeken worden naar mogelijkheden om in les 2 ook van lesvorm te wisselen. Er kan gedacht worden aan een demopracticum bijvoorbeeld over verstrengeling in klassieke zin. Een idee hierover is om twee leerlingen op twee verschillende, vrij draaibare, krukken te zetten en te proberen vanuit stilstand de andere leerling te laten draaien zonder zelf te gaan draaien. In theorie zou dit onmogelijk moeten zijn (wet van behoud van impulsmoment) en weet je dus dat als de ene leerling draait de andere leerling ook moet draaien. Echter kunnen er enkele tekortkomingen zijn aan dit demopracticum. Zo zijn leerlingen geen star lichaam en mag de weerstand van de krukken niet te groot. Mochten deze tekortkomingen te groot zijn, kan ook gedacht worden aan bijvoorbeeld twee leerlingen op twee skateboards (of bureaustoelen met wielen), die elkaar moeten wegduwen. Dit lukt nooit zonder zelf ook in beweging te komen.

Interviews

De interviews zijn lastiger te kwantificeren. Wat wel opvalt is dat beide leerlingen, na wat hulp, best goede antwoorden geven. Vooral leerling 2 weet haarfijn begrippen als determinisme, kwantumverstrengeling, Kopenhagen interpretatie of verborgen variabelen theorie uit te leggen, zonder echt hulp van de interviewer (wellicht dat sommige vragen wat sturend gesteld werden).

Leerling 1 had soms nog wat hulp nodig. Zo worden de begrippen kwantumverstrengeling en de Kopenhagen interpretatie door elkaar gegooid, iets wat ook te zien is in de enquêtes. De leerling gaf zelf ook aan de eerste twee lessen beter te begrijpen dan de derde, mede omdat de eerste twee lessen ook nog herhaald zijn. Er had dus voor de leerlingen nog een mogelijkheid moeten zijn om de opgedane kennis in de derde les te kunnen verwerken, iets waar de leerlingen buiten de les geen mogelijkheid meer voor hebben gehad.

Hoofdstuk 8

Conclusie & Discussie

Conclusie

Ontwerpeisen

Wanneer teruggekeken wordt naar de ontwerpeisen, wordt aan de meeste eisen voldaan. De lessen werden gegeven aan een vwo-bovenbouwklas welke nog geen voorkennis van kwantummechanica heeft. De serie bestond uit drie lessen, in principe had dit nog een les langer kunnen zijn, voor een extra demopracticum. Er was een acceptabele afwisseling in werkvormen; werkvormen die de revue zijn gepasseerd zijn onder andere: onderwijsleergesprek, demopracticum, opdrachten maken en de leerlingen hebben zelf mee gedaan aan onderzoeken. Een van de ontwerpeisen die ik niet heb kunnen testen is in hoeverre de lessenserie geschikt is voor een volledige klas, dit omdat de klas waar de les aan gegeven is uit slechts 11 leerlingen bestond.

Leerervaring leerlingen

Ik denk dat de leerlingen zeker iets geleerd hebben van deze lessen. Vooral wanneer de interviews met twee willekeurig gekozen leerlingen bekeken worden. Hierin leggen de leerlingen redelijk nauwkeurig de verschillende stappen uit die leiden tot kwantumverstrengeling.

De meeste leerlingen hebben een goed idee van termen als determinisme of dat ieder deterministisch proces aan de Bell-ongelijkheid moet voldoen, maar ook een lastiger concept als de Kopenhagen interpretatie wisten leerlingen correct uit te leggen. Wanneer gekeken wordt naar de enquêtes zien we dat er nog wel redelijk wat fouten gemaakt zijn, dit betekent dat er mogelijkheden zijn tot verbetering van de lessen.

Onderzoeksvraag

Ik denk dat mijn lessenserie redelijk geslaagd was. In tabel 7.2 zijn de scores per leerling weergegeven, in de vorm van het cijfer wat ze zouden krijgen wanneer de toets beoordeeld zou worden. Het gemiddelde van de klas was een 6,7. Zoals te zien waren er ook enkele onvoldoendes. Er is wel een correlatie te vinden tussen de leerlingen die een onvoldoende gescoord hebben en de leerlingen die

Eisen	Conclusie
De lessenserie moet geschikt zijn voor vwo-bovenbouwleerlingen	De lessen zijn gegeven aan een 5 vwo klas, weliswaar een ‘Technology Program’ klas.
Er mag geen kwantumfysische voorkennis vereist zijn voor de lessenserie	De leerlingen hebben nog geen lessen over kwantumfysica gehad
Er moet een demonstratiepracticum in de lessen voorkomen	Er is een practicum over foton absorptie opgenomen in de les
Er moet gebruik worden gemaakt van verschillende werkvormen	Gebruikte werkvormen zijn: tonen van filmpjes, demopractica, knutselen, opdrachten maken, klassikale uitleg
De serie bestaat uit maximaal 3 lessen	Dit is gelukt

lessen hebben gemist. Echter is er ook één leerling die alle lessen heeft bijgewoond en nog steeds een onvoldoende heeft gescoord. Er moet dus nog gekeken worden naar hoe de lessen verbeterd kunnen worden voor de leerlingen die laag gescoord hebben. Een van de mogelijkheden hiervoor is dat ik de leerlingen behalve de opdrachten tijdens de lessen ook huiswerkopgaven laat maken, dit kan het leereffect nog verbeteren (Marzano and Pickering, 2007). Ook het gebrek aan studiemateriaal kan een verklaring zijn voor slechte scores. De leerlingen konden nu alleen kennis tot zich nemen door op te letten tijdens de lessen, maar konden thuis niets nalezen. Vooral leerlingen die een les hadden gemist vonden dit lastig, er is ook te zien dat deze leerlingen laag gescoord hebben.

Aan de andere kant moet ook stilgestaan worden bij het feit dat dit geen gewone natuurkunde klas is. Het betreft een keuzevak, waarbij er dus vanuit gegaan mag worden dat de leerlingen al een bovengemiddelde interesse hebben in techniek en dus waarschijnlijk ook een hoger arbeidsethos zullen bezitten.

Alles bij elkaar genomen denk ik dat het mogelijk is een lessenserie te ontwerpen over kwantumverstrengeling, mijn lessenserie zou daarvoor als basis kunnen dienen, maar er moet dan zeker (thuis)studiemateriaal gemaakt worden.

Leerlingen gaven aan dat ze het een (erg) interessant onderwerp vonden en leuke en uitdagende lessen. Ook gaven de twee leerlingen waar het interview mee heeft plaatsgevonden aan het een leuk onderwerp te vinden. Dit in overweging nemende denk ik dat, met aanpassingen, het sowieso mogelijk is kwantumverstrengeling aan te bieden als een uitdagend lespakket voor natuurkunde leerlingen. Om te testen of dit onderwerp geschikt is als standaard onderwerp in de natuurkunde les zou het (verbeterde) lespakket aangeboden moeten worden aan grotere klassen.

Discussie

Zoals ieder onderzoek verliep ook dit onderzoek niet altijd even soepel. In dit hoofdstuk zal teruggekeken worden op problemen die gaandeweg het onderzoek zijn ontstaan. Ook zullen er aanbevelingen gedaan worden voor een vervolgonderzoek.

Terugblik

Het ontwerpen van de lessen vond ik uitdagend maar vooral erg leuk om te doen. Kwantumverstregeling is een lastig onderwerp, en ik heb geen bestaand lesmateriaal over kwantumverstregeling voor de middelbare school kunnen vinden. Dit heeft erin geresulteerd dat ik mijn ontwerp dus vanaf de grond heb moeten opbouwen. Eerst moest ik uiteraard zelf bekend raken met het onderwerp, daar het nooit aan mij gedoceerd is, ook niet op de universiteit.

Tijdens mijn voorbereiding werd ik gewezen op het feit dat professor Brinkman, van de Quantum Transport in Matter-onderzoeksgroep, in het bezit is van een demonstratiepracticum welke aantoont dat verstrengelde deeltjes de Bell-ongelijkheid schenden. Ik heb veel tijd gestoken in hoe ik dit voor leerlingen behapbaar kon maken, het is namelijk een redelijk abstract experiment; wat dit practicum namelijk aantoont is een bepaalde ‘S-waarde’. Deze S-waarde kan voor processen die aan de Bell-ongelijkheid voldoen niet boven de 2 komen, maar het practicum toont aan dat deze wel boven de 2 komt. Echter moet ik de leerlingen ervan zien te overtuigen waar die ‘S-waarde’ vandaan komt, en waarom dit niet groter mag zijn dan 2. Uiteindelijk kon ik helaas geen vervoer vinden om het practicum naar mijn stageschool te vervoeren, waardoor ik dit practicum niet heb uitgevoerd. Achteraf gezien denk ik dat dit practicum toch te lastig zou zijn geweest om in de 3 lessen op te nemen. Als de lessenserie uit 4 lessen zou bestaan, zou dit practicum misschien in de 4e les getoond kunnen worden.

Dataverzameling

Wat in dit onderzoek beter had gekund is de data verzameling. Aangezien ik veel tijd kwijt ben geweest met het ontwerpen van de lessen, heb ik minder aandacht besteed aan hoe ik de data wilde verzamelen en welke data ik dan zou willen hebben. De vragen die de leerlingen zijn gesteld, zijn er vooral om de kennisoverdracht te onderzoeken, oftewel: snappen de leerlingen waar de lessen over zijn gegaan. Maar het is uiteraard ook interessant om de leerlingen de lessen vanuit een ander perspectief te laten evalueren met vragen als: ‘waren de lessen interessant?’, ‘was het een interessant onderwerp?’, ‘welke les vond je het leukst en waarom?’ of ‘is dit onderwerp relevant voor het vak natuurkunde?’. Op die manier onderzoek je ook hoe de leerlingen de lessen hebben ervaren. Dit heb ik helaas niet gedaan, en zag ik achteraf als een groot gemis voor mijn onderzoek.

Tevens waren de lessen gegeven in een erg kleine klas, die alle enige affiniteit hebben met de bètavakken. Omdat deze klas erg weinig leerlingen omvatten, kan er weinig statistiek op bedreven worden. Wellicht waren dit bijvoorbeeld allemaal excellente leerlingen, en is de stof voor de ‘gemiddelde’ leerling alsnog te lastig. Het is dus nuttig om deze lessen in grotere klassen uit te proberen.

Vooruitblik

Klas

Op dit moment heb ik mijn lessen gegeven aan een 5 vwo klas die nog niet geschoold is in de kwantumfysica. Het lijkt mij ook interessant hoe deze lessen aanslaan bij een 6 vwo klas, welke al wel kwantumfysica hebben gehad. Je zou dan deze lessen als een toevoeging op het bestaande hoofdstuk over kwantumfysica kunnen zien.

Verbeterpunten

In dit verslag is een aantal mogelijke verbeterpunten voor de lessenserie geopperd. Deze worden hier nog concreet en bondig herhaald, het advies is om deze verbeterpunten mee te nemen bij het eventueel doorontwikkelen van deze lessenserie.

- Maak studiemateriaal;
- Laat de leerlingen huiswerk maken;
- Geef meer (en eventueel simpelere) voorbeelden van (klassieke)verstremgeling;
- Laat de leerlingen een aantekening maken over (klassieke)verstremgeling;
- Leg geen nadruk op het verval van een pion;
- Bedenk of het mogelijk is minder nadruk te leggen op de golfdeeltje-dualiteit;
- Leg meer nadruk op de verborgen variabelen theorie met behulp van bijvoorbeeld een eigenschappen lijst;
- Zorg dat leerlingen van tevoren weten waarom ze dit moeten weten, geef toepassingen;
- Zorg voor meer afwisseling in de tweede les;
- Geef de abstracte Bell-vergelijking in de eerste les.

Kwantumfysica als examenonderdeel

In dit onderzoek is vooral onderzocht of er een lessenserie ontworpen kan worden over kwantumverstremgeling voor vwo leerlingen. Het zou ook interessant zijn om te onderzoeken hoe het domein kwantumverstremgeling zich verhoudt ten opzichte van de kwantum-domeinen die momenteel in het examenprogramma zijn opgenomen en of kwantumverstremgeling hier wellicht aan toegevoegd kan worden of een ander kwantum-domein kan vervangen.

Appendices

Bijlage A

Huiswerkopgaven

Opgaven:

Les 1:

1)

Beargumenteer van de volgende processen of dit een deterministisch proces is, als het proces deterministisch is geef dan ook minstens 3 variabelen waar de uitkomst van afhankelijk is:

- De baan van satelliet naar een asteroïde;
- De baan van de bal in een flipperkast na het afschieten;
- Het winnen van een knuffel bij een grijpmachine, nadat de positie van de haak bepaald is;
- De baan van de komeet Halley;
- De uitkomst van een dobbelsteen;
- Het weer;
- Een voetbal na het nemen van een vrije trap.

2)

In een vaas zitten papiertjes, deze papiertjes hebben 3 eigenschappen: een kleur (groen of geel), een getekende vorm (vierkant of cirkel) en een kleur van deze vorm (rood of blauw).

a. Hoeveel verschillende mogelijkheden zijn er, als al deze eigenschappen voorkomen?

Het aantal groene papiertjes met een vierkant is gelijk aan het aantal groene papiertjes met een rood vierkantje + het aantal groene papiertjes met een blauw vierkant.

b. Stel ook deze vergelijking op voor het aantal groene papiertjes met een rode vorm, en het aantal papiertjes met een blauw vierkant.

c. Laat zien waarom moet gelden:

(groene papiertjes met een vierkant) \leq (groene papiertjes met rode vorm) + (papiertjes met een blauw vierkant)

3)

In de klas gaan we een experiment doen, iedereen krijgt 3 eigenschappen mee (kort/lang, rood/geel hoedje, wel/geen veer op het hoedje). Schrijf een ongelijkheid van Bell voor deze situatie.

4)

Bereken van de volgende 3 verdelingen of deze voldoen aan de Bell ongelijkheden, waarbij iedere rij een meting is en iedere kolom een eigenschap is.

0 1 1

1 0 1

0 0 0

0 1 1

0 1 1

0 0 0

1 1 1

0 1 0

0 1 0

1 1 0

1 1 0

1 0 1

1 1 1

0 1 0

1 0 1

0 1 1

0 1 1

0 0 1

1 0 1

1 0 0

0 1 0

0 0 0

0 1 1

1 0 0

1 1 1

Les 2:

We gaan onderzoeken of fotonen (lichtdeeltjes) verborgen eigenschappen hebben voor polarisatie. Dit doen we door te controleren of deze lichtdeeltjes aan de Bell ongelijkheden voldoen. De eigenschappen die we gaan onderzoeken is of een foton doorgelaten wordt (+) of geabsorbeerd wordt (-) bij verschillende hoeken van het polarisatiefilter, hoek α , β en γ , $P(A=+)$ betekent dus de kans dat een foton bij hoek α wordt doorgelaten.

- a. Maak de volgende Bell ongelijkheid af: $P(A=+ \& B=+) \leq$ _____

Wat we eigenlijk meten is hoeveel procent van de inkomende fotonen wordt doorgelaten.

- b. Beargumenteer dat dit getal gelijk is aan de kans dat een enkel foton doorgelaten wordt.

De hoeken waarbij we gaan meten zijn: $\alpha = 0^\circ$; $\beta = 45^\circ$ en $\gamma = 337,5^\circ$, eigenlijk stellen we met ieder polarisatiefilter dus de vraag aan het foton: 'Word jij bij deze hoek doorgelaten of geabsorbeerd'. Echter is de laatste term in de ongelijkheid van Bell: $P(B = + \& C = -)$, maar we kunnen alleen doorgelaten fotonen meten.

- c. Bedenk een manier hoe we kunnen bepalen hoeveel fotonen bij hoek C geabsorbeerd worden.

- 1) Bedenk 2 processen waarbij eigenschappen verstrengeld worden.
- 2) Beschrijf in eigen woorden wat de Kopenhagen interpretatie inhoudt.
- 3) Wat is de verborgen variabelen theorie? Hoe zou je kunnen controleren of deze theorie klopt?
- 4) Teken de opstelling waarmee verstrengelde fotonen gemeten worden, wat zijn de mogelijke uitkomsten?

Les 3:

Voor het testen van de ongelijkheid van Bell bij verstrengelde fotonen is er een experiment opgesteld. Dit experiment bekijkt hoeveel fotonen doorgelaten of geabsorbeerd worden bij verschillende polarisatie-standen (A, B, C en D). Dit experiment berekent verschillende 'verwachtingswaarden' (E) en telt deze bij elkaar op.

De verwachtingswaarde voor twee hoeken (A en C) is gedefinieerd als:

$$E(A, C) = |P_a(+)-P_a(-)| \cdot |P_c(+)-P_c(-)|$$

Om zaken makkelijker te maken noemen we $\alpha = P_a(+)-P_a(-)$ en $\gamma = P_c(+)-P_c(-)$

- Een kans (P) is altijd tussen de 0 en 1, tussen welke waarden moeten α en γ dan liggen?
- Geef een uitdrukking van E(A,C) in α en γ .

De uiteindelijke uitkomst van het experiment noemen we de 's-waarde'. Deze is als volgt gedefinieerd: $S = |E(A, C) + E(A, D)| + |E(B, C) - E(B, D)|$

- Druk S uit in α , β , γ en δ en toon aan dat $S = |\alpha|(|\gamma| + |\delta|) + |\beta|(|\gamma| - |\delta|)$
- Waarom geldt $|\alpha|(|\gamma| + |\delta|) + |\beta|(|\gamma| - |\delta|) \leq (|\gamma| + |\delta|) + (|\gamma| - |\delta|)$
- Toon aan dat de uitdrukking $S \leq 2$ altijd moet.

De kans dat je met een dobbelsteen 4 gooit is uiteraard 1/6, de kans dat je twee keer 4 met een dobbelsteen gooit is $1/6 * 1/6 = 1/36$. De kans dat twee processen plaatsvinden, is gelijk aan het product van de kans van beide afzonderlijke processen (voor meer uitleg vraag je wiskundedocent)!

- E(A,C) kun je ook uitdrukken in kansen dat A en C beide + zijn (P_{++}) of beide - (P_{--}) of verschillend (P_{+-} of P_{-+}), doe dit voor E(A,C)
- Bereken met behulp van de gegeven waarden E(A,C); E(A,D); E(B,C) en E(B,D)
-

Bijlage B

Interviews

Interview 1

Deze leerlinge raakte soms afgeleid tijdens de lessen en hield er van om zo nu en dan even te kletsen met de leerlingen om haar heen. Wanneer ze bij de les geroepen werd lette ze vervolgens wel weer goed op, ze had een acceptabele leergerige houding, maar gaat waarschijnlijk niets verder doen met natuurkunde.

Zinnen met 'D' zijn door de docent gesproken, 'L' staat voor leerling.

D: Wat is determinisme?

L: Als je vantevoren alle variabelen weet kan je ook de uitkomst berekenen

D: Kan je twee processen noemen die wel en niet deterministisch is?

L: Een dobbelsteen opgooien is wel deterministisch en absorptie van een foton was niet deterministisch

D: Kan je uitleggen wat kwantumverstrengeling is?

L: Nee die wist ik niet, maar ik denk dat dat misschien iets is met dat een een deeltje ook een golf was ofzo en dan dat al die strepen kwamen?

D: Een elektron was dat, dat ging over de kopenhagen interpretatie, verstrengeling hadden we gedaan met dat voorbeeld dat het linksdraaiend en rechtsdraaiend is.

L: Oohw, ja dat een pion uit elkaar valt en als je het dan van het ene deeltje weet, weet je het ook van het andere deeltje.

D: De verborgen variabelen theorie, kan je me vertellen of dat dat iets deterministisch is, of of een kwantumproces?

L: Iets deterministisch?

D: Waarom?

L: De variabelen die zijn er al van tevoren, je kan ze alleen niet meten maar ze zijn er al wel dus de uitkomst ligt al van tevoren vast.

D: Kan je me iets vertellen over wat de Bell's ongelijkheid met de verborgen variabelen theorie te maken had?

L: Dat was toch van als $A=B$ en $B=C$ dan $A \neq C$, dus dan weet je als je twee van die variabelen weet ook de derde.

D: Hmm, het was alleen wel met een kleiner dan, niet met een is gelijk teken.

L: Oh.

D: Wat betekent het als iets aan de Bell ongelijkheid voldoet?

L: *stilte*, dat het deterministisch is.

D: Moet de verborgen variabelen theorie aan de Bell ongelijkheid voldoen?

L: Ja

D: Voldoet de absorptie van fotonen aan de Bell ongelijkheid?

L: Nee

D: Dus wat kan je daar dan over zeggen?

L: Dat de verborgen variabelen theorie niet geldt bij de absorptie van fotonen.

D: Heel goed, dat leek me wel voldoende. Had jij nog op of aanmerkingen over de lessen, de theorie of dit gesprek?

L: Ja, ik vond de lessen heel leuk, ook met die hoedjes enzo daardoor blijft het goed hangen, ook goed met de voorbeelden. Ook vond ik het erg fijn dat aan het begin van de volgende les, de vorige les nog even kort herhaald werd. Daarom begrijp ik die eerste twee lessen ook beter dan de derde les. Omdat die niet meer herhaald is.

D: Vond je het interessante natuurkunde, of te theoretisch?

L: Ik vond het best interessant, iedere les zaten ook goede en leuke voorbeelden in, dus ik vond het leuk.

Interview 2

Deze leerling was een jongen met een erg geïnteresseerde houding. Hij lette goed op tijdens de lessen en was zeer leergierig. Het werd tijdens de lessen al duidelijk dat hij dit een interessant onderwerp vond.

Zinnen met 'D' zijn door de docent gesproken, 'L' staat voor leerling.

D: De vraag over wat een deterministisch proces is, hadden de meeste wel goed. Kan je een voorbeeld noemen van een deterministisch proces?

L: Het schieten van een voetbal, dat soort dingen, dat ligt eigenlijk altijd wel vast.

D: Betekent dat dat je altijd kan weten wat er ergens uitkomt?

L: Bij een deterministisch proces wel ja.

D: Kan je een voorbeeld van een niet deterministisch proces noemen?

L: Met van die pions waar u het over had, die zouden dan verstrengeld zijn en dan als de een dan een '-' werd geloof ik, ik weet niet meer precies wat het was maar als die de ene uitslag kreeg, dan kon je meteen zeggen wat de uitslag van de andere was en dat lag van tevoren niet vast. Dus dat gebeurde pas op het moment dat je een van de twee bekeek.

D: Weet je ook hoe dat dat heet?

L: De Kopenhagen interpretatie of bedoelt u kwantumverstrengeling?

D: Ja, ik doelde nu inderdaad op de Kopenhagen interpretatie. Maar dat is dus geen deterministisch proces zeg je?

L: Nee

D: Hoe kan je controleren of iets een deterministisch proces is?

L: Met de Bell's ongelijkheid, een deterministisch proces moet daar altijd aan voldoen.

D: Wanneer iets aan Bell's ongelijkheid voldoet, weet je dan ook zeker dat het een deterministisch proces is?

L: Nee, wat het kan zijn dat het een niet-deterministisch proces wel aan de Bell ongelijkheid voldoet en dat dat gewoon toeval is dat hij daar aan voldoet.

D: Wanneer kan je iets nuttigs zeggen met de Bell ongelijkheid?

L: Als hij er niet aan voldoet, dan weet je zeker dat het niet een deterministisch proces is, dan is het een kansproces. Of als je het proces heel vaak getoetst hebt aan de Bell ongelijkheid, dan kan je zeggen met enige zekerheid dat de kans groot is dat hij deterministisch is.

D: Is het mogelijk dat een kansproces deterministisch is?

L: Nee, dan is het geen kans meer als je het van tevoren weet.

D: We hadden het net al even over kwantumverstrengeling, kan je daar een voorbeeld van geven?

L: We hadden het over van die pions, dat die dan 10 km uit elkaar waren en als je dan de ene aanpakte of ging meten, dat de andere dan juist het andere werd. Dat was dan instantaan dus zonder enig tijdsverschil en die informatie zou dan sneller dan het licht gaan. En dat zou tegenstrijdig zijn met die van Einstein.

D: Weet je ook hoe dat genoemd wordt, die van Einstein?

L: Relativiteitstheorie. Als het dus een kansproces is, zou het tegenstrijdig zijn met die relativiteitstheorie. Als de Kopenhagen interpretatie klopt dan zou je dat dus krijgen.

D: Weet je nog waar Albert Einstein voorstander van was?

L: Die was voorstander van dat het wel vastlag... de verborgen variabelen theorie dat was hem, ik kon even niet op de naam komen.

D: Wat houdt dat in?

L: Dat betekent dat er nog variabelen zijn die niet gemeten kunnen worden, die wel aanwezig zijn, dus dat het proces wel deterministisch is. Maar dat we het alleen niet kunnen meten, maar dat het van tevoren wel vastlag.

D: En waar ben jij voorstander van?

L: De Kopenhagen interpretatie.

D: Waarom?

L: Ten eerste omdat die leuker is, en ten tweede omdat toen we dat gingen testen met het licht, bleek dat het niet voldeed aan Bell's ongelijkheid. En dan weet je zeker dat het geen determinisme is.

Bijlage C

Enquête

Acht leerlingen hebben een vragenlijst ingevuld

Leg in eigen woorden uit wat determinisme is.
Dat dingen vooraf vastgelegd zijn en er dus geen vrije keuze is
Determinisme is als je alle variabelen weet, dan weet je wat er gaat gebeuren.
Dat de uitkomst van een proces kan worden berekend als alle variabelen bekend zijn (er is dus géén sprake van kans).
Als de variabelen gegeven zijn, dan ligt de uitkomst vantevoren vast
Een proces is deterministisch als alle variabelen van tevoren vastliggen en dat je dus ook de uitkomst van het proces van tevoren al weet.
Als je alle variabelen weet kan je de uitkomst van een situatie bepalen.
Wanneer je alle variabelen weet kun je weten hoe iets loopt en het dus voor-spellen.
Een proces waarbij je van te voren (als alle eigenschappen bekend zijn) met zekerheid de uitkomst weet.
Leg uit of een (echt) kansproces deterministisch kan zijn.
Nee een kansproces impliceert dat het niet vooraf bepaalt is, alles heeft namelijk een kans.
Nee, want bij een kansproces weet je niet wat er gaat gebeuren, bij een deterministisch proces weet je dat wel.
Nee, want als er kans is, dan zijn niet alle variabelen bekend.
Dit kan niet, omdat de uitkomst al vast ligt
Nee, want dan weet je van tevoren niet alle variabelen.
Nee
Ja, want eigenlijk alles is deterministisch.
Ja, dat kan. Alle processen zijn deterministisch, als je alle eigenschappen maar weet. Dit is soms moeilijk en daarom noemen mensen het een kansproces, omdat ze het niet deterministisch kunnen oplossen.
Waarom noemen wij sommige klassieke processen een kansproces (zoals het gooien van kop-of-munt)?
Omdat er zo veel variabelen zijn dat wij niet alles kunnen bekijken
We weten niet alle variabelen.

Omdat wij een dobbelsteen of iets dergelijks niet nauwkeurig genoeg kunnen gooien of sturen.
Omdat we nog niet weten welke variabelen vast liggen, moeten we hier achter komen door te gooien. Hierbij is sprake van kansen
Omdat je bij dit kansproces van tevoren al wel alle variabelen weet.
Omdat niemand precies weet hoe je gaat gooien.
Het moeilijk is om alle variabelen te bekijken, zodat je dan weet hoe het eindigt. Wanneer je deze variabelen niet weet, wat we dus nooit weten bij dobbelsteen gooien ofz, dan is het dus gewoon een kans, want je weet het niet van te voren.
Omdat wij denken dat je 50% kans hebt om kop of munt te gooien.
Leg in je eigen woorden uit wat kwantumverstrengeling is.
Dat twee dingen altijd hetzelfde (of juist volledig tegengesteld) zijn omdat anders de behoudswetten geschonden worden (bijvoorbeeld een deeltje zonder spin wat vervalt in twee deeltjes met tegengestelde spin)
kwantumverstrengeling is dat een pion deelt in een positron en elektron.
Dat de uitkomst van het ene proces een directe en onmiddellijke invloed heeft op de uitkomst van een ander proces. Hierbij gaat de 'informatie' sneller dan het licht.
De spin van een positron en een elektron zijn samen 0
Een pion die splitst in een elektron en in een positron. Hierbij draait altijd eentje de ene kant op de ander de andere kant op. Ongeacht wanneer je dit meet. Dit geldt voor meer deeltjes dat ze aan elkaar gebonden zijn en dat ze in een positie worden gedwongen.
Hele kleine deeltjes hebben zowel deeltjes- als golfeigenschappen. Elektronen interfereren dus met zichzelf terwijl je dit niet zou verwachten volgens de klassieke natuurkunde.
Kwantumverstrengeling komt uit de kwantummechanica en hierbij zijn er 2 of meer natuurkundige objecten een soort van verbonden.
Een deeltje die verbonden is met een ander deeltje, zelfs als ze lichtjaren uit elkaar zijn.
Beschrijf in eigen woorden wat de Kopenhagen interpretatie inhoudt.
Dat voor de meting het nog onbepaald is wat de uitkomst zal zijn en dus alle valide mogelijkheden tegelijk aanwezig zijn
De Kopenhagen interpretatie is dat het deeltje in alle toestanden is, maar als je meet dwing je het deeltje in een van die toestanden.
De Kopenhagen interpretatie houdt in dat kwantumverstrengeling wél mogelijk is en dat het echt een kansproces is. Deze interpretatie is wel in strijd met de relativiteitstheorie.
Je dwingt het deeltje om een van de mogelijke toestanden te kiezen
Voor het meten bevindt het deeltje zich in alle mogelijke toestanden, door te meten dwing je hem één van die toestanden te kiezen.
Dit houdt in dat bijvoorbeeld een elektron tegelijkertijd zowel linksom als rechtsom draait totdat je het meet.

Dat er variabelen die invloed hebben op deeltjes en de golffunctie.
Voor het meten bevindt het deeltje zich in alle mogelijke toestanden. Door te meten dwing je hem één van de toestanden te kiezen.
Leg uit wat de verborgen variabelen theorie is.
Dat er variabelen zijn die wij niet kunnen meten die de schijnbare kansprocessen zouden verklaren
De verborgen variabelen theorie is een theorie over variabelen die we niet kunnen meten met de meetapparatuur van dit moment.
Deze theorie houdt in dat er variabelen zijn die wel aanwezig zijn, maar simpelweg niet te meten zijn. Dit zou betekenen dat het een deterministisch proces is en dat de informatie van tevoren al vastligt.
Dat er variabelen zijn die je niet kan waarnemen, waardoor een deeltje in een bepaalde positie wordt gedwongen. Deze weet ik niet.
Men weet niet wat de uitkomst is omdat niet alle variabelen bekend zijn.
Dat ergens variabelen zijn en waarmee je toch kunt voorspellen waar de deeltjes terecht komen en bewegen.
Twee verstrengelde fotonen hebben samen "afgesproken" hoe ze zullen reageren als ze een filter tegenkomen dat onder een bepaalde hoek met de verticaal staat, zelfs als vanwege de afstand geen contact meer mogelijk is.
Leg uit waarom, indien de aannames in de relativiteitstheorie kloppen, voor verstrengelde deeltjes de verborgen variabelen theorie moet kloppen.
Omdat informatie niet sneller dan het licht kan gaan en als er geen variabelen verborgen variabelen zijn dat informatie dan sneller dan het licht moet gaan om te kunnen garanderen dat de verstrengelingen kloppen
Deeltjes kunnen niet sneller dan de lichtsnelheid. Er zijn altijd 2 tegen deeltjes (positron, elektron), als 2 deeltjes op een afstand van een lichtjaar zijn, kunnen er geen signalen worden verzonden, dus kan de Kopenhagen interpretatie en moet de verborgen variabelen theorie waar zijn.
De relativiteitstheorie houdt onder andere in dat niets sneller dan het licht kan gaan, dus informatie kan dat ook niet. Als twee deeltjes verstrengeld zijn, dan heeft de uitkomst van het ene deeltje invloed op de uitkomst van het andere deeltje. De Kopenhagen interpretatie stelt dat deze deeltjes meteen een invloed hebben op elkaar, maar dat zou betekenen dat die informatie sneller dan het licht gaat. De verborgen variabelen theorie stelt echter dat die informatie er al was, maar dat deze niet te meten is.
Omdat het anders sneller dan het licht moet gaan. Dit kan niet. Deze weet ik niet.
Anders zou informatie sneller dan het licht gaan. Dit kan niet.
–
Geen idee. Ik snap de verborgen variabelen theorie niet zo goed.

Leg uit wat een schending van de Bell ongelijkheid impliceert voor de verborgen variabelen theorie en waarom.

Als de Bell's ongelijkheid geschonden wordt dan kunnen verborgen variabelen niet aanwezig zijn omdat voor verborgen variabelen de metingen een maximale waarde hebben. Als het toch hoger dan deze maximale waarde ligt dan kunnen er dus geen verborgen variabelen zijn en is het dus geen klassiek proces

Er zijn processen waarbij de Bell ongelijkheid fout is. Als dit het geval is, moet het proces een kansproces zijn. Met dat er processen een kansproces kan zijn, kan de verborgen variabelen theorie niet kloppen.

Voor een deterministisch proces moet de Bell ongelijkheid altijd kloppen. Als de Bell ongelijkheid wordt geschonden, dan betekent dit dus dat de verborgen variabelen theorie niet klopt. Hierop volgt de conclusie dat de Kopenhagen interpretatie juist is.

De verborgen variabele theorie is onjuist, omdat alle deterministische processen moeten voldoen aan de Bell ongelijkheid

Hierbij is kans. Dit lijkt er te zijn bij de verborgen variabelen theorie, maar dat is niet zo. Deze weet ik niet.

Het is geen deterministisch proces, anders zou het voldoen aan de Bellsongelijkheid. De verborgen variabelen theorie is dus onjuist

Als de van de Bell theorie niet werkt zijn er dus geen verborgen variabelen en is het niet te voorspellen.

Geen idee. Ik snap de verborgen variabelen theorie niet zo goed.

Heb je nog overige opmerkingen, zowel over de lessen als de theorie als deze vragenlijst?

Ik heb alles goed begrepen, dus deze 3 lessen zijn goed gegaan.

Run EMC <- leuk shirt, hoor :)

<https://www.youtube.com/watch?v=nxuzzZg8MKg>

Leuke lessen met al die voorbeelden met hoedjes en veren etc. Zo blijft het beter hangen. De laatste vragen wist ik niet goed, dit komt mede doordat dit één keer is gezegd. De 1e en 2e les is ook nog een keer herhaald. Dat was niet zo bij de laatste les.

Nee

De lessen waren goed en werden met enthousiasme gegeven, maar soms raakte ik de draad wel kwijt, want dan ging het opeens van het ene onderwerp naar het andere zonder dat je wist dat ze uiteindelijk een verband met elkaar hadden.

Deze vragenlijst is best moeilijk, ook al hebben we alles besproken in de lessen. Omdat het een vrijwel onbekend onderwerp is voor ons, is het moeilijk alles te begrijpen en ook nog te kunnen verwoorden in deze vragenlijst.

Bibliografie

- Bell, J. S. (1964). On the einstein podolsky rosen paradox. *Physics*, 1(3):195–200.
- Bell, J. S. (1981). Bertlmann's socks and the nature of reality. *Le Journal de Physique Colloques*, 42(C2):C2–41.
- Bransford, J., Vye, N., Stevens, R., Kuhl, P., Schwartz, D., Bell, P., Meltzoff, A., Barron, B., Pea, R. D., and Reeves, B. (2005). Learning theories and education: Toward a decade of synergy. In *Handbook of educational psychology*. Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Clauser, J., Horne, M., Shimony, A., and Holt, R. (1969). Proposed experiment to test local hidden-variable theories. *Physical Review Letters*, 23(15):880.
- Clegg, B. (2009). *The God Effect: Quantum Entanglement, Science's Strangest Phenomenon*. New York: St. Martin's Press.
- De Broglie, L. (1929). The wave nature of the electron. *Nobel lecture*, 12:244–256.
- Dirksen, G., Boer, M., Moller, H., and Willemse, J. (2014). *Breindidactiek. Helpen leren met breinkennis*. Utrecht: Uitgeverij Synaps.
- Einstein, A. (1905). Zur elektrodynamik bewegter körper. *Annalen der physik*, 322(10):891–921.
- Einstein, A., Podolsky, B., and Rosen, N. (1935). Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete? *Physical review*, 47(10):777.
- Griffiths, D. J. (2014). *Introduction to quantum mechanics*. Upper Saddle River, NJ: Pearson Prentice Hall.
- Groenen, E., Michels, B., Smeets, P., de Leeuw, A., van de Poppe, D., Bouwens, R., Verbrugge, A., and Meek, A. (2014). *Natuurkunde VWO, Syllabus Centraal Examen 2016*. Uitgegeven door: College voor Toetsen en Examen vwo, havo, vmbo (Utrecht).
- Heisenberg, W. (1927). Über den anschaulichen Inhalt der quantentheoretischen Kinematik und Mechanik. *Zeitschrift für Physik*, 43(3-4):172–198.
- Kralingen, R. and Geerts, W. (2015). *DOCENT! Didactiek en praktijk in het hoger onderwijs*. Bussum: Uitgeverij Coutinho.

- Laugksch, R. (2000). Scientific literacy: A conceptual overview. *Science education*, 84(1):71–94.
- Marzano, R. and Pickering, D. (2007). Special topic: The case for and against homework. *Educational leadership*, 64(6):74–79.
- Sjøberg, S. and Schreiner, C. (2010). The ROSE project: An overview and key findings. Technical report, University of Oslo.
- Stadermann, H. and Goedhart, M. (2017). Comparison and analysis of quantum physics in secondary school curricula of 13 different countries. In Presentation at GIREP 2017, 3-7 July, Dublin, Ireland.
- Stuckey, M., Hofstein, A., Mamlok-Naaman, R., and Eilks, I. The meaning of ‘relevance’ in science education and its implications for the science curriculum. 49(1):1–34.
- Zeilinger, A. (2010). *Dance of the photons: From Einstein to quantum teleportation*. New York: Farrar, Straus and Giroux.