

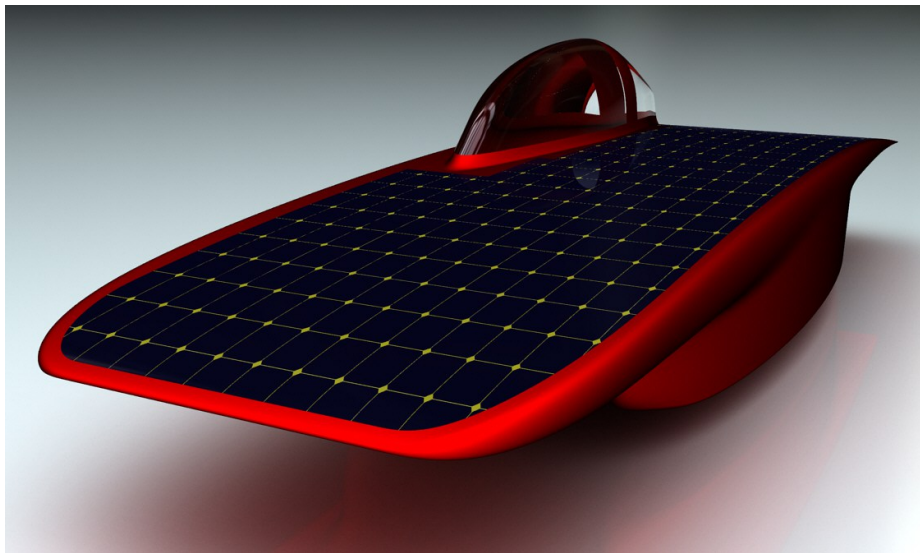
UNIVERSITEIT TWENTE

BACHELOROPDRACHT TECHNISCHE WISKUNDE

Risico van een Racestrategie voor de Red Shift

Auteur:
Marije SIEMANN

Begeleider Universiteit Twente:
Dr. Ir. Maurits DE GRAAF
Begeleider Solar Team Twente:
Jeroen MINNEMA



5 juli 2017

1 Samenvatting

Het Solar Team Twente neemt in oktober 2017 deel aan de World Solar Challenge en zet alles op alles om de winst te behalen. Hiervoor moet niet alleen de zonneauto Red Shift perfect zijn, maar ook de racestrategie. Bij het bepalen van de racestrategie is het van groot belang om nauwkeurig te kunnen inschatten hoeveel energie er wordt uitgegeven tijdens het rijden en hoeveel energie er binnenkomt via de zonnecellen. De energie-inkomsten zijn sterk afhankelijk van het weer en daarom wordt er gebruikgemaakt van weersvoorspellingen. Tot nu toe is men uitgegaan van het verwachte weer en hiervoor kan het Solar Team al optimale snelheden bepalen om te rijden tijdens de race.

Weersvoorspellingen zijn echter onzeker. Dit jaar zijn er voor het eerst ensemblevoorspellingen beschikbaar: voorspellingen die niet alleen de verwachting van het weer weergeven, maar ook de onzekerheid daarin. Dit biedt de mogelijkheid om het risico van een racestrategie te bepalen en dit helpt het Solar Team bij het beslissen of het verstandig is om af te wijken van de naar verwachting optimale strategie.

In dit verslag wordt er onderzocht wat de kans is om de finish te halen bij gegeven rijnsnelheden tijdens de race. Hiervoor wordt een model opgesteld waarbij de energie-inkomsten en -uitgaven tijdens de race worden berekend en hierbij wordt rekening gehouden met afhankelijkheid tussen weersvoorspellingen. Vervolgens wordt aangetoond dat het theoretische model ook in de praktijk uit te voeren is door het te programmeren in Java. Daarnaast worden methoden beschreven die gebruikt zouden kunnen worden om optimale snelheden te vinden om te rijden wanneer er een minimaal gewenste kans om de eindstreep te halen wordt gegeven.

Inhoudsopgave

1	Samenvatting	1
2	Inleiding	3
3	Probleemstelling	5
3.1	Literatuur	5
3.1.1	Optimal energy management for solar-powered cars	5
3.1.2	Optimal design and strategy for the SolUTra	6
3.1.3	Optimale rijstrategie afhankelijk van weersvoorspellingen voor ‘The Red Engine’	7
3.1.4	Reflectie literatuur	7
4	Model	9
4.1	Discrete aanpak en Dijkstra’s algoritme bij deterministische weersvoorspellingen . .	9
4.2	Ensemblevoorspellingen	10
4.3	Dijkstra’s algoritme en ensemblevoorspellingen	11
4.4	Afhankelijkheid tussen weersvoorspellingen	11
4.5	Methode 1: Covariantiematrix	12
4.6	Methode 2: Ruwe data	13
4.7	Vraagstuk 2	14
4.7.1	Methode 1: Dynamisch programmeren	14
4.7.2	Methode 2: Genetische algoritmes	14
5	Uitvoering vraagstuk 1	15
5.1	Gegevens en notatie	15
5.2	Energie-inkomsten	16
5.3	Rijkosten	17
5.4	De kans berekenen	18
5.5	Java	18
6	Resultaten	20
7	Conclusie	21
8	Discussie	22
8.1	Aannames	22
8.2	Validatie	23
8.3	Vervolgonderzoek	23

2 Inleiding

In 1987 werd de eerste editie van de World Solar Challenge gehouden, naar een idee van de zonnepioniers Hans Tholstrup en Larry Perkins [1]. Tot aan 1999 vond de race driejaarlijks plaats, daarna tweejaarlijks. Deze ruim 3000 kilometer lange race, waarin de Australische outback doorkruist wordt van Darwin in het noorden naar het zuidelijke Adelaide, vindt dit jaar voor de 14de keer plaats en viert tegelijkertijd zijn 30-jarig jubileum.

De reglementen van de race worden regelmatig aangepast, met name om ervoor te zorgen dat de zonneauto's steeds meer op normale auto's gaan lijken. Zo is het tegenwoordig verplicht dat de bestuurder rechtop zit en sinds 2013 zijn vier wielen vereist [2]. Daarnaast ontwikkelt de techniek zich steeds verder. Hierdoor wordt er voor elke editie een nieuwe auto gebouwd om zowel aan de regels te blijven voldoen als om competitief te blijven. Dit jaar is onder andere het maximaal toegestane oppervlak aan zonnecollectoren verlaagd van 6 naar 4 m² en zijn er vernieuwde eisen aan de remmen [3]. Het oorspronkelijke idee is echter ongewijzigd gebleven: de zonneauto begint in Darwin met een volle accu van zo'n 5 kWh; de rest van de energie, benodigd om de finish in Adelaide te halen, moet worden opgewekt uit zonnestraling [4].

Sinds 2005 neemt een team van de Universiteit Twente deel aan de World Solar Challenge: het Solar Team Twente [5]. In 2013 werd voor het eerst het podium bereikt met een derde plaats. Bij de vorige editie, in 2015, werd de hoogste klassering tot nu toe behaald: een tweede plaats, met een minimaal verschil in snelheid met de eerste plaats. Een gemiddelde snelheid van 91,63 km/h werd behaald door het Solar Team Twente, tegenover 91,75 km/h voor het Nuon Solar Team van de TU Delft [6].

Toch was het na deze prestatie in 2015 spannend of het Solar Team Twente in 2017 nog van start zou gaan. In 2014 liet de Universiteit Twente namelijk weten dat de subsidie stopgezet zou worden als in de editie van 2015 niet de winst behaald zou worden [7]. Hoewel de winst niet werd gepakt, was de prestatie wel van zo'n grote klasse dat de universiteit besloot de sponsoring toch door te zetten [8]. En zo komt het, dat het Solar Team Twente momenteel alles op alles zet om de World Solar Challenge 2017 te winnen met de nieuwe zonneauto genaamd Red Shift.

Om dat te bereiken, moet alles kloppen. Allereerst de auto zelf: op mechanisch en elektronisch gebied moet alles werken en er moet een perfecte balans gevonden worden tussen aerodynamica en de hoeveelheid zonne-energie die opgewekt kan worden. Ook het team moet vlekkeloos samenwerken. En ten slotte moet de racestrategie optimaal zijn.

Zeker wanneer de verschillen tussen de topteams zo klein zijn, kan dit laatste punt, de strategie, de doorslag geven tussen winnen en verliezen. De strategie bestaat uit twee delen. Ten eerste moet er berekend worden wanneer het voordelig is om met een hogere of lagere snelheid te rijden. Dit heeft alles te maken met het weer: het kan bijvoorbeeld voordelig zijn om bij plaatselijke bewolking, waardoor er tijdelijk weinig energie wordt opgewekt, harder te rijden, om zo snel mogelijk weer in de zon terecht te komen. Maar terwijl de auto zich nog in het bewolkte gebied bevindt mag de accu niet leeg raken - dan komt de auto immers stil te staan - en bij hogere snelheden wordt de auto ook inefficiënter. Hiertussen moet een balans gevonden worden. Het is dus een aardige puzzel om de juiste snelheden te bepalen om in zo kort mogelijke tijd de eindstreep te halen.

Daarnaast bevat de strategie een tweede component: het al dan niet nemen van risico. Het verbruik van de auto bij verschillende snelheden kan redelijk nauwkeurig bepaald worden, maar de energieinkomsten zijn sterk afhankelijk van het weer. Er zijn natuurlijk weersvoorspellingen, maar daar zit onzekerheid in - het zou wat beter kunnen uitvallen, of juist een stuk slechter. Er kan besloten worden om harder te gaan rijden om de concurrentie voor te blijven en er hierbij op te gokken dat het weer meezit, maar het team loopt dan wel risico.

Tot nu toe is het Solar Team Twente bij het bepalen van de snelheden altijd uitgegaan van de weersvoorspellingen van de zoninstraling, zonder rekening te houden met de onzekerheid daarin. Het strategieprogramma dat het Solar Team Twente heeft ontwikkeld, weet met behulp van dy-

namisch programmeren de optimale snelheden te bepalen om te rijden tijdens de race, uitgaande van de weersvoorspellingen. Maar aangezien deze weersvoorspellingen van de zinstraling voor waar worden aangenomen, als was het zonder onzekerheid, is het niet bekend wat het risico is van deze strategie. Ook geeft het strategieprogramma hierdoor maar één oplossing, en geen alternatieve strategieën met minder of meer risico.

Voor deze editie van de World Solar Challenge heeft het Solar Team Twente echter gedetailleerdere weersvoorspellingen van de zinstraling tot zijn beschikking, zogeheten ensemblevoorspellingen, geleverd door het KNMI. Deze voorspellingen geven niet alleen informatie over het meest waarschijnlijke weer, maar ook over de (on)zekerheid hiervan en de mogelijke spreiding. Hierover meer in Hoofdstuk 4. Het doel van dit onderzoek is dan ook om te onderzoeken hoe het strategieprogramma van het Solar Team Twente verbeterd kan worden met behulp van deze ensemblevoorspellingen van de zinstraling.

3 Probleemstelling

Het huidige strategieprogramma maakt gebruik van een discrete aanpak. De race wordt opgedeeld in segmenten van 10 kilometer en op elk segment wordt met een constante snelheid gereden. Dit levert een snelheidsvector $\mathbf{v} = (v_1, v_2, \dots, v_n)$ op, waarbij op segment nummer i met snelheid v_i gereden wordt. Bij deze snelheidsvector hoort een eindtijd $T = T(\mathbf{v})$. Het strategieprogramma bepaalt momenteel met welke snelheidsvector het vroegst de eindstreep wordt gehaald, zonder dat de hoeveelheid energie in de accu ooit negatief wordt. Hierbij wordt uitgegaan van één weersvoorspelling, namelijk het verwachte weer in de komende periode, zonder onzekerheid.

Het Solar Team Twente zou graag niet één vaste strategie willen hebben, maar de mogelijkheid om te kiezen voor snellere dan wel langzamere strategieën, met respectievelijk meer en minder risico. Afhankelijk van de omstandigheden kan dit hen voordelen opleveren. In een zeer gunstig scenario zou het team op de eerste plek kunnen liggen met ruime afstand op de nummer twee. In zo'n geval kan het verstandig zijn om wat langzamer te gaan rijden dan de optimale snelheid, om zo het risico te verkleinen en de eerste plek veilig te stellen. Een ander scenario is dat het team tweede ligt, met de nummer een nog binnen bereik. Op zo'n moment moet het team een inschatting maken of het het risico waard is om harder te gaan rijden dan de optimale snelheid.

De wens van het Solar Team is dan ook het volgende: een beslissingsondersteunend systeem dat, gegeven een minimaal gewenste kans om de eindstreep te halen, de laagst mogelijke eindtijd kan bepalen.

Voor het construeren van dit systeem worden twee vraagstukken onderscheiden:

1. Zij een snelheidsvector $\mathbf{v} = (v_1, v_2, \dots, v_n)$ gegeven. Bereken de kans $P(\mathbf{v})$ dat de eindstreep gehaald wordt bij deze snelheidsvector, dat wil zeggen: de kans dat de hoeveelheid energie in de accu nooit negatief wordt.
2. Zij een minimale gewenste kans α gegeven. Bepaal een snelheidsvector \mathbf{v} die de laagste eindtijd geeft waarbij de kans op het halen van de eindstreep ten minste α is. Met andere woorden, bepaal een vector \mathbf{v} waarvoor het volgende minimum wordt aangenomen: $\min_{\mathbf{v}: P(\mathbf{v}) \geq \alpha} T(\mathbf{v})$.

Hierna zullen deze met vraagstuk 1 en vraagstuk 2 worden aangeduid.

3.1 Literatuur

Er zijn verschillende artikelen beschikbaar waarin wordt onderzocht hoe een optimale rijstrategie voor de World Solar Challenge gevonden kan worden. Drie van deze verslagen, die alle drie een andere aanpak gebruiken, worden hier besproken. Daarna volgt een reflectie op deze verslagen.

3.1.1 Optimal energy management for solar-powered cars

Het eerste onderzoek, genaamd 'Optimal energy management for solar-powered cars' door Peter Pudney [9], komt uit 2000. Om een optimale rijstrategie te vinden maakt hij gebruik van de technieken van optimal control. Hij meent dat dit meer inzicht geeft dan een numerieke aanpak, gebaseerd op dynamisch programmeren of genetische algoritmes, omdat een numerieke aanpak slechts één oplossing geeft. Dit in tegenstelling tot een aanpak gebaseerd op optimal control, wat naast een oplossing ook noodzakelijke voorwaarden voor een optimale strategie oplevert.

Voor een aantal vereenvoudigde situaties lukt het hem om met deze technieken een optimale strategie te vinden. De eerste situatie die hij beschouwt gaat uit van een constante zoninstraling, geen verliezen in het aandrijfsysteem of in de accu, en een accu die nooit vol raakt. In de tweede situatie is de accu niet meer 100% efficiënt, maar heeft de accu wel een constante efficiëntie. Ook in de derde situatie, waarbij het rijden op hellingen wordt onderzocht, lukt het nog om een optimale strategie te vinden.

Al deze situaties zijn echter nog niet heel realistisch. Hoe realistischer de situaties worden gemaakt, des te lastiger blijkt het om een werkelijk optimale strategie te vinden. Uiteindelijk moeten er toch numerieke benaderingen aan te pas komen om een optimale strategie te vinden.

Pudney onderzoekt verder hoe om te gaan met plaatselijke variaties in zinstraling. Hij komt tot de conclusie dat er harder gereden moet worden wanneer de instraling laag is en vice versa. Hij merkt hierbij op dat het voordeel ten opzichte van een constante snelheid echter klein is.

Tot slot onderzoekt hij stochastische zinstraling. Hij beschrijft de instraling als de som van een deterministische en een stochastische component. Het deterministische deel kan met behulp van Fourieranalyse bepaald worden, het stochastische deel kan beschreven worden met een Markovketen. Met behulp van dynamisch programmeren weet hij vervolgens verschillende afstanden te bepalen die in vijf dagen gereden zouden kunnen worden, plus een kans dat elk van deze afstanden gehaald zal worden. Hij stelt dat deze afstand gelijk over de dagen verdeeld moet worden. Met welke snelheden er precies gereden moet worden op een dag bij een zekere streef afstand kan vervolgens bepaald worden met de technieken van optimal control.

3.1.2 Optimal design and strategy for the SolUTra

Het tweede onderzoek heet ‘Optimal design and strategy for the SolUTra’ door Cerial Mocking [10] en komt uit 2006. Dit onderzoek is specifiek gedaan voor de SolUTra, de eerste zonneauto die door het Solar Team Twente is gebouwd. Het eerste deel van dit onderzoek beschrijft het opstellen van een model van de energie-inkomsten en -uitgaven en het bepalen van de parameters van de auto. Daarna wordt de racestrategie en de optimalisatie hiervan beschreven.

De race wordt eerst in stukken opgedeeld. Er zijn twee mogelijkheden: opdelen in ‘stages’, stukken van de route met een bepaalde lengte waarop met constante snelheid gereden wordt, of opdelen in ‘time steps’, stukken van de route zonder vaste lengte, maar waar een vaste tijd over wordt gedaan. In beide gevallen worden hiervoor de optimale snelheden bepaald.

Er wordt een kostenfunctie opgesteld voor de gekozen snelheden. Deze kostenfunctie bestaat uit de tijd waarin een stage wordt afgelegd of de afstand die in een time step wordt afgelegd, gecombineerd met twee andere kosten die voor stages en time steps gelijk zijn. Een van deze kosten is het verschil met de gewenste hoeveelheid energie in de accu aan het eind van een stage of time step. De andere factor is de limieten van de accu: wanneer de hoeveelheid energie in de accu te hoog of te laag wordt, waardoor er energie verloren kan gaan of de auto stil kan komen te staan, wordt dit ‘bestraft’ in de kostenfunctie.

Deze drie factoren worden gewogen met een weegfactor en de resulterende kostenfunctie wordt geminimaliseerd om de beste snelheid te bepalen voor een stage of time step. Vervolgens wordt dit uitgebreid naar twee stages of time steps door de kostenfuncties van beide te sommeren. Daarna worden hier de optimale waarden uitgehaald.

Dit moet vervolgens naar meer stages of time steps uitgebreid worden en geoptimaliseerd worden. Aangezien het een niet-lineair, niet-convex optimalisatieprobleem is zal het numeriek opgelost moeten worden. Hierbij moet ook rekening worden gehouden met lokale minima. Er worden twee technieken voorgesteld om dit probleem op te lossen. De eerste is ‘multiple start’, waarbij vanuit verschillende startposities gezocht wordt naar minima. De hoop is dat de laagste waarde die wordt gevonden, het globale minimum zal zijn, of op zijn minst een lokaal minimum dat daar erg dichtbij zit. De tweede heet ‘parameter sweep’, waarbij verschillende initiële posities worden vergeleken en hieruit een positie wordt gekozen van waaruit een minimum gezocht wordt. Beide technieken geven echter geen garantie op het vinden van het globale minimum.

3.1.3 Optimale rijstrategie afhankelijk van weersvoorspellingen voor ‘The Red Engine’

Het derde onderzoek, ‘Optimale rijstrategie afhankelijk van weersvoorspellingen voor ‘The Red Engine’ genaamd, komt uit 2015 en is uitgevoerd als bacheloropdracht door Arwyn Goos, Guus Katentbelt en Tineke School [11]. Zoals de titel al zegt, is dit onderzoek specifiek uitgevoerd voor The Red Engine, de zonneauto waarmee het Solar Team Twente in 2015 heeft deelgenomen aan de World Solar Challenge.

Het doel van dit onderzoek was, vergelijkbaar met het doel van onderzoek dat u nu leest, om voor verschillende eindtijden de snelheidsvector te bepalen die de hoogste kans geeft om deze tijd te halen. Het verschil zit hem in de beschikbaarheid van de data: voor dit onderzoek waren nog geen ensemblevoorspellingen beschikbaar, maar alleen de verwachte waarde van de zoninstraling en de kansen dat de instraling meer dan een zelf gekozen waarde δ hoger of lager zou uitvallen dan de verwachte instraling. Dit geeft dus drie intervallen met voor elk interval een kans dat de zoninstraling hierbinnen valt. Deze intervallen worden vervolgens vereenvoudigd door ze te vervangen door een waarde, namelijk de verwachte waarde, de verwachte waarde plus δ en de verwachte waarde min δ .

De route wordt opgedeeld in segmenten van gelijke lengte. In dit onderzoek wordt aangenomen dat de weersvoorspellingen onafhankelijk van elkaar zijn, zowel in tijd als in plaats. Daardoor kan relatief eenvoudig een kansverdeling bepaald worden van de hoeveelheid energie in de accu na elk segment bij een gegeven snelheidsvector. Met behulp van dynamisch programmeren (specifieker: Dijkstra’s algoritme) wordt voor elke eindtijd de snelheidsvector bepaald waarbij de hoeveelheid energie in de accu naar verwachting het hoogst is bij de finish. Met behulp van de kansverdeling van de hoeveelheid energie in de accu wordt vervolgens de kans dat finish gehaald wordt bij deze eindtijd berekend.

In principe is dit precies wat het Solar Team zoekt, maar door de beperkte data, de aanname van onafhankelijkheid tussen weersvoorspellingen en de aanname dat de intervallen kunnen worden benaderd met één waarde, is de benadering wel vrij grof. Dit wordt ook aangetoond in het hoofdstuk ‘Validatie’ in het verslag. Daarnaast wordt aangetoond dat er wel degelijk sprake is van afhankelijkheid tussen de weersvoorspellingen.

3.1.4 Reflectie literatuur

De besproken literatuur wijst uit dat het probleem op verschillende manieren benaderd kan worden. In het eerste onderzoek (3.1.1) wordt gekozen voor een continue aanpak met de technieken van optimal control, terwijl het tweede (3.1.2) en derde (3.1.3) verslag voor een discrete benadering gaan. Toch zit er ook een groot verschil tussen de aanpak in het tweede en derde verslag. In beide gevallen wordt de route opgedeeld in een aantal, zeg n , segmenten, waar op elk segment met een constante snelheid wordt gereden. Vervolgens moet de optimale snelheid gevonden worden op elk segment. In het tweede verslag wordt dit gedaan door het probleem als een n -dimensionaal optimalisatieprobleem te beschouwen, waar het derde verslag dit met behulp van Dijkstra’s algoritme doet. Deze laatste methode is een stuk efficiënter en levert bovendien gegarandeerd de beste oplossing.

Hoewel de optimal control-aanpak uit het eerste onderzoek inderdaad noodzakelijke voorwaarden voor optimale snelheden en ook bewezen optimale oplossingen weet te vinden voor (sterk) eenvoudige situaties, blijkt dit lastig te worden voor meer realistische situaties. Voor elke toevoeging zijn bovendien verscheidene pagina’s met ladingen formules extra nodig om een oplossing te vinden. Daarnaast levert de optimal control-aanpak alleen optimale oplossingen op, terwijl we in dit verslag juist geïnteresseerd zijn in het afwijken van de optimale snelheden om beslissingsondersteuning te bieden.

Tegenover de optimal control-aanpak staat de discrete aanpak uit het derde verslag, die schittert door eenvoud. Hoewel de snelheden die hieruit volgen een benadering van een optimale oplossing blijven, kan de benadering zeer eenvoudig nauwkeuriger worden gemaakt door de lengte van de segmenten te verkleinen. Daarnaast is het alleen nodig om te weten hoeveel energie er wordt verbruikt door

de auto op een segment bij een bepaalde snelheid, en doet de manier waarop dit berekend wordt er niet toe. Aanpassingen en verbeteringen aan het model van het energieverbruik van de auto hebben daardoor geen invloed op de methode om optimale snelheden te vinden, en ook plaatselijke en temporele variaties in de zoninstraling veranderen niets aan de methode.

Dit leidt ertoe dat er in dit onderzoek is gekozen voor een discrete benadering van het probleem, vergelijkbaar met de benadering in het derde verslag dat in het vorige hoofdstuk werd besproken. Bovendien gebruikt het Solar Team Twente momenteel ook deze benadering, waardoor de resultaten van dit onderzoek eenvoudiger geïmplementeerd kunnen worden in het strategieprogramma van het Solar Team. Het verschil met het derde verslag is dat er in dit verslag ook rekening zal worden gehouden met afhankelijkheden tussen weersvoorspellingen doordat er ensemblevoorspellingen beschikbaar zijn.

4 Model

In dit hoofdstuk wordt het proces van het ontwerpen van het model beschreven om vraagstuk 1, zoals beschreven in Hoofdstuk 3, op te lossen. Hierbij worden de verschillende ontwerp mogelijkheden en de hieruit gemaakte keuzes die hebben geleid tot dit model inzichtelijk gemaakt. Het resulterende model wordt vervolgens in formulevorm uitgewerkt in het volgende hoofdstuk.

4.1 Discrete aanpak en Dijkstra's algoritme bij deterministische weersvoorspellingen

In het kort wordt hier besproken hoe het Solar Team Twente momenteel de optimale snelheden bepaalt, uitgaande van het verwachte weer. Voor een uitgebreidere beschrijving, zie het verslag 'Optimale rijstrategie afhankelijk van weersvoorspellingen voor 'The Red Engine' [11].

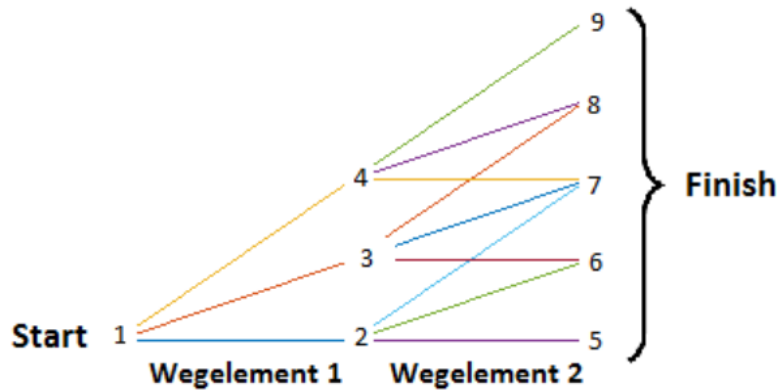
De opzet van de discrete aanpak is om de route, met lengte l , op te delen in n segmenten $S_i = \overrightarrow{s_{i-1}s_i}$, $i = 1, \dots, n$ waarbij s_i de plaats op de route is op afstand $\frac{i \cdot l}{n}$ van het begin van de route. Dus: beginpunt = s_0 , eindpunt = s_n , (constante) lengte van een segment is $\Delta s = \frac{l}{n}$. Op elk segment S_i wordt met een constante snelheid v_i km/h gereden. Dit levert een snelheidsvector $\mathbf{v} = (v_1, v_2, \dots, v_n)$ op. De tijd die het duurt om segment S_i af te leggen is dus $T(v_i) = \frac{\Delta s}{v_i}$ minuten.

De snelheidskeuzes worden nu beperkt zodat er alleen uit een eindig aantal snelheden gekozen mag worden op elk segment. Laat de mogelijke snelheidskeuzes w_1, w_2, \dots, w_k zijn, waarbij geldt: $w_i < w_j$ als $i < j$. Om de toestandsruimte in het hierna volgende probleem te beperken, zijn deze keuzes zodanig, dat het verschil in tijd om een segment af te leggen tussen snelheidskeuzes w_i en w_{i+1} altijd gelijk is. In andere woorden: $\frac{\Delta s}{w_i} - \frac{\Delta s}{w_{i+1}} = c \quad \forall i$ voor een zekere constante c . Deze constante c en de minimumsnelheid w_1 bepaalt het Solar Team zelf. Hieruit worden vervolgens recursief de overige snelheden bepaald met de volgende formule: $w_{i+1} = \frac{\Delta s \cdot w_i}{\Delta s - w_i c}$.

Na het afleggen van een segment bevindt de auto zich op een bepaald tijdstip op een zekere plaats op de route. Deze combinatie van plaats en tijd wordt een *node* genoemd, weergegeven met $N(s_i, t)$, waarbij s_i de plaats is zoals hierboven beschreven en t het tijdstip. Als vanaf de start alle k snelheidskeuzes worden beschouwd, zijn er na het afleggen van het eerste segment k nodes waar de auto zich zou kunnen bevinden, namelijk $N(s_1, T(w_1)), N(s_1, T(w_2)), \dots, N(s_1, T(w_k))$. Door de slimme beperking van de snelheidskeuzes zijn dit er na twee segmenten niet k^2 maar $2(k-1) + 1$, na drie segmenten niet k^3 maar slechts $3(k-1) + 1$, enzovoort. Zie de onderstaande afbeelding, afkomstig uit [11], voor een visualisatie hiervan. De nummers geven de nodes aan en een lijn tussen twee nodes geeft aan dat het mogelijk is om van de ene naar de andere node te rijden, dat wil zeggen: de snelheid benodigd om van de ene naar de andere node te komen, is toegestaan.

Een lijn tussen twee nodes $N(s_i, t_1)$ en $N(s_{i+1}, t_2)$ geeft dus drie dingen aan: het segment (weg-element) S_{i+1} , de tijdstippen waartussen dit segment wordt afgelegd (t_1 en t_2), en daarmee ook de snelheid v_i waarmee dit segment wordt afgelegd. Hiermee kan worden berekend hoeveel energie er door de auto wordt verbruikt door deze lijn te rijden, weergegeven met $R(v_i)$, en ook de verwachte energie-inkomsten van de zon kunnen hiermee bepaald worden, weergegeven met $Z(S_i, \mathbf{v})$. Het verschil tussen de energie-inkomsten en -uitgaven is het energieresultaat en ook het gewicht van deze lijn. De hoeveelheid energie in de accu op plaats s_i bij het rijden met snelheidsvector \mathbf{v} wordt aangegeven met $A(s_i, \mathbf{v})$.

Om nu de optimale snelheidsvector te bepalen, wordt er een vorm van Dijkstra's algoritme gebruikt. Na segment S_1 wordt er bepaald wat de hoeveelheid energie in de accu is op elke node met plaats s_1 (nodes 2, 3 en 4 in de figuur). Hierna wordt er gekeken naar segment S_2 . Voor een aantal nodes aan het einde van dit segment zijn er verschillende mogelijkheden om deze node te bereiken. Neem bijvoorbeeld node 7: deze kan bereikt worden via node 2, 3 en 4. Het verschil zit hem in de snelheden die zijn gekozen om deze node te bereiken: langzaam-snel, gemiddeld-gemiddeld of snel-langzaam. Deze drie 'paden' naar node 7 leveren allemaal een andere hoeveelheid energie in de



Figuur 1: Netwerk van nodes (nummers). De helling van een lijn tussen twee nodes geeft de snelheid aan waarmee wordt gereden tussen deze twee nodes. Afbeelding afkomstig uit [11].

accu op, namelijk de hoeveelheid energie in de accu op de voorgaande node op het pad, plus het energieresultaat van de lijn naar node 7: $A(s_2, \mathbf{v}) = A(s_1, \mathbf{v}) + Z(S_2, \mathbf{v}) - R(v_2)$. Nu wordt het pad naar node 7 gekozen dat de hoogste hoeveelheid energie in de accu op deze node oplevert, en dit pad wordt onthouden. Deze techniek wordt toegepast voor elke node met plaats s_2 , en vervolgens wordt er naar de nodes op de volgende plaats, s_3 , gekeken.

Als het blijkt dat geen enkel pad naar een bepaalde node een positieve hoeveelheid energie in de accu oplevert, dan wordt deze node niet meer verder geëvalueerd; deze is immers niet haalbaar. Het algoritme wordt herhaald tot de nodes met de finish als plaats, namelijk s_n , bereikt zijn. Hier wordt de node uitgekozen die de laagste finishtijd geeft; als het ware de hoogste nog haalbare node rechtsboven in de figuur. Aangezien dit de laagste tijd is waarbij de hoeveelheid energie in de accu nooit onder 0 komt, levert dit het beste pad, oftewel de beste snelheidsvector op.

4.2 Ensemblevoorspellingen

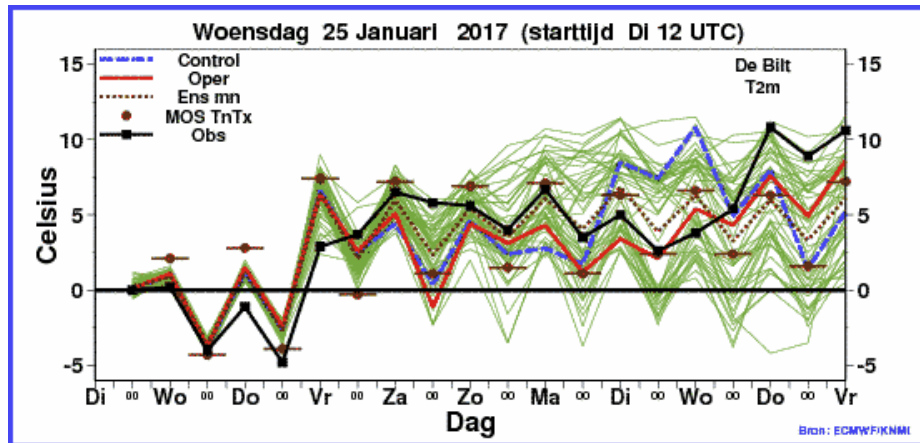
In de vorige paragraaf werd beschreven welke vorm het model heeft dat momenteel door het Solar Team gebruikt wordt om de optimale snelheidsvector te bepalen. Globaal zal voor het huidige probleem dezelfde opzet worden gebruikt, maar de precieze vorm zal niet exact hetzelfde zijn. Dit hangt nauw samen met de beschikbare data. Zoals genoemd in de inleiding zijn dit jaar ensemblevoorspellingen beschikbaar. In deze paragraaf wordt uitgelegd wat dit precies is.

Voor het produceren van weersvoorspellingen wordt gebruikgemaakt van modellen van de atmosfeer. Deze modellen bestaan uit systemen van gekoppelde niet-lineaire partiële differentiaalvergelijkingen. Omdat deze niet exact kunnen worden opgelost, worden numerieke methoden gebruikt om oplossingen te vinden [12].

Er zitten twee onzekerheden in deze voorspellingen. Ten eerste zijn de modellen niet perfect en ten tweede zijn de initiële condities niet exact bekend. Het chaotische karakter van het weer zorgt ervoor dat kleine veranderingen in de modellen of in de initiële condities na verloop van tijd tot grote verschillen kunnen leiden in de voorspellingen. Door verscheidene voorspellingen te produceren met kleine verschillen in de initiële condities en eventueel ook in de modellen, ontstaat er een beeld van de mogelijke weersscenario's.

Dit zijn precies de ensemblevoorspellingen: 50 weersvoorspellingen, ensemblemembers of kortweg members genaamd, die gezamenlijk een 'ensemble' of pluim vormen dat een goed beeld geeft van de weersscenario's die mogelijk zijn. De ensemblevoorspellingen geven dus een soort kansverdeling van de weersvoorspellingen. Hoe dichter de ensemblemembers bij elkaar zitten, des te zekerder is

de verwachting van de weersvoorspelling [13]. Een voorbeeld van een ensemblevoorspelling staat hieronder weergegeven.



Figuur 2: Voorbeeld van een ensemblevoorspelling

4.3 Dijkstra's algoritme en ensemblevoorspellingen

Zoals genoemd in Paragraaf 4.2, kunnen de ensemblevoorspellingen gezien worden als een kansverdeling. Dit kan gecombineerd worden met de vorm van Dijkstra's algoritme zoals beschreven in Paragraaf 4.1. Daarvoor moet eerst de analogie tussen het beschreven algoritme en Dijkstra's algoritme worden begrepen. Dit is op het eerste gezicht misschien niet direct duidelijk. Bij Dijkstra's algoritme wordt immers het kortste pad gezocht en geeft het gewicht van de lijn tussen twee nodes de afstand aan tussen deze nodes, terwijl in het beschreven model een node juist een vaste plaats op de route heeft.

Het gewicht van de lijn tussen twee nodes is in het huidige model het energieresultaat van die lijn. Vervolgens wordt niet de laagste, maar de hoogste waarde op elke node uitgekozen, waarbij de waarde zodoende de hoeveelheid energie in de accu is. In een standaard kortstepadvraagstuk zou het kiezen van de hoogste waarde in plaats van de laagste een probleem opleveren door de aanwezigheid van cyclen, maar aangezien er in dit model sprake is van een gerichte graaf zonder cyclen kan dit wel.

Nu lijkt het misschien zo dat de analogie tussen het beschreven algoritme en Dijkstra's algoritme enigszins vergezocht is en dat de term dynamisch programmeren in zijn algemeenheid beter past. Toch is het nuttig om deze analogie te gebruiken, omdat in de literatuur dit soort vormen vaak ook onder Dijkstra's algoritme worden geschaard en hierdoor specifiek naar literatuur kan worden gezocht.

Voordat er rekening werd gehouden met onzekerheid in voorspellingen, was het energieresultaat van een lijn een vast getal. Doordat de energie-inkomsten nu berekend zullen worden uit de ensemblevoorspellingen, betekent dit dat de energie-inkomsten ook een kansverdeling zullen volgen. Daarmee krijgt het energieresultaat van een lijn ook een kansverdeling. Dit betekent dat het probleem beschreven kan worden als het toepassen van een aangepaste vorm van Dijkstra's algoritme waarbij de gewichten van de lijnen bovendien stochastisch zijn.

4.4 Afhankelijkheid tussen weersvoorspellingen

In de besproken literatuur wordt er bij het berekenen van optimale snelheden en kansen nog geen rekening gehouden met afhankelijkheid tussen weersvoorspellingen, of specifiek: de voorspellingen van de zoninstraling. In het derde verslag (3.1.3) wordt wel aangetoond dat er wel degelijk

tijdsafhankelijkheid bestaat tussen voorspellingen van de zonstraling, en mogelijk ook plaatsafhankelijkheid.

Intuïtief lijkt dit ook logisch. Als de zonstraling op dit moment een stuk hoger uitvalt dan voorspeld, dan zal het over een paar minuten waarschijnlijk ook nog wel hoger zijn dan voorspeld, en over een paar uur misschien ook nog wel. En als op een bepaalde plaats de zonstraling dicht bij de verwachting in de buurt zit, dan valt het te verwachten dat dit een paar kilometer verderop ook wel het geval zal zijn. Toch zou het ook kunnen dat dit niet het geval is, als er bijvoorbeeld net een overgang tussen een hoge- en lagedrukgebied passeert.

Om de kansen zoals bedoeld in vraagstuk 1 (zie Hoofdstuk 3) zo nauwkeurig mogelijk te berekenen, moet er rekening gehouden worden met de (mogelijke) aanwezigheid van afhankelijkheden. De beschikbaarheid van de ensemblevoorspellingen biedt hier ook de mogelijkheid toe. Twee methodes zijn overwogen om de afhankelijkheid mee te nemen. Deze worden hierna besproken.

4.5 Methode 1: Covariantiematrix

Zoals beschreven in Paragraaf 4.3, kan het probleem worden beschouwd als het toepassen van een aangepaste vorm van Dijkstra's algoritme waarbij bovendien de gewichten van de lijnen, namelijk de energieresultaten, stochastisch zijn. Om de kans te bepalen dat de eindstreep gehaald wordt bij een gegeven snelheidsvector, zullen de kansverdelingen van de energieresultaten (gewichten) van de opeenvolgende lijnen in een pad opgeteld moeten worden.

Hoe gemakkelijk, en met name ook hoe snel de som van kansverdelingen te bepalen is, hangt af van het type verdeling. De som van normaal verdeelde variabelen is bijvoorbeeld heel snel te bepalen. Er is echter sprake van een discrete kansverdeling (50 ensemblemembers), waardoor dit niet zo snel gaat. Uit contact met een meteoroloog van het KNMI, Sander Tijm, is gebleken dat een kansverdeling van de zonstraling soms benaderd zal kunnen worden met bijvoorbeeld een normale verdeling, maar dat het type verdeling kan verschillen bij verschillende weersituaties en dat er niet altijd een bekende verdeling goed zal passen. Het fitten van één bekende kansverdeling op de ensembledata valt hiermee af.

Er is ook een andere optie: de verwachting en de variantie van de som kunnen berekend worden, waarbij de afhankelijkheid tussen de weersvoorspellingen wordt meegenomen in de variantie. Met Chebyshev's ongelijkheid kan er dan een grove afschatting worden gemaakt van de kans dat de hoeveelheid energie in de accu groter dan 0 is. Deze afschatting is wel erg grof. Aangezien het de som van een groot aantal kansverdelingen betreft, namelijk 301, zou er ook aangenomen kunnen worden dat de som bij benadering normaal verdeeld is op basis van de Centrale Limietstelling. Daarmee kan ook de kans worden berekend dat de finish gehaald wordt. De standaardvorm van de Centrale Limietstelling is echter alleen van toepassing op onafhankelijke, gelijk verdeelde stochastische variabelen, maar er zijn ook varianten bekend waarbij de stochasten niet gelijk verdeeld hoeven te zijn of zwak afhankelijk mogen zijn [14], die deze aanname enigszins rechtvaardigen.

Het bepalen van de verwachting van de som van de voorspellingen is eenvoudig, maar bij het bepalen van de variantie van deze som zal de afhankelijkheid tussen de voorspellingen meegenomen moeten worden:

$$\text{Var} \left(\sum_{i=1}^n Z(S_i, \mathbf{v}) \right) = \sum_{i=1}^n \text{Var}(Z(S_i, \mathbf{v})) + 2 \sum_{j>i} \text{Cov}(Z(S_i, \mathbf{v}), Z(S_j, \mathbf{v}))$$

Hierbij stelt $Z(S_i, \mathbf{v})$ de kansverdeling van de energie-inkomsten op segment S_i bij snelheidsvector \mathbf{v} voor. Om de variantie te berekenen zal dus de covariantiematrix bepaald moeten worden om de afhankelijkheid tussen weersvoorspellingen mee te nemen. Uit contact met Sander Tijm (de meteoroloog) is gebleken dat er geen standaardwaarde voor de covariantie kan worden aangenomen omdat de correlatie tussen weersvoorspellingen afhangt van de weersituatie. Het KNMI is daarom steeds meer bezig om correlaties direct uit de ensemblevoorspellingen te berekenen. Dit betekent

dat de gevraagde covariantiematrix uit de ensemblevoorspellingen berekend zal moeten worden voor elk pad.

Dit kan als volgt gedaan worden: zij $Z_k(S_i, \mathbf{v})$ de (deterministische) energie-inkomsten op segment S_i bij snelheidsvector \mathbf{v} als wordt uitgegaan van ensemblemember nummer k , en zij $\bar{Z}(S_i, \mathbf{v}) = \frac{1}{50} \sum_{k=1}^{50} Z_k(S_i, \mathbf{v})$ de verwachting van de energie-inkomsten op dit segment. Dan volgt hieruit de steekproefcovariantie, waarbij afhankelijkheid in tijd en plaats tegelijk wordt meegenomen:

$$\text{Cov}(Z(S_i, \mathbf{v}), Z(S_j, \mathbf{v})) = \frac{1}{49} \sum_{k=1}^{50} (Z_k(S_i, \mathbf{v}) - \bar{Z}(S_i, \mathbf{v}))(Z_k(S_j, \mathbf{v}) - \bar{Z}(S_j, \mathbf{v}))$$

Nemen we tweemaal hetzelfde segment bij de steekproefcovariantie, dan geeft dit natuurlijk de steekproefvariantie:

$$\text{Cov}(Z(S_i, \mathbf{v}), Z(S_i, \mathbf{v})) = \text{Var}(Z(S_i, \mathbf{v})) = \frac{1}{49} \sum_{k=1}^{50} (Z_k(S_i, \mathbf{v}) - \bar{Z}(S_i, \mathbf{v}))^2$$

4.6 Methode 2: Ruwe data

Een tweede methode is om direct met de ruwe data van de ensemblevoorspellingen te werken. In een ensemblemember zit immers de afhankelijkheid tussen voorspellingen al verwerkt. Wat níét kan, en waarvoor ook expliciet wordt gewaarschuwd in het document van de ECMWF over ensemblevoorspellingen [13], is het selecteren van een of meerdere ensemblemembers welke het beste lijken op basis van eigen observaties. Alleen op zeer korte tijdschaal is dit soms mogelijk. De ensemblemembers moeten dus altijd als geheel worden beschouwd om een goed beeld te geven van de mogelijke weersituaties. Dit komt door de chaotische natuur van het weer.

Hoewel een ensemblemember dus nooit op zichzelf kan worden gebruikt als voorspelling, kan een ensemblemember wel worden gezien als een mogelijk weerscenario. Er zou dus wel met losse ensemblemembers gerekend kunnen worden, zolang naderhand de berekeningen van de losse ensemblemembers weer samengevoegd worden om een goed beeld van de mogelijke resultaten van deze berekeningen weer te geven.

Dit is precies het idee van de tweede methode: beschouw elk ensemblemember als een losse, deterministische voorspelling. Bereken of volgens deze voorspelling de finish gehaald kan worden bij een gegeven snelheidsvector. Herhaal dit voor elk van de 50 ensemblemembers, en tel het aantal members waarbij de finish gehaald kan worden. De fractie van de ensemblemembers waarmee de finish gehaald wordt, is (bij benadering) de kans dat de finish gehaald kan worden bij een gegeven snelheidsvector.

Deze aanpak lijkt eenvoudiger dan de eerste methode en heeft ook geen last van twee problemen waar de eerste methode last van heeft: het voor elk pad moeten berekenen van een covariantiematrix en de aanname dat de som van de kansverdelingen een normale verdeling volgt. Wat er in feite misgaat bij de eerste methode, is dat er wordt getracht om de grote hoeveelheid data van de ensemblevoorspellingen samen te vatten in een verwachtingswaarde en een variantie bij een gegeven snelheidsvector door gebruik te maken van verwachtingswaardes en varianties van, en covarianties tussen de voorspellingen van de losse segmenten. Maar ondertussen wordt er hierbij eigenlijk te veel data weggegooid waardoor er op het einde alsnog het probleem ontstaat dat er te weinig bekend is over de resulterende kansverdeling. Daarnaast kost het samenvatten van de data toch redelijk wat moeite doordat dit voor elk pad opnieuw moet gebeuren, waardoor de voordelen ten opzichte van werken met de ruwe data wegvallen. Daar tegenover staat methode 2, die dichter bij de data blijft waardoor resultaten eenvoudiger te verifiëren zijn en waarbij niet onnodig veel berekeningen moeten worden gedaan. Om deze redenen is er gekozen voor methode 2.

4.7 Vraagstuk 2

In het bovenstaande deel van dit hoofdstuk wordt er gefocust op het bepalen van de kans dat de finish wordt gehaald bij een gegeven snelheidsvector, oftewel vraagstuk 1. Bij vraagstuk 2 wordt het omgekeerde gevraagd: gegeven een minimaal gewenste kans, bepaal hierbij de beste snelheidsvector. In dit onderzoek is er wel gekeken naar methoden hiervoor, maar dit is niet in uitvoering gebracht door tijdgebrek. Twee (mogelijke) methoden worden hieronder kort besproken.

4.7.1 Methode 1: Dynamisch programmeren

Bij het deterministische weer kon het probleem nog worden opgelost met behulp van dynamisch programmeren in combinatie met een beperking van de toestandsruimte door slimme snelheidskeuzes. Het probleem bij stochastisch weer, is dat een zeker pad naar een node niet een vaste hoeveelheid energie in de accu oplevert, maar 50 mogelijke hoeveelheden energie. Indien al deze 50 mogelijkheden hoger zijn dan de 50 mogelijkheden van een ander pad naar deze node, kun je direct zeggen dat het eerste pad beter is. Meestal zal dit echter niet het geval zijn. Daarnaast was het bij het deterministische weer zo, dat een pad als onhaalbaar werd beschouwd als de hoeveelheid energie in de accu op een node kleiner dan 0 zou worden naar verwachting. Omdat er nu 50 mogelijkheden zijn, kan het dus voorkomen dat een deel van de mogelijkheden een hoeveelheid energie in de accu onder de 0 aangeeft, en een deel boven 0.

Om het probleem van stochastisch weer op een vergelijkbare manier op te lossen als bij deterministisch weer, kan er niet met elk pad naar elke node doorgerekend worden. Er zal dus toch een pad naar de node geselecteerd moeten worden. Er kan hierbij gekeken worden naar de hoogste verwachte hoeveelheid energie in de accu en de hoogste kans om de node te halen. Naar verwachting gaan deze samen: een hogere hoeveelheid energie in de accu betekent meestal minder risico en dus een hogere kans om de node te halen. Toch hoeft dit niet per se het geval te zijn. Er zou daarom gekozen kunnen worden voor het pad dat een hoge kans en een hoge hoeveelheid energie in de accu het beste combineert. Daarnaast zou er op elke node niet slechts één, maar een aantal paden geselecteerd kunnen worden om mee verder te rekenen, om zowel paden die een hoge hoeveelheid energie in de accu als paden die een hoge kans op het halen van die node geven mee te nemen.

4.7.2 Methode 2: Genetische algoritmes

Een andere methode is het gebruikmaken van zogeheten genetische algoritmes. Hierbij wordt er eerst een startoplossing gegenereerd en vervolgens wordt deze steeds beetje bij beetje aangepast om langzamerhand tot de beste oplossing te komen. De naam komt van mutaties in chromosomen: bij deling willen de chromatiden nog wel eens verward raken (cross-over), waardoor er nieuwe chromosomen ontstaan.

In een artikel van Ji [15] wordt het gebruik van genetische algoritmes beschreven voor een kortstepadprobleem met stochastische lijnlengtes. Met enige aanpassingen zou dit ook gebruikt kunnen worden voor het vinden van de beste snelheidsvector en eindtijd bij een gegeven minimale kans.

5 Uitvoering vraagstuk 1

In dit hoofdstuk wordt het model dat in het vorige hoofdstuk is beschreven in formules uitgewerkt. Eerst worden de gegevens en de gebruikte notatie beschreven. Een deel van de notatie is al langsgekomen in Paragraaf 4.1 en Paragraaf 4.5, maar voor de volledigheid wordt dit hier herhaald.

5.1 Gegevens en notatie

- De beschikbare ensemblevoorspellingen geven de geaccumuleerde hoeveelheid zonne-energie die gedurende de afgelopen 3 uur op een oppervlak van 1 m^2 is gevallen op verschillende plaatsen en tijdstippen. Elke voorspelling heeft 50 members, genummerd 1 t/m 50, op elke beschikbare plaats en elk beschikbare tijdstip. De beschikbare plaatsen zijn de gridpunten van een grid gevormd door de latitude- en longitudelijnen per 0.2 graad, de beschikbare tijdstippen zijn elke 3 uur vanaf een bepaald begintijdstip tot en met het eindtijdstip 144 uur later. De hoeveelheid zonne-energie in J/m^2 op plaats x gedurende de afgelopen drie uur sinds tijdstip t zoals gegeven door ensemblemember nummer k , $k = 1, \dots, 50$ wordt weergegeven met $E_k(x, t)$.
- Door deze geaccumuleerde hoeveelheid zonne-energie te delen door de tijdsduur in seconden waarin deze zonne-energie binnenkomt ($3 \text{ uur} = 3 \times 60 \times 60 \text{ seconden} = 10800 \text{ seconden}$) leidt dit tot een gemiddelde zonintensiteit (stralingsvermogen van de zon) in W/m^2 gedurende die drie uur. Aangezien de waarde van de zonintensiteit overdag meestal een vloeiende lijn is, kunnen we aannemen dat deze gemiddelde zonintensiteit het beste past bij het middelste tijdstip gedurende deze 3 uur. Hiermee krijgen we:

$$I_k(x, t) = E_k(x, t + 1\frac{1}{2})/10800$$

waarbij $I_k(x, t)$ de zonintensiteit in W/m^2 is op plaats x en tijdstip t bij ensemblemember k .

- Raceroute, met lengte l , opgedeeld in n segmenten $S_i = \overrightarrow{s_{i-1}s_i}$, $i = 1, \dots, n$ waarbij s_i de plaats op de route is op afstand $\frac{i \cdot l}{n}$ van het begin van de route. Dus: beginpunt = s_0 , eindpunt = s_n , (constante) lengte van een segment is $\Delta s = \frac{l}{n}$.
- Snelheidsvector $\mathbf{v} = (v_1, v_2, \dots, v_n)$, waarbij op segment S_i met snelheid v_i gereden wordt.
- Tijd die het duurt om segment S_i af te leggen bij snelheid v_i is $T(v_i) = \frac{\Delta s}{v_i}$.
- Eindtijd horende bij snelheidsvector \mathbf{v} is $T(\mathbf{v}) = \sum_{i=1}^n \frac{\Delta s}{v_i}$.
- De energie-inkomsten op een segment S_i bij snelheidsvector \mathbf{v} en bij ensemblemember k worden gegeven door $Z_k(S_i, \mathbf{v})$.
- De rijkosten (benodigde energie) voor het segment S_i bij snelheid v_i worden gegeven door $R(v_i)$.
- De hoeveelheid energie in de accu op plaats s_i bij snelheidsvector \mathbf{v} , uitgaande van ensemblenummer k , wordt gegeven door $A_k(s_i, \mathbf{v})$.
- De optimale snelheidsvector bij gemiddeld weer, d.w.z. de snelheidsvector die leidt tot de laagste eindtijd waarbij de accuspanning gedurende de race altijd positief blijft als wordt uitgegaan van het gemiddelde van de ensemblevoorspellingen: $I(x, t) = \frac{1}{50} \sum_{k=1}^{50} I_k(x, t)$, op elke plaats x en elk tijdstip t . Deze vector wordt weergegeven door \mathbf{v}^* . Deze wordt als gegeven beschouwd, omdat deze snelheidsvector momenteel al bepaald kan worden door het Solar Team.

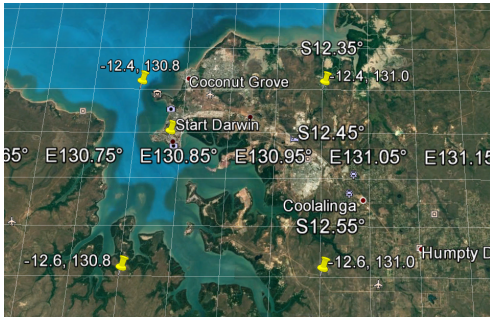
5.2 Energie-inkomsten

In deze paragraaf wordt beschreven hoe de energie-inkomsten $Z_k(S_i, \mathbf{v})$ in Joule bepaald worden.

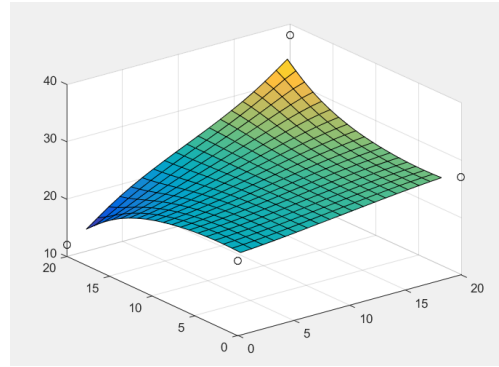
- Benader eerst de gemiddelde zonintensiteit $I_k(S_i, \mathbf{v})$ op het segment S_i bij snelheidsvector \mathbf{v} voor ensemblemember k . De gemiddelde zonintensiteit op het segment kan berekend worden door de zonintensiteit over het segment te integreren. Dit benaderen we discreet (met een Riemansom), door het gemiddelde te nemen van de zonintensiteit op verschillende plaatsen (en de daarbij behorende verschillende tijdstippen) op het segment. Deel hiervoor het segment op in m gelijke delen met daarbij behorend de plaatsen $s_{i-1} = s_{i,0}, s_{i,1}, \dots, s_{i,m} = s_i$.
- Bereken door interpolatie de zonintensiteit op elk van deze plaatsen $s_{i,j}$, $j = 0, \dots, m$. Er wordt zowel voor tijd als voor plaats geïnterpoleerd. Interpolatie voor tijd gebeurt lineair, interpolatie voor plaats met behulp van Inverse Distance Weighting (IDW). Dit laatste wil zeggen dat er een gewogen gemiddelde wordt genomen van de waarden op dichtbijzijnde punten, waarbij de weging gelijk is aan de inverse van de afstand tot zo'n punt. Deze methode wordt ook onderschreven door het KNMI [16].
- Het tijdstip waarop plaats $s_{i,j}$ bereikt wordt bij snelheidsvector \mathbf{v} is $T_{s_{i,j}}(\mathbf{v}) = \sum_{k=1}^{i-1} \frac{\Delta s}{v_k} + \frac{j}{m} \cdot \frac{\Delta s}{v_i}$
- De 4 gridpunten die een bounding box om plaats $s_{i,j}$ vormen, worden gebruikt voor plaatsinterpolatie. Noem deze punten $x_{s_{i,j},p}$, $p = 1, 2, 3, 4$. Zij $d_{s_{i,j},p}$, $p = 1, 2, 3, 4$ de afstand tussen plaats $s_{i,j}$ en gridpunt $x_{s_{i,j},p}$. Voor een tijdstip t waarop de instraling beschikbaar is, krijgen we door interpolatie de instraling op plaats $s_{i,j}$ voor ensemblemember nummer k :

$$I_k(s_{i,j}, t) = \frac{\sum_{p=1}^4 \frac{I_k(x_{s_{i,j},p}, t)}{d_{s_{i,j},p}}}{\sum_{p=1}^4 \frac{1}{d_{s_{i,j},p}}}$$

Een bounding box en de IDW-methode worden hieronder ook weergegeven.



Figuur 3: Bounding box van vier gridpunten



Figuur 4: Inverse Distance Weighting

- Het tijdstip $T_{s_{i,j}}(\mathbf{v})$ waarop $s_{i,j}$ bereikt wordt, is echter vrijwel nooit een beschikbaar tijdstip. Zij respectievelijk t_0 het meest nabije beschikbare tijdstip kleiner dan of gelijk aan, en t_1 het meest nabije beschikbare tijdstip strikt groter dan $T_{s_{i,j}}(\mathbf{v})$. Dan geldt: $t_1 - t_0 = 3$ uur, dus

door middel van lineaire interpolatie krijgen we:

$$\begin{aligned}
I_k(s_{i,j}, T_{s_{i,j}}(\mathbf{v})) &= \frac{t_1 - T_{s_{i,j}}(\mathbf{v})}{3} \cdot I_k(s_{i,j}, t_0) + \frac{T_{s_{i,j}}(\mathbf{v}) - t_0}{3} \cdot I_k(s_{i,j}, t_1) \\
&= \frac{t_1 - T_{s_{i,j}}(\mathbf{v})}{3} \cdot \frac{\sum_{p=1}^4 \frac{I_k(x_{s_{i,j},p}, t_0)}{d_{s_{i,j},p}}}{\sum_{p=1}^4 \frac{1}{d_{s_{i,j},p}}} + \frac{T_{s_{i,j}}(\mathbf{v}) - t_0}{3} \cdot \frac{\sum_{p=1}^4 \frac{I_k(x_{s_{i,j},p}, t_1)}{d_{s_{i,j},p}}}{\sum_{p=1}^4 \frac{1}{d_{s_{i,j},p}}} \\
&= \frac{\sum_{p=1}^4 \frac{\frac{t_1 - T_{s_{i,j}}(\mathbf{v})}{3} \cdot I_k(x_{s_{i,j},p}, t_0) + \frac{T_{s_{i,j}}(\mathbf{v}) - t_0}{3} \cdot I_k(x_{s_{i,j},p}, t_1)}{d_{s_{i,j},p}}}{\sum_{p=1}^4 \frac{1}{d_{s_{i,j},p}}}
\end{aligned}$$

- Hiermee benaderen we de gemiddelde zonintensiteit op het segment S_i bij snelheidsvector \mathbf{v} bij ensemblemember k : $I_k(S_i, \mathbf{v}) = \frac{1}{m+1} \sum_{j=0}^m I_k(s_{i,j}, T_{s_{i,j}}(\mathbf{v}))$
- Bereken de zonne-energie die bij ensemblemember k binnenkomt op segment S_i bij snelheidsvector \mathbf{v} door de gemiddelde zonintensiteit te vermenigvuldigen met de tijdsduur, de oppervlakte van de zonnecellen ($O_z = 4 \text{ m}^2$) en (bij benadering) het rendement van de zonnecellen ($\eta_z = 0.24$):

$$Z_k(S_i, \mathbf{v}) = \eta_z \cdot O_z \cdot T(v_i) \cdot I_k(S_i, \mathbf{v}) = 0.96 \cdot \frac{\Delta s}{v_i} \cdot \frac{1}{m+1} \sum_{j=0}^m I_k(s_{i,j}, T_{s_{i,j}}(\mathbf{v}))$$

Merk op dat dit een benadering is. In werkelijkheid spelen er nog meer factoren mee, zoals de temperatuur, de hoek van de zon en de aanwezigheid van slagschaduw op het zonnepaneel na 12 uur 's middags.

5.3 Rijkosten

Deze paragraaf beschrijft de rijkosten van de auto, $R(v_i)$.

- Benader eerst het vermogen dat de motor moet leveren: $P(v, v_{wind}) = \eta_m \cdot v \cdot \sum F$ met $\eta_m = 0.98$ de efficiëntie van de motor, v de snelheid waarmee je rijdt en $\sum F$ de som van de weerstandskrachten op de auto.
- De som van de weerstandskrachten kan als volgt benaderd worden:

$$\sum F(v, v_{wind}) = F_{aero}(v, v_{wind}) + F_{rol}(v) = \frac{1}{2} \rho C_{DA}(v + v_{wind})^2 + m g (v C_{dyn} + C_{stat})$$

met:

- Luchtdichtheid $\rho = 1.2 \text{ kg/m}^3$
- Luchtweerstandscoefficiënt keer oppervlakte $C_{DA} = 0.11 \text{ m}^2$
- Snelheid v in m/s
- Windsnelheid v_{wind} in m/s
- Massa $m = 230 \text{ kg}$
- Valversnelling $g = 9.81 \text{ m/s}^2$
- Dynamische deel rolweerstand $C_{dyn} = -0.000113 \text{ s/m}$

– Statische deel rolweerstand $C_{stat} = 0.003683$

- Vermenigvuldigen van het vermogen met de tijd die je over het segment doet, geeft de rijkosten:

$$R(v_i) = T(v_i) \cdot P(v_i, v_{wind}) = \frac{\Delta s}{v_i} \cdot \eta_m \cdot v_i \cdot \sum F(v_i, v_{wind})$$

Er wordt in eerste instantie aangenomen dat de windsnelheid 0 is.

5.4 De kans berekenen

De bovenstaande informatie wordt nu aan elkaar gerelateerd. Het verschil tussen de energieinkomsten $Z_k(S_i, \mathbf{v})$ bij ensemblemember k en de rijkosten $R(v_i)$ zijn het resultaat van het segment S_i bij snelheidsvector \mathbf{v} . Door dit resultaat op te tellen bij de hoeveelheid energie in de accu aan het begin van het segment krijgen we de hoeveelheid energie in de accu aan het eind van het segment:

$$A_k(s_i, \mathbf{v}) = A_k(s_{i-1}, \mathbf{v}) + Z_k(S_i, \mathbf{v}) - R(v_i)$$

Indien deze accuspanning nooit negatief wordt, ofwel $A_k(s_i, \mathbf{v}) \geq 0 \quad \forall i = 0, 1, \dots, n$, dan wordt de finish gehaald met deze snelheidsvector \mathbf{v} bij dit ensemblenummer k . Deze kans wordt aangegeven met $P_k(\mathbf{v})$ en neemt alleen de waarden 1 (halen) of 0 (niet halen) aan.

Nu moet er nog, gegeven een snelheidsvector $\mathbf{v} = (v_1, v_2, \dots, v_n)$, de kans $P(\mathbf{v})$ berekend worden dat de finish, plaats s_n , gehaald wordt, d.w.z. de kans dat de accuspanning op elke plaats s_i positief is:

$$P(\mathbf{v}) = P(A(s_1, \mathbf{v}) \geq 0, A(s_2, \mathbf{v}) \geq 0, \dots, A(s_n, \mathbf{v}) \geq 0)$$

Dit gaat volgens de methode zoals beschreven in Paragraaf 4.6. Eén ensemblemember wordt gezien als één deterministische weersvoorspelling. De kans dat de finish gehaald wordt met deze snelheidsvector wordt benaderd met de fractie van ensemblemembers waarmee de finish gehaald wordt:

$$P(\mathbf{v}) = \frac{1}{50} \sum_{k=1}^{50} P_k(\mathbf{v})$$

5.5 Java

Het recept om de gevraagde kans van vraagstuk 1 te berekenen, is hierboven beschreven. Voor het Solar Team Twente krijgt een theoretisch recept echter pas echt waarde, als het ook uit te voeren is. Daarom is dit ook in Java geprogrammeerd, niet alleen om resultaten te krijgen, maar vooral ook om de uitvoerbaarheid te testen. In eerste instantie was het programma erg traag, maar door een aantal efficiëntieslagen is het uiteindelijk snel genoeg gebleken. Na een initialisatie van zo'n 20 seconden kan de kans bij een gegeven snelheidsvector binnen 100 ms worden uitgerekend.

Momenteel wordt in het programma nog wel continu doorgereden, ook 's nachts, en worden control stops overgeslagen. Met kleine aanpassingen, door het invoeren van 'dummy' segmenten waarbij de snelheid 0 is maar waarbij de inkomende zonne-energie wel wordt berekend, kan dit nog worden uitgebreid naar een hele racesimulatie.

Een klein stukje van de code, dat de 4 dichtstbijzijnde gridpunten bepaalt voor plaatsinterpolatie, is hieronder weergegeven. De rest van de code is te vinden in de losse bijlage bij dit verslag.

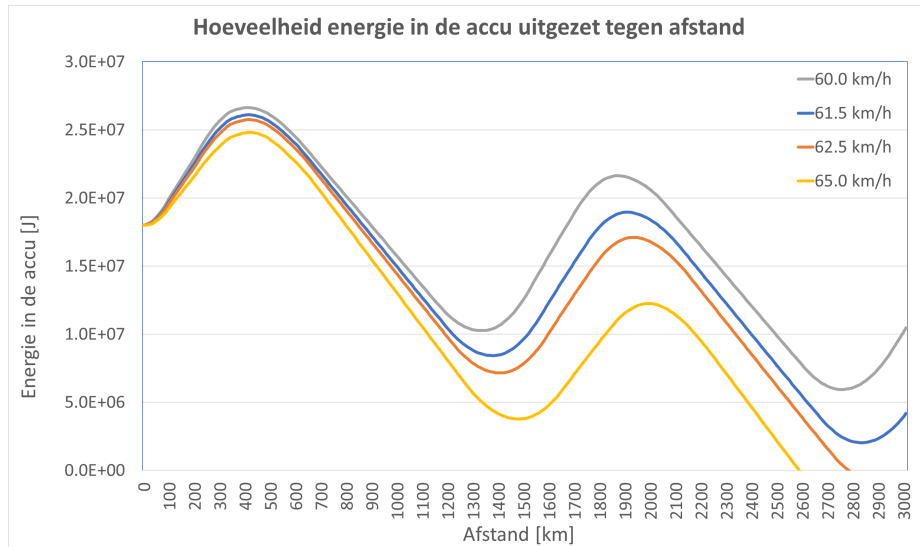
```
public int[] boundingBox() {
    int[] gridpoints = new int[4];
    double lat0 = (Math.floor(lat*5)) / 5;
    double lat1 = (Math.ceil(lat*5)) / 5;
    double lon0 = (Math.floor(lon*5)) / 5;
    double lon1 = (Math.ceil(lon*5)) / 5;
    gridpoints[0] = Utils.coordToNumber(lat0, lon0);
    gridpoints[1] = Utils.coordToNumber(lat0, lon1);
    gridpoints[2] = Utils.coordToNumber(lat1, lon0);
    gridpoints[3] = Utils.coordToNumber(lat1, lon1);
    return gridpoints;
}
```

Figuur 5: Java-code methode boundingBox() van class Place

6 Resultaten

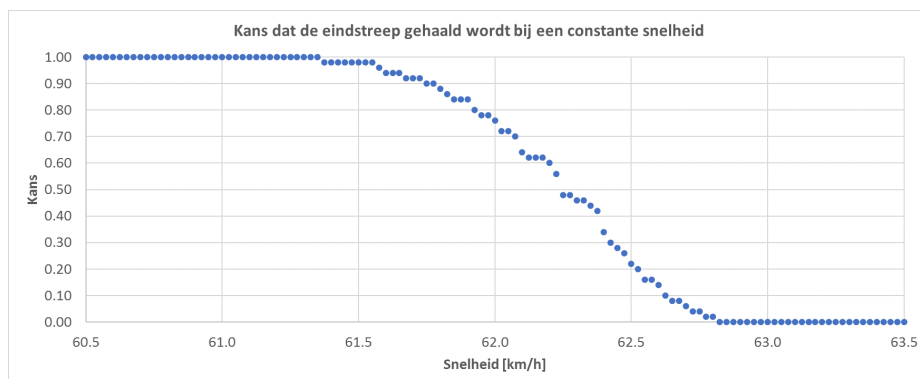
Met het Javaprogramma is het mogelijk om voor elke snelheidsvector de kans te berekenen dat de finish wordt gehaald. Ook kan het verloop van de hoeveelheid energie in de accu bekeken worden. In de eerste figuur wordt dit verloop weergegeven voor één ensemblemember, wanneer er, voor het gemak, continu met dezelfde snelheid wordt gereden.

Doordat er momenteel 's nachts wordt doorgereden zijn er een soort sinusgolven te zien, doordat er overdag wel zonne-energie binnenkomt, maar 's nachts niet. Daarnaast is te zien dat er bij twee snelheden het einde niet wordt gehaald, doordat de hoeveelheid energie in de accu vroegtijdig onder 0 komt.



Figuur 6: Hoeveelheid energie in de accu voor één ensemblemember

Door dit energieverloop voor elk ensemblemember te bekijken wordt de kans berekend dat bij een gegeven snelheidsvector de finish wordt gehaald. De onderstaande figuur laat de kans op het halen van de finish zien wanneer er continu met dezelfde snelheid wordt gereden. Zoals te verwachten was, daalt de kans monotoon bij toename van de snelheid. Bij een hogere snelheid worden immers de rijkosten hoger en de hoeveelheid energie die wordt binnengehaald lager.



Figuur 7: Kansverdeling van het halen van de eindstreep bij constante snelheid

7 Conclusie

Het Solar Team Twente is op zoek naar een beslissingsondersteunend systeem om risico's in te schatten van het afwijken van de optimale snelheid. De ensemblevoorspellingen die dit jaar beschikbaar zijn, bieden daar de mogelijkheid toe. Er zijn twee vraagstukken onderscheiden waarvoor een oplossing nodig is om het gewenste systeem te kunnen leveren.

Het eerste vraagstuk was om bij een gegeven snelheidsvector de kans te bepalen dat de finish gehaald wordt. Om dit vraagstuk op te lossen is er onderzoek gedaan naar de ensemblevoorspellingen: wat is het precies en wat kun je er wel en niet mee? Op basis hiervan en met behulp van de gevonden literatuur is er een model opgesteld dat de gevraagde kans kan bepalen, hierbij rekening houdend met de afhankelijkheid tussen weersvoorspellingen. Dit model is vervolgens in formules uitgewerkt en in Java geprogrammeerd. Er is gebleken dat dit uitvoerbaar was en snel genoeg werkt.

Het tweede vraagstuk, om bij een gegeven minimale kans op het halen van de finish de beste snelheidsvector te vinden, is nog niet praktisch opgelost. Wel is er onderzoek naar gedaan en zijn er twee mogelijke oplosmethodes aangedragen.

Hoewel nog niet aan de gehele wens van het Solar Team voldaan is, is er wel een grote stap gezet in de goede richting. Hoewel de beste snelheidsvector bij een gegeven kans nog niet gevonden is, kan er wel bekeken worden wat een afwijking van de optimale snelheid, bijvoorbeeld continu 1 km/h harder rijden, doet met het risico. Ook dit biedt inzichten en kan helpen om de beslissingen te ondersteunen.

8 Discussie

Drie onderwerpen zullen in deze discussie naar voren komen: ten eerste de aannames die gedaan zijn in dit verslag, ten tweede de validatie van de resultaten en ten derde vervolgonderzoek.

8.1 Aannames

Bij het opstellen van het model dat in dit verslag is beschreven, zijn verscheidene aannames gedaan. Ook zijn er af en toe bewust vereenvoudigingen toegebracht aan bepaalde formules, omdat de nadruk van dit verslag ligt op het vinden van een manier om kansen te berekenen met behulp van de ensembledata. Het Solar Team gebruikt onder andere voor de rijkosten nauwkeurigere formules, maar dit is niet direct van belang voor het verslag. De belangrijkste aannames en vereenvoudigingen worden hieronder genoemd en waar nodig verdedigd.

- **Aanname:** Het opdelen van de race in segmenten van 10 km biedt voldoende vrijheid om te variëren in snelheden.
Verdediging: Het Solar Team heeft momenteel deze lengte gekozen. Als er aanwijzingen zijn dat dit een te grote afstand is, bijvoorbeeld doordat de snelheden op opeenvolgende segmenten met grote stappen veranderen, kan de lengte altijd nog kleiner worden gemaakt.
- **Aanname:** De snelheid tussen twee segmenten in kan instantaan worden aangepast en heeft geen gevolgen voor de rijkosten.
Verdediging: In de praktijk is dit natuurlijk niet het geval. Zeker bij het wegrijden aan het begin van de dag en het afremmen aan het eind van de dag is dit erg onrealistisch. Om hier rekening mee te houden zou een extra factor moeten worden toegevoegd aan het model: de vorige snelheid. In dit verslag is hier echter geen aandacht aan besteed omdat de focus lag op het werken met ensemblevoorspellingen en niet op het model perfectioneren. Deze reden geldt voor meerdere aannames.
- **Aanname:** De rijkosten hangen alleen af van de snelheid waarmee de auto rijdt.
- **Aanname:** De energie-inkomsten op een segment hangen alleen af van de gemiddelde instraling, de tijdsduur, het oppervlakte van de zonnecellen en de efficiëntie van de zonnecellen.
- **Aanname:** Het tijdstip dat het beste past bij de waarde van de zoninstraling, berekend uit de geaccumuleerde hoeveelheid zonne-energie gedurende drie uur, is halverwege deze drie uur.
- **Aanname:** Lineair interpoleren voor tijd en IDW-interpolatie voor plaats geeft realistische waardes.
- **Aanname:** Ensemblemembers als deterministische weersvoorspellingen beschouwen is gerechtvaardigd en het vervolgens weer samenvoegen van de individuele kansen geeft een goede benadering van de gewenste kans.
- **Aanname:** Als de accu leeg is, kan de finish niet meer gehaald worden.
- **Aanname:** Het is voldoende om alleen de hoeveelheid energie in de accu te bekijken aan het eind van elk segment.
Verdediging: Theoretisch zou de hoeveelheid energie in de accu tussen het begin en eind van een segment in tijdelijk onder 0 kunnen komen, maar aan het eind van het segment weer positief zijn, wanneer er bijvoorbeeld aan het begin van het segment al weinig energie in de accu zit én er een wolk voor de zon zit, maar aan het eind niet meer. Dit is echter niet een veel voorkomende situatie.

8.2 Validatie

In dit onderzoek is er weinig tijd besteed aan het valideren van de resultaten. Gebrek aan tijd was hiervoor de voornaamste reden. Wel is er over nagedacht hoe de resultaten het beste gevalideerd zouden kunnen worden. Twee manieren zijn hierbij beschouwd.

De eerste manier is om het Solar Team met gemiddelde weersvoorspellingen de optimale snelheidsvector te laten berekenen. Vervolgens kan bij deze snelheidsvector de kans bepaald worden. Naar verwachting zou deze kans rond 0.5 moeten liggen: de helft van de ensemblemembers levert naar verwachting een ondergemiddelde hoeveelheid zonne-energie op, waarbij de finish niet gehaald wordt, en de helft een bovegemiddelde hoeveelheid, waarbij de finish wel gehaald wordt.

De tweede methode is om gebruik te maken van ensemblevoorspellingen uit het verleden en realisaties hiervan. Bij deze ensemblevoorspellingen kunnen kansen worden berekend, en met het huidige model van het Solar Team kan de verwachte hoeveelheid energie in de accu tijdens de race berekend worden met de realisatie van het weer. De berekende kansen kunnen vervolgens worden vergeleken met de hoeveelheid energie in de accu tijdens en aan het eind van de race, om een beeld te geven of de resultaten enigszins betrouwbaar zijn.

8.3 Vervolgonderzoek

Zoals al eerder beschreven is vraagstuk 2 nog niet opgelost. Hier is ruimte voor vervolgonderzoek. Dit is echter niet het enige vervolgonderzoek dat gedaan kan worden.

Tijdens dit onderzoek is er namelijk een zijsprong gemaakt in de zoektocht naar manieren om afhankelijkheid in weersvoorspellingen mee te nemen. Tijdens de race in Australië rijdt er een weerstation mee met het Solar Team dat continu allerlei weerdata, zoals de zoninstraling, meet. Deze data zou vergeleken kunnen worden met de voorspelling om de voorspelling op korte termijn te verbeteren. Er zou bijvoorbeeld tijdelijk één ensemblemember gekozen kunnen worden als meest betrouwbaar op een bepaald moment omdat deze het dichtst in de buurt van de observaties zit.

Dit zou echter alleen op kortere termijn gedaan mogen worden in verband met het chaotische karakter van het weer, en ook de eigen observatie zou fout kunnen zijn. Hiervoor bestaat echter wel een andere oplossing: het gebruiken van data-assimilatietechnieken, en in het bijzonder het Ensemble Kalman Filter (EnKF) lijkt hiervoor geschikt. Dit filter zorgt ervoor dat ensemblevoorspellingen kunnen worden aangevuld met eigen observaties doordat de ensemblemembers dichter naar de observatie toe buigen, maar houdt ook rekening met de onzekerheid in de observaties [17]. Omdat de weersvoorspellingen maar 2 keer per dag binnenkomen, kan dit aanzienlijke winst opleveren in het schatten van de hoeveelheid zonne-energie die gaat binnenkomen. Het uitbreiden van het huidige strategieprogramma van het Solar Team Twente met dit filter zou dan ook een interessant onderwerp voor vervolgonderzoek zijn.

Referenties

- [1] *History — World Solar Challenge 2017* (n.d.). Retrieved from https://www.worldsolarchallenge.org/about_wsc/history
- [2] *Regulations for the 2013 World Solar Challenge* (2012). Retrieved from http://www.worldsolarchallenge.org/files/15_21_2013_world_solar_challenge_regulations_v12_nov_2013.pdf
- [3] *2017 Bridgestone World Solar Challenge Regulations* (2016). Retrieved from https://www.worldsolarchallenge.org/files/1504_2017_bwsc_regulations_final_release_version_11.pdf
- [4] *Overview — World Solar Challenge 2017* (n.d.). https://www.worldsolarchallenge.org/about_wsc/overview
- [5] *History — Solar Team Twente* (n.d.). Retrieved from <http://www.solarteam.nl/history/>
- [6] *Honour Roll — World Solar Challenge 2017* (n.d.). Retrieved from http://www.worldsolarchallenge.org/about_wsc/history/honour_roll
- [7] *Red One verbreekt snelheidsrecord!* (2015). Retrieved from <http://www.solarteam.nl/red-one-verbreekt-snelheidsrecord/>
- [8] Kuyper, P. de (2015). *UT sponsort Solarteam ook in 2017*. Retrieved from https://www.utoday.nl/news/62307/UT_sponsort_Solarteam_ook_in_2017
- [9] Pudney, P. (2000). *Optimal energy management for solar-powered cars*. Doctoral thesis, University of South Australia. Retrieved from <http://www.unisanet.unisa.edu.au/staff/peterpudney/thesis/frontmatter.pdf>.
- [10] Mocking, C. (2006). *Optimal design and strategy for the SolUTra*. Master thesis, University of Twente.
- [11] Goos, A., Kattenbelt, G. & School, T. (2015). *Optimale rijstrategie afhankelijk van weersvoorspellingen voor 'The Red Engine'*. Bachelor thesis, University of Twente.
- [12] Lynch, P. (2015). Numerical Weather Prediction. In N. J. Higham et al. (Ed.), *The Princeton Companion to Applied Mathematics*. Retrieved from https://maths.ucd.ie/~plynch/Publications/pcam0159_proof_2.pdf.
- [13] World Meteorological Organization (2012). *Guidelines on Ensemble Prediction Systems and Forecasting*. Retrieved from http://www.wmo.int/pages/prog/www/DPFS/Manual/documents/1091_Guidelines_on_EPS_en.pdf.
- [14] Billingsley, P. (1995). *Probability and Measure* (pp. 359 - 364). New York, NY: John Wiley & Sons. Retrieved from <http://www.colorado.edu/amath/sites/default/files/attached-files/billingsley.pdf>.
- [15] Ji, X. (2005). *Models and algorithm for stochastic shortest path problem*. Applied Mathematics and Computation, 170(1), pp. 503 - 514. Retrieved from <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0096300304009646>.
- [16] Sluiter, R. (2008). *Interpolation methods for climate data - Literature review*. Retrieved from https://www.snap.uaf.edu/sites/default/files/files/Interpolation_methods_for_climate_data.pdf.
- [17] Auligné, T. (2010). *Fundamentals of Data Assimilation*. Retrieved from http://www.dtcenter.org/com-GSI/users/docs/presentations/2010_tutorial/L1-0628-Fundamental_DA_TomAuligne.pdf.