14 februari 2020

ONDERZOEK VAN ONDERWIJS

Moderne Wiskunde versus Bettermarks

Het verschil tussen de twee lesmethoden op het gebied van algebra

Lotte Weedage

Begeleiders:
dr. ir. Mark Timmer
dr. ir. Tom Coenen

Samenvatting

In dit onderzoek is gekeken naar het verschil tussen twee verschillende lesmethodes, Bettermarks en Moderne Wiskunde, op het gebied van algebradidactiek. Bettermarks is een digitale lesmethode waarbij leerlingen op hun laptop opgaven maken en uitleg krijgen, terwijl Moderne Wiskunde gebruik maakt van een lesboek waaruit leerlingen werken. Om dit verschil te onderzoeken is eerst een analyse gemaakt van beide lesmethodes. Hierbij is gekeken naar verschillende criteria om zo een vergelijking te kunnen maken. Daarna is een algebratoets afgenomen in klas 4 vwo om te kijken of er verschil zit in de resultaten van leerlingen die in de onderbouw Bettermarks en leerlingen die in de onderbouw Moderne Wiskunde hebben gehad. Als laatst is gekeken naar de ervaringen van leerlingen en docenten op het gebied van de twee lesmethodes door middel van een enquête en een interview. Uit dit onderzoek kan een voorzichtige conclusie worden getrokken dat er een verschil zit op het gebied van algebradidactiek tussen de twee lesmethodes en dat leerlingen met Bettermarks meer kennis en vaardigheid op het gebied van algebra krijgen. Om dit concreter te maken is vervolgonderzoek nodig met een groter aantal respondenten en een breder onderzoek waarbij ook het handelen van een docent en de digitale lesmethode van Moderne Wiskunde wordt onderzocht.

Sleutelwoorden: Bettermarks, Moderne Wiskunde, algebradidactiek, onderbouw vwo, lesmethodes

Inhoudsopgave

1 Inleiding **5**

2 Probleemstelling **7**

3 Theoretisch kader **8**
3.1 Didactische theorieën . . . 9
3.2 Lesmethodes . . . 13
3.3 Onderzoek naar lesmethoden . . . 15
3.4 Algebraopgaven in de literatuur . . . 18

4 Methode **20**
4.1 Theoretische analyse en vergelijking lesmethodes . . . 21
4.2 Toets algebra bij leerlingen 4 vwo . . . 24
4.3 Enquête leerlingen . . . 26
4.4 Interview docent/leerlingen . . . 27

5 Resultaten **29**
5.1 Bettermarks . . . 29
5.2 Moderne Wiskunde . . . 31
5.3 Theoretische analyse en vergelijking . . . 32
5.4 Toets algebra . . . 55
5.5 Enquête . . . 58
5.6 Interview . . . 62
5.7 Bettermarks . . . 62
5.8 Moderne Wiskunde . . . 63

6 Conclusie en discussie **64**
6.1 Conclusie . . . 64
6.2 Limitaties . . . 68
6.3 Discussie . . . 70
6.4 Aanbevelingen vervolgonderzoek . . . 71

A Lijst van algebra-onderwerpen **74**

B Algebra in Bettermarks en Moderne Wiskunde **75**

C Richtlijn voor vragen analyse Bettermarks en Moderne Wiskunde **76**

D Interviewleidraden **77**

E Enquête **79**

F Toets algebra **84**

G Resultaten inventarisatie opgaven Bettermarks en Moderne Wiskunde **87**

H Domeinen SLO in Bettermarks en Moderne Wiskunde **88**

I Kerndoelen wiskunde in Bettermarks en Moderne Wiskunde **90**

J Uitleg t-toets **92**

K Resultaten Enquête **93**

L Resultaten Interview **98**

M Analyse Interview **104**

1 Inleiding

De digitalisering in het onderwijs is tegenwoordig niet meer weg te denken. Veel scholen hebben laptop- of iPadklassen, waarbij de leerlingen hun lesmateriaal voornamelijk digitaal aangeboden krijgen. Dit geeft als voordeel dat leerlingen minder boeken hoeven mee te nemen aangezien het allemaal op één apparaat staat. Daarnaast is het voor scholen soms financieel voordelig om over te gaan naar digitaal lesmateriaal: dit zou namelijk een stuk goedkoper kunnen zijn. Ook op het gebied van lesgeven zitten er voordelen aan het gebruik van laptops en tablets: leerlingen kunnen via hun laptop of tablet bijvoorbeeld een stuk makkelijker interactieve applicaties gebruiken die hen kunnen helpen bij het begrijpen van de lesstof. Denk hierbij aan GeoGebra [1]: een interactieve tool voor wiskunde. Deze manier van lesgeven wordt ook wel *blended learning* (Graham, 2006) genoemd: leerlingen leren door een combinatie van de traditionele manier van lesgeven en online applicaties en instrumenten.

Natuurlijk zitten er ook nadelen aan de digitalisering van het onderwijs. Leerlingen kunnen op een laptop bijvoorbeeld een stuk moeilijker wiskunde invoeren wanneer ze hier nog niet bekend mee zijn door expressies als wortels en breuken. Een opgave maken kan daarbij dan een stuk langer duren, waarbij leerlingen alleen maar bezig zijn met het invoeren en niet met het nadenken over de som (*learn to use* versus *use to learn*, Drijvers et al. (2016)). Daarnaast is het lastig om in een digitale omgeving tussenstappen te zetten bij een bepaalde wiskundige opgave: waar leerlingen dat snel even opschrijven in hun schrift, zal dat niet zo snel gebeuren op de computer. Uit onderzoek blijkt ook dat een totale digitalisering (dus alles op de computer, geen papier en pen meer) leidt tot slechtere leerprestaties (Peña-López et al., 2015).

Papieren lesmethodes hebben tegenwoordig vaak een digitale lesomgeving naast hun boek: in zo'n digitale lesomgeving kunnen alle leerlingen hun eigen *route* (Eshuis, Houtenbos & Boertjens, 2016) kiezen: een 'extra' route voor zwakke leerlingen, een 'basis' route voor de gemiddelde leerling en een 'uitdagende' route voor de goede leerlingen. Zo krijgen alle leerlingen dus hun eigen gepersonaliseerde lesstof. De stof kan duidelijker gemaakt worden door middel van video's, animaties en extra oefenmateriaal. Dit oefenmateriaal wordt dan meestal gerandomiseerd om zo leerlingen een oneindige bron van oefeningen aan te bieden. Door bijvoorbeeld andere cijfers te gebruiken kunnen leerlingen sommen vaker gebruiken, die voor hen dan toch nieuw zijn.

Waar in 2010 nog 77% van de docenten voornamelijk papieren lesmateriaal gebruikten, geldt dat in 2017 nog maar voor 60% van de docenten, zo blijkt uit de leermiddelenmonitor van het SLO (Blockhuis, Ten Voorde, Corbalan & de Vries, 2011; Woldhuis, Rodenboog & Heijnen, 2018). Er is dus een verandering gaande waarbij er steeds meer digitaal lesmateriaal gebruikt wordt en de 'ouderwetse' papieren boeken wat naar de achtergrond verdwijnen. Docenten geven aan dat ze op dit moment vaak nog wel een papieren lesmethode gebruiken, maar daarnaast veel meer visualisaties en extra oefeningen via digitale omgevingen doen voor het extra inzicht en begrip van de leerlingen.

Naast het *blended learning* dat hierboven is beschreven, bestaat er tegenwoordig ook een lesmethode voor wiskunde die geheel via internet gaat: Bettermarks. Bettermarks heeft een online lesmethode voor wiskunde ontwikkeld, waarbij leerlingen al hun opdrachten op de laptop maken en daarnaast ook de bijbehorende theorie online aangeboden krijgen. Bij deze methode wordt er ook gebruik gemaakt van *adaptief* leren, waarbij de opdrachten aangepast worden op het niveau van de leerlingen.

[1] https://www.geogebra.org/

Leerlingen krijgen hierbij gepersonaliseerde aanbevelingen voor huiswerkopgaven, op basis van hun prestaties.

Dit adaptief leren zou erg nuttig kunnen zijn op het gebied van algebraïsche vaardigheden. Ten eerste is dit een onderwerp waar nog een hoop te verbeteren valt: algebraïsche vaardigheden zijn een erg belangrijke basis binnen de wiskunde en het blijkt dat de stap vwo-wo op het gebied van wiskunde voor veel leerlingen moeilijk is (Van Stiphout, Drijvers & Gravemeijer, 2013). Daarnaast is het voor algebraïsche vaardigheden nodig dat leerlingen sommen maken en hun manieren vinden om de opgaven snel en handig op te lossen. Door dus gerandomiseerde opgaven te geven aan leerlingen en ze de kans te geven om meer met bepaalde onderwerpen binnen de algebra te oefenen, zou een digitale lesmethode een positieve aanvulling kunnen zijn op het wiskundeonderwijs.

In dit onderzoek zal er worden gekeken of digitale lesmethodes nou echt een aanvulling zijn op het gebied van wiskunde, en dan in het bijzonder op het gebied van de algebraïsche vaardigheden in de onderbouw. Er zal een vergelijking worden gemaakt tussen een papieren en een digitale lesmethode om zo te kijken wat de veranderingen, voordelen en nadelen zijn.

Op de school waar ik voor de minor Leren Lesgeven stage heb gelopen, was er een pilot laptopklas die daarbij de digitale lesmethode Bettermarks voor wiskunde kreeg. Deze pilot heeft twee jaar gelopen en de leerlingen uit deze laptopklas zitten nu in klas 4. De vraag is nu of er verschil in algebraïsche vaardigheden is tussen de leerlingen die 2 jaar Bettermarks hebben gehad, en de leerlingen die 2 jaar de lesmethode Moderne Wiskunde hebben gevolgd.

2 Probleemstelling

Aangezien Bettermarks zich heeft gericht op materiaal voor de onderbouw van de middelbare school, zal dit onderzoek zich focussen op twee lesmethodes wiskunde in de onderbouw van het vwo: Bettermarks en Moderne Wiskunde. Om het verschil tussen Bettermarks en Moderne Wiskunde in de onderbouw van de middelbare school goed uit te zoeken, is de volgende onderzoeksvraag opgesteld:

> *Wat zijn de verschillen tussen de papieren lesmethode Moderne Wiskunde en de digitale lesmethode Bettermarks bij het onderwerp algebra voor de onderbouw van het vwo en wat is het effect hiervan op de algebraïsche vaardigheden van leerlingen?*

Om deze onderzoeksvraag te beantwoorden zijn de volgende deelvragen opgesteld:

1. Wat zijn de verschillen tussen de twee lesmethodes Bettermarks en Moderne Wiskunde op het gebied van algebradidactiek in de onderbouw van het vwo?
2. Hoe ervaren leerlingen en docenten de verschillende lesmethodes?
3. Is er een verschil tussen de algebraïsche vaardigheden van leerlingen die Bettermarks en leerlingen die Moderne Wiskunde in de onderbouw van het vwo hebben gevolgd?

Er is hier gekozen om te focussen op het gebied van algebra omdat de hypothese is dat er winst te behalen valt in algebraïsche vaardigheden bij een digitale lesmethode zoals Bettermarks. Hier is het namelijk mogelijk om de leerlingen gepersonaliseerde opgaven te geven en ze een persoonlijke route te geven. Met algebra worden de onderwerpen bedoeld die Van de Craats (2009) definieert als Algebra I en Algebra II, zie Bijlage A omdat deze lijst de deelgebieden van de algebra die moeten worden getoetst in de onderbouw goed omvat.

Daarnaast wordt er gekozen om alleen gebruik te maken van de papieren lesmethode van Moderne Wiskunde en niet van de digitale lesomgeving die Moderne Wiskunde wel heeft, omdat dit op de school waar het onderzoek gaat gebeuren ook niet gebruikt is in de afgelopen jaren. Als laatst is er gekozen om te focussen op de onderbouw van het vwo omdat de pilot met Bettermarks op de school voor dit onderzoek in een vwo-klas was en wordt er alleen gekeken naar het verschil in de onderbouw omdat Bettermarks geen lesmateriaal aanbiedt voor de bovenbouw.

3 Theoretisch kader

Om een antwoord te vinden op de onderzoeksvraag die is opgesteld in Hoofdstuk 2, is er in dit onderzoek een vergelijking gemaakt tussen twee lesmethoden voor wiskunde op het gebied van algebra. Er is gekeken naar de lesmethodes Bettermarks en Moderne Wiskunde. Deze twee lesmethodes hebben elk een eigen visie op het leren van leerlingen en hoe een lesmethode hierbij ondersteunt, welke hieronder kort besproken zullen worden:

Bettermarks
Bettermarks (Bettermarks, 2019) is een relatief nieuwe digitale lesmethode voor de onderbouw. De visie van Bettermarks is gebaseerd op de componenten van wiskundige bekwaamheid zoals ze geformuleerd zijn in het Handboek Wiskundedidactiek (Drijvers, Van Streun & Zwaneveld, 2015): weten *dat*, weten *hoe*, weten *waarom*, weten *over weten* en de houding. Bettermarks heeft deze punten geïntegreerd in hun lesmethode en heeft hun lesmethode ook gebaseerd op deze 5 componenten. Een aantal voorbeelden hiervan zijn:

- *Mogelijkheden tot differentiëren: sneller door de stof heen als een optie in Bettermarks*
- *Leerlingen strategie laten ontwikkelen door stap voor stap opgaven op te lossen (scaffolding volgens Vygotsky (1980)).*
- *Leerlingen reflecteren door de feedback die Bettermarks geeft op hun foute antwoorden.*

Daarnaast werkt Bettermarks ook vooral aan de laatste component: de houding. Ze willen deze houding ten opzichte van wiskunde positief beïnvloeden door leerlingen intrinsiek te motiveren. Dit doen ze op de volgende manieren: gewenst gedrag stimuleren en belonen door middel van muntjes die leerlingen verdienen bij het maken van een opdracht; de leerlingen autonomie over hun leerproces geven door leerlingen zelf te laten bepalen of ze de opgavenreeks nog een keer maken om hem te verbeteren of niet en het gevoel van competentie verhogen door gerichte feedback te geven bij de antwoorden van de leerlingen door het Bettermarkspoppetje Betty (Bettermarks, 2019, p. 22).

Figuur 1: De mascotte van Bettermarks, Betty

Moderne Wiskunde
Moderne Wiskunde (2014) geeft in haar visie de volgende uitgangspunten: inzicht, structuur, actief leren, differentiatie en vernieuwing. Het inzicht moet bevorderd worden door leerlingen 'een actieve rol te geven in het leerproces' en alles is erop gericht om leerlingen inzicht te geven in plaats van een trucje aan te leren. Daarnaast vindt Moderne Wiskunde het belangrijk dat leerlingen ook algemene kennis over de geschiedenis van de wiskunde krijgen, in plaats van alleen wiskundige vaardigheden te ontwikkelen.

3.1 Didactische theorieën

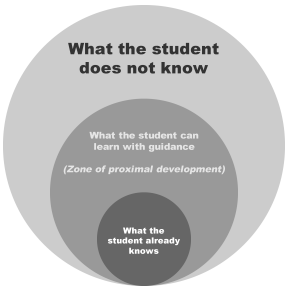
Om lesmethodes met elkaar te kunnen vergelijken op het gebied van de didactiek, is er eerst gekeken naar de verschillende didactische modellen en theorieën die bijdragen aan het onderzoek naar het (aan)leren van wiskunde door leerlingen.

Ten eerste is van belang om te kijken wat voor *begrip* er gekweekt wordt in het aanleren van de wiskunde. Er zijn volgens Skemp (1976) verschillende soorten van begrip: *instrumenteel* begrip en *relationeel* begrip. Bij het kweken van instrumenteel begrip wordt er een stappenplan aangeleerd om een bepaald soort probleem aan te pakken. Hierbij heeft de leerling meestal geen idee waarom dit stappenplan werkt, maar kan het wel goed uitvoeren. Bij instrumenteel begrip gaat het dus om *weten wat* je moet doen. Relationeel begrip kan worden gezien als een stap verder: hierbij snapt de leerling *wat* hij moet doen maar begrijpt ook *waarom* hij dat moet doen.

Naast instrumenteel en relationeel begrip, heeft Sfard (1991) het over *operationeel* en *structureel* begrip. Bij structureel begrip hebben leerlingen wiskundige concepten doorgrond: ze kijken naar een wiskundig concept als een geheel en kunnen hiermee werken. Bij operationeel begrip zitten leerlingen nog erg in het proces zelf en hebben ze dus ingezoomd op de kleinere onderdelen in het grotere geheel. Volgens Sfard zijn het operationele begrip en het structurele begrip *'different sides of the same coin'* (Sfard, 1991).

Deze overgang van operationeel naar structureel begrip heeft Sfard (1991) in drie fases opgedeeld. De leerling begint met *interiorization*, waarbij je affiniteit krijgt met het proces en uiteindelijk vaardig erin bent. Daarna komt *condensation*, het samenvoegen van de verschillende stappen in het proces om het gehele proces als een geheel te gaan zien. Als laatste stap (dit is eigenlijk geen fase) heb je dan *reification*, waarbij leerlingen het concept zullen gaan beschouwen als een 'object'. Bij deze laatste stap zal ineens 'het kwartje vallen' voor leerlingen en zal het object los kunnen worden gezien van het proces.

Een ander belangrijk didactisch concept voor het aanleren van wiskunde aan leerlingen is *guided reinvention* (Freudenthal, 2007). Guided reinvention betekent dat leerlingen zelf wiskundige concepten uitvinden en dat de docent (en de lesmethode) ze hiervoor in staat stelt door de leerlingen te sturen. Dit gebeurt door veel vragen te stellen, volgens Freudenthal. Wat hierbij van belang is, is dat het wel mogelijk voor de leerling is om de wiskundige concepten te kunnen uitvinden: wanneer de stof te moeilijk is, zal de leerling het nooit lukken: ook niet met genoeg sturing en vragen. Vygotsky (1980) introduceerde hiervoor de *Zone of Proximal Development* (Figuur 2).



Figuur 2: Vygotsky's zone of proximal development, verkregen van Ferster (2014)

Deze ZPD is de zone nèt buiten de kennis van de leerlingen en wanneer de opgaven en de wiskundige concepten die leerlingen moeten aanleren in deze zone zitten, zouden de leerlingen het best leren. Docenten kunnen leerlingen helpen in deze fase door *scaffolding* (Vygotsky, 1980) toe te passen: leerlingen helpen door vragen te stellen die in de *zone of proximal development* zitten om zo leerlingen optimaal te laten leren. Naarmate de leerling dan meer zelf gaat begrijpen, neemt de hulp steeds verder af tot het moment dat de leerling zelfstandig de stof kan toepassen.

Als laatste heeft Schoenfeld (2017) een aantal van deze didactische concepten samengevoegd tot één didactisch model voor wiskundeonderwijs. Dit didactisch model bestaat uit 5 dimensies die docenten zouden moeten volgen om zo goed wiskundeonderwijs te geven en leerlingen een goed en degelijk begrip van de wiskunde te geven. Deze 5 dimensies (Figuur 3) zijn als volgt:

1. **Content**
   Bij deze dimensie ligt de focus op het relationele begrip (Skemp, 1976) en wordt er getracht samenhang te vinden tussen de verschillende procedures en leerlingen moeten vooral nadenken over de inhoud van het onderwerp en het zich eigen maken. Het is hierbij vooral van belang dat leerlingen bezig gaan met wiskundig denken en probleem oplossen.

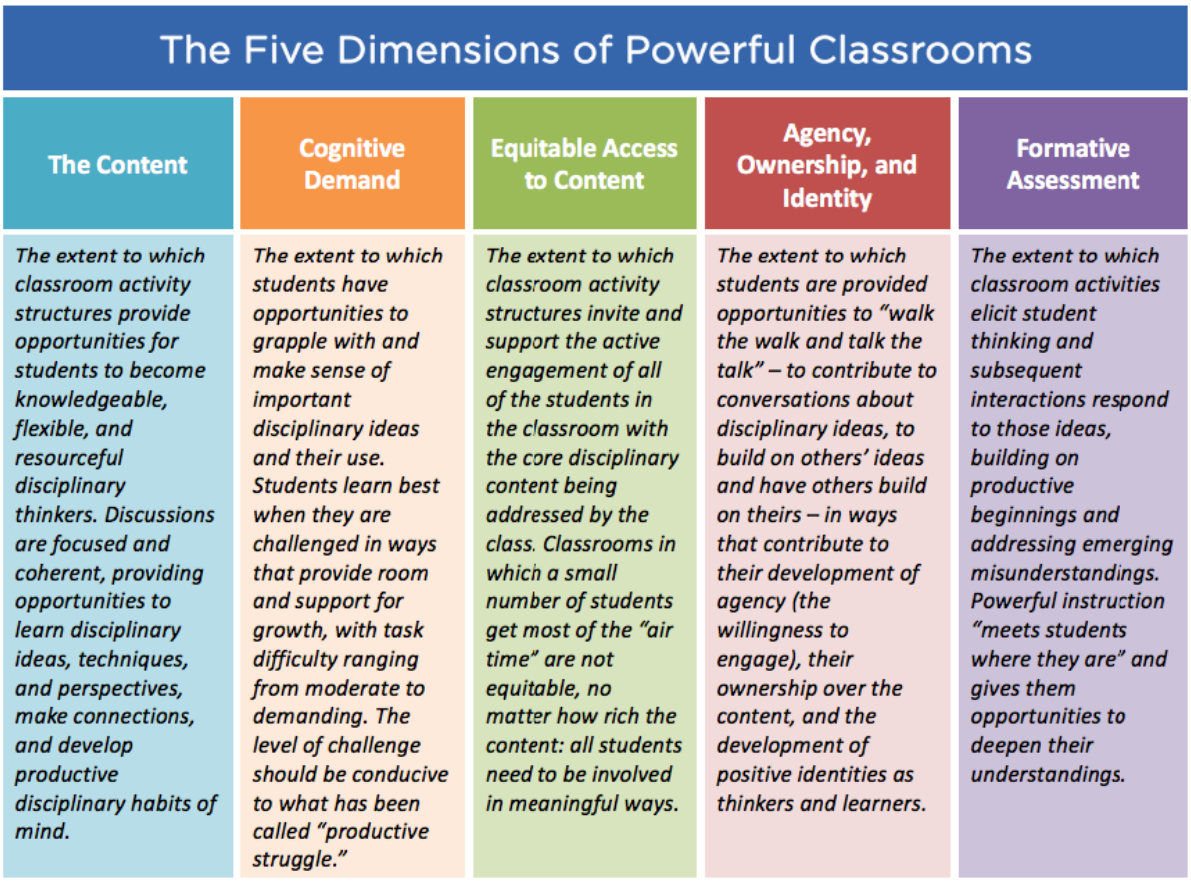
2. **Cognitive demand**
   Cognitive demand staat voor de uitdaging die leerlingen moeten hebben om te leren. Hierbij moet de *demand* zitten in the *Zone of Proximal Development* (Vygotsky, 1980), zodat leerlingen uitdaging krijgen en verder kunnen komen in de stof. Leraren en lesmethodes kunnen hierbij helpen door een juiste mate van *scaffolding* (Vygotsky, 1980) toe te passen of een wiskundig concept uit te leggen aan de hand van *guided reinvention* (Freudenthal, 2007). Het belangrijkste hierbij is dat leerlingen zelf aan het werk gaan met iets wat nét boven hun kunnen zit, zodat ze productief leren (*productive struggle,* (Warshauer, 2015)).

3. **Equitable access to content**
   Deze dimensie heeft twee aspecten: als eerste wil het zeggen dat alle leerlingen in de klas mee kunnen doen. Er moet dus niet altijd in worden gegaan op een diepgaande vraag van een leerling, maar er moet ook niet te lang worden doorgegaan op een makkelijk onderdeel wat een leerling niet snapt. Er moet dus voldoende differentiatie plaatsvinden zodat iedereen mee kan blijven doen. Daarnaast moet de docent er ook voor zorgen dat leerlingen allemaal meedoen en dus zo allemaal dezelfde informatie kunnen krijgen: de docent is er verantwoordelijk voor om de leerlingen bij de les te houden.

4. **Agency, ownership and identity**
   Leerlingen moeten zelf actief betrokken zijn bij de stof: het moet ze niet passief aangeboden worden, maar ze moeten zelf dingen ontdekken (guided reinvention). Hier kan de docent dan op voort bouwen, zodat leerlingen ook het gevoel hebben dat ze eigenaarschap over hun leren hebben. Daarnaast moeten leerlingen vertrouwen krijgen in hun eigen resultaten en zien dat ze de wiskunde ook écht begrijpen (relationeel begrip).

5. **Formative assessment**
   Deze dimensie houdt in dat de docent moet doorkrijgen wat leerlingen snappen en niet en zijn of haar instructie hierop aanpassen.

Deze vijf dimensies van Schoenfeld zijn natuurlijk niet direct allemaal van toepassing op een lesmethode, maar deze dimensies zijn goed om te bekijken hoe de lesmethode hierbij kan ondersteunen.



Figuur 3: De 5 dimensies van Schoenfeld (2017)

Bij dimensie 1, 2 en 4 kan de lesmethode ondersteuning bieden door een bepaalde soort opgaven aan te bieden; de theorie uit te leggen zodat leerlingen relationeel begrip krijgen en daarnaast bijvoorbeeld differentiatie toe te passen door middel van extra uitdagende opgaven.

3.1.1 Algebradidactiek

Schoenfeld heeft het eerder genoemde framework ook uitgebreid voor contextuele algebraïsche opgaven en heeft de dimensies als hierboven vermeld daarbij weer opgedeeld in verschillende *robustness criteria* (Schoenfeld, 2016, p. 16) als een soort stappenplan voor het aanleren van contextuele algebra-opgaven. Hij geeft hiervoor 5 *robustness criteria*: als leerlingen al deze criteria behalen hebben ze een robuust begrip van algebra:

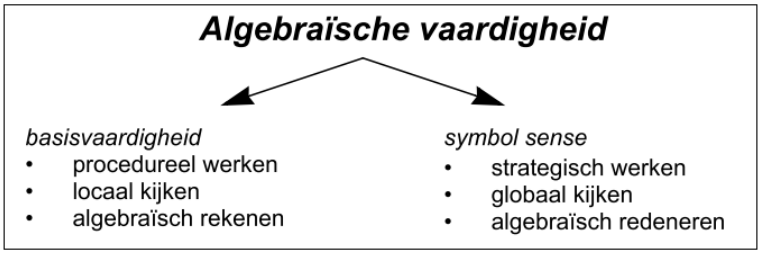
RC1. Reading and interpreting text, and understanding the contexts described in problem statements.
RC2. Identifying important quantities in a problem and the relationships between them.
RC3. Using algebraic representations of relationships between quantities.
RC4. Performing calculations and procedures with precision and checking the plausibility of results.
RC5. Providing convincing explanations that give further insight into the depth of students' algebraic thinking.

Op het gebied van algebra speelt qua didactiek *symbol sense* een grote rol. Symbol sense is volgens Arcavi (1994) *'the algebraic component of a broader theme: sense-making in mathematics'*. Deze symbol sense gaat door op het idee van Sfard (1991) over structureel begrip, maar dan toegespitst op algebra. Symbol sense is dus meer dan de procedurele kennis van leerlingen, maar geeft ook inzicht in de bijbehorende concepten en de achterliggende gedachte van het concept. De symbol sense kan daarnaast worden gekoppeld aan het *embodiment* van Tall (2013).

Drijvers (2012) ziet symbol sense als 'drie met elkaar samenhangende vaardigheden', namelijk:

1. Strategische vaardigheden om een geschikte probleemaanpak te kiezen
2. Het vermogen om globaal te kijken naar expressies en formules
3. Het vermogen tot algebraïsch redeneren.

Deze drie vaardigheden zijn ook weergegeven in Figuur 4. Zoals te zien in dit figuur, zijn er dus twee kanten van de algebraïsche vaardigheid. Volgens Drijvers et al. (2015) zijn de basisvaardighedend erg belangrijk, maar is het daarnaast ook van belang om leerlingen symbol sense aan te leren door ze verschillende oplossingsstrategiëen aan te leren en daarnaast overzichten op te laten stellen van verschillende typen problemen met bijbehorende oplossingsmethodes (Drijvers et al., 2015, p.80).



Figuur 4: Twee kanten van algebraïsche vaardigheid (Drijvers et al., 2015, p. 66)

In het Handboek Wiskundedidactiek (Drijvers et al., 2015) worden naast de *symbol sense* nog 4 andere aspecten genoemd die van belang zijn bij het aanleren en begrijpen van algebra en algebraïsche vaardigheden: variabelenbegrip, proces-objectdualiteit, visuele kenmerken van expressies en de betekenis van visuele expressies. Het variabelenbegrip gaat erover dat een variabele als veel verschillende dingen kan worden gezien, zoals een plaatsvervanger, een parameter of een onbekende. De laatste twee spreken aardig voor zich: hoe geeft de lesmethode een expressie weer en wat geeft de lesmethode als uitleg/betekenis voor de expressies? De proces-objectdualiteit kan gekoppeld worden aan de *reificatie* van Sfard: leerlingen kunnen een algebravraagstuk zien als een proces: kosten = $35 \times$ tijd + 18, waarbij leerlingen begrijpen wat ze moeten doen om de kosten te krijgen. Ze zien hier dus een beschrijving van een proces en weten wat ze moeten doen, maar zien zo een dergelijke formule nog niet per se als een algebraïsch object. Deze overgang van proces naar object is de *reificatie* volgens Sfard (1991).

Deze verschillende didactische theorieën en modellen zijn van belang voor een goede analyse van een lesmethode. In de analyse kan dus worden gekeken naar de mate dat er relationeel begrip wordt gekweekt en op welke manier (bijvoorbeeld door scaffolding of guided reinvention), of de fases van Sfard (*interiorization* en *condensation*) terugkomen in de lesmethode en of een leerling *reification* kan bereiken. Daarnaast kunnen de vijf dimensies van Schoenfeld in het algemeen of gespecificeerd op algebravraagstukken naast de lesmethode worden gelegd om zo te kijken hoe de lesmethode deze

dimensies ondersteunt en wat voor begrip en kennis de leerling bereikt. Het belangrijkste bij deze analyse is dan om te kijken waar de leerling zit in de algebraïsche vaardigheid zoals beschreven in Figuur 4 en hoe de drie basisvaardigheden van Drijvers (2012) en de symbol sense hieruit volgend tot zijn recht komen in de lesmethode.

3.2 Lesmethodes

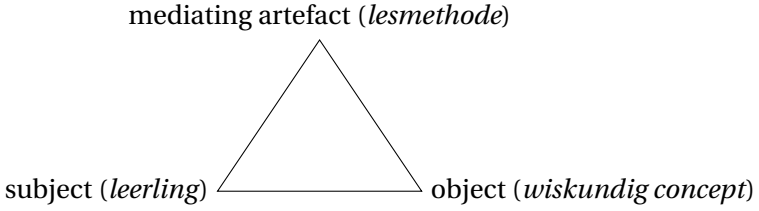
Alle didactische theorieën en modellen in de vorige sectie leveren een nuttige bijdrage aan het bekijken en analyseren van een lesmethode. Daarnaast is het van belang om de lesmethode als een geheel te analyseren. Er zijn over dit onderwerp al verschillende onderzoeken gedaan en er zijn ook een aantal referentiekaders voor het analyseren van lesmethoden.

Voordat lesmethodes kunnen worden vergeleken en geanalyseerd, is het nodig om eerst te kijken naar de rol van een lesmethode over het algemeen en de rol van een lesmethode in het leren van leerlingen en het doceren van docenten. Volgens Okeeffe (2013) heeft een lesmethode de volgende doelen:

1. *To teach and encourage students to construct new knowledge,*
2. *To balance detail and precision of information,*
3. *To provide logical and consistent mathematical systems,*
4. *To bring about new questions,*
5. *To provide students with active, creative, many sided information.*

Het blijkt ook dat een lesmethode van grote invloed is op hoe en wat leerlingen leren en op welke manier ze dit leren (Grouws et al., 2013). Leerlingen zien een lesmethode als een autoriteit (Olson, 1980), wat het een erg belangrijk instrument maakt voor het aanleren van wiskunde. Daarnaast ligt het succes van leerlingen ook aan hoe de docent omgaat met een lesmethode (Grouws et al., 2013).

Rezat (2010) geeft in zijn artikel antwoord op de vraag hoe leerlingen naar een wiskundige lesmethode kijken. In dit artikel wordt een methode gegeven over hoe de data verkregen is en wat belangrijke punten zijn in het analyseren van deze data. In dit artikel gaat Rezat ook in op wat de rol van een lesmethode is in het aanleren van wiskunde. In een ander artikel (Rezat, 2006) wordt hier een model voor gegeven, gebaseerd op het idee van de driehoek van Vygotsky (1980) (Figuur 5).

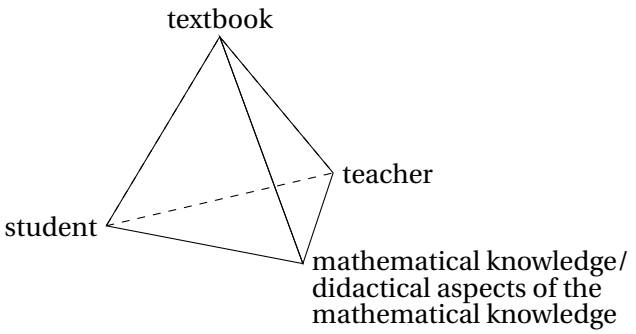


Figuur 5: Vygotsky's model voor actief leren (Rezat, 2006, p. 419)

Vygotsky geeft een model voor *mediated action*: een actie van een leerling die wordt geholpen door een *mediated artefact*. Hierbij is er een interactie tussen het *subject* (de leerling) en het *mediating artefact* (de lesmethode) doordat de leerling uit het boek informatie haalt, er is een (soort van) interactie tussen de *mediating artefact* en het *object* (het wiskunde concept), aangezien dit wiskundige

concept in het lesboek staat, en er is een interactie tussen het *subject* en het *object* doordat de leerling nieuwe kennis opdoet van het wiskundige concept.

Rezat heeft dit model uitgebreid naar het model weergegeven in Figuur 6 aangezien hij de docent ook een plaats wilde geven in het model. Het model geeft de mogelijke relaties weer tussen de leraar, de leerling, de lesmethode en de wiskundige kennis. Dit leidt tot een piramide met vier driehoeken waarin elk van de hoekpunten met elkaar samenhangt en een andere rol speelt en een andere activiteit weergeeft. Aangezien volgens Rezat de docent didactische aspecten van het lesboek overneemt en doorgeeft aan de leerlingen, is *mathematical knowledge* uitgebreid naar *mathematical knowledge/didactical aspects of the mathematical knowledge*. Het model laat de verschillende aspecten van het gebruik van een lesmethode zien en geeft aan via welke wegen de lesmethode van invloed is op het leren van wiskunde voor een leerling.



Figuur 6: Rezat's 3D-model voor het gebruik van een lesmethode (Rezat, 2006, p. 421)

Het onderzoek dat Rezat heeft uitgevoerd liet leerlingen voor een periode van drie weken hun gebruik van de lesmethode markeren, waarbij ze bij alles wat ze deden kort op moesten schrijven waarom ze dit gedeelte van het boek gebruikten. Dit onderzoek liet zien dat het belangrijk is dat docenten zich ervan bewust zijn hoe leerlingen door een lesmethode heen gaan: leerlingen gaan er bijvoorbeeld van uit dat ze van hoofdstuk 1 naar hoofdstuk 2 en naar hoofdstuk 3 gaan, et cetera. Daarnaast zullen ze ook snel iets overslaan als de docent er geen aandacht aan besteedt. Ook heeft Rezat gevonden dat het belangrijk is om te kijken naar de *utilization scheme* bij verschillende activiteiten: hoe gaan leerlingen door een boek en hoe vinden ze hun informatie?

Een voorbeeld hiervan is dat wanneer leerlingen informatie opzoeken in hun boek, ze opvallende plaatjes of opvallende elementen bekijken en dan de tekst hiernaast zullen gaan lezen. Ook gebruiken leerlingen vaak bij het oplossen van een opgave een uitgewerkt voorbeeld uit het lesboek en zullen dit voor alle vergelijkbare opgaven weer gebruiken. Dit laat zien dat uitgewerkte voorbeelden vaak zorgen voor instrumenteel begrip: de leerlingen kunnen het voorbeeld reproduceren en zo hun opgave oplossen. Een ander voorbeeld is dat leerlingen vaak naar een hoofdstuk van het boek gaan dat relevant lijkt door de titel en dan verwachten dat aan het begin van dit hoofdstuk de relevante informatie staat die ze nodig hebben.

De conclusie die Rezat uit deze *utilization schemes* trekt, is dat het uit het gebruik van een leermethode blijkt dat leerlingen bijna nooit zullen beginnen met het doorgronden van de achterliggende wiskunde en dan deze wiskunde toepassen, maar dat ze altijd het meteen willen toepassen.

In de vergelijking van twee lesmethodes zijn de verschillen in *utilization schemes* erg interessant om te bepalen. Dit is niet mogelijk door middel van een theoretische analyse, maar de verschillende *utilization schemes* kunnen worden bepaald aan de hand van de ervaringen van leerlingen en docenten.

3.3 Onderzoek naar lesmethoden

Er is een uitgebreide richtlijn voor het onderzoek naar lesmethodes gemaakt vanuit de UNESCO (Pingel, 2010). In dit boek wordt beschreven wat er allemaal komt kijken bij het onderzoeken van verschillende lesmethodes en zijn er richtlijnen opgesteld. Er worden categorieën en onderzoeksmethoden gegeven die een handreiking bieden om een lesmethode te analyseren. Volgens Pingel zijn er verschillende doelen bij het analyseren van lesmethodes: het identificeren van de inhoud; de didactische benadering van onderwerpen en het vinden van het *hidden curriculum*: bepaalde associaties en veronderstellingen die leerlingen krijgen wanneer ze het boek lezen, of het nou bedoeld of onbedoeld is.

De verschillende onderzoeksmethoden worden gesplitst in een *kwantitatieve* en *kwalitatieve* analyses. Voor kwantitatieve analyse kan worden gekeken naar hoe vaak een term is gebruikt en hoeveel ruimte er wordt gebruikt voor een bepaald onderwerp. Dit kan duidelijk maken waar de focus van de lesmethode ligt en wat de auteurs van de lesmethode belangrijk vinden. De kwalitatieve analyse zal meer vertellen over de onderliggende veronderstellingen die niet kunnen worden gemeten (Pingel, 2010, p. 67). De belangrijkste aspecten die volgens Pingel bij een analyse bekeken moeten worden zijn de pedagogische implicaties van de methode (*hoe wordt de lesmethode gebruikt door docenten en hoe wordt de lesmethode ontvangen door studenten?*) en daarnaast de inhoud van de lesmethode (*wat is de inhoud van de lesmethode, wat mist er en waarom mist dit?*)

Naast deze uitleg over onderzoeksmethoden, geeft Pingel ook een lijst van criteria voor een analyse (Pingel, 2010, p. 71), waarbij voor dit onderzoek vooral criterium 3: *Types of texts*, criterium 4: *Analysis of content* en criterium 5: *Perspective of presentation* van belang zijn aangezien er gefocust wordt op de didactiek van een lesmethode.

1. Textbook sector components
    - educational system
    - guidelines/curricula
    - adoption procedures
    - structure of publishing houses
2. Formal criteria
    - bibliographic references
    - target group
    - dissemination
3. Types of texts/mode of presentation
    - author's intentions (if specified)
    - descriptive author's text (narrative)
    - illustrations/photos/maps
    - tables/statistics
    - sources

- exercises

4. Analysis of content
    - factual accuracy/completeness/errors
    - up-to-date portrayal
    - topic selection/emphasis/representativeness
    - extent of differentiation
    - proportion of facts and views/interpretation
5. Perspective of presentation
    - comparative/contrastive approach
    - problem-oriented
    - rationality/evocation of emotions

Aangezien een groot deel van een lesmethode bestaat uit opgaven, is er ook gekeken naar een classificatie van verschillende soorten opgaven in een lesmethode. Het grootste onderzoek dat hier al naar gedaan is, is de *Third International Mathematics and Science Study* (TIMMS), waarbij een kwantitatieve analyse werd gemaakt van 400 bètalesboeken uit allerlei verschillende landen. Hierbij is er gekeken naar de volgende 12 variabelen (Valverde, Bianchi, Wolfe, Schmidt & Houang, 2002, p. 157):

1. Average Percent of Narrative Materials
2. Average Percent of Exercises and Questions Set
3. Average Percent of Activities
4. Average Percent of Worked Examples
5. Average Percent of Performance Expectations for Understanding
6. Average Percent of Performance Expectations for Problem Solving
7. Average Percent of Performance Expectations for Reasoning
8. Average Number of Strands/Breaks
9. Average Number of Topics
10. Average Number of Topics needed to cover 80% of the Textbook
11. Average Number of Pages
12. Average Percent of relevant World Core Topics

Bij het TIMMS onderzoek was het doel vooral om een inventarisatie te maken van de verschillen tussen wiskundelesmethodes in verschillende landen. Hierop doorgaand hebben Fan en Zhu (2007) gekeken naar de soort opgaves die er in lesmethodes zitten, waarbij ze wiskundelesmethodes uit China en de Verenigde Staten met elkaar hebben vergeleken. Ze hebben daarbij een analyse gemaakt op basis van 7 classificaties van soorten opgaven (Fan & Zhu, 2007, p. 613 - 615):

1. **Routine Problems vs. Non-routine Problems**
   Routine-opgaven zijn opgaven die leerlingen kunnen doen door het volgen van een algoritme. Bij een non-routineuze-opgave kan dit niet; onder non-routineuze opgaven vallen bijvoorbeeld ook bewijsvragen.

2. **Traditional Problems vs. Non-traditional Problems**
   Traditionele opgaven zijn opgaven waar een vraag wordt gesteld die de leerlingen moeten oplossen. Niet-traditionele opgaven zijn weer onderverdeeld in 4 sub-types: *problem-posing, puzzle, project* en *journal problems*.

3. **Open-ended Problems vs. Close-ended Problems**
   Bij een open vraag zijn er meerdere antwoorden mogelijk en bij een gesloten vraag zal er maar één goed antwoord zijn.

4. **Application Problems vs. Non-Application Problems**
   Een toegepaste opgave is een opgave die gerelateerd is aan de werkelijkheid. Fan en Zhu (2007) onderscheiden twee verschillende soorten toegepaste opgaven: *authentic application problems (AAP)* en *fictitious application problems (FAP)*, waarbij het verschil erin zit dat een AAP een vraag is die komt van de realiteit en een FAP een vraag is zo gevormd is dat het kan worden toegepast op de werkelijkheid.

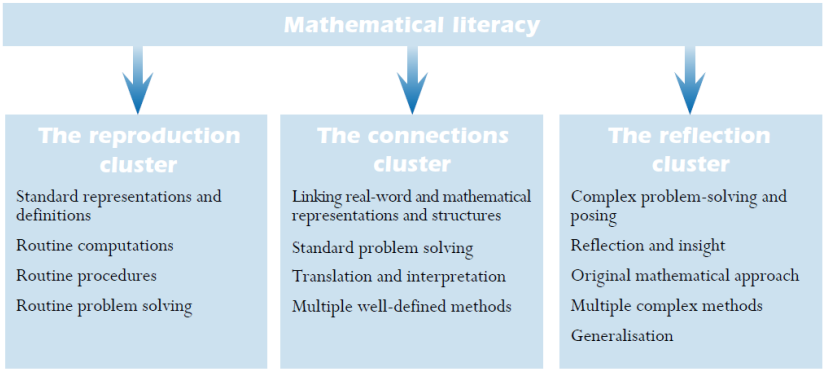
5. **Single-step Problems vs. Multiple-step Problems**
   Bij een *single-step problem* zal het antwoord kunnen worden gevonden in één stap, bij een *multiple-step problem* zijn er meerdere stappen nodig.

6. **Sufficient Data Problems, Extraneous Data Problems, and Insufficient Data Problems**
   Bij een *sufficient data problem* zijn er precies voldoende gegevens aanwezig om de vraag op te lossen. Bij *extraneous data problems* zijn er meer dan voldoende gegevens aanwezig en bij *insufficient data problems* zal de leerling zelf informatie moeten invullen.

7. **Problems in a Purely Mathematical Form, Problems in a Verbal Form, Problems in a Visual Form, and Problems in a Combined Form**
   Met *combined form* wordt bedoeld dat de opgaven een mengeling zijn van pure wiskunde, tekst en plaatjes.

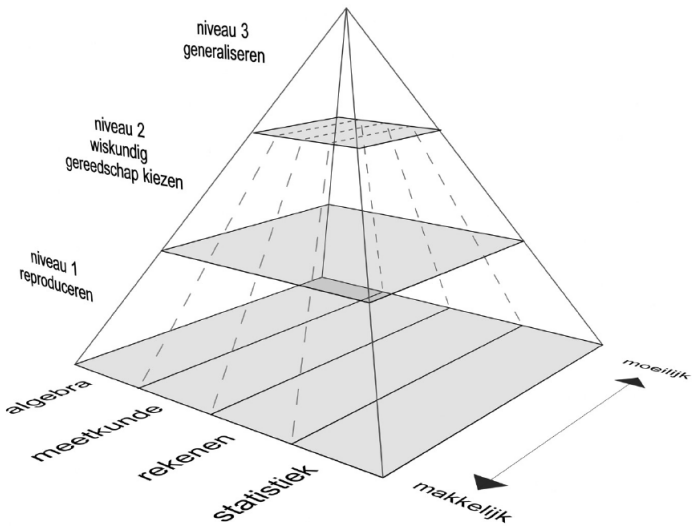
De conclusie die uit dit onderzoek kwam was dat de meeste opgaven routine- en gesloten opgaven zijn: in de geselecteerde lesmethodes in dit onderzoek was meer dan 95% van de opgaven routineus en gesloten, waarbij maar ongeveer 7% een link met de werkelijkheid had.

Naast deze uitgebreide classificaties voor verschillende typen opgaven in een lesmethode, kan er ook gekeken worden naar verschillende niveaus in opgaven. Hiervoor bestaat een PISA Assessment Framework (Schleicher, Zimmer, Evans & Clements, 2009) (Figuur 7) en wordt er onderscheid gemaakt in drie soorten opgaven die elk een ander niveau van diepgang met zich meebrengen.



Figuur 7: PISA Assessment Framework for Mathematics (Schleicher et al., 2009, p. 115)

Dit framework is gebaseerd op de toetspiramide van De Lange (1999) (Figuur 8), die gebruikt kan worden voor het maken van een goede en evenwichtige toets (Drijvers et al., 2015). Merk op dat dit framework ook wel kan worden gezien als een specifiekere versie van de activiteiten die volgens Valverde et al. (2002) onder *performance expectations* vallen. *Investigating & problem solving* zouden kunnen worden gezien als niveau 1 en 2 van de piramide, waarbij *mathematical reasoning* ongeveer gelijk staat aan niveau 3.



Figuur 8: Toetspiramide, uit Handboek Wiskundedidactiek Drijvers et al. (2015)

Voor het analyseren van lesmethodes is begonnen met de algemene criteria van Pingel (2010) om zo een algemeen beeld van de lesmethode te krijgen. Hierbij is gekeken of de lesmethode voldoet aan de doelen die opgesteld werden door Okeeffe (2013). Daarnaast zijn de conclusies die uit het artikel van Rezat (2010) over de *utilization schemes* van leerlingen kwamen in het achterhoofd gehouden en is er gekeken naar de verschillende manieren hoe het lesmateriaal gebruikt wordt door middel van het model van Rezat (2006). Voor een kwantitatieve analyse zal gebruik worden gemaatk van de 12 criteria die door Valverde et al. (2002) zijn opgesteld, alhoewel het voor dit onderzoek te ver zal gaan om naar al deze criteria te kijken. Er zal daarnaast een analyse van de soorten opgaven worden gemaakt op basis van de 3 niveaus van Schleicher et al. (2009) en de zeven classificaties van Fan en Zhu (2007).

3.4 Algebraopgaven in de literatuur

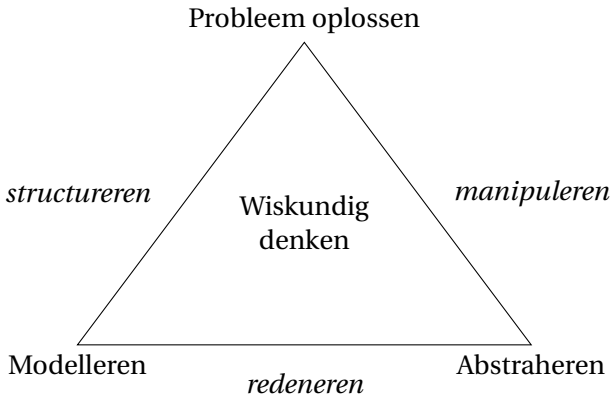
In dit onderzoek is een toets gemaakt om het niveau van 4 vwo leerlingen op het gebied van algebra te testen. Om het (basis)niveau van de leerlingen in klas 4 vwo goed in te schatten en een representatieve toets te maken, is er onderzoek gedaan in de literatuur. Van Stiphout et al. (2013) heeft een onderzoek gedaan naar de algebravaardigheden van leerlingen op de middelbare school, waarbij werd gekeken hoe het algebraniveau van leerlingen op de middelbare school ontwikkelt en groeit. Hierbij zijn leerlingen uit de klassen 2 tot en met 5 getest met enkele algebra-opgaven en werd er gekeken hoe leerlingen deze opgaven aanpakken en oplossen. Het valt op dat leerlingen niet veel symbol sense aangeleerd krijgen en dat leerlingen blijven hangen op het procedurele begrip. De

toetsopgaven die in het onderzoek van Van Stiphout et al. (2013) zijn gegeven zijn zeer goed uitgezocht en getest en zullen te doen moeten zijn voor 4 vwo leerlingen en zijn daarom erg geschikt om te gebruiken in dit onderzoek.

In de algebra-opgaven van het onderzoek van Van Stiphout et al. (2013) zaten ook enkele *wiskundige denkactiviteiten* (WDA's) op het gebied van algebra. Deze WDA's testen het *wiskundig denken* van leerlingen. Het College van Toetsen en Examens geeft voor deze WDA's zes verschillende activiteiten die leerlingen moeten beheersen om zo de procedurele en conceptuele kennis die ze opdoen met elkaar te verbinden (Kaenders et al., 2007). Dit zijn de volgende zes activiteiten, uitgelegd door Drijvers (2011):

1. **Modelleren en algebraïseren**: *het vertalen van een probleem in wiskundige termen*
2. **Ordenen en structureren**: *het ordenen van de probleemsituatie en het aanbrengen van structuur*
3. **Analytisch denken en probleem oplossen**: *het kiezen van een probleemaanpak, het formuleren van wiskundige problemen en representeren en het vinden van oplossingsstrategieën*
4. **Formules manipuleren**: *het gebruiken van vaardigheden als het herleiden van formules en het inzicht in de structuur van de formule*
5. **Abstraheren**: *het concretiseren van wiskundige objecten*
6. **Logisch redeneren en bewijzen**: *het vermogen om heldere redeneringen en bewijzen op te zetten en deze zorgvuldig te formuleren*

Volgens Drijvers (2015) is dit wiskundig denken gedefinieerd als volgt: "Bedenken hoe je wiskundig gereedschap kunt gebruiken om een probleem aan te pakken", waarbij hij meer uitleg hierover geeft aan de hand van Figuur 9. Hij vindt de belangrijkste 3 activiteiten modelleren, probleem oplossen en abstraheren, en de andere drie activiteiten fungeren als ondersteuning.



Figuur 9: De drie centrale 'hoekpunten' van wiskundig denken volgens Drijvers (2015)

Omdat wiskundige denkactiviteiten tegenwoordig een onderdeel van het wiskundecurriculum zijn en leerlingen dus meer moeten leren wiskundig te denken, is het erg nuttig om het *wiskundig denken* van de leerlingen te testen door een wiskundige denkactiviteit.

4 Methode

Dit hoofdstuk zal dieper ingaan op de methode die zal worden gebruikt om de onderzoeksvraag die is opgesteld te gaan beantwoorden. Er zal eerst een uitleg worden gegeven van de *procedure* van het onderzoek, waarna alle onderzoeksmethodes los besproken zullen worden aan de hand van de volgende kopjes: *respondenten*, *instrumenten* en *analyse*.

Procedure
Aangezien er in een wiskundelesmethode meer onderwerpen dan algebra zitten, is er een selectie gemaakt van hoofdstukken en paragrafen die over algebra gaan. Voor Moderne Wiskunde zijn dit de hoofdstukken gespecificeerd in Tabel 7 in Bijlage B, waarbij gebruik wordt gemaakt van de 10^e editie voor 1, 2 en 3 vwo. Voor Bettermarks zijn dit de hoofdstukken gespecificeerd in Tabel 6 van Bijlage B. Aangezien Bettermarks constant wordt verbeterd en in verandering is, wordt hierbij gebruik gemaakt van de opgaven zoals ze op 1 september 2019 op de website staan. Daarnaast is er voor klas 1 en 2 van Bettermarks alleen maar havo/vwo-materiaal beschikbaar in plaats van 1 en 2 vwo. Er worden wel soms uitsplitsingen gemaakt naar havo en vwo. Hierbij zal worden gekozen voor vwo, zodat het het meest vergelijkbaar is met Moderne Wiskunde.

Om een antwoord te gaan geven op de onderzoeksvraag die is opgesteld, zullen er verschillende onderzoeksmethodes gebruikt worden:

1. Theoretische analyse en vergelijking lesmethodes
2. Toets algebra bij leerlingen 4 vwo
3. Enquête leerlingen 4 vwo
4. Interview docenten/leerlingen

In Tabel 1 wordt weergegeven hoe de onderzoeksmethodes die zijn opgesteld aansluiten op de deelvragen.

	Analyse/vergelijking	Toets algebra	Enquête	Interview
Deelvraag 1	x			
Deelvraag 2			x	x
Deelvraag 3		x		

Tabel 1: Verdeling van de onderzoeksmethoden over de opgestelde deelvragen

Deze onderzoeken zullen worden afgenomen op het Nuborgh College locatie Lambert Franckens te Elburg. Op deze school bestaat de laptopklas sinds het schooljaar 2016-2017 en werd er tot het schooljaar 2018-2019 in de onderbouw ook nog met Moderne Wiskunde gewerkt in parallelklassen van het vwo.

4.1 Theoretische analyse en vergelijking lesmethodes

Om een antwoord te krijgen op de eerste deelvraag: *'Wat zijn de verschillen tussen de twee lesmethodes Bettermarks en Moderne Wiskunde op het gebied van algebradidactiek in de onderbouw van het vwo?'*, zijn beide lesmethodes los van elkaar geanalyseerd en daarna zijn de analyses met elkaar vergeleken. Hierbij is er gekeken naar de lesmethodes in het algemeen aan de hand van de criteria opgesteld door Pingel (2010) om zo een beter beeld van de gehele lesmethode te krijgen. Er is voor deze analyse gebruik gemaakt van de docentenhandleidingen en visies van beide lesmethodes (Bettermarks, 2019; Moderne Wiskunde, 2014) en daarnaast zijn de relevante hoofdstukken op het gebied van Algebra (zie Bijlage B) van de lesmethodes zelf gebruikt.

Bettermarks is een digitale lesmethode waarbij al het lesmateriaal digitaal wordt aangeleverd aan de leerlingen. Bij Moderne Wiskunde is er een papieren lesboek en wordt er daarnaast digitaal lesmateriaal aangeboden via de website van Moderne Wiskunde. Dit digitale lesmateriaal is echter in dit onderzoek buiten beschouwing gelaten. Er is gekeken naar de onderbouw van het vwo en dan specifiek naar de didactiek in de lesmethodes bij het onderwerp algebra van Moderne Wiskunde en Bettermarks, waarbij het doel is om te kijken hoe deze lesmethodes van elkaar verschillen op het gebied van het aanleren van algebraïsche vaardigheden.

Instrumenten
Om een beeld te krijgen van de twee lesmethodes en dit te kunnen gebruiken om de lesmethodes met elkaar te vergelijken, is er een richtlijn opgesteld die te vinden is in Bijlage C. Zoals kan worden gezien in deze richtlijn, is er gebruik gemaakt van de verschillende *frameworks* vanuit de literatuur. Er is begonnen met criteria 3, 4 en 5 van Pingel (2010) (zie Paragraaf 3.3 op pagina 15), aangezien deze criteria en subcriteria al aardig het gebied van dit onderzoek over de lesmethodes omvatten. Omdat Pingel vooral een richtlijn voor kwalitatieve analyse geeft en een kwantitatieve analyse ook erg nuttig kan zijn, zijn de kopjes aangevuld met criteria van Valverde et al. (2002). Hierbij zijn niet alle twaalf de criteria gebruikt, omdat sommige niet van toepassing zijn op dit onderzoek.

Daarnaast zijn er twee kopjes toegevoegd: *Curriculum* en *Algebradidactiek*. Het curriculum werd in een kleine mate door Pingel beschreven, maar omdat dit voor een vergelijking zeer nuttig kan zijn, is het toegevoegd om te bekijken hoe de curricula verschillen van de twee lesmethodes. Hierbij zal ook naar de verschillende domeinen van SLO (Bos, Den Braber, Gademan & Van Wijk, 2010) worden gekeken (zie Bijlage H), omdat dit een landelijke richtlijn is voor wat leerlingen op de middelbare school moeten krijgen op het gebied van wiskunde. Hierbij is domein A uit de analyse gelaten, omdat dit in elk hoofdstuk van zowel Bettermarks als Moderne Wiskunde zit. Naast deze domeinen van SLO heeft Van de Craats (2009) een betoog geschreven over welke kerndoelen er in de onderbouw van het vwo behaald moeten worden. Dit is op een andere manier geclassificeerd dan bij SLO en bekijkt meer het grote geheel van de wiskunde. Het is daarom interessant om te bekijken voor dit onderzoek.

Omdat dit onderzoek zich daarnaast verder alleen focust op de algebra, zal er in het laatste kopje *Algebradidactiek* wat dieper worden ingegaan op de manier hoe de algebra wordt uitgelegd, aan de hand van het Handboek Wiskundedidactiek (Drijvers et al., 2015). Bij de algebradidactiek is alleen gefocust op hoe het boek bepaalde onderwerpen aanpakt en uitlegt: het kan natuurlijk heel goed zijn dat docenten hiervan afwijken. Aangezien dit niet binnen het doel van dit onderzoek valt, is er alleen gekeken naar de aanpakken van de twee lesmethodes op het gebied van didactiek. In het handboek is één van de aanbevelingen bij het onderwerp algebra om ook te kijken naar hoe *proces-*

objectdualiteit wordt aangeleerd. Omdat proces-objectdualiteit niet echt meetbaar is in een boek en vooral een proces is in het hoofd van de leerling, en hierbij vooral de docent belangrijk is, wordt dit buiten beschouwing gelaten. De laatste vraag in het kopje *Algebradidactiek* is gebaseerd op het *framework* voor contextuele algebra-opgaven van Schoenfeld (2016). Deze vraag heeft als doel om te kijken of er in de lesmethode contextuele algebra-opgaven zitten en zo ja, hoe deze eruit zien op basis van de 5 *robustness criteria*.

In punt 2 van Bijlage C, 'Opgaven', is een kwantitatieve analyse van het aantal opgaven gemaakt, waarbij er is gekeken naar de verschillende soorten opgaven en de hoeveelheid opgaven. De soorten opgaven die zijn bekeken in dit onderzoek zijn gebaseerd op het PISA Assessment Framework for Mathematics (Schleicher et al., 2009) en de zeven classificaties van Fan en Zhu (2007). Deze soorten opgaven zijn als volgt:

1. Toepassing:
    (a) Authentieke toepassing
    (b) Fictieve toepassing
    (c) Geen toepassing
2. Type opgaven:
    (a) Bewijs/leg uit
    (b) Fouten verbeteren
    (c) Schuifopgave
    (d) Meerkeuze
    (e) Aflezen
    (f) Tekenen
    (g) Bereken (verhaaltjessom)
    (h) Bereken
3. Doel:
    (a) Reproduceren
    (b) Wiskundig gereedschap kiezen
    (c) Generaliseren
4. Medium:
    (a) Schrift
    (b) Laptop

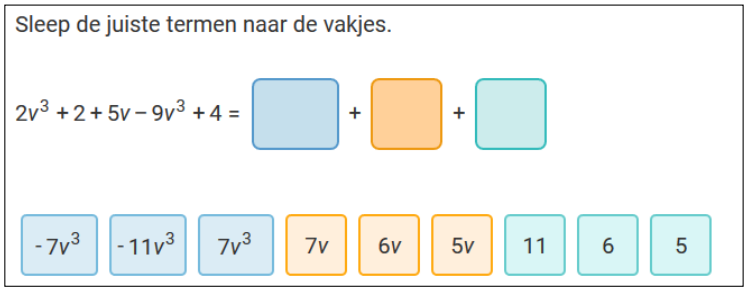
Vanuit de zeven classificaties van Fan en Zhu (2007) zijn er grofweg drie classificaties overgenomen: er is gekeken naar de toepassing van de opgaven, onderverdeeld in *geen toepassing, fictieve toepassing* en *authentieke toepassing*. Daarnaast is er gekeken naar of een probleem routineus of niet is; omdat dit een één op één relatie heeft met niveau 1 van de toetspiramide (De Lange, 1999), namelijk reproduceren, is ervoor gekozen om deze twee classificaties samen te nemen. Als laatste is er gekeken naar de de vorm van de opgaven, gebaseerd op de classificaties van Fan en Zhu (2007). Deze is

aangevuld naar aanleiding van een vooronderzoek naar de soorten opgaven Moderne Wiskunde en Bettermarks, om zo een indicatie te krijgen van wat voor soort vragen er te vinden zijn. Hieruit bleek dat Bettermarks vaak de leerlingen vraagt om de opgave in het schrift te maken. Omdat dit interessant is om te bekijken is dit als vierde classificatie meegenomen, waarbij deze classificatie natuurlijk alleen geldt voor Bettermarks. Er is voor deze classificaties gekozen omdat uit het onderzoek van Fan en Zhu (2007) bleek dat een aantal classificaties geen verschil maakten. Deze classificaties zijn dus niet erg relevant en daarom in dit onderzoek buiten beschouwing gelaten.

Een aantal van de criteria van Fan en Zhu (2007) zijn uit deze opsomming gelaten, omdat het uit hun onderzoek al bleek dat bij de meeste problemen maar één oplossing mogelijk is (*open versus close-ended problems*) en dat de classificatie op basis van de hoeveelheid gegevens dat wordt gegeven in een opgave ook niet veel informatie gaf. Omdat dit voor het onderwerp algebra daarnaast niet erg van toepassing is, zijn deze classificaties eruit gelaten. Een ander punt is dat de meeste opgaven *traditionele* problemen zijn en het is de verwachting dat dit in Moderne Wiskunde en Bettermarks ook zo zal zijn, dus is deze classificatie ook achterwege gelaten.

Zoals gezegd is de classificatie 'vorm van de opgaven' wat uitgebreid om zo een zo goed mogelijk beeld te geven van de opgaven die in Moderne Wiskunde en Bettermarks voorkomen. Er is hierbij ook gebruik gemaakt van de examenwerkwoordenlijst (CvTE, 2019) om zo te proberen alle mogelijkheden van een type opgave op het gebied van algebra te dekken. De volgende soorten opgaven zijn hier uit gekomen:

1. Bewijs/leg uit
2. Fouten verbeteren
3. Schuifopgave (zie Figuur 10)
4. Meerkeuze
5. Aflezen
6. Tekenen
7. Bereken (verhaaltjessom)
8. Bereken



Figuur 10: Schuifopgave uit Bettermarks

Deze classificatie van opgaven moet als een soort van 'trechtervorm' gezien worden: er is van boven naar beneden gekeken welke soort opgave het is, aangezien er soms wat overlap is en een opgave twee vormen kan hebben. Er is voor deze volgorde gekozen omdat dit de meest dekkende classificatie zal geven en het interessanter is om te weten of leerlingen in een opgave moeten tekenen dan bijvoorbeeld dat de leerlingen alleen iets moeten berekenen.

Aangezien in één opgave vaak deelopgaven voorkomen die van een ander type zijn, zijn alle deelopgaven los geanalyseerd. Daarnaast is de combinatie van verschillende soorten opgaven in een paragraaf ook bijgehouden, zodat er kon worden bekeken of bijvoorbeeld schuifopgaven altijd van het niveau 'reproductie' zijn en of fictieve toepassingen in opgaven samenhangen met bijvoorbeeld verhaaltjessommen.

In sommige hoofdstukken of paragrafen komen opgaven voor die niet van toepassing zijn op het gebied van algebra. Deze zijn dan ook buiten beschouwing gelaten in het onderzoek, om zo een zo helder mogelijk beeld te geven van de algebra-opgaven.

Analyse
Nadat al deze analyses zijn gemaakt, zullen de resultaten van Bettermarks en Moderne Wiskunde met elkaar worden vergeleken. De kwantitatieve analyses van beide lesmethodes zullen in grafieken en tabellen worden geplaatst om zo een gestructureerde en gegronde vergelijking te kunnen maken.

Voor de kwalitatieve analyses is dit niet mogelijk, maar zal er worden getracht om een zo objectief mogelijk beeld te geven van beide lesmethodes zodat er een goede vergelijking kan worden gemaakt. Dit zal gebeuren door de belangrijke punten van beide lesmethodes in een tabel te zetten waar per categorie wat verteld wordt, om zo in deze categorieën duidelijk de verschillen te kunnen zien.

4.2 Toets algebra bij leerlingen 4 vwo

In klas 4 vwo is een toets algebra afgenomen voor leerlingen die in de onderbouw Bettermarks en leerlingen die in de onderbouw Moderne Wiskunde hebben gehad. De resultaten van deze twee groepen zullen worden vergeleken om zo nog een beter idee te krijgen van de verschillen tussen de twee lesmethodes. De toets is afgenomen bij 42 wiskunde A-leerlingen en 32 wiskunde B-leerlingen om zo ook te kijken of er een verschil zit in de invloed van de lesmethode op wiskunde A-leerlingen of wiskunde B-leerlingen.

Respondenten
Net zoals bij de enquête, zullen de respondenten voor dit deel van het onderzoek de leerlingen van klas 4 vwo zijn die in de onderbouw Moderne Wiskunde of Bettermarks hebben gevolgd. De respondenten zijn in twee groepen verdeeld:

1. Leerlingen die in de onderbouw Bettermarks hebben gehad ($n = 24$),
2. Leerlingen die in de onderbouw alleen Moderne Wiskunde hebben gehad ($n = 50$).

Doublanten en leerlingen van een andere school zijn in deze toets niet meegenomen.

In dit onderzoek zal worden aangenomen dat de twee groepen (leerlingen die Bettermarks en leerlingen die Moderne Wiskunde hebben gehad) niet verschillen op het gebied van intelligentie. Leerlingen zijn in de brugklas in een havo/vwo groep ingestroomd en daarna hebben deze leerlingen gekozen voor vwo. De groep die Bettermarks heeft gehad is willekeurig gekozen uit alle leerlingen uit dezelfde jaarlaag dus kan er met redelijkheid worden aangenomen dat de groepen gelijk verdeeld zijn.

Instrumenten
De algebratoets is gemaakt naar aanleiding van de analyse van de twee lesmethodes die eerder is

besproken. De vragen die in deze toets zitten zijn een selectie van vragen die gesteld zijn aan middelbare scholieren in het onderzoek van Van Stiphout et al. (2013), aangevuld met wat zelfbedachte vragen op het zelfde niveau om zo alle aspecten van algebra te testen. De toets is daarnaast gemaakt in overleg met de vakdidacticus. De laatste vraag in de toets is een wiskundige denkactiviteit (WDA; Kaenders et al. (2007)) om zo te bekijken hoe leerlingen een WDA aanpakken en of dit misschien verschilt tussen Bettermarks en Moderne Wiskunde. Er zijn vragen gebruikt in deze toets die niet letterlijk voorkomen in Moderne Wiskunde noch Bettermarks om zo de leerlingen van een bepaalde lesmethode geen voordeel te geven. Ook is er voor gekozen om de toets op papier te maken omdat dit voor beide groepen leerlingen bekend terrein is. Wanneer de toets digitaal is zouden leerlingen die Bettermarks hebben gevolgd hier profijt van kunnen hebben. De toets is te vinden in Bijlage F.

De toets heeft alle onderwerpen van Van de Craats (2009) in zich, zoals te zien in Tabel 2, waarbij Ia - IIc staat voor de onderwerpen die gespecificeerd zijn in Bijlage A.

	Ia	Ib	Ic	IIa	IIb	IIc
Opgave 1*					2	
Opgave 2		1	1			
Opgave 3*	1				1	
Opgave 4				1		1
Opgave 5				1		
Opgave 6			1			
Opgave 7*			1	1		
Opgave 8*	2					
Totaal	3	1	3	3	3	1

Tabel 2: Toetsopgaven met de corresponderende onderwerpen

Zoals kan worden gezien worden alle algebraonderwerpen voor de onderbouw zoals ze gedefinieerd zijn door Van de Craats (2009) getoetst in meer of mindere mate: het getal dat in de tabel staat geeft het aantal punten dat in deze opgaven op dat domein verdiend kan worden. Er kan worden gezien dat domein Ib en IIc in mindere mate voorkomen in de toets: er is voor gekozen maar één opgave over breuken vereenvoudigen te maken (Ib), aangezien er tijdsbeperkingen aan de toets zitten. Daarnaast zit er geen stelsel met drie vergelijkingen en drie onbekenden in de toets (IIc). Omdat er al een stelsel met twee vergelijking en twee onbekenden in voorkomt is ervoor gekozen om dit niet ook nog voor 3 vergelijkingen te doen omdat dit alleen maar meer tijd kost voor de leerlingen.

Opgaven die met een ster zijn aangegeven komen uit de test van Van Stiphout et al. (2013). Opgave 8 is een wiskundige denkactiviteit: hierbij moeten leerlingen gaan werken met een wiskundige operatie waar ze nog nooit van gehoord hebben en ze kunnen een antwoord vinden door hun kennis van algebra toe te passen. Op deze manier kan getest worden in hoeverre hier een verschil in is tussen leerlingen die Bettermarks of leerlingen die Moderne Wiskunde in de onderbouw hebben gehad. Deze WDA valt binnen de activiteiten *3. Formules manipuleren, 4. Abstraheren* en *6. Logisch redeneren en bewijzen*, zoals beschreven in Hoofdstuk 3.

Voordat de toets is afgenomen, is er eerst een proeftoets afgenomen in een andere klas 4 vwo om de fouten eruit te halen en daarnaast te controleren of de toets van een goed niveau is: hij moet niet te makkelijk of te moeilijk zijn aangezien er dan moeilijker kan worden bepaald of er verschil zit tussen de twee lesmethodes.

Analyse
De toetsresultaten zijn naast een eerste corrector ook steekproefsgewijs door een tweede corrector nagekeken om de resultaten zo betrouwbaar en onbevooroordeeld mogelijk te maken. De vergelijking van de twee groepen is gebeurt per opgave en over de gehele toets. Omdat de toets verschillende soorten opgaven bevat die verschillende leerdoelen en algebraïsche vaardigheden toetsen, is er gekeken of er een significant verschil is tussen de twee groepen door gebruik te maken van de t-test, zoals uitgelegd in Bijlage J. De antwoorden van de leerlingen zijn daarnaast ook kwalitatief geanalyseerd om te kijken of er een verschil is in oplossingsmethoden tussen de twee groepen. Er is een significantieniveau van 5% gebruikt.

4.3 Enquête leerlingen

Om een kwantitatieve analyse van de ervaringen van leerlingen op het gebied van Bettermarks te kunnen doen, is er een enquête opgesteld en afgenomen bij leerlingen van klas 4 vwo. Helaas heeft deze enquête niet alle leerlingen bereikt, maar zijn er in totaal 59 respondenten geweest, waarvan 20 leerlingen Bettermarks en 39 leerlingen Moderne Wiskunde hebben gehad. Deze vragenlijst is een paar maanden na het begin van het schooljaar afgenomen, omdat de leerlingen dan ook een tijdje hebben gewerkt met Moderne Wiskunde en ze dan Bettermarks van de onderbouw en Moderne Wiskunde van de bovenbouw met elkaar kunnen vergelijken.

Respondenten
De respondenten van deze enquête zijn, zoals eerder gezegd, leerlingen in 4 vwo van het Nuborgh College locatie Lambert Franckens in Elburg, en zijn in totaal 59 leerlingen. Tussen deze respondenten zitten leerlingen die in de onderbouw Bettermarks hebben gehad en leerlingen die in de onderbouw Moderne Wiskunde hebben gehad. In de enquête is één van de eerste vragen welke lesmethode de leerlingen hebben gehad, zodat er aan de leerlingen alleen relevante vragen zullen worden gesteld. Leerlingen die alleen Moderne Wiskunde hebben gehad zullen dan alleen vragen over Moderne Wiskunde krijgen, en leerlingen die zowel Bettermarks als Moderne Wiskunde hebben gehad zullen ook vragen krijgen over welke lesmethode ze fijner vonden.

Er is gekozen voor leerlingen van klas 4 vwo omdat er in dit onderzoek gefocust is op vwo lesmateriaal. Daarnaast is voor klas 4 leerlingen de onderbouw nog het dichtst bij en hebben ze dus nog de meest verse herinneringen over Bettermarks. Leerlingen die zijn blijven zitten in klas 4 of bijvoorbeeld van een andere school zijn gekomen zijn in dit onderzoek niet mee worden genomen.

Instrumenten
De enquête die is gegeven is bijgevoegd in Bijlage E. De vragen die gesteld zijn in de enquête zijn zo opgesteld zodat de resultaten van deze enquête zo goed mogelijk de onderzoeksvraag kunnen beantwoorden. Er is gekeken naar hoe leerlingen de twee verschillende lesmethodes ervaren en ook naar wat de leerlingen goed en slecht vinden aan de verschillende lesmethodes. Op basis van deze enquête kan er dan worden geconcludeerd *hoe* leerlingen een lesmethode willen gebruiken en wat dus hun *utilization scheme* (Rezat, 2006) van de lesmethode is.

Daarnaast moeten leerlingen in de enquête een rapportcijfer aan Bettermarks en Moderne Wiskunde geven. Deze vraag is toegevoegd omdat dit een kwantitatief resultaat geeft waarbij kan worden gekeken of er voor één van de twee lesmethodes een significant hoger cijfer wordt gegeven.

Er is gekozen om een enquête af te nemen met gesloten vragen omdat dit makkelijker is om te analyseren en er is gelet op de aanbevelingen van Van der Donk en Van Lanen (2016, p. 204-209): gebruik weinig open vragen; geen dubbele ontkenningen; structureer de vragenlijst. Daarnaast is de vragenlijst eerst door enkele leerlingen die representatief zijn voor de te bevragen groep gemaakt, om er fouten uit te kunnen halen. Aangezien alle leerlingen een laptop hebben, zal de enquête digitaal worden afgenomen tijdens een les: dit maakt de analyse gemakkelijker.

Analyse
De vragenlijsten zullen geanalyseerd worden in Qualtrics, waarna de resultaten zullen worden uitgelegd in Hoofdstuk 5. In totaal zijn er 59 respondenten. Dit is een aardig groot aantal dus zullen de resultaten een redelijk beeld geven van de werkelijkheid. Door middel van deze vragenlijsten zal kunnen worden geconcludeerd wat leerlingen van Bettermarks en Moderne Wiskunde vinden om zo een beter en completer beeld te krijgen van de verschillen in lesmethodes en de verschillen tussen digitaal en analoog lesmateriaal.

4.4 Interview docent/leerlingen

Om een beter beeld te krijgen van hoe de lesmethode wordt gebruikt en hoe de gebruikers van de lesmethode tegen de lesmethode aankijken, zijn er interviews worden gehouden met een docent en een aantal leerlingen.

Procedure
Voor het interview met de docent zijn twee docenten gekozen die beide lesmethodes in de onderbouw hebben gebruikt en het voornaamste doel van dit interview was om te achterhalen hoe de docenten tegen de twee lesmethodes aankijken en wat zij als verschillen tussen de twee lesmethodes zien. Daarnaast is aan de docenten worden gevraagd hoe zij denken dat de leerlingen tegen de verschillende lesmethodes aankijken.

Naast een interview met twee docenten, is er ook een interview met zes leerlingen afgenomen. Deze heeft plaatsgevonden nadat de leerlingen de enquête en de toets hebben gemaakt, zodat er vragen konden worden gesteld over de resultaten van deze enquête en de toets. Aan deze leerlingen is gevraagd naar hun mening over de twee verschillende lesmethodes, maar bijvoorbeeld ook naar hun strategieën over hoe ze hun huiswerk maken en wat ze bekijken van een bepaalde lesmethode.

Het interview is op een *semi-gestructureerde* manier gegeven: er is van tevoren een leidraad opgesteld met een aantal interviewvragen, maar wanneer de respondenten iets interessants of nuttigs zeiden, is er van de vragen afgeweken om dieper op bepaalde onderwerpen in te gaan.

Respondenten
De leerlingen hadden de volgende kenmerken:

- **Wiskunde A**
    1. Meisje, gemiddelde cijfer wiskunde $\in [5,5;6,5\rangle$, Bettermarks gehad in onderbouw
    2. Meisje, gemiddelde cijfer wiskunde $\in [7,5;8,5\rangle$, Bettermarks gehad in onderbouw
- **Wiskunde B**
    1. Jongen, gemiddelde cijfer wiskunde $\in [5,5;6,5\rangle$, Bettermarks gehad in onderbouw
    2. Meisje, gemiddelde cijfer wiskunde $\in [7,5;8,5\rangle$, alleen Moderne Wiskunde gehad in de onderbouw
    3. Meisje, gemiddelde cijfer wiskunde $\in [7,5;8,5\rangle$, Bettermarks gehad in onderbouw
    4. Meisje, gemiddelde cijfer wiskunde $\in [7,5;8,5\rangle$, Bettermarks gehad in onderbouw

Instrumenten
In Bijlage D staan de vragen die van te voren zijn opgesteld die als leidraad voor de interviews dienen. Deze vragen zijn van te voren opgesteld naar aanleiding van een korte analyse van de twee lesmethodes en heeft vooral als doel om te kijken hoe de leerlingen en docenten beide lesmethodes ervaren. De interviewvragen zijn opgesteld in een *trechterstructuur* (Van der Donk & Van Lanen, 2016), waarbij wordt begonnen met inleidende vragen en er steeds verder wordt ingezoomd op de belangrijke onderwerpen.

Er zijn twee hoofdonderwerpen bij deze interviews: ten eerste hoe leerlingen en docenten een lesmethode gebruiken en wat de verschillen tussen de twee lesmethodes zijn. Dit heeft te maken met de verschillende *utilization schemes* van Rezat (2006), zoals besproken in het theoretisch kader en weergegeven in Figuur 6.

Het tweede punt is de ervaringen van de leerlingen en docenten: hoe vinden de leerlingen de lesmethode en worden de einddoelen van het SLO ook wel echt behaald in de onderbouw.

Analyse
De interviews zijn opgenomen en na afloop uitgewerkt. Daarna zijn de belangrijke punten uit de interviews gemarkeerd en geclassificeerd op een aantal thema's. Deze thema's zijn gemaakt om het beantwoorden van de deelvraag makkelijk te maken.

1. Bettermarks - positief/negatief
    (a) Utilization scheme
    (b) Ervaring leerlingen
    (c) Ervaring docent
2. Moderne Wiskunde - positief/negatief
    (a) Utilization scheme
    (b) Ervaring leerlingen
    (c) Ervaring docent

Wanneer dit geclassificeerd is, zullen de resultaten in een tabel worden gezet om zo een conclusie te kunnen trekken over de ervaringen van leerlingen en docenten over beide lesmethodes.

5 Resultaten

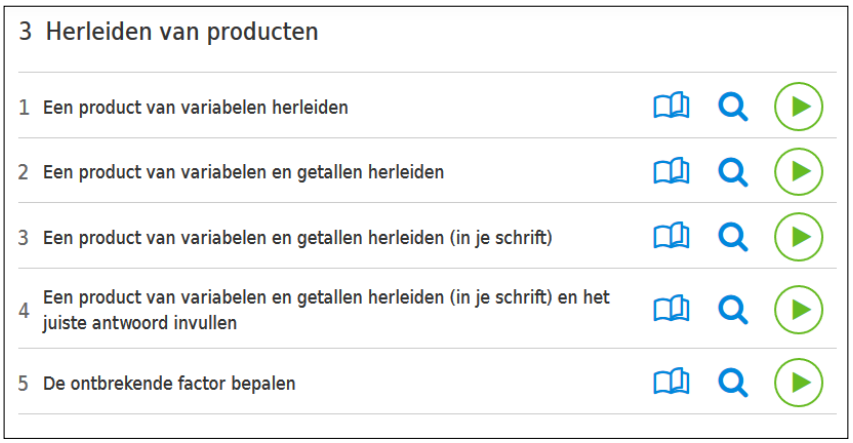
De resultaten zijn als volgt opgebouwd: in Paragrafen 5.1 en 5.2 zal er eerst een korte inleiding van respectievelijk Bettermarks en Moderne Wiskunde worden gegeven om zo een algemeen beeld van beide lesmethodes te geven. In Paragraaf 5.3 zal dan de kwantitatieve en de kwalitatieve analyse van de twee lesmethodes besproken worden. De analyses van de twee lesmethodes zullen op dezelfde manier worden opgebouwd om zo een eerlijk en gelijk beeld van beide lesmethodes te geven. De opbouw is hetzelfde als de richtlijn in Bijlage C. Aan het eind van elk onderwerp (*Opmaak, stijl en soort tekst, Opgaven, Inhoud, Curriculum en Algebradidactiek*) zal er een korte samenvatting worden gegeven waarin de resultaten van beide lesmethodes overzichtelijk naast elkaar worden weergegeven. In Paragraaf 5.4 en Paragraaf 5.5 zullen de resultaten van respectievelijk de toets en de enquête die zijn afgenomen worden besproken en in de laatste paragraaf, Paragraaf 5.6, zullen de belangrijkste resultaten uit de interviews die zijn afgenomen worden besproken.

5.1 Bettermarks

Bettermarks heeft voor elk hoofdstuk in de leermethode een zelfde opbouw: het begint met een lijst (Figuur 11) van begrippen die leerlingen al zouden moeten weten en daarnaast een overzicht van de leerdoelen die leerlingen moeten halen in dit hoofdstuk. Bij de voorkennis hoort dan ook een opgavenserie die leerlingen kunnen maken. Na de voorkennis komt een kort stukje introductie over het hoofdstuk en in elk hoofdstuk zijn er 5-12 paragrafen met in deze paragrafen gemiddeld 7 *series* die gespecificeerd zijn op een deelonderwerp uit die paragraaf. Aan het eind van het hoofdstuk staat een overzicht van alle theorie en begrippen die in het hoofdstuk zijn besproken. Dit staat op een willekeurige volgorde. Een voorbeeld van een begrippenlijst is weergegeven in Figuur 26 op pagina 42. Het hoofdstuk wordt afgesloten met een diagnostische toets.

Figuur 11: Leerdoelen en al behaalde leerdoelen Bettermarks 1 havo/vwo hoofdstuk 6

Bij de series in een paragraaf van Bettermarks staat een boekje, een vergrootglas en een pijl (Figuur 12). Het boekje staat voor de theorie bij die serie, wat kan worden gevonden in Figuur 33 op pagina 48. Het stukje theorie is meestal een aantal regels uitleg met daaronder een aantal voorbeelden.



Figuur 12: Paragraaf 3 Bettermarks 1 havo/vwo hoofdstuk 6

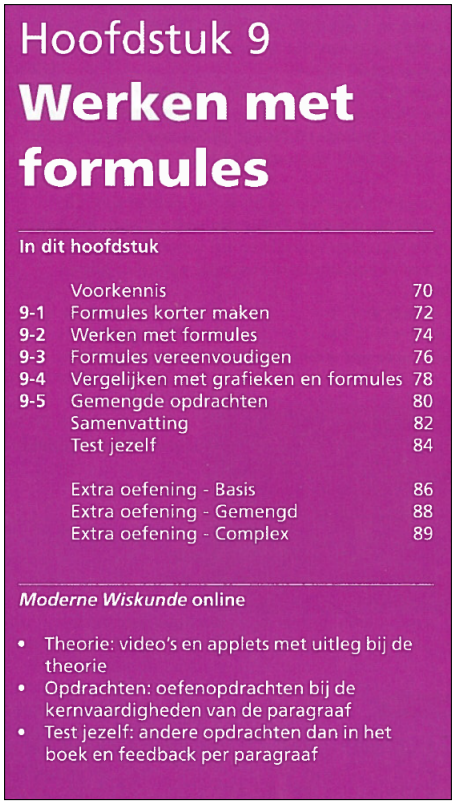
Als je op het vergrootglas klikt, kan je alle opgaven in de serie bekijken in een kort overzicht en als je op het pijltje klikt ga je naar de opgaven uit de serie. Wanneer de leerlingen op het pijltje hebben geklikt, zien ze alleen de eerste opgave. Ze moeten hier een antwoord op geven en hun antwoord insturen voordat ze door kunnen naar de volgende vraag. Als het een fout antwoord is, wordt dit aangegeven en kunnen leerlingen het nog een keer proberen (zie Figuur 13). Er wordt dan verwezen naar de theorie, zodat ze het eerst nog een keer kunnen lezen. Bij de tweede keer fout krijgen leerlingen het antwoord te zien en wordt er verteld hoe ze het hadden moeten oplossen. Dan kunnen de leerlingen naar de volgende opgave en geldt hetzelfde weer.

Figuur 13: Voorbeeld van een opgave in Bettermarks

Aan het eind van de serie krijgen leerlingen te zien hoeveel ze goed hebben gedaan aan de hand van het aantal punten en muntjes dat ze hebben. Ze krijgen één muntje als ze 60% van de opgaven goed hebben, 2 bij 75 %, 3 bij 90 % en een ster als alles goed is. Wanneer leerlingen vaker een opgavenserie maken, krijgen ze dus ook vaker muntjes. Een ster kan echter maar één keer verdiend worden.

5.2 Moderne Wiskunde

Moderne Wiskunde heeft in elk hoofdstuk dezelfde opbouw. Het hoofdstuk begint met een voorblad met een algemene vraag over het hoofdstuk (zie Figuur 14). Op diezelfde bladzijde staat ook de inhoudsopgave van het hoofdstuk, waarin alle paragrafen van het hoofdstuk vermeld worden. Daarna begint elk hoofdstuk met een paragraaf voorkennis: dit bestaat uit ongeveer 7 opgaven en bij deze opgaven staan 1 à 2 theorieblokjes met wat herhaling van voorgaande theorie. Ook wordt er altijd bij een theorieblokje een voorbeeld gegeven (Figuren 41 en 43 op pagina 52 en 52).


Hoofdstuk 9

Werken met formules

In dit hoofdstuk

	Voorkennis	70
9-1	Formules korter maken	72
9-2	Werken met formules	74
9-3	Formules vereenvoudigen	76
9-4	Vergelijken met grafieken en formules	78
9-5	Gemengde opdrachten	80
	Samenvatting	82
	Test jezelf	84
	Extra oefening - Basis	86
	Extra oefening - Gemengd	88
	Extra oefening - Complex	89

Moderne Wiskunde online

- Theorie: video's en applets met uitleg bij de theorie
- Opdrachten: oefenopdrachten bij de kernvaardigheden van de paragraaf
- Test jezelf: andere opdrachten dan in het boek en feedback per paragraaf

Figuur 14: Introductie 1V Hoofdstuk 9

Na de voorkennis zitten er 5-7 paragrafen in het hoofdstuk. Elke paragraaf bestaat uit 2 bladzijden waarop de opgaven staan en enkele stukjes theorie worden uitgelegd. Net zoals bij de voorkennis, staan bij alle theorieblokjes ook weer 1 of 2 voorbeelden.

Aan het eind van het hoofdstuk zitten dan nog een aantal extra paragrafen met oefeningen: er is altijd een paragraaf met gemengde opgaven: dit zijn opgaven die over alle stof van het hoofdstuk gaan en dus ook sommige paragrafen bij elkaar brengen. Het hoofdstuk heeft ook nog een samenvatting: hierin staat alle theorie nog een keer beschreven, en een 'Test Jezelf', een diagnostische toets waarin leerlingen kunnen kijken of ze de stof beheersen. Voor de leerlingen die dan nog wat extra hulp nodig hebben, zijn er nog extra oefeningen.

5.3 Theoretische analyse en vergelijking

5.3.1 Opmaak, stijl en soort tekst

Bettermarks

- **Hoeveel tekst/theorie staat er in de lesmethode in verhouding met de opgaven?**
  In Bettermarks staan relatief veel opgavenseries. Per paragraaf zijn er subparagrafen bestaande uit een opgavenserie. Bij al deze series staat een stukje theorie die de leerlingen kunnen lezen voordat ze de opgaven gaan maken.

  Het is echter wel zo dat de theorieblokken soms herhaald worden: zo hebben de eerste twee series in het voorbeeld van Figuur 12 allebei hetzelfde theorieblokje over het vermenigvuldigen van variabelen.

- **Hoe wordt deze tekst beschreven en overgebracht?**
  De theorieblokjes van Bettermarks zijn erg kort en bondig. Elk theorieblokje gaat over één onderwerp en in de theorie wordt het begrip geïntroduceerd, worden de regels gegeven en wordt er een voorbeeld gegeven.

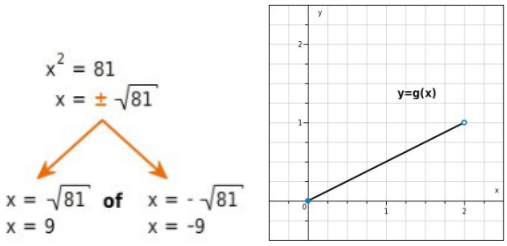
  De teksten bevatten veel verschillende kleuren om aan te geven wat variabelen of bijvoorbeeld constanten zijn, en daarnaast wordt er gebruik gemaakt van dikgedrukte tekst om definities of belangrijke woorden aan te duiden.

  Over het algemeen wordt de uitleg erg simpel gebracht. De zinnen zijn meestal erg kort en soms niet grammaticaal correct (zie Figuur 15). Ook is te zien in dit voorbeeld dat de titel niet aansluit bij hetgeen dat wordt uitgelegd in de tekst eronder.

Figuur 15: Theorieblok uit 3V hoofdstuk 3

- **Hoeveel voorbeelden zitten er in een paragraaf?**
  In Bettermarks bestaan de voorbeelden uit voorbeeldopgaven die dan stap voor stap met een uitleg worden uitgewerkt. Gemiddeld zitten er 37 voorbeelden in een hoofdstuk en deze zitten altijd in een theorieblok, dit betekent dat er gemiddeld 6 voorbeelden in een paragraaf zitten. Aangezien theorieblokken in paragrafen soms herhaald worden, kan er niet een betekenisvol antwoord worden gegeven op de vraag hoeveel voorbeelden er in een paragraaf zitten.

- **Hoeveel plaatjes, foto's en illustraties staan er in de lesmethode? Wat is de toevoeging van de plaatjes, foto's en illustraties?**
  In de geanalyseerde hoofdstukken van Bettermarks, dus alle hoofdstukken die te maken hebben met algebra, staan in de opgaven in totaal 164 plaatjes in opgaven (6% van de opgaven). Onder plaatjes verstaan we hier ook grafieken. Van deze 164 plaatjes waren er 147, dus 90%, een toevoeging op de opgave.



Figuur 16: Voorbeeld van een illustratie en grafiek in Bettermarks

Naast de plaatjes in de opgaven, staan er ook nog een aantal plaatjes en illustraties bij theorieblokken, om de theorie te verduidelijken. Dit gaat over het algemeen over illustraties en grafieken zoals in Figuur 16.

- **Zijn er bronnen? Zo ja, wat voor soort bronnen?**
  Het is voor leerlingen niet te zien dat er in Bettermarks bronnen zitten, aangezien er geen bronnen op de online leeromgeving te zien zijn. Ook voor docenten zijn er geen bronnen te vinden.

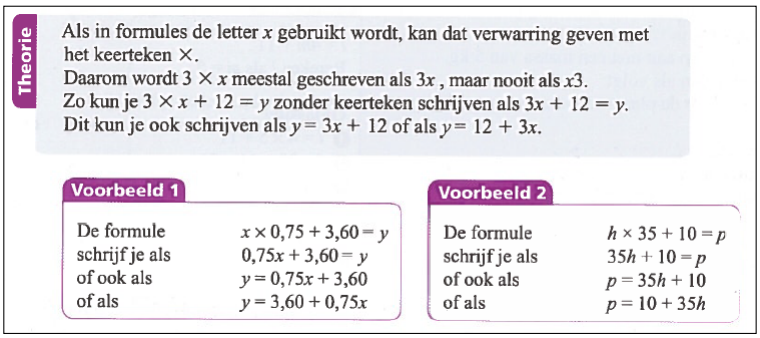
  In sommige hoofdstukken is het echter wel mogelijk voor leerlingen om 'bronnen' te downloaden. Dit is dan extra informatie over een bepaald onderwerp of een bepaald begrip. Zo is er bijvoorbeeld bij het hoofdstuk "kwadratische vergelijkingen" een link naar een *flowchart* over kwadratische vergelijkingen.

Moderne Wiskunde

- **Hoeveel tekst/theorie staat er in de lesmethode in verhouding met de opgaven?**
  In elke paragraaf van Moderne Wiskunde zitten ongeveer 2 theorieblokjes of blokjes waarin ze vertellen hoe je iets aan moet pakken. In een paragraaf zitten ongeveer 8 opgaven, dus er is gemiddeld per 4 opgaven een stukje tekst van een aantal zinnen.

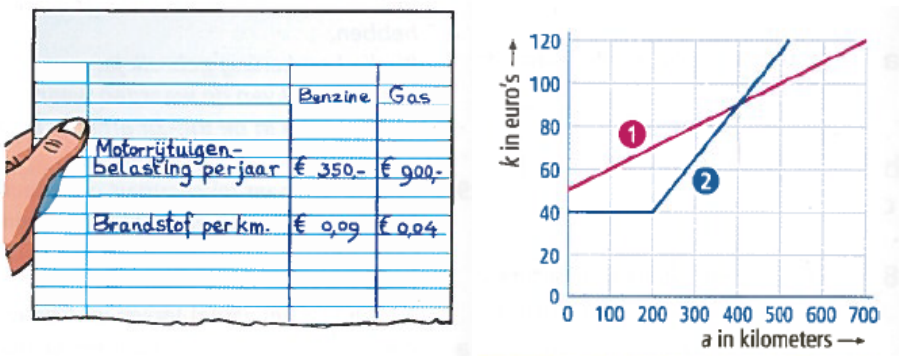
- **Hoe wordt deze tekst beschreven en overgebracht?**
  De theorieblokjes in Moderne Wiskunde zijn erg kort en bondig. Veel theorieblokjes gebruiken een stappenplan, waarbij er een aantal stappen worden gegeven om een bepaalde methode toe te passen. Daarnaast worden de belangrijke woorden dikgedrukt, om ze zo wat meer nadruk te geven.

- **Hoeveel voorbeelden zitten er in een paragraaf?**
  In Moderne Wiskunde zit bij elk theorieblokje een voorbeeld. Per paragraaf zijn er ongeveer twee theorieblokjes, dus dat betekent ook dat er ongeveer 2 voorbeelden per paragraaf worden gegeven. Elk voorbeeld bestaat uit een opgave die wordt opgelost, meestal op een korte en bondige manier (Figuur 17).



Figuur 17: Voorbeeld uit 1 havo/vwo hoofdstuk 9 van Moderne Wiskunde

- **Hoeveel plaatjes, foto's en illustraties staan er in de lesmethode? Wat is de toevoeging van de plaatjes, foto's en illustraties?**
  In het lesboek Moderne Wiskunde staan veel plaatjes. Van de 2107 geanalyseerde (deel)opgaven gebruikten 589 opgaven plaatjes (28% van de opgaven). Van deze 589 opgaven met plaatjes, voegden 451 plaatjes ook daadwerkelijk wat toe aan de opgaven. Denk hierbij aan een grafiek of een illustratie (Figuur 18).



Figuur 18: Voorbeeld van een illustratie en grafiek in Moderne Wiskunde

- **Zijn er bronnen? Zo ja, wat voor soort bronnen?**
  In Moderne Wiskunde staan alleen bronnen van de illustraties en plaatjes die gebruikt worden in de boeken. Er wordt in het lesboek niet verwezen naar andere bronnen die nuttig zouden kunnen zijn voor leerlingen.

Samenvatting
In de volgende tabel is schematisch weergegeven wat de verschillen en overeenkomsten van de twee lesmethodes op het gebied van de inhoud is.

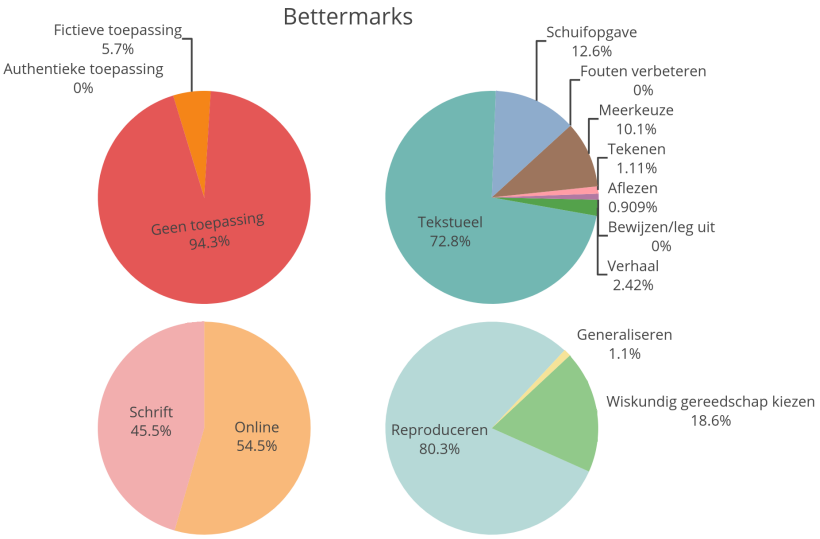
	Bettermarks	**Moderne Wiskunde**
Verhouding theorie en opgaven	Ongeveer 1 theorieblokje per 11 opgaven	Ongeveer 1 theorieblokje per 4 opgaven
Hoe wordt tekst overgebracht?	Korte zinnen, niet altijd correct	Kort en bondig
Voorbeelden per paragraaf	Gemiddeld 37 voorbeelden in een hoofdstuk, dus ongeveer 6 voorbeelden per paragraaf	Gemiddeld 2 voorbeelden per paragraaf, dus ongeveer 14 voorbeelden per hoofdstuk
Plaatjes, foto's en illustraties	164 opgaven met plaatjes in 2661 opgaven (= 6%)	589 opgaven met plaatjes in 2107 opgaven (= 28%)
Toevoeging van plaatjes	90% van de plaatjes is relevant	77% van de plaatjes is relevant
Bronnen	Geen bronnen, wel links naar extra bronnen voor leerlingen	Geen bronnen

5.3.2 Opgaven

Bettermarks

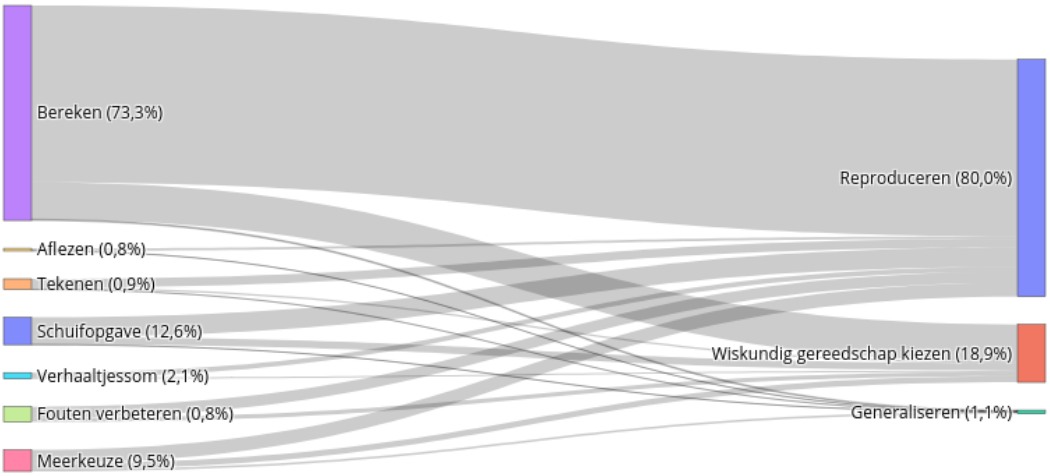
- **Hoeveel opgaven zitten er in de lesmethode per paragraaf/hoofdstuk?**
  In totaal zitten er in de 32 hoofdstukken die worden aangeboden door Bettermarks 183 paragrafen. Elk hoofdstuk bestaat uit 5 tot 12 paragrafen, en elke paragraaf heeft ongeveer 7 opgavenseries. In de 11 geanalyseerde hoofdstukken van Bettermarks zaten 384 opgavenseries, met in totaal 2661 opgaven. Er zitten dus gemiddeld 7 opgaven in een opgavenserie en gemiddeld 243 opgaven in een hoofdstuk.

- **Wat is de verdeling van verschillende soorten opgaven (zie pagina 22) op het gebied van algebra?**
  Er is een inventarisatie gemaakt van de soorten opgaven in de hoofdstukken in Bettermarks op het gebied van algebra. Deze resultaten zijn te vinden in Bijlage G. In Figuur 19 is een weergave te zien van de resultaten voor de opgaven van Bettermarks. Het valt op dat er geen opgaven in Bettermarks zitten met een authentieke toepassing en dat als vorm nooit *bewijs/leg uit* wordt gebruikt.

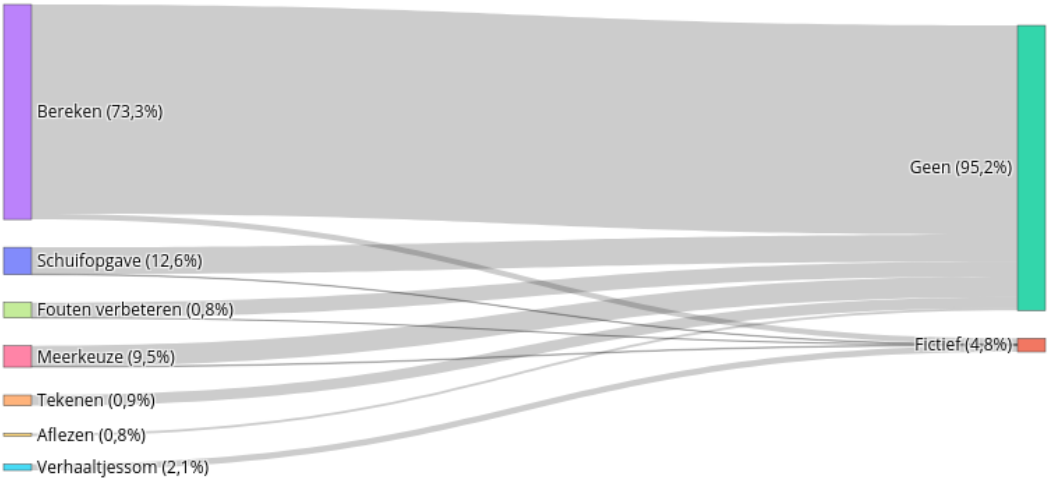


Figuur 19: Verdeling van de opgaven in Bettermarks

Naast de verdeling van de soorten opgaven, is er ook naar de combinatie *toepassing* en *vorm* en de combinatie *niveau* en *vorm* gekeken om te kijken of bepaalde combinaties in een opgave vaker voorkomen dan anderen. Hiervan zijn twee figuren gemaakt, Figuur 20 en Figuur 21. In deze figuren kan worden gezien welke combinaties in een opgave het meest voorkomen: zo komt bijvoorbeeld de combinatie *reproduceren* en *bereken* heel vaak voor en de combinatie *geen toepassing* en *verhaaltjessom* nooit voor.



Figuur 20: Combinatie vorm en niveau in Bettermarks

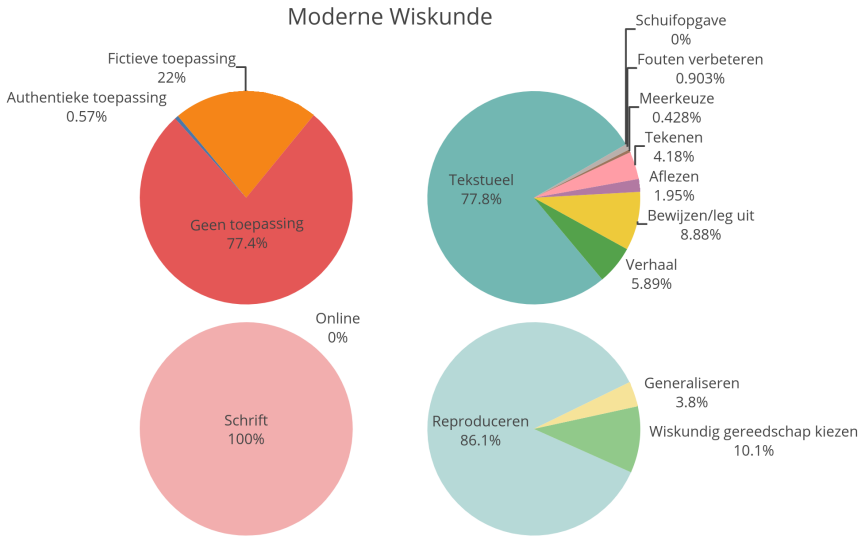


Figuur 21: Combinatie vorm en toepassing in Bettermarks

Moderne Wiskunde

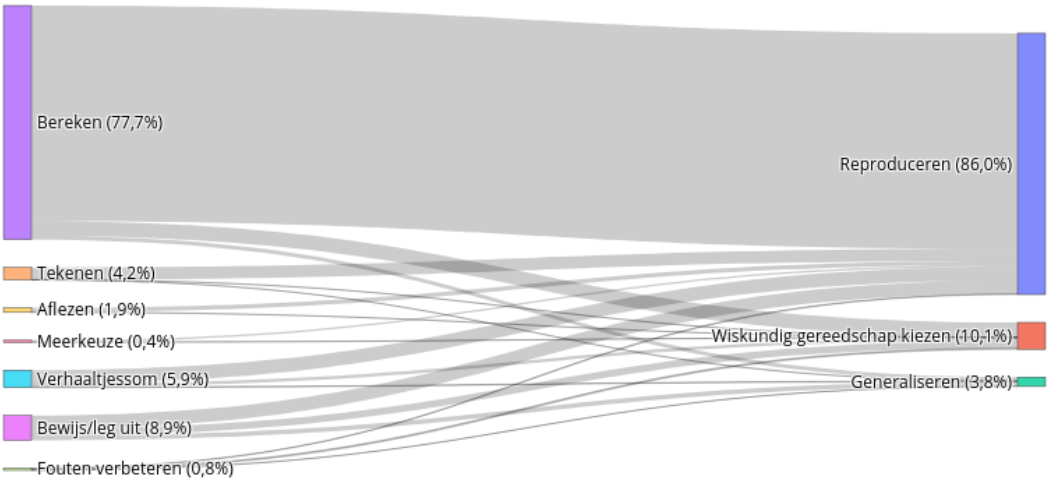
- **Hoeveel opgaven zitten er in de lesmethode per paragraaf/hoofdstuk?**
  In elk hoofdstuk van Moderne Wiskunde zitten 5, 6 of 7 paragrafen. Van deze paragrafen is één paragraaf de Gemengde Opdrachten. Naast deze paragrafen begint Moderne Wiskunde met een paragraaf voorkennis. In elke paragrafen zitten ongeveer 8 opgaven, wat dus betekent dat in elk hoofdstuk tussen de 48 en 64 opgaven zitten, als de voorkennis wordt meegerekend.

- **Wat is de verdeling van verschillende soorten opgaven (zie pagina 22) op het gebied van algebra?**
  In Figuur 22 is weergegeven wat de verdeling van de soorten opgaven is in Moderne Wiskunde. Omdat de lesmethode van Moderne Wiskunde geheel in boekvorm is geanalyseerd, is het medium dat voor de opgaven wordt gebruikt dus ook 100% in het schrift. Het valt daarnaast op dat er geen schuifopgaven in de geanalyseerde opgaven voorkomen.

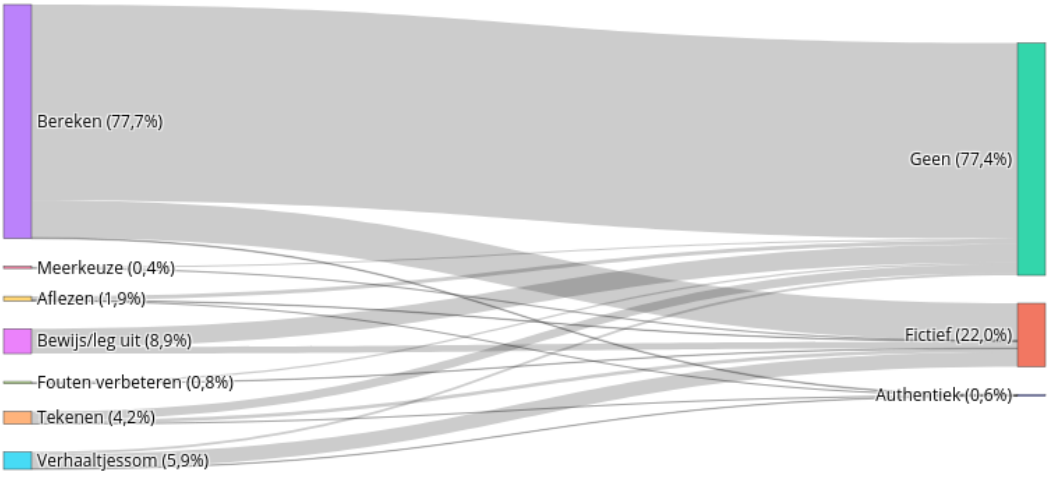


Figuur 22: Verdeling van de opgaven in Moderne Wiskunde

Ook bij Moderne Wiskunde is er gekeken naar de combinaties van soorten gekeken die vaak voorkomen, zoals te zien in Figuur 23 en Figuur 24.



Figuur 23: Combinatie vorm en niveau in Moderne Wiskunde



Figuur 24: Combinatie vorm en toepassing in Moderne Wiskunde

Samenvatting
In Bettermarks zitten er 5 tot 12 paragrafen in een hoofdstuk, en in en elke paragraaf zitten ongeveer 7 series met ongeveer 7 opgaven per opgavenserie. In Moderne Wiskunde zitten 5 tot 7 paragrafen, met in elke paragraaf ongeveer 8 opgaven. In een hoofdstuk van Bettermarks zitten dan gemiddeld 243 opgaven en in Moderne Wiskunde gemiddeld 48 (exclusief voorkennis).

De verdeling van de verschillende soorten opgaven van Bettermarks en Moderne Wiskunde is te vinden in Tabel 3, waarbij er wordt gekeken naar het percentage van de geanalyseerde opgaven. Er zijn in totaal 2661 opgaven van Bettermarks en 2107 opgaven van Moderne Wiskunde geanalyseerd.

		Bettermarks	Moderne Wiskunde
Toep.	Authentiek	0,0%	0,6%
	Fictief	4,8%	22,0%
	Geen	95,2%	77,4%
Vorm	Bewijs/leg uit	0,0%	8,9%
	Fouten verbeteren	0,8%	0,8%
	Schuifopgave	12,6%	0,0%
	Meerkeuze	9,5%	0,4%
	Aflezen	0,8%	1,9%
	Tekenen	0,9%	4,2%
	Verhaaltjessom	2,1%	5,9%
	Bereken	73,3%	77,7%
Niveau	Reproduceren	80,0%	86,0%
	Wiskundig gereedschap kiezen	18,9%	10,1%
	Generaliseren	1,1%	3,8%

Tabel 3: Geanalyseerde opgaven in Bettermarks en Moderne Wiskunde

In Bettermarks zijn minder toepassingsopgaven dan in Moderne Wiskunde (4,8% versus 22,6%) en daarnaast kan worden gezien dat in Bettermarks geen bewijsvragen zitten en in Moderne Wiskunde geen schuifopgaves. Het niveau van de opgaven is bij beide lesmethodes ongeveer hetzelfde: in Bettermarks zitten iets meer opgaven van niveau 2 (*wiskundig gereedschap kiezen*), in Moderne Wiskunde zitten daarentegen weer iets meer opgaven van niveau 3 (*generaliseren*).

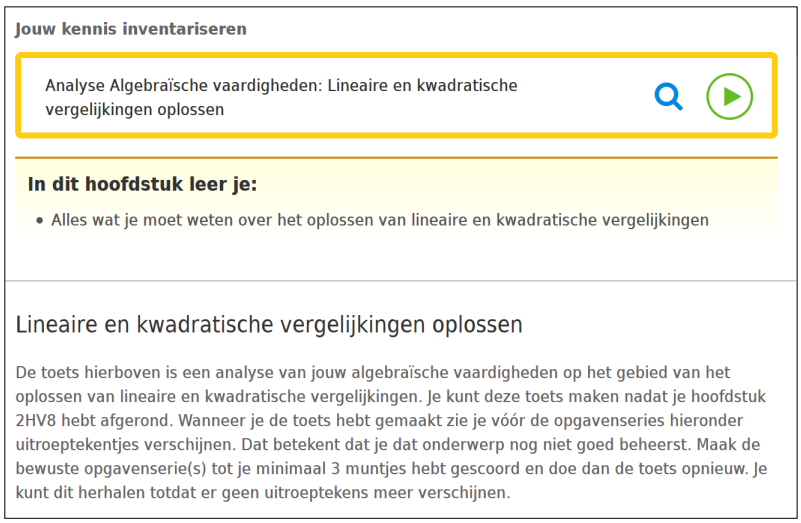
5.3.3 Inhoud

Bettermarks

- **In hoeverre is er een mogelijkheid tot differentiatie vanuit de lesmethode?**
  Bettermarks heeft aan het eind van opgavenseries vaak een opgavenserie met '+'-opgaven. Hierbij gaan ze dieper in op dat specifieke onderwerp. Daarnaast is er sinds 2019 ook aan elk hoofdstuk een aantal *inzichtsvragen* toegevoegd. Volgens Bettermarks:

  "Dit schooljaar worden aan alle havo/vwo-hoofdstukken open inzichtsvragen toegevoegd. Deze inzichtsvragen combineren verschillende leerdoelen uit het hoofdstuk en hebben vooral de focus op T2 en I (en minder op R en T1). De inzichtsvragen worden als set van 5 vragen per hoofdstuk als download beschikbaar en zijn te vinden na alle reguliere opgavenseries (voor de samenvatting)." (Nieuwsbrief Bettermarks, oktober 2019).

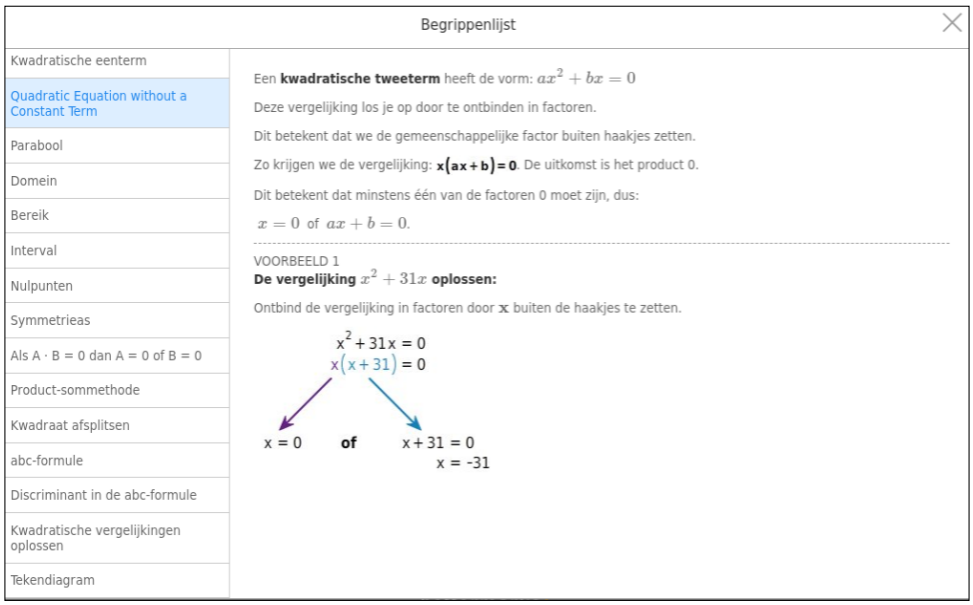
  Daarnaast is er in enkele hoofdstukken voor leerlingen de mogelijkheid om zelf te bepalen of ze de opgaven moeten maken of niet. Ze kunnen dan een instaptoets doen en dan geeft het programma aan welke paragrafen ze nog niet goed hebben gedaan en waar ze nog meer oefening in moeten doen. Een voorbeeld hiervan is weergegeven in Figuur 25.



Figuur 25: Voorbeeld van een instaptoets in Bettermarks

  Omdat leerlingen bij alle niveau's boeken en bij alle jaarlagen van Bettermarks kunnen, kunnen leerlingen ook op hun eigen niveau en en eigen tempo een ander boek kiezen, wanneer de docent hiermee akkoord gaat.

- **In hoeverre is de lesmethode correct?**
  Bij het analyseren van Bettermarks viel het op dat er veel fouten in de theorieblokken zitten. Veel hiervan zijn 'cosmetische' fouten, zoals te zien is in Figuur 26. In dit figuur staat een Engels kopje en gaan ze een vergelijking $x^2 + 31x$ oplossen. De theorie is over het algemeen wel correct, maar soms wordt het niet eenduidig aangegeven. Nu is Bettermarks erg makkelijk in communicatie en constant aan het verbeteren, dus wanneer zulke fouten worden gevonden en worden verteld aan Bettermarks, passen ze dit meteen aan.



Figuur 26: Begrippenlijst in Bettermarks

Moderne Wiskunde

- **In hoeverre is er een mogelijkheid tot differentiatie vanuit de lesmethode?**
  In Moderne Wiskunde is vanuit het lesboek niet veel ruimte voor differentiatie. Er wordt geen onderverdeling in moeilijkheidsgraad in de opgaven gemaakt, zoals bijvoorbeeld in Getal & Ruimte gebeurt met denk-, test-, oriënterende en afsluitende opgaven (Reichard et al., 2009).

  Er zitten aan het eind van elk hoofdstuk van Moderne Wiskunde wel altijd extra oefeningen: deze zijn onderverdeeld in basis, gemengd en complex; waarbij de basisoefeningen pure herhaling van het hoofdstuk zijn en de complexe oefeneningen echt uitdagende vragen.

- **In hoeverre is de lesmethode correct?**
  In dit onderzoek zijn er geen fouten gevonden in Moderne Wiskunde. Alle theorieblokken zijn wiskundig correct en ook in de opgaven zijn geen fouten gevonden in dit onderzoek.

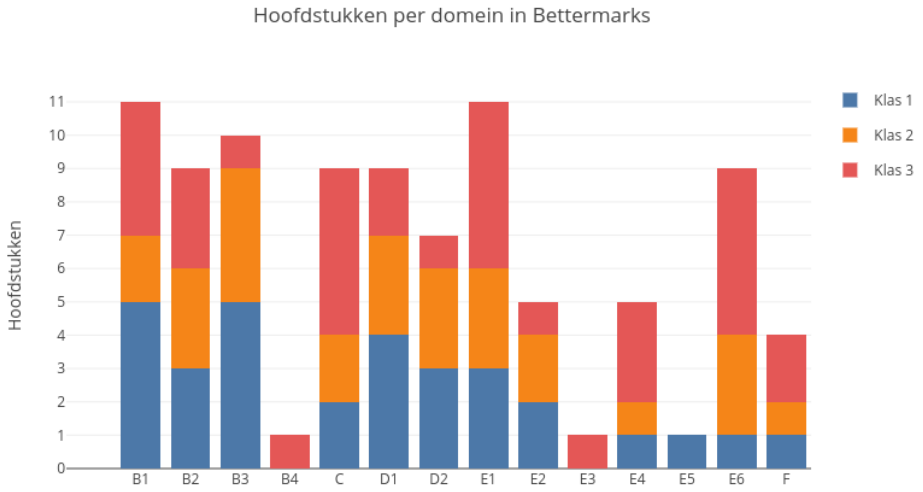
Samenvatting
Op het gebied van differentiatie vanuit de lesmethode is er vanuit Bettermarks meer mogelijk dan bij Moderne Wiskunde: bij Bettermarks wordt leerlingen verteld wanneer ze een onderwerp beheersen of wanneer ze er nog meer mee moeten oefenen; bij Moderne Wiskunde is er alleen een aanbod van opgaven met verschillende niveau's.

Op het gebied van correctheid is Moderne Wiskunde een stuk correcter dan Bettermarks. Er zitten in Bettermarks naast enkele inhoudelijke fouten ook veel fouten op het gebied van opmaak.

5.3.4 Curriculum

Bettermarks

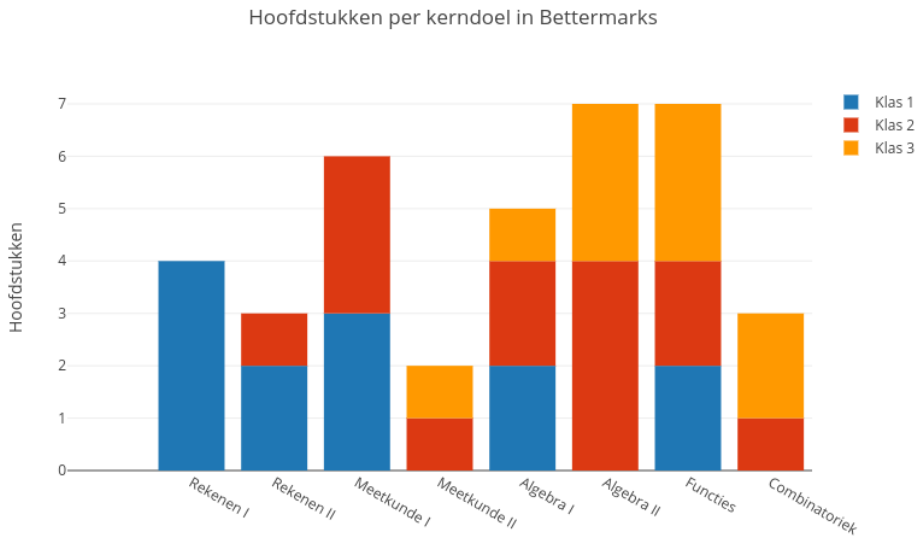
- **In welke mate komen de domeinen van SLO (Bos et al., 2010) in de lesmethode voor?**
  Bettermarks heeft op hun website een kopje 'Docentencentrum', waar een document[2] staat dat per hoofdstuk laat zien welke tussendoelen van SLO voor wiskunde in de onderbouw van het vwo behaald worden. Dit is in een tabel gezet, die te vinden is in Bijlage H. In Figuur 27 kan de verdeling van de domeinen over de verschillende jaarlagen worden gezien.



Figuur 27: Verdeling van de domeinen van het SLO in Bettermarks

- **Wat is de verdeling van de kerndoelen (Van de Craats, 2009) over de hoofdstukken van de lesmethode?**
  In Tabel 12 van Bijlage I is per hoofdstuk van Bettermarks in de onderbouw van het vwo opgeschreven bij welk(e) kerndoel(en) het hoort en in Figuur 28 kan deze verdeling over de verschillende jaarlagen worden gevonden.

[2] https://nl.bettermarks.com/wp-content/uploads/2018/04/SLO-VWO-tussendoelen-in-bettermarks.pdf



Figuur 28: Verdeling van de kerndoelen van Van de Craats in Bettermarks

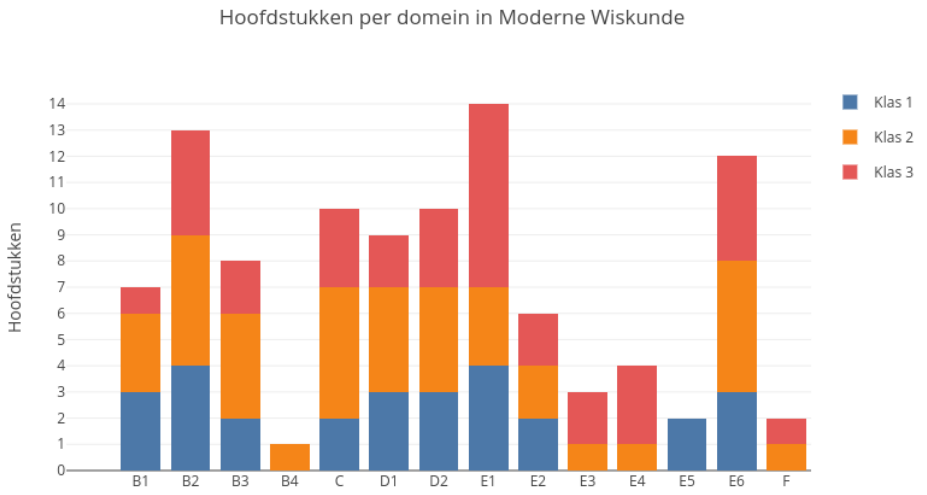
- **In welke mate zit algebra in het curriculum van de lesmethode?**
  In totaal bestaat de lesmethode Bettermarks voor vwo onderbouw uit 32 hoofdstukken: 11 hoofdstukken in havo/vwo 1 en havo/vwo 2 en 10 hoofdstukken in vwo 3. Van deze 32 hoofdstukken gaan er 10 in meer of mindere mate over algebra, gedefinieerd in Van de Craats (2009). Dit is dus ongeveer 30% van de gehele lesmethode, aangezien er vanuit kan worden gegaan dat alle hoofdstukken ongeveer even groot zijn.

Moderne Wiskunde

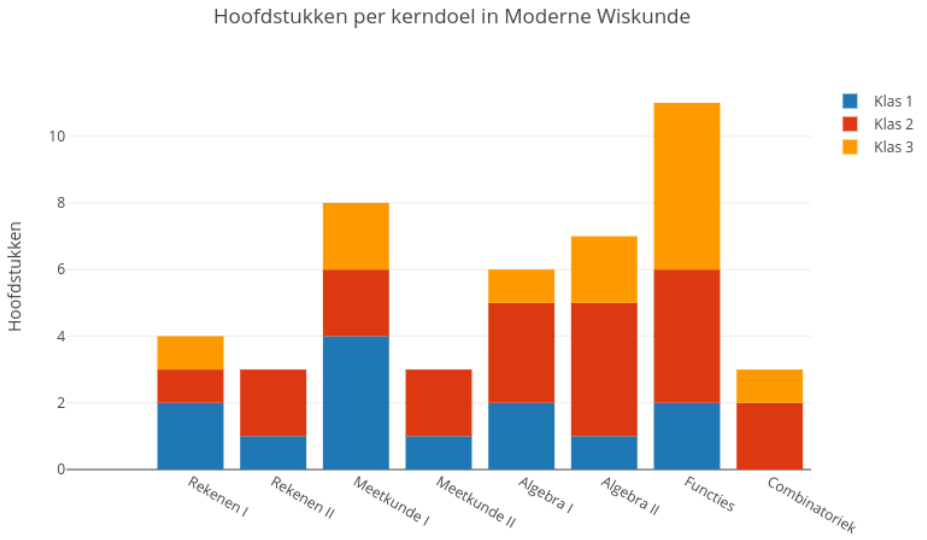
- **In welke mate komen de domeinen van SLO (Bos et al., 2010) in de lesmethode voor?**
  In Figuur 29 is weergegeven hoe de domeinen van SLO in de lesmethode terugkomen. Er is hierbij onderscheid gemaakt tussen de verschillenden jaarlagen. In totaal zijn er bij Moderne Wiskunde 35 hoofdstukken; dus wat kan worden gezien is dat in verschillende hoofdstukken meerdere domeinen worden getoetst, zie Tabel 11 in Bijlage H.

- **Wat is de verdeling van de kerndoelen (Van de Craats, 2009) over de hoofdstukken van de lesmethode?**
  Voor deze vraag geldt hetzelfde als bij Bettermarks: in Figuur 30 wordt weergegeven hoe de kerndoelen in Moderne Wiskunde terugkomen. De complete lijst van kerndoelen kan worden gevonden in Tabel 13 van Bijlage I.

- **In welke mate zit algebra in het curriculum van de lesmethode?**
  In totaal zijn er in Moderne Wiskunde 10 hoofdstukken waarin de algebra voorkomt zoals die in het begin van dit onderzoek gedefinieerd is door Van de Craats (2009). Er zijn in de onderbouw van Moderne Wiskunde 35 hoofdstukken, wat dus betekent dat in ongeveer 30% van de hoofdstukken algebra aan de orde komt. Dit betekent natuurlijk niet dat in de andere hoofdstukken geen algebra zit: het wordt er alleen niet als hoofdonderdeel gepresenteerd.

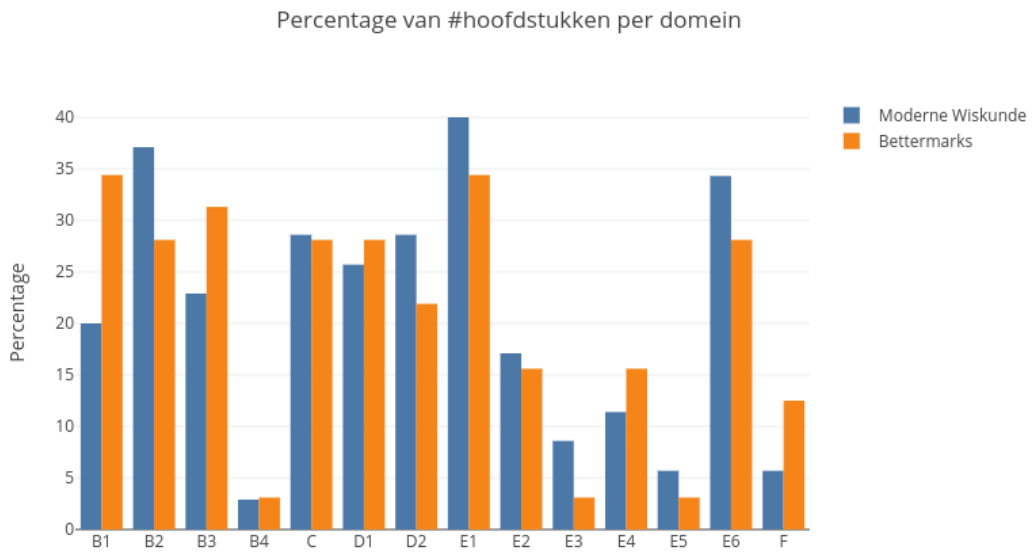


Figuur 29: Verdeling van de domeinen van SLO in Moderne Wiskunde

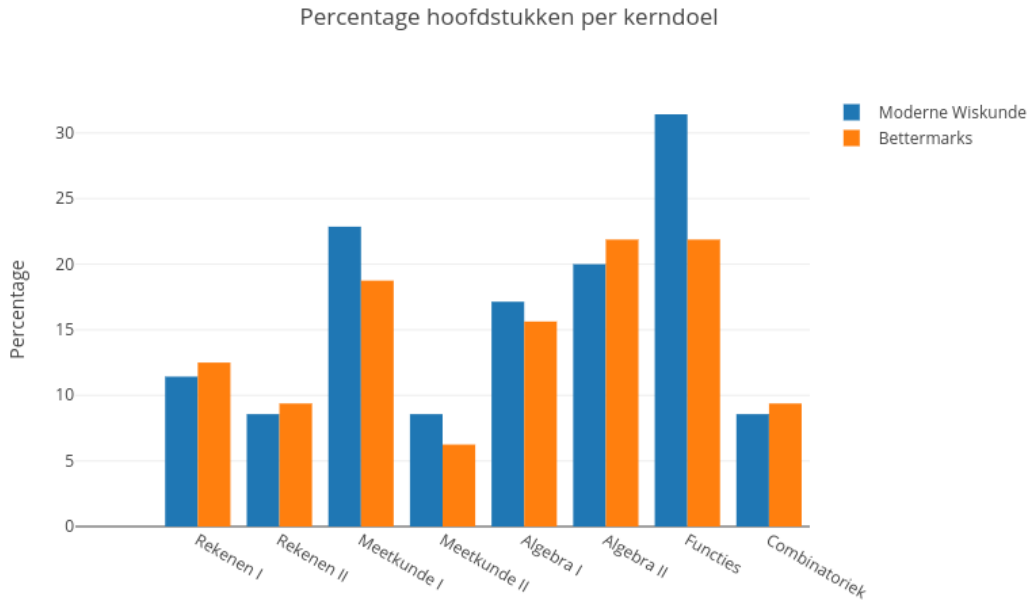


Figuur 30: Verdeling van de kerndoelen van Van de Craats in Moderne Wiskunde

Samenvatting
In Figuur 31 en Figuur 32 is het percentage van het totaal aantal hoofdstukken in de onderbouw van Bettermarks en Moderne Wiskunde te zien per domein en kerndoel.



Figuur 31: Percentage van de hoofdstukken per domein in Bettermarks en Moderne Wiskunde



Figuur 32: Percentage van de hoofdstukken per kerndoel in Bettermarks en Moderne Wiskunde

Er kan worden gezien dat in Moderne Wiskunde wat meer de focus ligt op domein B2: Rekenen met getallen; E1: Grafieken, tabellen en formules; E3: Exponentiële verbanden en E6: Vergelijkingen en ongelijkheden en dat bij Bettermarks de focus meer ligt op domein B1: Getallen, getalsystemen en -relaties; B3: Rekenen met variabelen; E4: Kwadratische verbanden en F: Informatieverwerking en onzekerheid.

De kerndoelen bij de twee lesmethodes van Van de Craats (2009) zijn op het gebied van Meetkunde en Functies verschillend, maar verder zit hier niet veel verschil tussen.

Als er echter wordt gekeken naar de opbouw van de kerndoelen in de twee lesmethodes over de leerjaren, kan worden gezien dat in Bettermarks de doelen zich wat meer opvolgen: er wordt begonnen in klas 1 met Rekenen I en Algebra 1 en in klas 2 en 3 wordt hierop doorgegaan met Rekenen 2 en Algebra 2. In Moderne Wiskunde zit deze opbouw in een stuk mindere mate.

De mate waarin algebra in het curriculum voorkomt is in beide lesmethodes ongeveer gelijk: in Bettermarks is dit ongeveer 33% en in Moderne Wiskunde is dit ongeveer 30%;

5.3.5 Algebradidactiek

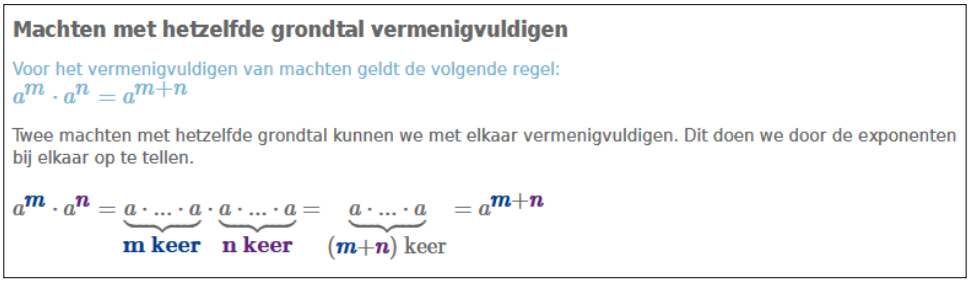
Bettermarks

- **Wordt er relationeel begrip of instrumenteel begrip aangeleerd?**
  In de theorieblokken van Bettermarks van klas 1 wordt voornamelijk stappenplannen aangeleerd. De leerlingen wordt hierbij aangeleerd hoe ze een som moeten herleiden, bijvoorbeeld in Figuur 33. Aan de hand van enkele voorbeelden moet het daarna duidelijk worden voor de leerlingen hoe het werkt en wat ze moeten doen. Dit impliceert dat de leerlingen veel instrumenteel begrip aangeleerd krijgen doordat ze een stappenplan krijgen die ze moeten volgen: er wordt niets over de reden achter het stappenplan verteld.

Figuur 33: Theorieblok Bettermarks over het vermenigvuldigen van getallen en variabelen

Aan de andere kant kan ook worden gezien dat in de opgaven van Bettermarks er wel weer meer denkwerk en begrip van het concept voor nodig is: er wordt dan verondersteld dat de leerlingen het stappenplan kunnen en ook begrijpen wat erachter zit. Hierbij wordt er dus ook een beetje relationeel begrip aangeleerd.

In de theorieblokken van klas 2 en 3 zit al wat meer relationeel begrip, zoals het voorbeeld in Figuur 34. Hierbij wordt er wel een regel gegeven, namelijk $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ maar er wordt ook uitgelegd hoe dit zit en waarom dit het geval is. Dit gebeurt echter maar bij enkele theorieblokken.



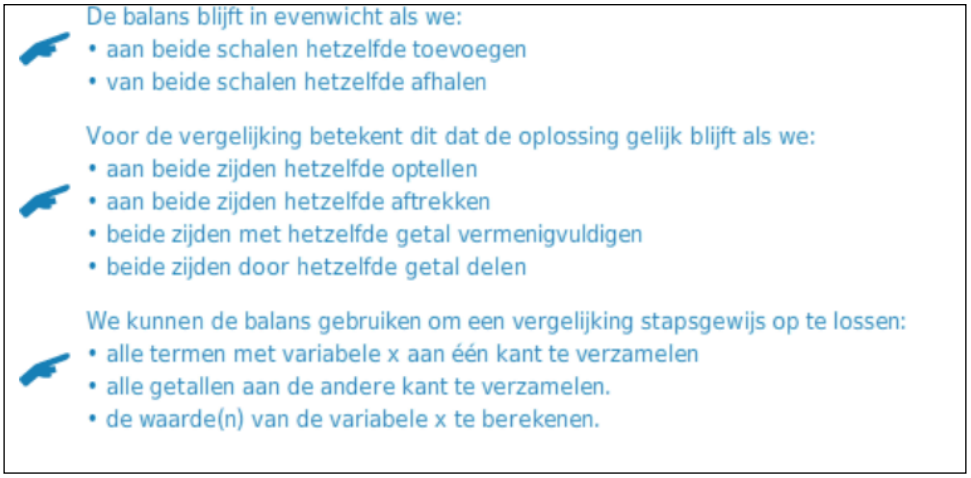
Figuur 34: Theorieblok Bettermarks over machten vermenigvuldigen

- **Op welke manier wordt een algebra-onderwerp geïntroduceerd en worden er verschillende methodes aangeleerd bij het uitleggen van algebra-onderwerpen?**
  Er is gekeken naar het onderwerp "Vergelijkingen oplossen". In Bettermarks wordt dit voor het eerst geïntroduceerd in Hoofdstuk 5 van klas 2: *Lineaire vergelijkingen.* De eerste methode die dan wordt uitgelegd is **proberen** (Figuur 35) en in de paragraaf daarna leren de leerlingen over

de balansmethode (Figuur 36) Deze balansmethode wordt daarna verduidelijkt aan de hand van een aantal regels (Figuur 37).

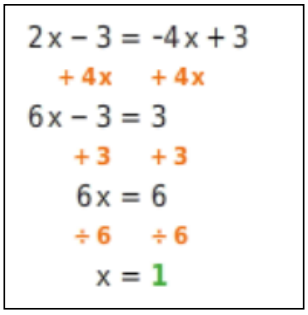
Figuur 35: Theorieblok in Bettermarks over vergelijkingen oplossen

Figuur 36: Theorieblok en voorbeeld in Bettermarks over de balansmethode



Figuur 37: Theorieblok in Bettermarks over de regels voor de balansmethode

Nadat in dit hoofdstuk de balansmethode is geïntroduceerd, wordt het verondersteld als basiskennis voor de leerlingen en wordt het ook gebruikt in alle andere hoofdstukken. Hierbij wordt niet meer de balans laten zien, maar wordt het weergegeven zoals kan worden gezien in Figuur 38. Dit blijft tot en met het einde van de derde klas de manier waarop Bettermarks vergelijkingen oplost in de theorieblokken en voorbeelden.



Figuur 38: Voorbeeld van het gebruik van de balansmethode in Bettermarks

- **Hoe worden expressies weergegeven?**
  Bettermarks gebruikt veel kleuren om expressies duidelijk weer te geven. Figuur 38 is hier een voorbeeld van. Ze gebruiken daarnaast in de theorieblokken ook vaak verschillende kleuren voor de verschillende variabelen en vaste waarden, zodat het voor leerlingen duidelijk is wat wat is. Naarmate de leerlingen in klas 2 of 3 zitten, gebeurt dit echter wel minder omdat de basisvaardigheden dan wel aangeleerd zijn.

- **Hoe wordt variabelenbegrip aangeleerd?**
  Het begrip van een *variabele* wordt in Bettermarks in klas 1 aangeleerd, zoals kan worden gezien in Figuur 39. Ze onderscheiden hierbij het verschil tussen een *vaste waarde* en een *variabele*; waarbij een variabele "een woord of letter waar we elk getal voor kunnen invullen" is. Voor Bettermarks moet de leerling dus een variabele zien als een *parameter* of *veranderlijke*, aangezien er wordt aangegeven dat alle getallen voor deze variabele ingevuld kunnen worden. In een later theorieblokje wordt er dan verteld dat we een vergelijking pas kunnen oplossen als de waarde van de variabele gegeven wordt.

  In latere hoofdstukken en leerjaren komt de definitie van een variabele op zichzelf niet meer voor: leerlingen worden dan verondersteld ermee te kunnen werken en te weten wat een variabele is.

Figuur 39: Theorieblok in Bettermarks over de definitie van een variabele

- **Zitten er contextuele algebra-opgaven in de lesmethode en zo ja, hoe worden deze gepresenteerd?**
  In Bettermarks komen bijna geen contextuele algebra-opgaven voor. In Figuur 40 is een voorbeeld gegeven van wat in Bettermarks voorkomt. Zoals kan worden gezien, is dit in een zeer kleine mate een contextuele algebra-opgave.

Figuur 40: Contextuele algebra-opgave in Bettermarks, klas 3 vwo hoofdstuk 3

RC1 en RC2 van Schoenfeld (2016) komen hierin wel naar voren: leerlingen moeten het verhaaltje lezen en begrijpen wat ze moeten doen. Daarnaast moeten ze wat uitrekenen, dus RC4 zit hier ook in. Er wordt in dit verhaal niet verteld wat h en wat a zijn: hier moeten leerlingen zelf achterkomen (RC2). Een echte uitleg van hun berekening hoeven de leerlingen niet te geven (RC5).

Moderne Wiskunde

- **Wordt er relationeel begrip of operationeel begrip aangeleerd?**
  Het idee bij Moderne Wiskunde is, zoals ook in hun visie stond (Moderne Wiskunde, 2014), dat de theorie niet voorgekauwd wordt en leerlingen zelf de stof moeten ontdekken. Er wordt in de theorieblokjes abstract uitgelegd wat de theorie is en door het voorbeeld wordt het dan wat meer concreet. Daarbij moeten leerlingen er dus zelf achterkomen wat ze moeten doen en hoe ze dat moeten doen. Ook in de opgaven komt dit terug: in veel opgaven zit een deelvraag waarbij leerlingen iets moeten uitleggen of moeten bewijzen; waarvoor ze dus echt inzicht en begrip moeten hebben.

  Een voorbeeld hiervan is te zien in Figuur 41, waarin wordt uitgelegd hoe je machten moet vermenigvuldigen. Dit theorieblok is erg abstract en in opgave 5 (Figuur 41) gaan leerlingen hier dan mee aan de slag om het te concretiseren. Er wordt in Moderne Wiskunde dus over het algemeen veel relationeel begrip aangeleerd, en alleen het minimale wat nodig is aan instrumenteel begrip.

- **Op welke manier wordt een algebra-onderwerp geïntroduceerd en worden er meerdere methodes aangeleerd bij het uitleggen van algebra-onderwerpen?**
  Moderne Wiskunde begint in hoofdstuk 10 van klas 1 havo/vwo met het uitleggen van de bordjesmethode om vergelijkingen op te lossen. Ze leggen eerst uit wat een vergelijking is en dat er in een vergelijking een *ontbrekende waarde* zit (Figuur 42). Een paragraaf later wordt, nadat leerlingen hier al 4 opgaven over hebben gemaakt, de bordjesmethode uitgelegd (Figuur 43). Op deze manier wordt het in de rest van de hoofdstukken ook weergegeven.

5 Joop maakt van houten kubussen een aantal torens. De kubussen hebben een zijde van p cm.

a Leg uit dat de formule voor de inhoud I in cm^3 van de linker toren die hij hiernaast gebouwd heeft $I = 5p^3$ is.

b Geef voor elke toren een formule voor de inhoud.

c Joop gooit alle torens om en maakt er één toren van. Geef de formule voor de inhoud van deze nieuwe toren.

d Gebruik je antwoorden van opdracht a en opdracht b om het antwoord van opdracht c te verklaren.

Theorie

Machten als $8p^3$ en $-2p^3$ zijn **gelijksoortige machten** omdat de variabelen gelijk zijn en de exponenten ook. De formule $a = 8p^3 - 2p^3$ kun je daarom korter schrijven als $a = 6p^3$. De termen $4a^6$ en $6a^7$ zijn niet gelijksoortig. Daarom kun je de formule $b = 4a^6 + 6a^7$ niet korter schrijven. Ook termen als $2a^4$ en $5c^4$ zijn niet gelijksoortig.

Figuur 41: Theorieblok en opgave over machten vermenigvuldigen in Moderne Wiskunde

Aanpak

Hoe bereken je de ontbrekende waarde bij een formule waarvan de uitkomst bekend is?

1. Schrijf de formule op.
2. Vul de uitkomst op de juiste plaats in.
3. Door terug te rekenen kun je de ontbrekende waarde vinden. Let daarbij goed op de volgorde van de rekenstappen!

Figuur 42: Theorieblok over het vinden van de ontbrekende waarde in Moderne Wiskunde

Aanpak

Hoe los je een vergelijking op met bordjes?

1. Kijk goed waar je het bordje moet leggen.
2. Reken uit wat er op het bordje moet staan.
3. Bereken vervolgens de oplossing. Controleer je oplossing met de vergelijking.

Voorbeeld 1

$150 = 40 + 55a$
$150 = 40 + 110$
$55a = 110$
$a = 2$

Controle
$40 + 55 \times 2 =$
$40 + 110 = 150$ klopt!

Voorbeeld 2

$320 - 15p = 140$
$320 - 180 = 140$
$15p = 180$
$p = 12$

Controle
$320 - 15 \times 12 =$
$320 - 180 = 140$ klopt!

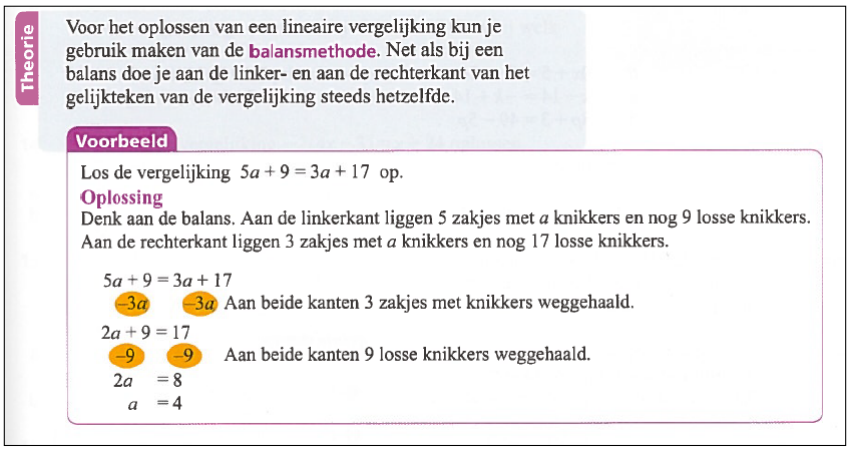
Voorbeeld 3

$2n - 15 = 10$
$25 - 15 = 10$
$2n = 25$
$n = 12\frac{1}{2}$

Controle
$2 \times 12\frac{1}{2} - 15 =$
$25 - 15 = 10$ klopt!

Figuur 43: Theorieblok en voorbeelden over de bordjesmethode in Moderne Wiskunde

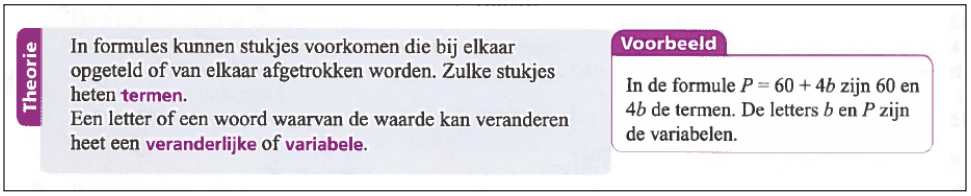
In hoofdstuk 9 van klas 2 havo/vwo wordt nog een methode geïntroduceerd: de balansmethode. Hierin wordt uitgelegd hoe je vergelijkingen kan oplossen aan de hand van de balansmethode (Figuur 44). Zoals kan worden gezien wordt dit niet gerelateerd aan eerdere kennis over de bordjesmethode in de theorieblokjes. In de opgaven moeten leerlingen er zelf achterkomen wat de beperkingen van de bordjesmethode zijn en waarom ze dus de balansmethode moeten gaan gebruiken. Aan de hand van het voorbeeld in Figuur 44 kunnen leerlingen dan er achterkomen hoe dit werkt.



Figuur 44: Theorieblok en voorbeelden over de balansmethode in Moderne Wiskunde

- **Hoe worden expressies weergegeven?**
  Expressies worden in Moderne Wiskunde weergegeven als in Figuur 43: rechttoe rechtaan in zwarte tekst en dit blijft over de drie jaarlagen hetzelfde. Zoals kan worden gezien in Figuur 44, worden er wel kleurtjes gebruikt voor het uitleggen van de balansmethode om zo de stof wat te verduidelijken voor de leerlingen.

- **Hoe wordt variabelenbegrip aangeleerd?**
  Zoals afgebeeld wordt in Figuur 45 leert Moderne Wiskunde leerlingen in klas 1 dat een variabele een letter of woord is waarvan de waarde kan veranderen. Hier wordt een variabele dus ook gezien als een *parameter* of *veranderlijke* (Drijvers, 2012).



Figuur 45: Definitie van een variabele in Moderne Wiskunde

- **Zitten er contextuele algebra-opgaven in de lesmethode en zo ja, hoe worden deze gepresenteerd?**
  In Moderne Wiskunde zitten aardig veel contextuele algebra-opgaven. Een voorbeeld hiervan is te zien in Figuur 46. Als deze opgave wordt bekeken aan de hand van de *robustness criteria* zoals beschreven op pagina 11, kan worden gezien dat RC1, RC2 en RC3 Schoenfeld (2016) al snel in een opgave terugkomen: leerlingen moeten de inleidende tekst kunnen begrijpen en interpreteren en ze moeten de context waarin de vraag worden gesteld snappen. Daarnaast moeten ze snappen dat s het bedrag is in euro's en m het aantal maanden na 1 januari. Daarna gaan ze de formule $s = 5,50m + 8$ gebruiken om de opgaven op te lossen, wat kan worden gekoppeld aan RC4. Er wordt echter in deze opgave geen vraag gesteld over de plausibiliteit van de resultaten. Dit is natuurlijk ook iets wat de leerling zelf zou moeten doen en wat niet expliciet vermeld hoeft te worden. Ook RC5 komt niet in de opgave naar voren, maar zou wel door een docent kunnen worden gevraagd. In een andere opgave, zie Figuur 47, kan worden

47 De diepte van een kanaal kun je berekenen met de formule $d = 0{,}1a^2 - 1{,}2a$. Hierin is a de afstand vanaf de linker oever in meters en d de diepte van het kanaal in meters.

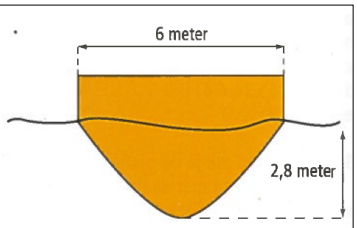
a Welke waarde van d vind je bij $a = 4$?
Geef de betekenis van je antwoord.

b Bereken bij welke waarden van a de diepte d nul is.

c Weet je nu hoe breed het kanaal is?

d Hoe diep is het kanaal in het midden?

e Een schip is zes meter breed en heeft een diepgang van 2,8 meter.
Kan dit schip door het kanaal varen?



Figuur 46: Voorbeeld van een contextuele algebra-opgave in Moderne Wiskunde, 1 vwo hoofdstuk 12

gezien dat RC4 en RC5 al iets meer terugkomen: leerlingen moeten de vraag interpreteren en daardoor gaan bepalen hoe breed en diep een kanaal is en of het schip er dan doorheen kan varen. Hiervoor moeten ze hun berekeningen uitleggen, wat de leerling ook weer helpt om beter inzicht in de algebra te krijgen.

7 De zusjes Roos en Coby hebben allebei een aparte spaarrekening. Het bedrag op de rekening van Roos, kan worden berekend met de formule $s = 5{,}50m + 8$. Hierin is s het bedrag op de spaarrekening in euro's en m het aantal maanden na 1 januari dat ze gespaard heeft.

a Coby heeft op 1 januari nog niets gespaard. Zij gaat zeven euro per maand sparen.
Hoeveel hebben de zusjes in totaal op hun spaarrekeningen staan na vier maanden?

b Geef een formule waarmee je kunt berekenen hoeveel de zusjes in totaal op hun spaarrekeningen hebben staan.

c Op een gegeven moment hebben de zusjes samen € 95,50 op hun spaarrekeningen staan.
Op welke datum was dat?

d Hun broer Kees had op 1 januari nog niets gespaard. Op het moment dat Roos € 63,- gespaard had, had Kees net zo veel gespaard als de zusjes samen.
Hoeveel spaart Kees per maand?

Figuur 47: Voorbeeld van een contextuele algebra-opgave in Moderne Wiskunde, 2 vwo hoofdstuk 11

Samenvatting
In de volgende tabel is schematisch weergegeven wat de verschillen en overeenkomsten van de twee lesmethodes op het gebied van algebradidactiek is.

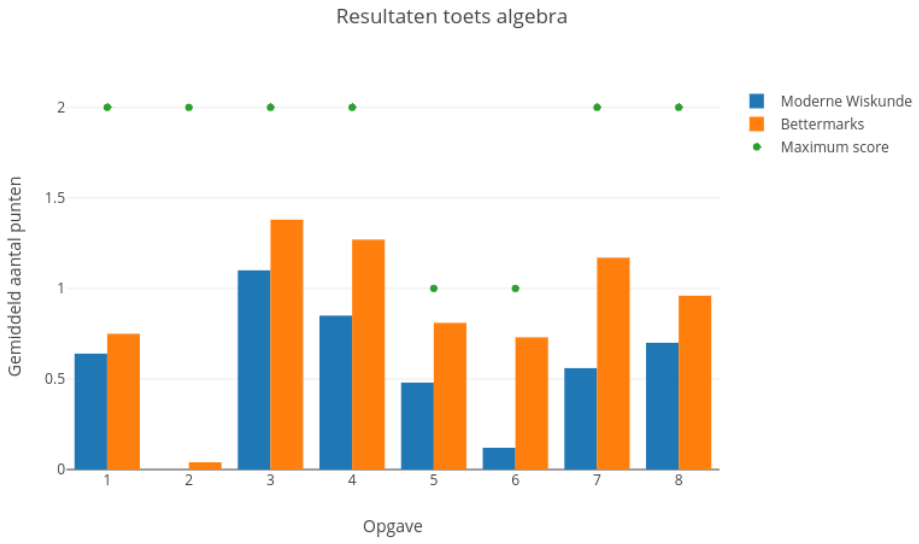
	Bettermarks	**Moderne Wiskunde**
Relationeel/instrumenteel?	Klas 1: instrumenteel, klas 2 en 3 langzaam meer relationeel begrip	Voornamelijk relationeel begrip
Vergelijkingen oplossen	Eerst door middel van **proberen**, daarna met de balansmethode	Klas 1: bordjesmethode, klassen 2 en 3 balansmethode
Weergave expressies	Veel kleur	Rechttoe, rechtaan
Variabelenbegrip	Parameter of veranderlijke	Parameter of veranderlijke
Contextuele algebra-opgaven	In zeer weinige mate	Ja

5.4 Toets algebra

De toets algebra is afgenomen op het Nuborgh College locatie Lambert Franckens te Elburg in alle klassen 4 vwo (2 wiskunde A-groepen en 2 wiskunde B-groepen). De groep respondenten bestaat uit 74 leerlingen: 42 leerlingen wiskunde A en 32 leerlingen wiskunde B. Van deze groep hebben 50 leerlingen Moderne Wiskunde gehad en 24 leerlingen Bettermarks. De resultaten van de verschillende groepen is weergegeven in Tabel 4, hierbij is ook een onderverdeling gemaakt in de gemiddelde score per opgave. In totaal waren er 14 punten te behalen. In Figuur 48 is de gemiddelde score per opgave te zien voor Bettermarks en Moderne Wiskunde.

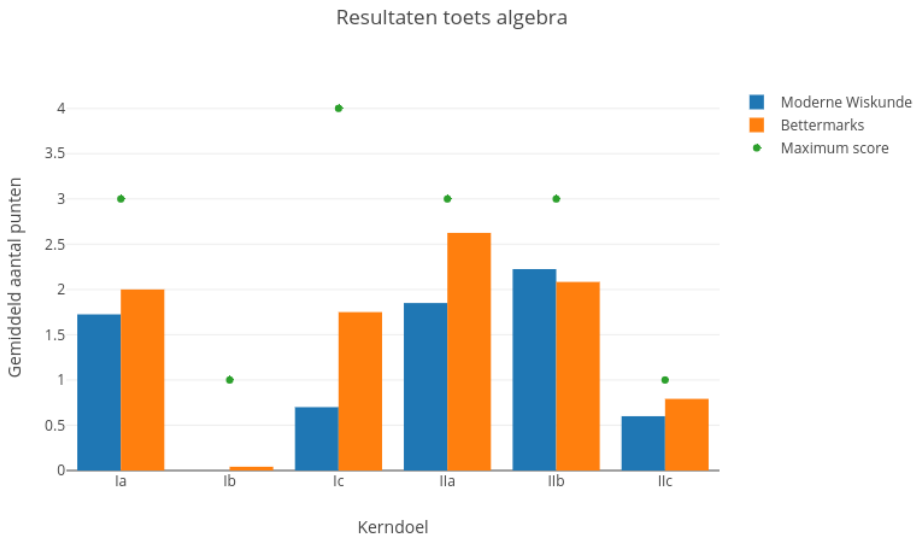
		Aantal leerlingen	1	2	3	4	5	6	7	8	Gemiddelde score
MW	Wiskunde A	30	0,23	0	0,53	0,62	0,33	0,10	0,20	0,67	2,68
	Wiskunde B	20	1,25	0	1,95	1,20	0,70	0,15	1,10	0,75	7,10
	Totaal	**50**	**0,64**	**0**	**1,10**	**0,85**	**0,48**	**0,12**	**0,56**	**0,70**	**4,45**
BM	Wiskunde A	12	0,33	0	0,92	0,96	0,63	0,58	0,67	0,83	4,92
	Wiskunde B	12	1,17	0,08	1,83	1,58	1	0,88	1,67	1,08	9,29
	Totaal	**24**	**0,75**	**0,04**	**1,38**	**1,27**	**0,81**	**0,73**	**1,17**	**0,96**	**7,10**

Tabel 4: Resultaten toets algebra



Figuur 48: Gemiddelde score per opgave

Aangezien de verschillende vragen van de toets gekoppeld zijn aan de kerndoelen van Van de Craats (2009), is het nuttig om te kijken naar de resultaten per kerndoel. In Figuur 49 is de gemiddelde score per kerndoel (zie Tabel 2 op pagina 25) weergegeven van de twee verschillende groepen: leerlingen die Moderne Wiskunde hebben gehad en leerlingen die Bettermarks hebben gehad in de onderbouw. Sommige opgaven waren gekoppeld aan twee kerndoelen; de gemiddelde score van deze opgave is dan gedeeld door twee per kerndoel.



Figuur 49: Gemiddelde score per kerndoel

Er kan worden gezien dat opgave 2, die correspondeert met kerndoel Ib, erg slecht is gemaakt. Bijna alle leerlingen losten deze vraag als volgt op:

$$\frac{x^2+2x+1}{x^2-1} = \frac{\cancel{x^2}+2x+1}{\cancel{x^2}-1}$$

Omdat er maar één leerling was die deze vraag wel goed heeft gemaakt kan er niet veel gezegd worden over een verschil tussen leerlingen van Moderne Wiskunde en Bettermarks op dit gebied.

Verschil Bettermarks en Moderne Wiskunde
De resultaten van de algebratoets zijn verwerkt in SPSS en na het uitvoeren van de t-toets zoals uitgelegd in Bijlage J komt er een p-waarde (overschrijdingskans) uit van $0,005$ (zie Figuur 50). Dit is kleiner dan $0,05 (= 5\%)$ en hieruit volgt dat er mag worden aangenomen dat er een significant verschil zit tussen de testresultaten van de leerlingen die Moderne Wiskunde en de leerlingen die Bettermarks hebben gevolgd in de onderbouw.

Omdat de verhouding wiskunde A/wiskunde B in de groep Bettermarks iets anders is dan in de groep van leerlingen die alleen Moderne Wiskunde heeft gehad in de onderbouw, is er ook gekeken naar de verschillen tussen Bettermarks en Moderne Wiskunde van respectievelijk wiskunde A- en wiskunde B-leerlingen. Wanneer op deze twee groepen de t-toets wordt uitgevoerd komt daar respectievelijk een p-waarde van $0,060$ en $0,005$ uit (Figuur 51 en 52). Deze resultaten laten zien dat het verschil tussen leerlingen van Bettermarks en Moderne Wiskunde bij wiskunde A niet significant zijn bij een significantieniveau van 5% en het verschil tussen leerlingen van Bettermarks en Moderne Wiskunde bij wiskunde B wel.

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
									95% Confidence Interval of the Difference	
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower	Upper
Score	Equal variances assumed	1,135	,290	3,432	72	,001	2,65417	,77325	1,11271	4,19562
	Equal variances not assumed			3,207	38,547	,003	2,65417	,82759	,97958	4,32876

Figuur 50: Resultaten uit SPSS, wiskunde A en wiskunde B samen

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
									95% Confidence Interval of the Difference	
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower	Upper
Score	Equal variances assumed	20,825	,000	-2,732	40	,009	-2,23333	,81754	-3,88565	-,58101
	Equal variances not assumed			-2,057	13,085	,060	-2,23333	1,08564	-4,57718	,11051

Figuur 51: Resultaten uit SPSS, wiskunde A

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
									95% Confidence Interval of the Difference	
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower	Upper
Score	Equal variances assumed	,968	,333	3,001	30	,005	2,19167	,73039	,70002	3,68331
	Equal variances not assumed			3,256	28,830	,003	2,19167	,67303	,81482	3,56851

Figuur 52: Resultaten uit SPSS, wiskunde B

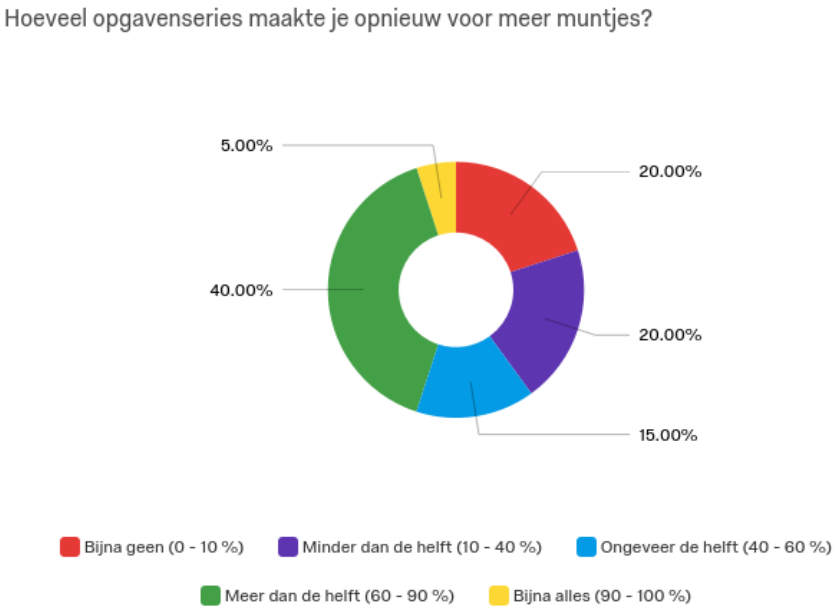
Analyse oplossingsmethodes

De antwoorden van de leerlingen die de toets hebben gemaakt leken allemaal aardig hetzelfde: er zit geen significant verschil in de oplossingsmethoden van leerlingen die Bettermarks en Moderne Wiskunde hebben gehad. Alle leerlingen beginnen met het opschrijven van de vraag, geven dan berekeningen en een eindantwoord.

5.5 Enquête

De enquête is afgenomen nadat de leerlingen klaar waren met de toets algebra. Er zijn in totaal 59 respondenten. Van de 59 respondenten hebben 20 respondenten de lesmethode Bettermarks gehad in klas 2 en 3. De gehele resultaten van de enquête zijn te vinden in Bijlage K, hieronder zullen de resultaten worden besproken van de relevante vragen. Tussen haakjes staat er achter de vraag hoeveel respondenten deze vraag hebben ingevuld en of deze vraag was bedoeld voor Bettermarksleerlingen (BM), Moderne Wiskunde-leerlingen (MW), of beiden (BM + MW).

Hoeveel opgavenseries maakte je opnieuw voor meer muntjes? ($n = 20$, *BM)*
In Figuur 53 is te zien hoeveel leerlingen hun opgavenseries vaker maakten. Er is te zien dat er een grote spreiding in de antwoorden is, maar dat een groot deel van de leerlingen de opgaven wel eens opnieuw maakte om meer muntjes te behalen.



Figuur 53: Meer muntjes in Bettermarks

Voelde je competitie om zoveel mogelijk muntjes te halen? ($n = 20$, *BM)*
75% van de leerlingen voelde geen competitie om zoveel mogelijk muntjes te halen, 25% voelde wel competitie. Wanneer deze vraag verder wordt uitgesplitst op geslacht is te zien dat één derde (33,3%) van de meisjes competitie voelde en één zesde (16,7%) van de jongens.

Hoe vond je het fijner om opgaven te maken? ($n = 20$, *BM)*
55% van de respondenten maakte zijn of haar opgaven liever op de computer, 30% maakte het liever in het schrift en 15% had geen voorkeur.

Welke lesmethode vind je beter en welke cijfers geef je Bettermarks en Moderne Wiskunde? ($n = 20$, *BM)*
65% van de respondenten vindt Bettermarks een betere lesmethode, 25% van de respondenten vindt Moderne Wiskunde een betere lesmethode en 10% vindt de lesmethodes precies hetzelfde.

Paired Samples Statistics

		Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1	Bettermarks	7,4778	18	1,55092	,36556
	ModerneWiskunde	6,5667	18	,80732	,19029

Figuur 54: Welk cijfer geef je Bettermarks en Moderne Wiskunde?

De leerlingen geven Bettermarks gemiddeld een 7,48 en Moderne Wiskunde gemiddeld een 6,57 (Figuur 54). Als er wordt gekeken naar het verschil tussen de twee cijfers die de leerlingen geven kan worden gezien dat 13 van de 18 leerlingen die deze vraag hebben ingevuld Bettermarks een hoger cijfer geven dan Moderne Wiskunde.

Op de resultaten is een *Paired Samples Test* uitgevoerd (zie Bijlage J). Hieruit bleek dat de verschillen tussen deze twee cijfers niet significant zijn ($p = 0,078$, op basis van een tweezijdige toets), zie Figuur 55.

Paired Samples Test

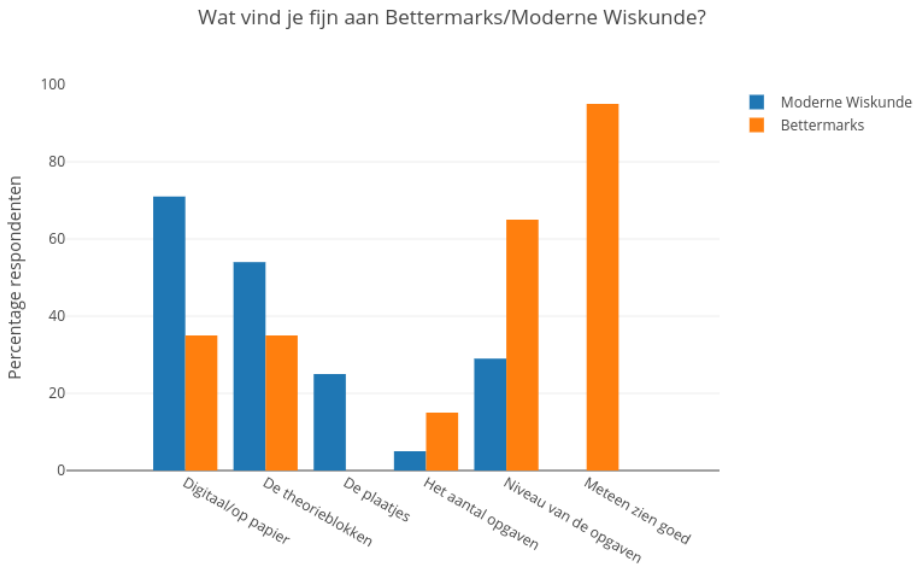
		Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference Lower	Upper			
Pair 1	Bettermarks - ModerneWiskunde	,91111	2,06423	,48654	-,11541	1,93763	1,873	17	,078

Figuur 55: Resultaat paarsgewijze t-toets cijfer Bettermarks en Moderne Wiskunde

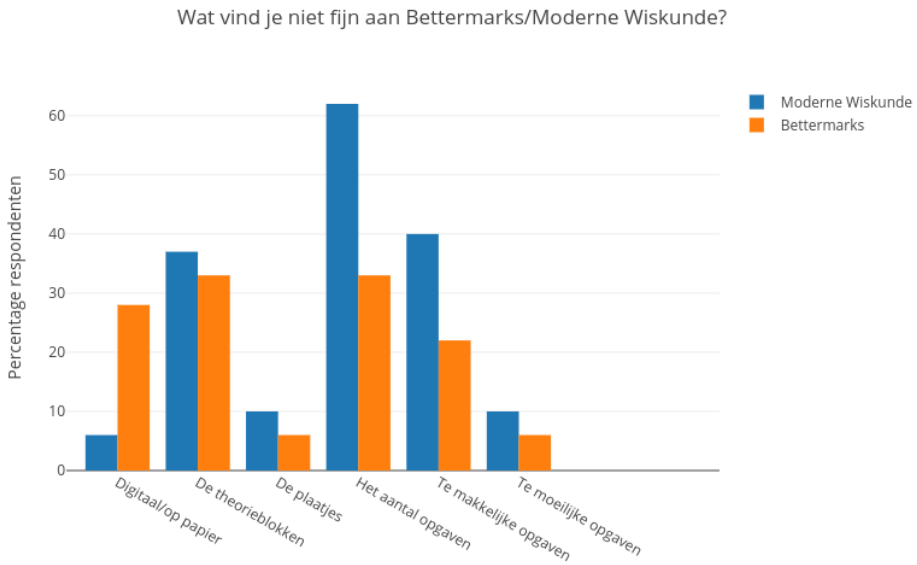
Wat vind je fijn aan Bettermarks en Moderne Wiskunde?($n = 20/n = 59$, *BM/BM + MW)*
In Figuur 56 is weergegeven wat de leerlingen fijn vinden aan de twee lesmethodes. Er kan worden gezien dat een groot deel van de leerlingen het bij Moderne Wiskunde fijn vinden dat de lesmethode op papier is en dat daarnaast de theorieblokken en de plaatjes in Moderne Wiskunde gewaardeerd worden. Bij Bettermarks wordt er gewaardeerd dat je antwoorden meteen nagekeken worden als je ze maakt. De reacties onder 'anders' worden besproken bij de laatste vraag: *Heb je nog opmerkingen over Bettermarks of Moderne Wiskunde?*

Wat vind je niet fijn aan Bettermarks en Moderne Wiskunde?($n = 20/n = 59$, *BM/BM + MW)*
In Figuur 57 is weergegeven wat de leerlingen niet fijn vinden aan de twee lesmethodes. 35% van de leerlingen vindt het aantal opgaven in Moderne Wiskunde niet goed en daarnaast worden bij beide lesmethodes door 20% van de leerlingen de theorieblokken niet gewaardeerd. Wat ook kan worden opgemerkt is dat 25% van de leerlingen de opgaven in Moderne Wiskunde te moeilijk vindt, tegenover 10% van de leerlingen in Bettermarks. De reacties onder 'anders' worden besproken bij de laatste vraag: *Heb je nog opmerkingen over Bettermarks of Moderne Wiskunde?*

Hoeveel tijd was je kwijt met het maken van de opgaven in Bettermarks/Moderne Wiskunde, in vergelijking tot de andere vakken die je had? ($n = 20/n = 59$, *BM/BM + MW)*
Deze vraag is gesteld voor Moderne Wiskunde en voor Bettermarks. In Figuur 58 zijn de resultaten hiervan te zien.



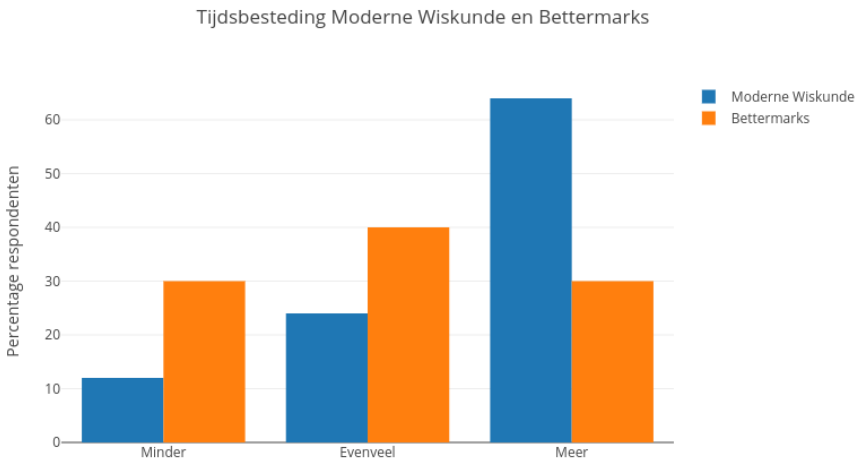
Figuur 56: Wat vind je fijn aan Bettermarks en Moderne Wiskunde?



Figuur 57: Wat vind je niet fijn aan Bettermarks en Moderne Wiskunde?

Er kan worden gezien in de individuele resultaten dat leerlingen over het algemeen evenveel of meer tijd stoppen in Moderne Wiskunde dan in Bettermarks, op een enkele uitzondering na.

Heb je nog opmerkingen over Bettermarks of Moderne Wiskunde?
Een opmerking die vaker naar voren kwam over Bettermarks is dat leerlingen het vervelend vonden dat er veel fouten in de opgaven en de theorie zitten. Daarnaast waren de meetkundehoofdstukken online volgens de leerlingen erg lastig omdat je dan heel precies op de laptop moest tekenen. Daar-



Figuur 58: Resultaten tijdsbesteding Moderne Wiskunde en Bettermarks

door leerden de leerlingen volgens hun ook niet goed hoe ze alles moesten uitwerken. Leerlingen vonden het echter wel fijn dat je snel theorie kon vinden en dat er veel uitleg bij opgaven stond.

De positieve punten van Moderne Wiskunde zijn volgens leerlingen dat ze gedwongen werden om een berekening op te schrijven, maar ze vonden het lastig dat de theorieblokken niet alle informatie bevatten die ze nodig hebben. Dit hield ook in dat ze de stof moeilijker konden bevatten en dat daardoor de toetsen vaak tegenvielen.

5.6 Interview

In Bijlage L is de gehele transcriptie van het interview te zien en in Bijlage M zijn de belangrijkste opmerkingen op basis van de 6 categorieën die in Hoofdstuk 3 besproken zijn: utilization scheme; ervaringen docent en ervaringen leerlingen van beide lesmethodes.

De leerlingen die zijn geïnterviewd hadden de volgende kenmerken, zoals ook is gespecificeerd in Paragraaf 4.4 op pagina 27:

Leerling	**Soort wiskunde**	**Wiskunde in onderbouw**	**Geslacht**
Leerling 1	Wiskunde B	Bettermarks	Vrouw
Leerling 2	Wiskunde B	Bettermarks	Vrouw
Leerling 3	Wiskunde B	Moderne Wiskunde	Vrouw
Leerling 4	Wiskunde B	Bettermarks	Man
Leerling 5	Wiskunde A	Bettermarks	Vrouw
Leerling 6	Wiskunde A	Bettermarks	Vrouw

Tabel 5: Kenmerken van de geïnterviewde leerlingen

5.7 Bettermarks

Wat leerlingen en docenten zeggen in de interviews is dat ze goed met Bettermarks kunnen werken. Leerlingen kunnen hun eigen route kiezen en dit gebeurt ook naar aanleiding van analysetoetsen of opgaven die leerlingen fout hebben gemaakt. Extra vwo+ opdrachten worden echter niet gemaakt; leerlingen gaan volgens de docent niet uit zichzelf meer opgaven maken gewoon omdat ze dat leuk vinden. Daarnaast voelen leerlingen een stok achter de deur omdat docenten kunnen zien hoeveel opgaven ze gemaakt hebben en hierdoor gaan ze ook echt met de opdrachten bezig.

Het maken van opgaven is voor leerlingen fijner in Bettermarks dan in Moderne Wiskunde aangezien het sneller gaat en leerlingen niet per se alles goed hoeven uit te schrijven wanneer dit niet belangrijk is. Ook vinden ze de opdrachten in Bettermarks meer aanspreken dan in Moderne Wiskunde en kunnen ze zich daardoor beter voorstellen wat er van hen wordt gevraagd. Wat leerlingen minder fijn vinden aan het maken van de opdrachten is dat Bettermarks soms wat gekke tussenstappen vraagt die de leerlingen moeten opschrijven en docenten beamen dat deze tussenstappen soms onlogisch voelen voor de leerlingen.

Leerlingen voelen toch wel de competitie om zoveel mogelijk muntjes of sterren te behalen. Dit betekent dus ook dat wanneer ze één opgave fout hebben in een serie ze de gehele serie opnieuw doen en hierdoor meer herhaling krijgen in de opgaven. Omdat Bettermarks bij elke opgave nieuwe, willekeurige getallen gebruikt, doen leerlingen zo de gehele opgave opnieuw en leren ze hiervan. Daarnaast is er, als leerlingen iets fout hebben gedaan meteen een korte uitleg met een strategie over hoe de leerlingen deze som moeten aanpakken. Dit helpt leerlingen op weg om zo toch verder te kunnen met de opdrachten.

Voor docenten is het niet per se fijner werken in Bettermarks. Dit komt doordat het voor docenten onoverzichtelijk is qua voorbereiding: ze kunnen niet gewoon een boek openslaan en dan zien welke opdrachten de leerlingen moeten maken, maar moeten in Bettermarks alle opgavenseries en theorieblokjes bij langs gaan. Wat docenten daarentegen wel zeggen is dat het in Bettermarks wel erg

makkelijk is om opdrachten te controleren en dat ze ook erg tevreden zijn met de uitleg in Bettermarks; alhoewel er nog een verbeterslag kan worden gemaakt in de correctheid en opmaak.

Een ander punt zijn de toetsen in Bettermarks: in de onderbouw werden wel eens digitale toetsen gegeven. Leerlingen waren hier niet altijd even blij mee omdat ze in Bettermarks alleen het eindantwoord invullen en dan geen punten krijgen als ze iets fout hebben gedaan, terwijl een docent misschien wel punten zou toekennen als er alleen een kleine rekenfout is gemaakt. De oplossing was om leerlingen op papier te laten schrijven tijdens een toets en dit ook in te leveren om zo hun cijfer op te halen. Voor leerlingen is dit een goede oplossing en leerlingen begrepen ook dat er beperkingen zitten aan toetsen op een computer maken.

5.8 Moderne Wiskunde

De leerlingen die Bettermarks hadden gehad in de onderbouw waren minder tevreden over Moderne Wiskunde. De eerste reden was dat ze digitaal lesmateriaal fijner vonden omdat ze het fijner vinden dingen op de laptop te doen. Een ander groot punt dat naar voren kwam bij zowel leerlingen als docenten is dat leerlingen in een boek meteen zien hoeveel opgaven ze moeten maken en ze hierdoor al gedemotiveerd worden. In Bettermarks zien ze dit niet en beginnen daarom gewoon met een opdracht; wat leerlingen fijner vinden. Dit is een tegenstelling met de resultaten van de enquête, waar het merendeel van de leerlingen zegt dat ze op papier werken fijner vinden.

De directe feedback op opdrachten is daarnaast niet aanwezig in Moderne Wiskunde. Dit betekent dat als leerlingen vast komen te zitten op een opgave ze eerst uitleg moeten krijgen van hun docent en hierdoor een stuk minder snel door kunnen met de theorie. Leerlingen ervaren een uitwerkingenboek en extra theorie in het boek niet als directe feedback en vertelden expliciet dat ze het erg fijn vonden dat Bettermarks ze een hint geeft op een opgave als ze niet verder kunnen komen.

Voor docenten maakt een boek echter de voorbereiding een stuk makkelijker aangezien ze gewoon een boek open kunnen slaan en in één oogopslag zien wat ze moeten uitleggen.

Bij Moderne Wiskunde worden volgens leerlingen ‘trucjes’ aangeleerd en volgens docenten wordt alles meestal uitgelegd in *jip-en-janneketaal*. Leerlingen gebruiken de theorieblokjes in Moderne Wiskunde voor extra uitleg als ze iets niet snappen, óf als introductie voordat ze de opdrachten gaan maken. Daarnaast vinden leerlingen de opdrachten in Moderne Wiskunde erg groot en daarnaast veel van hetzelfde.

6 Conclusie en discussie

In dit hoofdstuk zal een antwoord op de onderzoeksvraag worden gegeven. Om een antwoord te geven zullen de resultaten van de vier verschillende onderzoeksmethoden die zijn gedaan worden geanalyseerd en zullen eerst conclusies op de deelvragen worden gegeven. Na de conclusie zullen de limitaties van dit onderzoek worden besproken en worden aanbevelingen gegeven voor toekomstig onderzoek.

6.1 Conclusie

In dit onderzoek is er gezocht naar een antwoord op de volgende vraag:

> *Wat zijn de verschillen tussen de papieren lesmethode Moderne Wiskunde en de digitale lesmethode Bettermarks bij het onderwerp algebra voor de onderbouw van het vwo en wat is het effect hiervan op de algebraïsche vaardigheden van leerlingen?*

Om deze vraag te beantwoorden zijn er drie deelvragen opgesteld. Deze drie deelvragen zullen hieronder besproken worden.

6.1.1 Wat zijn de verschillen tussen de twee lesmethodes Bettermarks en Moderne Wiskunde op het gebied van algebradidactiek in de onderbouw van het vwo?

Voor het beantwoorden van deze deelvraag is een theoretische analyse uitgevoerd van de twee lesmethodes op het gebied van algebra in de onderbouw die geanalyseerd zijn aan de hand van richtlijnen uit de literatuur op het gebied van analyse van lesmethodes (Fan & Zhu, 2007; Schleicher et al., 2009; Valverde et al., 2002) en op het gebied van algebradidactiek (Drijvers et al., 2015; Schoenfeld, 2016). Hierbij is er gekeken naar 5 onderwerpen (Bijlage C) waarop Moderne Wiskunde en Bettermarks kunnen worden vergeleken.

Opmaak, stijl en soort tekst
In Bettermarks zitten een stuk meer opgaven en daardoor is de verhouding theorie en opgaven lager dan bij Moderne Wiskunde. Er zitten echter een stuk meer theorieblokken in Bettermarks waarbij ook meer wordt uitgelegd dan in Moderne Wiskunde. Dit kan ook worden gezien in het aantal voorbeelden dat in een hoofdstuk van Bettermarks zit: in Bettermarks zitten gemiddeld 37 voorbeelden in een hoofdstuk; bij Moderne Wiskunde gemiddeld 14.

In Bettermarks zitten veel minder plaatjes bij de opgaven dan bij Moderne Wiskunde (6% versus 28%): het deel van de plaatjes dat relevant is (dus grafieken of illustraties met uitleg) in Bettermarks daarentegen wel hoger (90% versus 77%).

Opgaven
In Tabel 3 is te zien hoe de opgaven in Bettermarks en Moderne Wiskunde geclassificeerd zijn. Op het gebied van toepassing zit er veel verschil tussen Bettermarks en Moderne Wiskunde. Bettermarks heeft vooral opgaven waar leerlingen puur de wiskunde moeten doen zonder een verhaal eromheen. Moderne Wiskunde heeft daarentegen een stuk meer verhaalsommen en probeert meer van hun opgaven te relateren aan toepassing.

Er kan worden gezien dat in Bettermarks geen enkele bewijs/leg uit-opgaves zitten. In Moderne Wiskunde zit daarentegen geen enkele schuifopgave en ook meerkeuze-opgaven zitten erg weinig in

Moderne Wiskunde. Dit is een logisch gevolg van een papieren lesmethode; deze twee soorten opgaven zijn bedacht voor op een laptop omdat dat het makkelijk maakt om na te kijken en opgaven te beantwoorden. Daarnaast is een bewijsopgave online maken natuurlijk ook een stuk lastiger om na te laten kijken door een computer, dus is het begrijpelijk dat dit niet in Bettermarks zit.

Een logisch vervolg hierop is dat het niveau *generaliseren* weinig voorkomt in Bettermarks. Veel van de sommen in Bettermarks zijn invulopgaven waarbij leerlingen vooral moeten reproduceren. Het valt echter wel op dat er meer opgaven van niveau 2, *wiskundig gereedschap kiezen*, zijn dan bij Moderne Wiskunde. Een reden hiervoor is dat in Bettermarks leerlingen worden verondersteld de stof onder de knie te hebben na een aantal 'simpele' opgaven, waarna de stof ineens een stuk moeilijker wordt. In Moderne Wiskunde zit over het algemeen minder opbouw: per opgave zijn er een paar deelvragen waarbij ze de theorie moeten reproduceren en dan meestal één deelvraag waarbij leerlingen hun kennis moeten toepassen (niveau 2 of 3 van de toetspiramide).

Inhoud
Wat is opgevallen in Bettermarks is dat er veel fouten in de lesmethode staan in theorieblokken en opgaven, maar ook op het gebied van opmaak en stijl. De fouten zijn meestal niet inhoudelijk, maar wel storend. In Moderne Wiskunde zitten een stuk minder fouten; wat waarschijnlijk ook komt omdat deze lesmethode al een stuk ouder en meer doorontwikkeld is.

Op het gebied van differentiatie loopt Bettermarks voorop: hierbij zijn meer gepersonaliseerde wegen mogelijk en zijn er suggesties vanuit de lesmethode wanneer leerlingen moeite hebben met een onderwerp. Moderne Wiskunde heeft alleen extra opgaven waarbij de leerling zelf het initiatief moet hebben om deze te gaan maken, maar natuurlijk heeft Bettermarks hierin ook een voordeel omdat ze een digitale lesmethode zijn waarin personalisatie een stuk makkelijker is.

Curriculum
In Bettermarks en Moderne Wiskunde zitten ongeveer evenveel hoofdstukken over algebra; in beide gevallen ongeveer één derde van het totaal aantal hoofdstukken. Wat daarentegen wel opvalt is dat de verdeling over de jaarlagen erg verschillend is: waar Bettermarks echt begint met de basis van de wiskunde in klas 1, spreidt Moderne Wiskunde dit uit over de jaren en hebben ze van alles wat in elk jaar (Figuren 28 en 30 op pagina 44 en 45). Daarnaast kan in Figuur 31 op pagina 46 worden gezien dat in Moderne Wiskunde de focus meer op domein E, *verbanden en formules*, wordt gelegd, en bij Bettermarks de focus meer op domeinen B, *getallen en variabelen*, en F, *informatieverwerking en onzekerheid*, wordt gelegd. Dit komt ook overeen met de verdeling van de kerndoelen van Van de Craats (2009) (Figuur 32, pagina 46), waar kan worden gezien dat de focus bij Moderne Wiskunde meer ligt op de functies.

Algebradidactiek
In Moderne Wiskunde wordt meer relationeel begrip aangeleerd dan in Bettermarks. Dit komt doordat in Bettermarks een stuk meer voorgekauwd wordt en leerlingen wordt laten zien hoe ze bepaalde opgaven uitvoeren. In Bettermarks wordt echter wel de leerlingen aangeleerd een som op te lossen door eerst maar gewoon wat te proberen; wat heel nuttig kan zijn om leerlingen wat meer wiskundig te laten denken (Kaenders et al., 2007). In Moderne Wiskunde wordt dit leerlingen in een stuk mindere mate aangeleerd: zo leren ze bijvoorbeeld vergelijkingen oplossen door alleen de bordjesmethode en in klas 2 en 3 door de balansmethode.

Wat ook een verschil is in het behandelen van de theorie in Bettermarks en Moderne Wiskunde is dat in Bettermarks de uitleg met veel kleur en illustraties wordt weergegeven: leerlingen krijgen veel uitleg en daardoor hopelijk ook een goed beeld van hoe de theorie in elkaar zit. Bij Moderne Wiskunde is dit veel meer rechttoe rechtaan en krijgen leerlingen alleen het hoognodige te zien.

Wat al te verwachten was na de analyse van de opgaven, is dat er in Bettermarks bijna geen contextuele algebra-opgaven zitten (er zitten namelijk ook bijna geen verhaaltjessommen in de lesmethode). In Moderne Wiskunde zit dit een stuk meer en wordt bij deze contextuele algebra-opgaven ook voldaan aan bijna alle *robustness criteria* van Schoenfeld (2016).

Conclusie
Er kan worden gezien dat Bettermarks en Moderne Wiskunde twee totaal verschillende lesmethodes zijn. Omdat het curriculum landelijk wordt afgesproken, zitten er natuurlijk dezelfde onderwerpen in beide lesmethodes, maar de focus van beide lesmethodes is anders: waar Bettermarks het abstractieniveau van leerlingen erg belangrijk vindt is Moderne Wiskunde meer een lesmethode waarbij leerlingen aan de hand van meer toepassingen wiskunde aangeleerd krijgen en ze daarbij zelf veel theorie moeten uitzoeken om zo relationeel begrip te krijgen. Dit gebeurt door middel van makkelijke opgaven waarin leerlingen geholpen worden om de algemene regel te deduceren.

6.1.2 Hoe ervaren leerlingen en docenten de verschillende lesmethodes?

Uit het interview bleek dat leerlingen blij zijn met Bettermarks en in Bettermarks beter en efficiënter werken dan bij Moderne Wiskunde. Dit komt voornamelijk door de directe feedback in Bettermarks als ze opgaven niet snappen, het idee van competitie door zoveel mogelijk muntjes te willen halen en de opdrachten die één voor één te zien zijn. Dit is ook te zien in de enquête: 95% van de leerlingen vindt het erg fijn dat ze meteen zien of ze een opgave goed hebben gedaan. Daarnaast is het voor docenten een stuk makkelijker om huiswerk te controleren wat voor leerlingen een stok achter de deur is.

Op het gebied van uitleg vinden leerlingen Bettermarks ook fijner: ze vinden de opgaven in Bettermarks fijner en duidelijker en daarnaast hebben ze het gevoel dat in Bettermarks ze ook het idee achter wiskundige concepten aangeleerd krijgen (*relationeel begrip*, Skemp (1976)). Leerlingen vinden in Moderne Wiskunde dat ze meer 'trucjes' aangeleerd krijgen. Dit is bijzonder om te zien, aangezien uit de theoretische analyse te zien was dat Moderne Wiskunde juist meer op het relationele begrip focust. Het kan zijn dat leerlingen het gevoel hebben dat Moderne Wiskunde niet ècht wiskundig is aangezien Bettermarks wat wiskundigere vraagstellingen heeft en Moderne Wiskunde meer 'jip-en-janneketaal'.

Docenten vinden voor de leerlingen Bettermarks om bovenstaande redenen een stuk fijner, maar hebben nog moeite met de voorbereiding van hun in lessen in Bettermarks aangezien dit voor hen onoverzichtelijk voelt. Ze merken daarentegen wel dat sommige onderwerpen minder aandacht nodig hebben omdat Bettermarks deze al erg goed uitlegt. Hierop aansluitend merken docenten en leerlingen ook dat Bettermarks een stuk dieper op de stof in gaat. Alhoewel uit de theoretische analyse bleek dat het curriculum ongeveer hetzelfde was in Bettermarks en Moderne Wiskunde, zit er toch meer diepgang in Bettermarks. In de enquête is dit verschil minder te zien, leerlingen hebben bij beide lesmethodes gemengde gevoelens over de theorieblokken.

De enquête laat verder nog zien dat leerlingen het aantal opgaven en het niveau van de opgaven in Bettermarks fijner vinden dan in Moderne Wiskunde en sluit aan op de interviews met het feit dat over het algemeen leerlingen minder tijd kwijt zijn aan Bettermarks dan aan Moderne Wiskunde, ondanks het feit dat leerlingen vaak opgaven opnieuw maken in Bettermarks.

Alhoewel in de interviews bij de leerlingen een sterke voorkeur voor Bettermarks naar voren kwam, is dit in de enquête minder duidelijk. 13 van de 18 leerlingen gaven Bettermarks een hoger cijfer (2 leerlingen vonden de methodes precies hetzelfde), maar deze verschillen zijn niet significant genoeg om te concluderen dat leerlingen Bettermarks een hoger cijfer geven dan Moderne Wiskunde.

6.1.3 Is er een verschil tussen de algebraïsche vaardigheden van leerlingen die Bettermarks en leerlingen die Moderne Wiskunde in de onderbouw van het vwo hebben gevolgd?

Naar aanleiding van de toets algebra die is afgenomen in 4 vwo op het Nuborgh College Locatie Lambert Franckens kan worden geconcludeerd dat er een verschil zit tussen de algebraïsche vaardigheden die Bettermarks en leerlingen die Moderne Wiskunde hebben gevolgd. Leerlingen die Bettermarks hebben gevolgd in de onderbouw scoren significant hoger in de toets op alle vlakken. Alleen op kerndoel IIb, tweedegraadsvergelijkingen, heeft de groep van Moderne Wiskunde iets hoger gescoord dan de Bettermarksgroep. Dit is echter geen significant verschil dus hier kan verder niet veel over gezegd worden.

Wanneer er wordt gekeken naar de verschillen bij alleen wiskunde A leerlingen kan er echter niet worden geconcludeerd dat er een significant verschil zit tussen leerlingen die Bettermarks en leerlingen die Moderne Wiskunde hebben gehad in de onderbouw aangezien hierbij een p-waarde van $0,06$ is gevonden. Tussen de leerlingen van wiskunde B blijft het verschil significant.

6.1.4 Wat zijn de verschillen tussen de papieren lesmethode Moderne Wiskunde en de digitale lesmethode Bettermarks bij het onderwerp algebra voor de onderbouw van het vwo en wat is het effect hiervan op de algebraïsche vaardigheden van leerlingen?

Uit bovenstaande resultaten blijkt dat er een verschil zit tussen Moderne Wiskunde en Bettermarks op het gebied van algebra. Bettermarks gaat dieper in op de stof, heeft meer algebraonderwerpen en probeert leerlingen op een wiskundigere manier onderwerpen uit te leggen en ze uit te dagen met moeilijke opgaven. Moderne Wiskunde legt wat minder de focus op algebra en leert leerlingen in mindere mate relationeel begrip aan de hand van makkelijke voorbeelden en opgaven die naar de regel toewerken.

De leerlingen die Bettermarks hebben gehad in de onderbouw scoren over het algemeen beter op het gebied van algebraïsche vaardigheden dan leerlingen die alleen Moderne Wiskunde hebben gehad in de onderbouw, alhoewel dit verschil tussen de wiskunde A-groep niet geheel significant is.

6.2 Limitaties

Voor de theoretische analyse is een onderzoek gedaan naar verschillende criteria in beide lesmethodes, maar hierbij is geen tweede 'corrector' gebruikt. Hierdoor kan deze analyse, en zeker de analyse van de opgaven, bevooroordeeld zijn. Meerdere blikken zullen zorgen voor een objectievere en completere weergave van de lesmethodes, wat helpt bij een objectieve conclusie van het verschil in de lesmethodes.

Een ander punt in de theoretische analyse is dat Moderne Wiskunde wel degelijk een digitale component aan de lesmethode heeft, die steeds groter aan het worden is. Dit is in dit onderzoek niet meegenomen omdat dit op de school waar het onderzoek heeft plaatsgevonden ook niet gebruikt is in de onderbouw, maar dit zou zeker voor andere resultaten kunnen zorgen op het gebied van differentiatie en inhoud van de lesmethode. Hierop sluit aan dat op de school waar het onderzoek heeft plaats gevonden ook niet alle hoofdstukken van Bettermarks heeft gevolgd. Zo zijn de algebrahoofdstukken in Bettermarks niet allemaal behandeld in klas 2 en 3 vwo. Dit zal echter alleen maar voor een nog groter verschil tussen de algebravaardigheden van de twee groepen leerlingen zorgen.

Van de geanalyseerde algebrahoofdstukken in Bettermarks zijn enkelen niet behandeld op deze school. Alle hoofdstukken Algebra, dus Algebra 1 en 2 in alle leerjaren, zijn niet behandeld. Dit betekent dat zelfs zonder deze hoofdstukken gehad te hebben, hebben de leerlingen die Bettermarks hebben gehad in de onderbouw een betere algebravaardigheid. Wanneer deze onderwerpen wel zouden zijn behandeld zou dit dus alleen nog maar meer verschil hebben gemaakt.

De toets is afgenomen in december 2019 in klas 4 vwo. De leerlingen die deze toets hebben gemaakt hebben dus toen al 4 maanden wiskunde A of B gehad met de lesmethode Moderne Wiskunde. Hierdoor is het verschil tussen de kennis van de leerlingen die Bettermarks en de leerlingen die Moderne Wiskunde in de onderbouw hebben gehad misschien weer wat gelijk getrokken. Als dit echter geheel het geval zou zijn zou de onderbouwwiskunde van de leerlingen niet van belang zijn, wat misschien een beetje kort door de bocht is. Daarnaast zal dit, net zoals de vorige limitatie, alleen maar voor grotere verschillen tussen de algebravaardigheden van de twee groepen leerlingen zorgen.

Daarnaast is er voor de toets een groep van 74 leerlingen gebruikt. Hoewel dit een goed aantal respondenten is, waren er van deze groep maar 24 leerlingen die Bettermarks hebben gehad in de onderbouw. Daarnaast was de groep Bettermarks en de groep Moderne Wiskunde niet geheel gelijk: bij de Bettermarksgroep volgt nu 50% wiskunde B terwijl bij de Moderne Wiskundegroep dit 40% is. Dit is geen erg groot verschil, maar toch kan het hierdoor zijn dat over het algemeen de Bettermarksgroep een stuk betere resultaten heeft gehaald.

Wanneer de verschillende soorten wiskunde apart werden bekeken bleek dit toch minder significant te zijn. Het kan echter ook zeggen dat leerlingen die Bettermarks hebben gehad in de onderbouw sneller voor wiskunde B kiezen, maar dat is in dit onderzoek niet bekeken. De verdeling van de verschillende groepen op basis van geslacht is niet meegenomen in dit onderzoek, omdat er tijdens het afnemen van de toets niet is gevraagd naar het geslacht van de leerlingen.

Het gemiddelde cijfer van de toets is een 3,8 en 21 leerlingen van de 74 hadden een voldoende. De toets was dus erg lastig voor de leerlingen, wat er misschien voor heeft gezorgd dat de resultaten ook niet betrouwbaar zijn. Was de toets iets makkelijker geweest, dan was er misschien ook meer over

te zeggen en zouden de verschillen groter zijn geweest. Dit zou echter alleen maar voor een groter verschil tussen het algebraniveau in beide lesmethodes zorgen.

De leerlingen die Bettermarks in de onderbouw hebben gehad hebben daarnaast ook een andere docent gehad dan de leerlingen die Moderne Wiskunde in de onderbouw hebben gehad. Omdat de docent een grote rol speelt in de kennisoverdracht en het leren van wiskunde, zou dit ervoor kunnen zorgen dat een deel van de kennis van de leerlingen niet door de lesmethode komt, maar door de docent. De resultaten zouden dus tot op zekere hoogte beïnvloed kunnen zijn door de verschillende docenten.

In de enquête was een vraag: “Hoe vond je het fijner om opgaven te maken?”, wat sloeg op het verschil tussen opgaven maken op de computer en opgaven maken in het boek. Leerlingen vonden dit een lastige vraag om in te vullen, want in Bettermarks moeten leerlingen soms een vraag maken in het schrift wat ze fijn vinden, terwijl ze misschien het maken van de opgaven in Moderne Wiskunde niet fijn vinden in het schrift. Dit betekent dat er geen één-op-één relatie zit tussen Bettermarks en digitaal en Moderne Wiskunde en op papier. Er kan dus misschien minder gezegd worden over deze vraag dan wat van te voren bedacht was.

Helaas zijn er ook een aantal enquêtes niet gelukt. Deze leerlingen hebben niet de kans gekregen om een enquête in te vullen en daarom zijn er in de enquête minder resultaten dan in de toets.

Voor het interview is het niet gelukt om leerlingen met verschillende profielen te krijgen, aangezien er niet veel animo voor de interviews was en de interviews in de toetsweek vielen. Hierdoor zou het zo kunnen zijn de mening van de respondenten niet de gehele mening van de leerlingpopulatie omvat. Het zou zo kunnen zijn dat wiskunde A-leerlingen over het algemeen misschien minder een voorstander zijn van Bettermarks omdat Bettermarks erg wiskundig uitlegt.

In zowel de enquête als in het interview is er niet gefocust op algebra en zijn alle vragen gesteld over Bettermarks en Moderne Wiskunde in hun geheel. Het zou kunnen zijn dat leerlingen op het gebied van algebra, als ze al weten wat dat betekent, misschien een andere mening hebben bij Bettermarks of Moderne Wiskunde en dat ze het bijvoorbeeld juist nog fijner vinden om dit op de computer te maken.

6.3 Discussie

Natuurlijk zijn alle lesmethodes gebaseerd op hetzelfde curriculum en hebben alle lesmethodes ongeveer dezelfde opbouw om zo tot dezelfde eindtermen te komen. Er kan echter wel worden gezien dat Moderne Wiskunde en Bettermarks geheel verschillende lesmethodes zijn met een andere focus. Het verschil tussen deze twee lesmethoden ligt het hem naar mijn idee vooral in de manier waarop ze leerlingen 'benaderen'. Bettermarks heeft een spelelement: leerlingen kunnen muntjes halen door opdrachten te maken. Dit bevalt leerlingen en hierdoor vinden leerlingen het misschien helemaal niet zo erg om wiskundesommen te maken. Moderne Wiskunde probeert daarentegen de wiskunde wat in te pakken in veel verhaaltjes, makkelijke taal en veel plaatjes om zo tot de leefwereld van de leerlingen door te dringen. Leerlingen zouden dit misschien wel makkelijke begrijpen, maar hebben nog steeds het gevoel dat ze wiskunde aan het doen zijn. Ook voelen de toepassingen in het Moderne Wiskundeboek vaak gemaakt, waar leerlingen natuurlijk ook doorheen prikken. Wat me daarnaast is opgevallen bij de interviews is dat leerlingen het ook wel fijn vinden dat er op een wiskundige manier wordt uitgelegd, zoals in Bettermarks wordt gedaan. Ze voelen zich misschien wat meer serieus genomen en kunnen de stof beter begrijpen.

Omdat leerlingen het een stuk minder vervelend vinden om in Bettermarks te werken en veel leerlingen hier ook minder tijd mee kwijt zijn dan aan andere vakken, denk ik dat leerlingen gewoon veel meer oefenen en zich veel meer de stof eigen maken. Het kan zijn dat leerlingen hierdoor alleen maar instrumenteel begrip aangeleerd krijgen, maar aangezien in Bettermarks ook aardig veel opgaven van niveau 2 en 3 van de toetspiramide zitten, verwacht ik niet dat leerlingen op dit instrumentele begrip blijven hangen.

Ik denk dus dat er zeker verschil tussen de twee lesmethodes zit; vooral op het gebied van algebra omdat hier instrumenteel begrip misschien ook wel genoeg is, maar ook op andere vlakken. Leerlingen oefenen meer, begrijpen de stof en vinden het fijner om in een digitale omgeving te werken waardoor ze meer kennis van de wiskunde opdoen. Het hoeft dus niet per sé zo te zijn dat Bettermarks een betere lesmethode is, maar Bettermarks heeft een digitale omgeving met hapklare brokjes theorie en dat is een groot pluspunt voor de leerlingen naar mijn idee.

Wat hiernaast natuurlijk een grote rol speelt is de docent en hoe deze omgaat met de lesmethode en wat de docent vertelt aan de leerlingen. Wat uit de interviews kwam is dat docenten qua voorbereiding Moderne Wiskunde een stuk fijner vinden omdat ze hierbij een boek kunnen openslaan en meteen overzicht hebben van de stof. Dit is bij Bettermarks niet mogelijk waardoor docenten een stuk moeilijk grip kunnen krijgen op de stof. In mijn eigen lespraktijk zou ik inderdaad ook liever een papieren lesmethode hebben om zo je lessen beter en makkelijker kunnen voor te bereiden. De docenten zien echter ook dat leerlingen beter werken bij Bettermarks en dit is een belangrijk punt, dus een oplossing voor deze voorbereiding zou al kunnen zijn om een papieren boek van Bettermarks te maken en deze aan de docent te geven.

Concluderend denk ik dus dat voor leerlingen deze digitale lesmethode op het gebied van algebra goed werkt en dat leerlingen er zeker profijt van hebben.

6.4 Aanbevelingen vervolgonderzoek

Omdat er interessante resultaten in dit onderzoek zijn gevonden, zou een vervolgonderzoek zeker van waarde zijn.

In dit onderzoek was de hypothese gesteld dat Bettermarksleerlingen het beter zouden doen op het gebied van algebra, omdat er voor algebra gewoon veel moet worden geoefend en dit op een computer ook goed mogelijk is. Een hoofdstuk over bijvoorbeeld meetkunde is veel lastiger op de computer. Voor een vervolgonderzoek zou het echter interessant zijn of leerlingen dit ook kunnen op de computer en of er verschil zit tussen Bettermarks en Moderne Wiskunde op het gebied van het hele wiskundecurriculum van de onderbouw.

Bij een nieuw onderzoek zou dan ook de digitale lesmethode van Moderne Wiskunde mee kunnen worden genomen: wanneer hier door leerlingen ook gebruik van wordt gemaakt zou dit voor andere resultaten kunnen zorgen en zou het verschil tussen Bettermarks en Moderne Wiskunde ook anders worden.

Een ander punt is om verder te kijken naar hoe docenten met de lesmethode omgaan en hoe dit per lesmethode anders is. Omdat Bettermarks een digitale lesmethode is wordt er ook anders mee gewerkt. In dit onderzoek is de rol van de docent grotendeels buiten beschouwing gelaten, maar dit kan zeker een grote rol in de kennisoverdracht spelen en is daarom zeker interessant om te onderzoeken in een vervolgonderzoek.

Zoals al eerder gezegd was het aantal respondenten dat Bettermarks had gehad in de onderbouw in dit onderzoek niet erg hoog en waren de groepen daarnaast niet geheel hetzelfde. Voor een vervolgonderzoek zou de toets nog een keer af kunnen worden genomen, maar dan bij meer leerlingen, om zo een beter en betrouwbaarder resultaat te krijgen. Dit zou dan niet moeten gebeuren op één school waar een pilot heeft gedraaid, maar bijvoorbeeld op verschillende scholen: een aantal scholen waar leerlingen Bettermarks hebben in de onderbouw en een aantal scholen waar leerlingen Moderne Wiskunde hebben in de onderbouw. Als aanvulling hierop zal ook kunnen worden gekeken naar de invloed van een docent op het niveau van de leerlingen op het gebied van algebra.

Als laatst zou er ook kunnen worden gekeken naar het feit dat 50% van de leerlingen die Bettermarks heeft gehad in de onderbouw Wiskunde B heeft gekozen, wat hoger is dan het gemiddelde. Het zou kunnen zijn dat Bettermarks een positieve invloed heeft in de keuze van wiskunde B in de bovenbouw.

Literatuur

Arcavi, A. (1994). Symbol sense: Informal sense-making in formal mathematics. *For the learning of Mathematics, 14*(3), 24–35.

Bettermarks. (2019). *Klaar voor de start? Naslagwerk bettermarks Wiskunde* (Rapport).

Blockhuis, C., Ten Voorde, M., Corbalan, G. & de Vries, H. (2011). *Leermiddelenmonitor 10/11 : gebruiken, ontwikkelen en kwaliteit van leermiddelen* (Rapport). Enschede: SLO.

Bos, M., Den Braber, N., Gademan, J. & Van Wijk, P. (2010). *Overzicht tussendoelen wiskunde havo en vwo* (Rapport). Enschede: SLO.

CvTE. (2019). *Nieuwe lijsten examenwerkwoorden wiskunde en natuurkunde m.i.v. 2019* (Rapport).

De Lange, J. (1999). Framework for classroom assessment in mathematics. *Utrecht: Freudenthal Institute and National Center for Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science*.

Drijvers, P. H. M. (2011). Wat bedoelen ze toch met... denkactiviteiten. *Nieuwe Wiskrant*, *31*(2), 38–41.

Drijvers, P. H. M. (2012). Wat bedoelen ze toch met... symbol sense? *Nieuwe Wiskrant. Tijdschrift voor Nederlands Wiskundeonderwijs, 31*(3), 39–42.

Drijvers, P. H. M. (2015). *Kernaspecten van wiskundig denken*. Euclides.

Drijvers, P. H. M., Ball, L., Barzel, B., Heid, M. K., Cao, Y. & Maschietto, M. (2016). *Uses of technology in lower secondary mathematics education: A concise topical survey*. NY: Springer.

Drijvers, P. H. M., Van Streun, A. & Zwaneveld, G. (2015). *Handboek wiskundedidactiek*. Epsilon Uitgaven.

Eshuis, P., Houtenbos, R. & Boertjens, J. (2016). Digitalisering van wiskunde in het voortgezet onderwijs. *Nieuw Archief voor Wiskunde, 17*(1), 10–14.

Fan, L. & Zhu, Y. (2007). Representation of problem-solving procedures: A comparative look at china, singapore, and us mathematics textbooks. *Educational studies in Mathematics, 66*(1), 61–75.

Ferster, B. (2014). *Teaching machines: Learning from the intersection of education and technology*. JHU Press.

Freudenthal, H. (2007). Revisiting Mathematics Education. *The Mathematical Gazette, 76*(477), 411. doi: 10.2307/3618403

Graham, C. R. (2006). Blended learning systems. *The handbook of blended learning*, 3–21.

Grouws, D. A., Tarr, J. E., Chávez, Ó., Sears, R., Soria, V. M. & Taylan, R. D. (2013). Curriculum and implementation effects on high school students' mathematics learning from curricula representing subject-specific and integrated content organizations. *Journal for Research in Mathematics Education, 44*(2), 416–463.

Kaenders, R. H., Van Asselt, R., Beukers, F., Blankespoor, J., Broer, H., Drijvers, P. H. M., ... others (2007). Rijk aan betekenis-visie op vernieuwd wiskundeonderwijs.

Moderne Wiskunde. (2014). *Docentenhandleiding Moderne Wiskunde 10e editie onderbouw havo/vwo* (Rapport).

Okeeffe, L. (2013, apr). A Framework for Textbook Analysis. *International Review of Contemporary Learning Research, 2*(1), 1–13.

Olson, D. R. (1980). On the language and authority of textbooks. *Journal of Communication, 30*(1), 186–196.

Peña-López, I. et al. (2015). Students, computers and learning. making the connection.

Pingel, F. (2010). *UNESCO guidebook on textbook research and textbook revision* (2e dr.). Verkregen van `www.gei.de`

Reichard, L., Rozemond, S., Dijkhuis, J., Admiraal, C., te Vaarwerk, G., Verbeek, J. & van Braak, J.

(2009). *Getal en ruimte*. Epn.

Rezat, S. (2006). A model of textbook use. In *Proceedings of the 30th conference of the international group for the psychology of mathematics education* (Dl. 4, pp. 409–416).

Rezat, S. (2010). The Utilization of Mathematics Textbooks As Instruments for Learning. *Procedings of CERME*, 1260–1269. Verkregen van `www.inrp.fr/editions/cerme6`

Schleicher, A., Zimmer, K., Evans, J. & Clements, N. (2009). Pisa 2009 assessment framework: Key competencies in reading, mathematics and science. *OECD Publishing (NJ1)*.

Schoenfeld, A. H. (2016). *An introduction to the teaching for robust understanding (tru) framework*. Graduate School of Education Berkeley, CA.

Schoenfeld, A. H. (2017). Teaching for robust understanding of essential mathematics. *Essential mathematics for the next generation: What and how students should learn*, 104–129.

Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational studies in mathematics*, *22*(1), 1–36.

Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics teaching*, *77*(1), 20–26.

Tall, D. (2013). *How humans learn to think mathematically: Exploring the three worlds of mathematics*. Cambridge University Press.

Valverde, G. A., Bianchi, L. J., Wolfe, R. G., Schmidt, W. H. & Houang, R. T. (2002). *According to the book: Using timss to investigate the translation of policy into practice through the world of textbooks*. Springer Science & Business Media.

Van de Craats, J. (2009). *De kern van de wiskunde* (Rapport nr. april 2009). Verkregen van `https://staff.fnwi.uva.nl/j.vandecraats/KernWiskunde.pdf`

Van der Donk, C. & Van Lanen, B. (2016). *Praktijkonderzoek in de school*.

Van Stiphout, I., Drijvers, P. H. M. & Gravemeijer, K. P. E. (2013). The development of students' algebraic proficiency. *Mathematics Education*, *8*(2-3), 62–80.

Vygotsky, L. S. (1980). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Harvard university press.

Warshauer, H. K. (2015). Productive struggle in middle school mathematics classrooms. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *18*(4), 375–400.

Woldhuis, E., Rodenboog, M. & Heijnen, M. (2018). *Leermiddelenmonitor - Leermiddelen in het po en vo: gebruik, digitalisering, beschikbaarheid en beleid* (Rapport). Enschede: SLO.

A Lijst van algebra-onderwerpen

Algebra I[3]

(a) Rekenen met letters[4]

i. Prioriteitsregels
ii. Haakjes uitwerken en buiten haakjes brengen
iii. De formule $(a+b)(c+d) = ac+ad+bc+bd$

(b) Merkwaardige producten

i. Het kwadraat van een som of een verschil
ii. Het verschil van twee kwadraten

(c) Breuken met letters

i. Splitsen en onder één noemer brengen
ii. Breuken vereenvoudigen

Algebra II

(a) Eerstegraadsvergelijkingen en -ongelijkheden

i. Algemene oplossingsregels voor vergelijkingen
ii. Eerstegraadsvergelijkingen oplossen
iii. Algemene oplossingsregels voor ongelijkheden
iv. Eerstegraadsongelijkheden oplossen

(b) Tweedegraadsvergelijkingen

i. Kwadraatafsplitsen
ii. De $abc-$formule

(c) Stelsels eerstegraadsvergelijkingen

i. Twee vergelijkingen met twee onbekenden
ii. Drie vergelijkingen met drie onbekenden

[3] Volgens (Van de Craats, 2009, p.4)

[4] Deze opsomming is natuurlijk niet volledig: er valt meer onder rekenen met letters en dat zal in het onderzoek ook meegenomen worden.

B Algebra in Bettermarks en Moderne Wiskunde

Er is in deze tabellen een classificatie gemaakt zoals gedefinieerd in Bijlage A.

Klas	Hoofdstukken	Ia	Ib	Ic	IIa	IIb	IIc
1 havo/vwo	6. Formules	x					
	Algebra 1 (vwo)	x					
2 havo/vwo	3. Rekenen met variabelen	x	x	x			
	5. Lineaire vergelijkingen					x	
	8. Kwadratische vergelijkingen					x	
	Algebra 1 (vwo)	x	x	x			
	Algebra 2 (vwo)				x	x	
3 vwo	1. Lineaire verbanden				x		x
	3. Kwadratische vergelijkingen en ongelijkheden					x	
	Algebra 1	x	x	x			
	Algebra 2				x	x	x

Tabel 6: Hoofdstukken op het gebied van algebra bij Bettermarks

Klas	Hoofdstukken	Ia	Ib	Ic	IIa	IIb	IIc
1 vwo	9. Werken met formules	x					
	10. Vergelijkingen				x		
	12. Rekenen met variabelen	x					
2 vwo	3. Machten en wortels	x				x	
	5. Kwadratische formules	x				x	
	9. Lineaire vergelijkingen				x		
	11. Ontbinden in factoren	x			x	x	
3 vwo	4. De abc-formule					x	
	7. Getallen en variabelen	x		x			
	9. Vergelijkingen oplossen				x	x	x

Tabel 7: Hoofdstukken op het gebied van algebra bij Moderne Wiskunde 10e editie

C Richtlijn voor vragen analyse Bettermarks en Moderne Wiskunde

1. **Opmaak, stijl en soort tekst**
    - Hoeveel tekst/theorie staat er in de lesmethode in verhouding met de opgaven? (2)
    - Hoe wordt deze tekst beschreven en overgebracht? (1)
    - Hoeveel voorbeelden zitten er in een paragraaf? (2)
    - Hoeveel plaatjes, foto's en illustraties staan er in de lesmethode? (1)
    - Wat is de toevoeging van de plaatjes, foto's en illustraties? (1)
    - Zijn er bronnen? Zo ja, wat voor soort bronnen? (1)
2. **Opgaven**
    - Hoeveel opgaven zitten er in de lesmethode per paragraaf/hoofdstuk? (2)
    - Wat is de verdeling van verschillende soorten opgaven (zie pagina 22) op het gebied van algebra?
3. **Inhoud**
    - In hoeverre is er een mogelijkheid tot differentiatie vanuit de lesmethode? (1)
    - In hoeverre is de lesmethode correct? (1)
4. **Curriculum**
    - In welke mate komen de domeinen van het SLO (Bos et al., 2010) in de lesmethode voor?
    - Wat is de verdeling van de kerndoelen (Van de Craats, 2009) over de hoofdstukken van de lesmethode?
    - In welke mate zit algebra in het curriculum van de lesmethode?
5. **Algebradidactiek**
    - Wordt er relationeel begrip of operationeel begrip aangeleerd? (3)
    - Op welke manier wordt een algebra-onderwerp geïntroduceerd en worden er meerdere methodes aangeleerd bij het uitleggen van algebra-onderwerpen? (3)
    - Hoe worden expressies weergegeven? (3)
    - Hoe wordt variabelenbegrip aangeleerd? (3)
    - Zitten er contextuele algebra-opgaven in de lesmethode en zo ja, hoe worden deze gepresenteerd? (4)

De vragen zijn gebaseerd op de volgende richtlijnen in de literatuur:

(1) Pingel (2010)

(2) Valverde et al. (2002)

(3) Drijvers et al. (2015)

(4) Schoenfeld (2016)

D Interviewleidraden

Interviewleidraad docent

Bettermarks

1. Kunt u mij uitleggen waarom er op school voor Bettermarks is gekozen?
2. Wat zijn uw ervaringen met Bettermarks?
3. Wat vindt u van de opgaven in Bettermarks?
4. Wat vindt u van de theorieblokjes in Bettermarks?
5. Wat vindt u van de juistheid van de lesmethode Bettermarks?
6. Heeft u het gevoel dat de einddoelen worden behaald na 3 jaar Bettermarks?

Moderne Wiskunde

7. Wat zijn uw ervaringen met Moderne Wiskunde?
8. Wat vindt u van de opgaven in Moderne Wiskunde?
9. Wat vindt u van de theorieblokjes in Moderne Wiskunde?
10. Wat vindt u van de juistheid van de lesmethode Moderne Wiskunde?
11. Heeft u het gevoel dat de einddoelen worden behaald na 3 jaar Moderne Wiskunde?

Verschil Bettermarks en Moderne Wiskunde

12. Welke lesmethode vindt u fijner om les mee te geven?
13. Welke lesmethode denkt u dat fijner is voor de leerlingen?
14. Merkt u dat leerlingen meer of minder gemotiveerd zijn bij Bettermarks voor wiskunde?
15. Is de lesvoorbereiding die u moet doen voor Bettermarks anders dan die bij Moderne Wiskunde?
16. Geeft u op een andere manier les door de verschillende lesmethodes?
17. Leren leerlingen op een andere manier bij de verschillende lesmethodes?

Interviewleidraad leerlingen

Bettermarks

1. Wat vond je van Bettermarks?
2. Denk je dat je veel geleerd hebt van Bettermarks?
3. Wat vond je van het aantal opdrachten dat je moest maken met Bettermarks?
4. Ging je altijd voor de ster in Bettermarks, of vond je één of twee muntjes genoeg?
5. Voelde je competitie met je medeleerlingen in het opdrachten maken bij Bettermarks?
6. Hoe gebruikte je de theorieblokjes in Bettermarks? Las je de theorie altijd van te voren, of pas als je iets fout had?
7. Wat vond je van de theorieblokjes in Bettermarks?

Moderne Wiskunde

8. Wat vond je van het aantal opdrachten dat je moest maken met Moderne Wiskunde?
9. Hoe gebruikte je de theorieblokjes in Moderne Wiskunde? Las je de theorie altijd van te voren, of pas als je iets fout had?
10. Wat vond je van de theorieblokjes in Moderne Wiskunde?

Verschil Bettermarks en Moderne Wiskunde

11. Welke lesmethode vind je fijner: Bettermarks of Moderne Wiskunde?
12. Ben je nu op een andere manier je opgaven aan het maken dan dat je deed met Bettermarks in de onderbouw?
13. Is er een grote overgang tussen de onderbouw met Bettermarks en de bovenbouw met Moderne Wiskunde?

E Enquête

Beginvragen

Wat is je geslacht?

- ○ Jongen
- ○ Meisje
- ○ Zeg ik liever niet

Welke wiskunde volg je?
(meerdere antwoorden mogelijk)

- ☐ Wiskunde A
- ☐ Wiskunde B
- ☐ Wiskunde C
- ☐ Wiskunde D

Heb je Bettermarks als lesmethode gehad in de onderbouw?

- ○ Ja
- ○ Nee

Welke lesmethode heb je gehad in de onderbouw?

	Moderne Wiskunde	Bettermarks
Klas 1	○	○
Klas 2	○	○
Klas 3	○	○

Hoeveel opgavenseries maakte je opnieuw voor meer muntjes?

- ○ Bijna geen (0 - 10 %)
- ○ Minder dan de helft (10 - 40 %)
- ○ Ongeveer de helft (40 - 60 %)
- ○ Meer dan de helft (60 - 90 %)
- ○ Bijna alles (90 - 100 %)

Voelde je competitie om zoveel mogelijk muntjes te halen?

- ○ Ja
- ○ Nee

Hoe vond je het fijner om opgaven te maken?

- ○ Op de computer
- ○ In het schrift

Welke lesmethode vind je beter?

- ○ Bettermarks
- ○ Moderne Wiskunde
- ○ Ik vind ze precies hetzelfde

Welke cijfers geef je Bettermarks en Moderne Wiskunde?

Wat vond je fijn aan Bettermarks? *(meerdere antwoorden mogelijk)*

- ☐ Dat het digitaal is
- ☐ De theorieblokken
- ☐ De plaatjes
- ☐ Het aantal opgaven
- ☐ Goed niveau van de opgaven
- ☐ Dat je meteen ziet of je het goed hebt gedaan
- ☐ Anders: _____

Wat vond je niet fijn aan Bettermarks? *(meerdere antwoorden mogelijk)*

- ☐ Dat het digitaal is
- ☐ De theorieblokken
- ☐ De plaatjes
- ☐ Het aantal opgaven
- ☐ Te moeilijke opgaven
- ☐ Te makkelijke opgaven
- ☐ Dat je meteen ziet of je het goed hebt gedaan
- ☐ Anders: _____

Wat vind je fijn aan Moderne Wiskunde?
(meerdere antwoorden mogelijk)

- [ ] Dat het op papier is
- [ ] De theorieblokken
- [ ] De plaatjes
- [ ] Het aantal opgaven
- [ ] Goed niveau van de opgaven
- [ ] Anders: _____

Wat vind je niet fijn aan Moderne Wiskunde?
(meerdere antwoorden mogelijk)

- [ ] Dat het op papier is
- [ ] De theorieblokken
- [ ] De plaatjes
- [ ] Het aantal opgaven
- [ ] Te moeilijke opgaven
- [ ] Te makkelijke opgaven
- [ ] Anders: _____

Hoeveel tijd was je kwijt met het maken van de opgaven in Bettermarks, in vergelijking tot de andere vakken die je had?

- ○ Minder dan andere vakken
- ○ Evenveel als andere vakken
- ○ Meer dan andere vakken

Hoeveel tijd was je in de onderbouw kwijt met het maken van de opgaven in Moderne Wiskunde, in vergelijking tot de andere vakken die je had?

- ○ Minder dan andere vakken
- ○ Evenveel als andere vakken
- ○ Meer dan andere vakken
- ○ Ik heb geen Moderne Wiskunde gehad in de onderbouw

Afsluiting

Heb je nog andere opmerkingen over Bettermarks of Moderne Wiskunde?

Powered by Qualtrics

F Toets algebra

Voor je ligt een toets over algebra. Probeer de opgaven op te lossen en laat je berekeningen duidelijk zien. Schrijf je naam **niet** op je toetsblaadje.

Opgave 0
Heb je in de onderbouw Bettermarks gehad?

Opgave 1
Los exact op: $(3a^2+4a-5)(a+7)=0$.

Opgave 2
Schrijf zo kort mogelijk: $\frac{x^2+2x+1}{x^2-1}$.

Opgave 3
Los op: $(x-5)(x-7)=3$

Opgave 4
Geef de coördinaten van het snijpunt van de lijnen l en m:
$l: 3x-y=6$
$m: 8x+4y=12$

Opgave 5
Los op: $3x+6<-2x+16$.

Opgave 6
Schrijf als één breuk: $\frac{a}{b+1}+\frac{3}{a}$.

Opgave 7
Los op: $\frac{2x+1}{4x+3}=2$.

Opgave 8
Je kent de wiskundige operaties optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen. We introduceren nu een nieuwe wiskundige operatie: $\oplus$, en $a \oplus b$ is gelijk aan $a^2 - a \cdot b$. Is $a \oplus b = b \oplus a$ waar voor alle getallen a en b? Laat zien met een berekening of tegenvoorbeeld.

Als je klaar bent met de toets, ga naar bit.ly/2YZplhT om een enquête over Bettermarks en Moderne Wiskunde in te vullen.

Correctievoorschrift

Er wordt 1 punt gegeven voor de stappen die groen zijn. In totaal zijn er 14 punten te behalen.

Opgave 1 (2p)

$$
\begin{aligned}
(3a^2+4a-5)(a+7) &= 0 \\
3a^2+4a-5=0 \vee a+7 &= 0 \\
a = \frac{-4\pm\sqrt{4^2-4\cdot 3\cdot -5}}{2\cdot 3} \vee a &= -7 \\
a = \frac{-4\pm\sqrt{16+60}}{6} \vee a &= -7 \\
a = \frac{-4-\sqrt{76}}{6} \vee a = \frac{-4+\sqrt{76}}{6} \vee a &= -7
\end{aligned}
$$

Opgave 2 (2p)

$$\frac{x^2+2x+1}{x^2-1} = \frac{(x+1)^2}{(x+1)(x-1)} = \frac{x+1}{x-1}$$

Opgave 3 (2p)

$$
\begin{aligned}
(x-5)(x-7) &= 3 \\
x^2-5x-7x+35 &= 3 \\
x^2-12x+32 &= 0 \\
(x-4)(x-8) &= 0 \\
x=4 \vee x &= 8
\end{aligned}
$$

Opgave 4 (2p)

Methode 1:

$$
\begin{cases} 3x-y=6 \rightarrow y=3x-6 \\ 8x+4y=12 \end{cases}
$$

$$
\begin{aligned}
8x+4(3x-6) &= 12 \\
8x+12x-24 &= 12 \\
20x &= 36
\end{aligned}
$$

$$x = \frac{9}{5}(=1,8), \qquad y = -\frac{3}{5}(=-0,6)$$

Methode 2:

$$\begin{cases} 3x-y=6 \\ 8x+4y=12 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 12x-4y=24 \\ 8x+4y=12 \end{cases}$$

$$20x=36, \text{dus } x=\frac{9}{5}$$

Snijpunt: $(\frac{9}{5}, -\frac{3}{5})$

Opgave 5 (1p)

$$\begin{aligned} 3x+6 &< -2x+16 \\ 5x &< 10 \\ x &< 2 \end{aligned}$$

Opgave 6 (1p)

$$\frac{a}{b+1}+\frac{3}{a}=\frac{a\cdot a}{a(b+1)}+\frac{3(b+1)}{a(b+1)}=\frac{a^2+3(b+1)}{a(b+1)}=\frac{a^2+3b+1}{ab+a}$$

Opgave 7 (2p)

$$\begin{aligned} \frac{2x+1}{4x+3} &= 2 \\ 2x+1 &= 2(4x+3) \\ 2x+1 &= 8x+6 \\ -6x &= 5 \\ x &= -\frac{5}{6} \end{aligned}$$

Opgave 8 (2p)

$$a \oplus b = a^2 - a\cdot b$$
$$b \oplus a = b^2 - b\cdot a$$

$a^2 = b^2$ geldt alleen als $a = \pm b$, dus het geldt niet voor alle getallen a en b. (conclusie)

G Resultaten inventarisatie opgaven Bettermarks en Moderne Wiskunde

Bettermarks

	Toepassing - authentiek	Toepassing - fictief	Toepassing - geen	Vorm - bewijs/leg uit	Vorm - fouten verbeteren	Vorm - schuifopgave	Vorm - meerkeuze	Vorm - aflezen	Vorm - tekenen	Vorm - verhaaltjessom	Vorm - bereken	Doel - reproduceren	Doel - wiskundig gereedschap kiezen	Doel - generaliseren	Schrift	Laptop
1VAlgebra1	0,0%	0,0%	100,0%	0,0%	0,0%	17,6%	9,3%	0,0%	0,0%	0,0%	73,1%	80,2%	19,8%	0,0%	44,5%	55,5%
1HVH6	0,0%	11,6%	88,4%	0,0%	0,0%	13,6%	12,0%	0,0%	0,4%	8,4%	65,6%	72,8%	27,2%	0,0%	39,6%	60,4%
2HVH3	0,0%	0,0%	100,0%	0,0%	1,0%	15,0%	6,2%	0,0%	0,0%	0,0%	77,7%	79,3%	20,7%	0,0%	41,5%	58,5%
2HVH5	0,0%	13,9%	86,1%	0,0%	3,0%	13,4%	14,9%	2,0%	1,0%	6,9%	58,9%	79,7%	18,3%	2,0%	28,7%	71,3%
2HVH8	0,0%	5,7%	94,3%	0,0%	0,4%	4,8%	5,7%	3,9%	0,0%	3,5%	81,7%	77,4%	20,9%	1,7%	42,6%	57,4%
2VAlgebra1	0,0%	0,0%	100,0%	0,0%	0,0%	18,4%	7,2%	0,0%	0,0%	0,0%	74,4%	80,2%	19,8%	0,0%	44,4%	55,6%
2VAlgebra2	0,0%	0,0%	100,0%	0,0%	1,3%	10,8%	12,8%	0,0%	0,0%	0,0%	75,1%	81,5%	16,8%	1,7%	46,5%	53,5%
3VAlgebra1	0,0%	0,6%	99,4%	0,0%	0,0%	15,9%	5,1%	0,0%	0,0%	0,0%	79,0%	84,4%	15,6%	0,0%	44,1%	55,9%
3VH1	0,0%	13,2%	86,8%	0,0%	2,2%	15,9%	17,6%	2,7%	4,9%	0,0%	56,6%	87,9%	9,3%	2,7%	42,3%	57,7%
3VH3	0,0%	16,6%	83,4%	0,0%	1,2%	3,1%	13,5%	0,6%	5,5%	8,0%	68,1%	84,0%	15,3%	0,6%	68,7%	31,3%
Totaal:	**0,0%**	**4,8%**	**95,2%**	**0,0%**	**0,8 %**	**12,6 %**	**9,5 %**	**0,8 %**	**0,9 %**	**2,1 %**	**73,3 %**	**80,0%**	**18,9%**	**1,1%**	**45,7%**	**54,3%**

Tabel 8: Percentage van het aantal opgaven per soort en type in Bettermarks

Moderne Wiskunde

	Toepassing - authentiek	Toepassing - fictief	Toepassing - geen	Vorm - bewijs/leg uit	Vorm - fouten verbeteren	Vorm - schuifopgave	Vorm - meerkeuze	Vorm - aflezen	Vorm - tekenen	Vorm - verhaaltjessom	Vorm - bereken	Doel - reproduceren	Doel - wiskundig gereedschap kiezen	Doel - generaliseren	Schrift	Laptop
1VH6	0,0%	69,1%	30,9%	10,9%	0,0%	0,0%	1,2%	1,2%	9,1%	1,8%	75,8%	85,5%	12,7%	1,8%	0,0%	100,0%
1VH9	2,5%	43,5%	54,0%	9,3%	0,6%	0,0%	1,2%	6,2%	8,1%	6,2%	68,3%	76,4%	18,0%	5,6%	0,0%	100,0%
1VH10	2,7%	57,0%	40,3%	5,4%	1,3%	0,0%	0,7%	0,7%	2,0%	26,8%	61,7%	77,9%	15,4%	5,4%	0,0%	100,0%
1VH12	0,0%	13,3%	86,7%	7,6%	0,4%	0,0%	0,4%	1,9%	3,0%	6,8%	79,8%	82,5%	11,0%	6,5%	0,0%	100,0%
2VH3	0,0%	20,0%	80,0%	7,7%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	92,3%	89,2%	7,7%	3,1%	0,0%	100,0%
2VH5	1,7%	11,0%	87,3%	13,9%	0,8%	0,0%	0,8%	1,3%	8,9%	0,0%	74,3%	85,7%	11,0%	3,4%	0,0%	100,0%
2VH9	0,0%	1,5%	98,5%	6,8%	1,1%	0,0%	0,4%	2,6%	3,4%	6,4%	79,3%	85,3%	9,8%	4,9%	0,0%	100,0%
2VH11	0,0%	16,2%	83,8%	9,1%	1,7%	0,0%	0,0%	2,5%	1,2%	3,7%	81,7%	91,3%	5,4%	3,3%	0,0%	100,0%
3VH4	0,0%	1,5%	98,5%	6,8%	1,1%	0,0%	0,4%	2,6%	3,4%	6,4%	79,3%	85,3%	9,8%	4,9%	0,0%	100,0%
3VH7	0,0%	12,5%	87,5%	11,8%	3,7%	0,0%	0,0%	0,7%	2,9%	3,7%	77,2%	84,6%	13,2%	2,2%	0,0%	100,0%
3VH9	0,0%	12,5%	87,5%	9,0%	0,5%	0,0%	0,0%	1,0%	1,5%	6,5%	81,5%	93,5%	3,5%	3,0%	0,0%	100,0%
Totaal:	**0,6%**	**22,0%**	**77,4%**	**8,9%**	**0,8 %**	**0,0 %**	**0,4 %**	**1,9 %**	**4,2 %**	**5,9 %**	**77,7 %**	**86,0%**	**10,1%**	**3,8%**	**0,0%**	**100,0%**

Tabel 9: Percentage van het aantal opgaven per soort en type in Moderne Wiskunde

H Domeinen SLO in Bettermarks en Moderne Wiskunde

De domeinen van het SLO voor onderbouw wiskunde vwo (Bos et al., 2010) zijn als volgt:

- A Inzicht en handelen
  - A1 Vaktaal wiskunde
  - A2 Herkennen en gebruiken wiskunde
  - A3 Wiskundig redeneren
- B Getallen en variabelen
  - B1 Getallen, getalsystemen en -relaties
  - B2 Rekenen met getallen
  - B3 Rekenen met variabelen
  - B4 Tellen
- C Verhoudingen
- D Meten en meetkunde
  - D1 Rekenen in de meetkunde
  - D2 Vormen en figuren
- E Verbanden en formules
  - E1 Grafieken, tabellen en formules
  - E2 Lineaire verbanden
  - E3 Exponentiële verbanden
  - E4 Kwadratische verbanden
  - E5 Patronen en regelmaat
  - E6 Vergelijkingen en ongelijkheden
- F Informatieverwerking en onzekerheid

SLO domeinen in Bettermarks

Klas	**Hoofdstukken**	B1	B2	B3	B4	C	D1	D2	E1	E2	E3	E4	E5	E6	F	**tot**
1 havo/vwo	1. Lijnen en hoeken						x	x								2
	2. Getallen	x	x													2
	3. Eenheden					x	x									2
	4. Rekenregels, machten en negatieve getallen	x	x	x												3
	5. Breuken	x														1
	6. Formules			x			x	x						x		4
	7. Diagrammen en percentages			x		x			x				x		x	5
	8. Omtrek en oppervlakte van vlakke figuren	x		x		x	x									4
	9. Verbanden in grafieken en tabellen	x	x						x	x		x				5
	10. Inhoud en oppervlakte van ruimtefiguren						x	x								2
	11. Algebra 1 (vwo)			x												1
2 havo/vwo	1. Lineaire verbanden		x						x	x						3
	2. Bijzondere lijnen						x	x								2
	3. Rekenen met variabelen			x												1
	4. Diagrammen, centrummaten en kans					x									x	2
	5. Lineaire vergelijkingen			x					x					x		3
	6. Meer getallen	x	x													2
	7. Pythagoras						x	x								2
	8. Kwadratische vergelijkingen		x	x								x		x		4
	9. Ruimtefiguren en vergrotingen					x	x	x								3
	10. Algebra 1 (vwo)	x		x												2
	11. Algebra 2 (vwo)								x	x				x		3
3 vwo	1. Lineaire verbanden		x	x					x	x				x		5
	2. Werken met driehoeken en cirkels					x	x	x								3
	3. Kwadratische vergelijkingen en ongelijkheden	x	x									x		x		4
	4. Percentages en grafische weergaven					x			x						x	3
	5. Goniometrie					x	x									2
	6. Transformaties en parameters								x			x		x		3
	7. Kans				x	x										2
	8. Allerlei verbanden	x	x			x			x		x					5
	9. Algebra 1	x		x												2
	10. Algebra 2								x			x		x		3
	Totaal:	10	9	11	1	10	10	7	10	4	1	5	1	8	3	**90**

Tabel 10: SLO domeinen in Bettermarks

SLO domeinen in Moderne Wiskunde

Klas	Hoofdstukken	B1	B2	B3	B4	C	D1	D2	E1	E2	E3	E4	E5	E6	F	tot
1 vwo	1. Ruimtefiguren							x								1
	2. Verhoudingen					x										1
	3. Grafieken								x							1
	4. Getallen	x	x			x										3
	5. Lijnen en hoeken						x	x								2
	6. Woordformules								x	x			x	x		4
	7. Oppervlakte en inhoud						x									1
	8. Negatieve getallen	x														1
	9. Werken met formules		x	x					x				x	x		5
	10. Vergelijkingen		x						x					x		3
	11. Vlakke figuren						x	x								2
	12. Rekenen met variabelen	x	x	x						x						4
2 vwo	1. Lineaire formules								x	x				x		3
	2. Gelijkvormigheid					x	x	x								3
	3. Machten en wortels	x	x	x												3
	4. De stelling van Pythagoras						x	x							x	3
	5. Kwadratische formules		x	x								x		x		4
	6. Statistiek					x									x	2
	7. Procentuele groei		x			x					x			x		4
	8. Oppervlakte	x					x	x								3
	9. Lineaire vergelijkingen		x	x					x	x				x		5
	10. Ruimtemeetkunde					x	x	x								3
	11. Ontbinden in factoren		x	x					x					x		4
	12. Kijk op kans	x			x	x										3
3 vwo	1. Functies		x						x	x		x				4
	2. Kwadratische functies		x						x			x		x		4
	3. Vlakke figuren					x	x	x								3
	4. De abc-formule			x					x					x		3
	5. Statistiek					x									x	2
	6. Nieuwe grafieken								x							1
	7. Getallen en variabelen	x	x	x					x		x			x		6
	8. Goniometrie					x	x	x								3
	9. Vergelijkingen oplossen		x						x	x	x			x		5
	10. Redeneren in driehoeken							x								1
	11. Kwadratische vormen								x			x				2
	Totaal:	7	13	8	1	10	9	10	14	6	3	4	2	12	3	**102**

Tabel 11: SLO domeinen in Moderne Wiskunde

I Kerndoelen wiskunde in Bettermarks en Moderne Wiskunde

Klas	Hoofdstukken	Rekenen I	Rekenen II	Meetkunde I	Meetkunde II	Algebra I	Algebra II	Functies	Combinatoriek
1 havo/vwo	1. Lijnen en hoeken			x					
	2. Getallen	x							
	3. Eenheden	x							
	4. Rekenregels, machten en negatieve getallen		x						
	5. Breuken	x	x						
	6. Formules					x			
	7. Diagrammen en percentages	x						x	
	8. Omtrek en oppervlakte van vlakke figuren			x					
	9. Verbanden in grafieken en tabellen							x	
	10. Inhoud en oppervlakte van ruimtefiguren			x					
	11. Algebra 1 (vwo)					x			
2 havo/vwo	1. Lineaire verbanden							x	
	2. Bijzondere lijnen			x					
	3. Rekenen met variabelen					x	x		
	4. Diagrammen, centrummaten en kans								x
	5. Lineaire vergelijkingen						x		
	6. Meer getallen		x						
	7. Pythagoras			x					
	8. Kwadratische vergelijkingen						x	x	
	9. Ruimtefiguren en vergrotingen			x	x				
	10. Algebra 1 (vwo)					x			
	11. Algebra 2 (vwo)						x		
3 vwo	1. Lineaire verbanden						x		
	2. Werken met driehoeken en cirkels				x				
	3. Kwadratische vergelijkingen en ongelijkheden						x		
	4. Percentages en grafische weergaven								x
	5. Goniometrie							x	
	6. Transformaties en parameters							x	
	7. Kans								x
	8. Allerlei verbanden							x	
	9. Algebra 1			x					
	10. Algebra 2					x			
	Totaal:	4	3	7	2	5	6	7	3

Tabel 12: Kerndoelen in Bettermarks

Klas	Hoofdstukken	Rekenen I	Rekenen II	Meetkunde I	Meetkunde II	Algebra I	Algebra II	Functies	Combinatoriek
1 vwo	1. Ruimtefiguren			x					
	2. Verhoudingen	x							
	3. Grafieken				x				
	4. Getallen	x							
	5. Lijnen en hoeken			x					
	6. Woordformules							x	
	7. Oppervlakte en inhoud			x					
	8. Negatieve getallen		x						
	9. Werken met formules					x		x	
	10. Vergelijkingen						x		
	11. Vlakke figuren			x					
	12. Rekenen met variabelen					x			
2 vwo	1. Lineaire formules							x	
	2. Gelijkvormigheid			x					
	3. Machten en wortels		x			x	x		
	4. De stelling van Pythagoras			x					
	5. Kwadratische formules					x	x	x	
	6. Statistiek								x
	7. Procentuele groei	x						x	
	8. Oppervlakte				x				
	9. Lineaire vergelijkingen						x	x	
	10. Ruimtemeetkunde				x				
	11. Ontbinden in factoren		x			x	x		
	12. Kijk op kans								x
3 vwo	1. Functies							x	
	2. Kwadratische functies							x	
	3. Vlakke figuren			x					
	4. De abc-formule						x		
	5. Statistiek								x
	6. Nieuwe grafieken							x	
	7. Getallen en variabelen	x				x			
	8. Goniometrie							x	
	9. Vergelijkingen oplossen						x		
	10. Redeneren in driehoeken			x					
	11. Kwadratische vormen							x	
	Totaal:	4	3	8	3	6	6	12	3

Tabel 13: Kerndoelen in Moderne Wiskunde

J Uitleg t-toets

Om te kijken of er een significant verschil zit tussen de gemiddelde scores van de twee groepen is er een t-toets uitgevoerd. Er wordt hiervoor aangenomen dat de gemiddelde scores normaal verdeeld zijn. Hiervoor zal worden gekeken of de nulhypothese: $\mu_X = \mu_Y$ kan worden verworpen. μ_X betekent hierbij de gemiddelde score van de groep leerlingen die alleen Moderne Wiskunde heeft gehad in de onderbouw en μ_Y de groep leerlingen die Bettermarks heeft gehad in de onderbouw. De volgende alternatieve hypothese is opgesteld:

$$\begin{cases} H_0 : \mu_X = \mu_Y \\ H_1 : \mu_X \neq \mu_Y \end{cases}$$

De toetsingsgrootheid T is als volgt:

$$T = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{S\sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}}},$$
$$S = \sqrt{\frac{(n-1)S_X^2 + (m-1)S_Y^2}{n+m-2}},$$

waarbij $X_1, \ldots X_n$ en $Y_1, \ldots Y_m$ respectievelijk de scores van Moderne Wiskunde-leerlingen en Bettermarks-leerlingen zijn en S_X en S_Y de varianties van beide groepen. De nulhypothese zal worden verworpen als de gerealiseerde waarde t van de toetsingsgrootheid T te klein wordt, wat gebeurt als $P(T \leq t; H_0) < 0,05$, waarbij een significantieniveau van 5 procent wordt aangehouden.

Een lichte aanpassing methode is gebruikt om de significantie te bepalen tussen het verschil in cijfers die leerlingen geven aan Bettermarks en aan Moderne Wiskunde. Omdat hierbij de resultaten als paar kunnen worden bekeken, dus de cijfers van een bepaalde leerling voor Bettermarks en Moderne Wiskunde, kan de *paired samples t-test* worden uitgevoerd. Hierbij wordt in plaats van naar de cijfers van Moderne Wiskunde en de cijfers van Bettermarks, naar het verschil d_i van de twee scores gekeken. De nulhypothese en de alternatieve hypothese worden dan als volgt:

$$\begin{cases} H_0 : \bar{d} = 0 \\ H_1 : \bar{d} \neq 0 \end{cases}$$

Omdat hier naar het verschil wordt gekeken, wordt ook een andere toetsingsgrootheid gebruikt, namelijk:

$$T = \frac{\bar{d}}{s_d / \sqrt{n}},$$

waarbij n het aantal gepaarde waarnemingen is.

K Resultaten Enquête

1 - Wat is je geslacht?

59 Responses

Field	Choice Count
Jongen	25
Meisje	32
Zeg ik liever niet	2

2 - Welke wiskunde volg je?

59 Responses

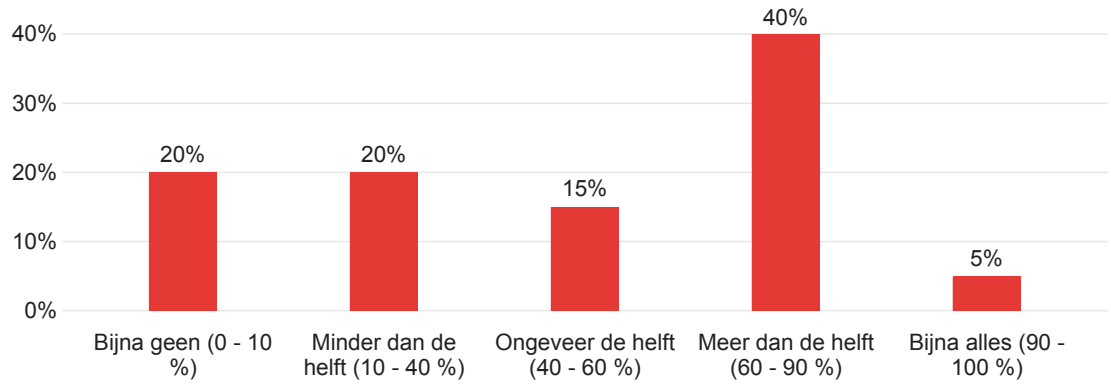
Field	Percentage of Responses
Wiskunde A	69.49%
Wiskunde B	30.51%
Wiskunde C	0.00%
Wiskunde D	6.78%

3 - Heb je Bettermarks als lesmethode gehad in de onderbouw?

59 Responses

5 - Hoeveel opgavenseries maakte je in Bettermarks opnieuw voor meer muntjes?

20 Responses

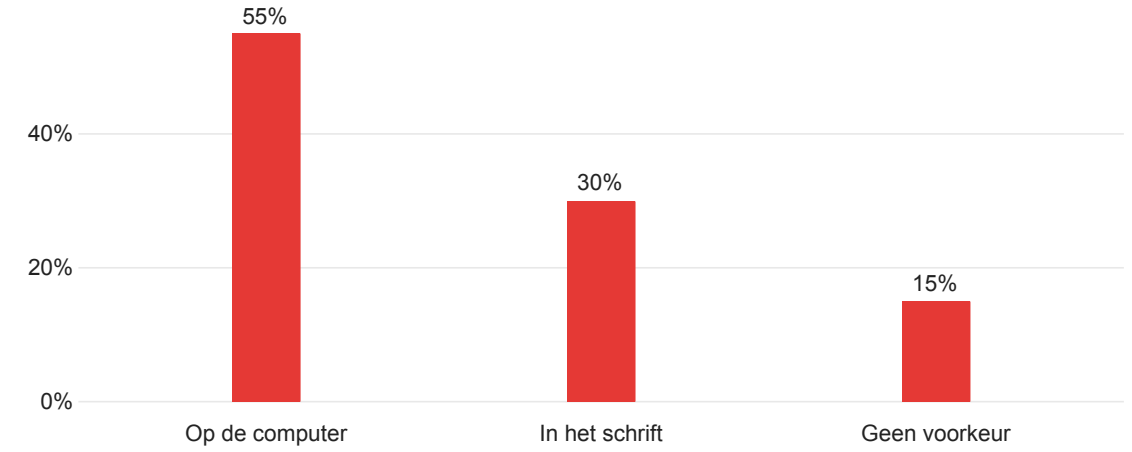


6 - Voelde je competitie om zoveel mogelijk muntjes te halen in Bettermarks?

20 Responses

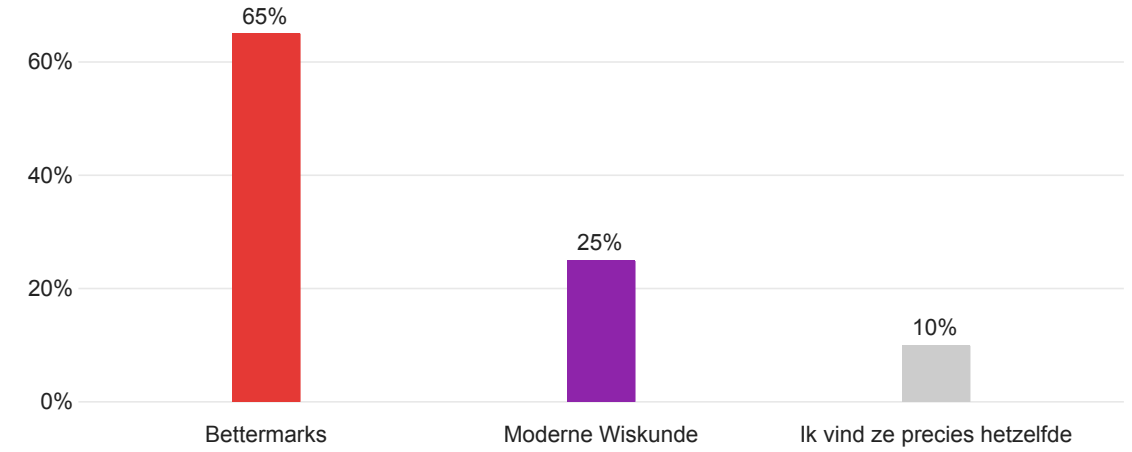
7 - Hoe vond je het fijner om opgaven te maken?

20 Responses



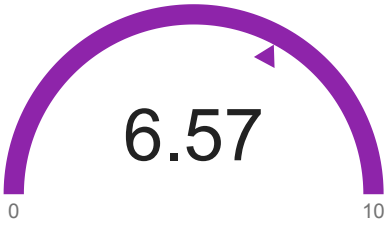
8 - Welke lesmethode vind je beter?

20 Responses



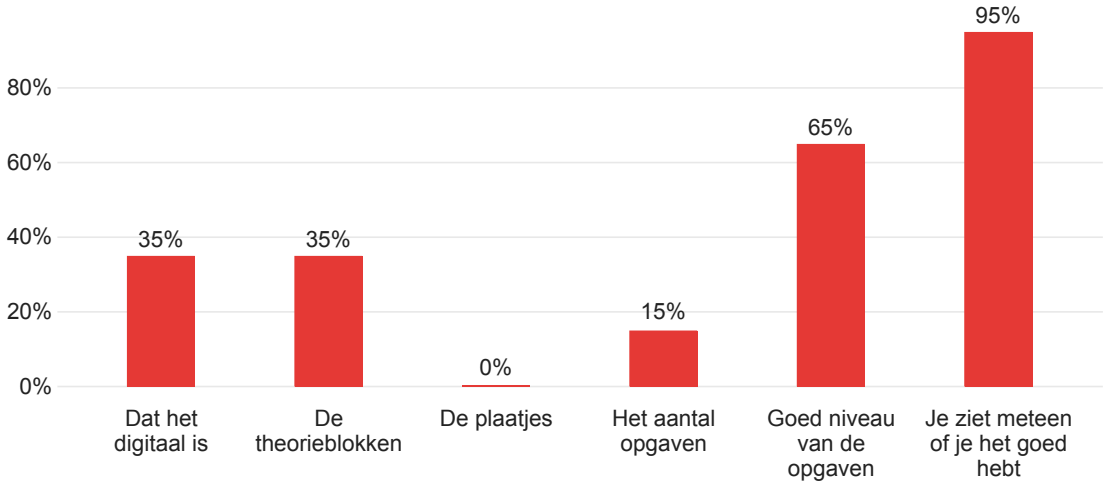
Cijfer Bettermarks

Cijfer Moderne Wiskunde



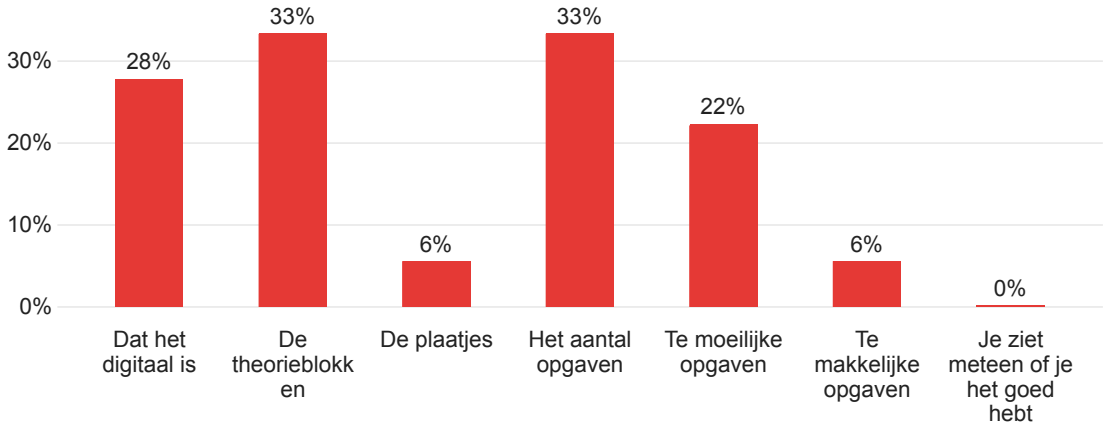
10 - Wat vond je fijn aan Bettermarks?

20 Responses



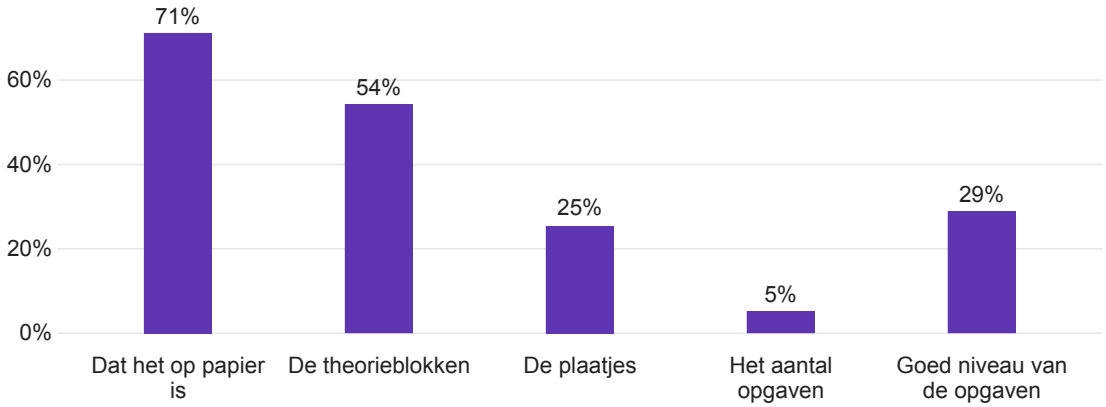
11 - Wat vond je niet fijn aan Bettermarks?

18 Responses



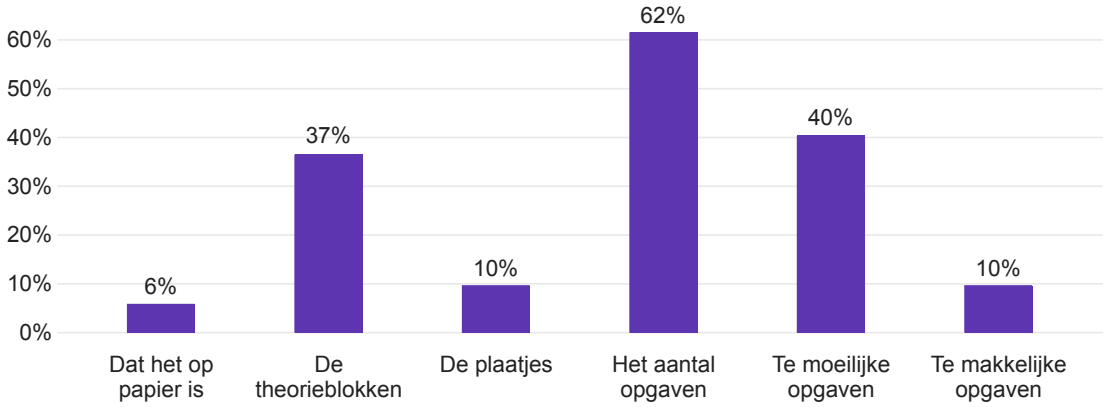
12 - Wat vind je fijn aan Moderne Wiskunde?

59 Responses



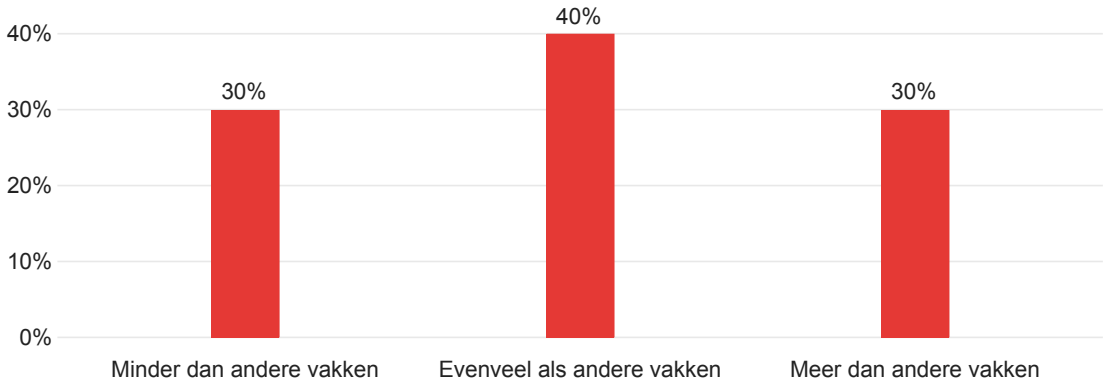
13 - Wat vind je niet fijn aan Moderne Wiskunde?

52 Responses



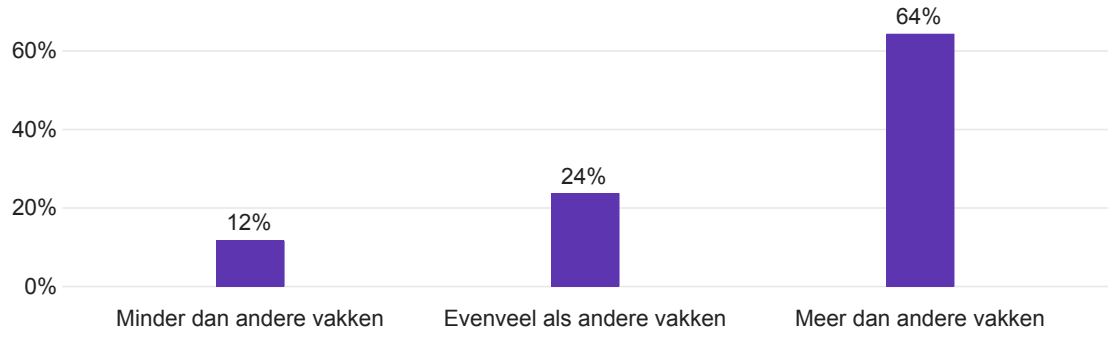
14 - Hoeveel tijd was je kwijt met het maken van de opgaven in Bettermarks, in vergelijking tot de andere vakken die je had?

20 Responses



15 - Hoeveel tijd was je in de onderbouw kwijt met het maken van de opgaven in Moderne Wiskunde, in vergelijking tot de andere vakken die je had?

59 Responses



16 - Heb je nog andere opmerkingen over Bettermarks of Moderne Wiskunde?

N/A
Nee
N/A
Bij bettermarks kon je niet terug bij de opgaven dus dan ging je maar doorenteren als je een fout maakte
N/A
Moderne Wiskunde heeft in het algemeen van de paragrafen makkelijke opgaves, maar onze toetsen zijn vele maler moeilijker
N/A
Bij Bettermarks was de introductie en het tempo waarop nieuwe stof moeilijker werd fijner dan bij Moderne Wiskunde.
nee
nee
de theorieblokken zijn erg vaag
N/A
N/A
kunnen er minder opdrachten komen
wtf is bettermarks
-

L Resultaten Interview

Belangrijke zinnen uit de interviews zijn geclassificeerd op basis van 6 categorieën:

Geel: Utilization scheme Bettermarks
Roze: Ervaring docent Bettermarks
Oranje: Ervaring leerlingen Bettermarks
Blauw: Utilization scheme Moderne Wiskunde
Paars: Ervaring docent Moderne Wiskunde
Groen: Ervaring leerlingen Moderne Wiskunde

L.1 Interview docenten

Lotte: Ik wil graag wat weten van jullie over Bettermarks en Moderne Wiskunde en wat jullie ervaringen hiermee zijn. Waarom is er voor Bettermarks gekozen?

Docent 1: We twijfelden sowieso al een tijdje over de lesmethode Moderne Wiskunde en toen er een pilotklas met de laptop op onze school kwam en er een aantrekkelijke voorlichting van Bettermarks was bij ons op school hebben we ervoor gekozen om dit voor een jaar in deze pilotklas te proberen. Dit is goed bevallen en toen hebben we dit voor de hele onderbouw aangeschaft.

Lotte: Hoe gebruiken jullie deze lesmethodes en wat zijn de verschillen hier tussen?

Docent 1: Bij Moderne Wiskunde was het vooral rechttoe rechtaan en iedereen begon bij vraag 1 en stopte bij vraag 40 en alleen op het eind van het hoofdstuk gaf ik ze de keus voor extra-gemengd en extra-basis. Daarnaast deed ik niets met het digitale lesmateriaal, dus het was alleen maar sommetjes in het schrift. Wat ik nu merk bij Bettermarks is dat alle leerlingen hun eigen route kunnen krijgen want je kan voor verschillende leerlingen verschillende stof klaarzetten.

Docent 2: Soms krijgen leerlingen inderdaad die aan de onderkant zitten en ertussen door vallen extra oefeningen. Extra vwo+ opdrachten worden niet zo vaak gemaakt, daar kwamen leerlingen niet vaak aan toe en dat vonden ze meestal ook niet leuk om te doen omdat het ook niet nodig was voor de toets.

Docent 1: Wat ik ook heel nuttig vind is dat in Bettermarks leerlingen analysetoetsen kunnen doen en dan krijgt iedereen op maat wat ze nog moeten oefenen. Moderne Wiskunde kan dit niet bieden. Wij gaven dan in de toetsweken wel eens vaardighedentoetsen, maar dit kostte én voor de leerlingen én voor ons veel meer tijd. Bettermarks kan dit veel meer op maat.

Lotte: Jullie zeggen dat er veel opgaven in Moderne Wiskunde zitten, maar ook in Bettermarks zitten heel veel opgaven.

Docent 1: Ja klopt, maar toch gaat het veel sneller omdat leerlingen niet alles heel goed uitschrijven. Daarnaast denken leerlingen bij een boek: “Pff, weer 9 opgaven”. Bij Bettermarks zie je alleen de eerste opgave en staat in het hoekje, heel klein in het grijs hoeveel opgaven de serie heeft. In het boek zullen ze veel vaker gehad hebben dat ze weer linksboven moeten beginnen en pas rechtsonder klaar zijn.

Docent 2: Dat is het verschil voor leerlingen: in een boek zie je in één keer wat je moet doen: het ziet er nog ingewikkeld uit ook. En bij Bettermarks begin je gewoon aan de opgaven: de ene keer 4 opgaven, de andere keer 10.

Docent 1: En wat me opvalt: Moderne Wiskunde duurde langer omdat als ze het niet begrepen, ze ook niet verder kwamen. Maar hier krijgen ze, als ze de vraag niet snapten meteen feedback op hun antwoord en dan kunnen ze toch door met hun opgaven. Er zijn dan ook leerlingen die eerst alle opgaven doorklikken en alle antwoorden lazen voor de oplossingsstrategie en hem dan in een keer goed maken.

Docent 2: En als leerlingen vraag 1 dan niet snappen, lezen ze dat door en dan lukt de rest wel.

Docent 1: En bij Moderne Wiskunde als je vastliep liep je vast en moest je wachten op hulp.

Lotte: Wat vinden jullie van het verschil in de theorieblokjes in Bettermarks en Moderne Wiskunde? Gaan leerlingen daar anders mee om?

Docent 1: Er zijn leerlingen die nooit bedenken dat ze op het boekje moesten klikken als ze het niet begrijpen. Maar er zijn ook bij Moderne Wiskunde leerlingen die nooit de theorieblokjes lezen en dan een vraag hadden aan mij terwijl ze nog geeneens de theorie erboven hadden gelezen. Dit is dus om het even.

Docent 2: De theorieblokjes in Bettermarks sluiten niet altijd even mooi aan op de opgaven. Ik was vandaag opgaven van havo 3 aan het oefenen en dit ging over nulpunten. De hele theorie ging keurig netjes over kwadratische vergelijkingen oplossen maar er werd helemaal niet uitgelegd wat nulpunten nou eigenlijk zijn. Dit zijn geen dingen waar leerlingen zelf achter gaan komen. Ook de opmaak ervan moet wel verbeterd worden: het zijn grote lappen tekst.

Docent 1: Ook qua wiskundige tekst is het wel een stuk moeilijker.

Docent 2: Ja, waar Moderne Wiskunde vooral vanuit de Jip en Janneke taal alles uitlegt, is het bij Bettermarks veel wiskundiger.

Docent 1: Maar ook bij Moderne Wiskunde hadden de leerlingen niet altijd wat aan de theorieblokken. Sowieso zijn deze leerlingen niet zo van het lezen van de theorieblokken. Leerlingen willen gewoon dat de docent iets verteld. Wat bij Bettermarks dus zo goed werkt is dat er meteen feedback op de antwoorden is want dan gaan ze wel kijken waarom ze iets fout hebben. Ik denk dat daar de winst zit en niet in de theorieblokken.

Lotte: Geef je bij Bettermarks ook op een andere manier les?

Docent 2: Soms wel, soms niet. Ligt ook aan het onderwerp. De *abc*-formule leg ik bijvoorbeeld nog steeds op dezelfde manier uit. Maar er zijn ook onderwerpen die ik door het lezen van de theorie van Bettermarks die ik wel anders aan begin te pakken omdat daar ook wel iets goeds in zit.

Docent 1: En er zijn daarnaast onderwerpen die je nu haast niet zo veel aandacht meer hoeft te geven. Bijvoorbeeld haakjes wegwerken: dit leg je kort uit maar dit oefenen ze bij Bettermarks zo door en

door en zoveel meer dat je daar weer minder tijd op het bord voor kwijt bent omdat dat veel natuurlijker gaat digitaal terwijl ze met schrijven er heel rap klaar mee waren en het niet goed controleerden en daardoor ook het veel minder snapten.

Docent 2: Qua aanpak ziet mijn les er nog wel hetzelfde uit: 15 minuten instructie en daarna bezig met opgaven. Je hoeft alleen geen schriften meer te controleren want dat gaat allemaal digitaal.

Docent 1: Leerlingen hebben ook door dat je kunt zien wat ze hebben gemaakt en dit is voor leerlingen een extra stok achter de deur. We hoeven het dan eigenlijk al niet meer te controleren maar dat ze weten dat we het zien is al genoeg.

Lotte: En qua curriculum: denken jullie dat in beide lesmethodes dezelfde leerdoelen zijn behaald?

Docent 2: Ik denk dat leerlingen met Bettermarks dieper de stof in gaan en meer leren. Vooral in klas 2 en 3.

Docent 1: Bijvoorbeeld havo 3 heeft een hoofdstuk over statistiek, waarbij er een inleiding wordt gegeven over hypothesetoetsen. Dit kan ik me niet herinneren dat dat ooit in Moderne Wiskunde heeft gezeten in de onderbouw. Hier gaat Bettermarks dus wel wat verder in.

Docent 2: Ja en daarnaast zijn er ook vaak aan het eind wel opdrachten waarbij er dingen worden gevraagd waarbij je alles van het hoofdstuk bij elkaar moet voegen, dus er zitten ook echt wel lastige opdrachten in Bettermarks.

Lotte: Laatste vraag: welke lesmethode vinden jullie fijner en welke lesmethode denken jullie dat de leerlingen fijner vinden?

Docent 2: Voor mij persoonlijk vond ik Moderne Wiskunde beter omdat je dan als voorbereiding het boek open kan slaan en je in 1 oogopslag kan zien wat je moet uitleggen en welke opgaven er in de stof zitten. Voor de leerlingen is het wel fijner, de digitale lesmethode.

Docent 1: Bettermarks vind ik voor de leerlingen een stuk fijner en ik merk dat ze hier beter in werken, maar als voorbereiding is inderdaad Moderne Wiskunde fijner. Bettermarks zou dus eigenlijk een boek moeten hebben die je als voorbereiding kan gebruiken.

Lotte: Bedankt voor jullie hulp en voor jullie antwoorden!

L.2 Interview leerlingen

Lotte: Wat vinden jullie van de lesmethode Moderne Wiskunde?

Leerling 3: Ik vind het wel prima. Vaak begint het met een stukje theorie en daarna een opdracht en als je de theorieblokjes doorleest kun je ook de opdrachten maken.

Lotte: En die theorieblokjes lees je altijd?

Leerling 3: Ja anders snap ik het niet.

Leerling 2: Ik niet. Ik maak de opdrachten wel maar lees de theorie pas als ik het niet meer begrijp.
Leerling 6: Ik lees wel eerst de theorie en maak dan de opdrachten. Want anders kan ik de opdrachten niet maken.

Lotte: Vinden jullie de opdrachten in Moderne Wiskunde dan ook een stuk moeilijker dan in Bettermarks?

Leerling 1: De getallen in Moderne Wiskunde zijn wel veel makkelijker. Het komt altijd mooier uit in Moderne Wiskunde.
Leerling 2: Meestal kom je vaker uit op ronde getallen, terwijl je bij Bettermarks heel naar uitkomt meestal.
Lotte: Wat vinden jullie van de opgaven in Moderne Wiskunde?

Leerling 4: Prima.

Lotte: Als jullie zouden moeten kiezen, welke opdrachten vind je dan fijner?

Leerling 1: Bettermarks want je kan meteen het antwoord zien en de uitwerkingen staan er gelijk bij dus als je het niet snapt kan je kijken en het later weer opnieuw maken.
Leerling 2: Bettermarks.
Leerling 5: Bettermarks, ik vind soms dat er te weinig theorie staat in Moderne Wiskunde. Ik heb nu les van meneer van 't Hul en die geeft soms ook extra uitleg bij iets want dat staat dan niet in het boek en dat vindt hij wel belangrijk.

Lotte: Maken jullie ook op een andere manier opgaven in Bettermarks? In Moderne Wiskunde kan je bijvoorbeeld niet meteen je antwoorden controleren.

Leerling 1: In Moderne Wiskunde is het nog wel eens "Ik maak het wel, weet niet of ik het goed heb maar we zien wel". We hebben een hulpboek, maar daar staan alleen de antwoorden in, geen uitwerkingen.
Leerling 5: Bij ons staan de uitwerkingen wel op de ELO.
Leerling 4: Ja, en het uitwerkingenboek ligt altijd in de les. Daar kijk ik wel eens in.

Lotte: Vinden jullie het een grote overgang tussen Bettermarks en Moderne Wiskunde?

Leerling 5: Ik denk het wel. Ik vind Bettermarks wel een stuk fijner. Dat boek werkt minder fijn en ik vond het fijner op de laptop.
Leerling 4: En het eerste en het tweede hoofdstuk van Moderne Wiskunde in klas 4 hadden we al gehad.
Leerling 3: Ja, ik heb dat ook gehad.
Leerling 2: Ik heb een beetje het gevoel dat je bij Bettermarks nog net iets dieper op de stof in gaat.
Leerling 4: En Moderne Wiskunde is meer van het trucjes leren terwijl Bettermarks meer uitlegt over hoe het nou zit en dat vind ik wel fijner.
Leerling 6: Ja inderdaad, want dan snap ik het beter als ik weet hoe het zit.

Lotte: Voor de wiskunde A-leerlingen: ik zag dat er in de onderbouw al best wel veel statistiek in Bettermarks zit. Hebben jullie hier nu ook een voordeel aan?

Leerling 5: Ja we hebben de telproblemen in de onderbouw ook al gehad. Maar ik weet niet of dat verschilt met de leerlingen die Moderne Wiskunde hebben gehad.

Lotte: Ik weet dat meneer van 't Hul er in de onderbouw wel eens een competitie van maakte. Wat vonden jullie daarvan?

Leerling 4: Ja ik had een weddenschap dat als ik honderd sterren had dan kreeg ik taart, dus toen had ik honderd sterren.

Lotte: Gingen jullie hierdoor harder werken?

Leerling 2: Ik denk dat je hierdoor als je net niet 2 of 3 sterren had je de series nog een keer ging maken en dat je daardoor wel vaker de stof herhaalde.
Leerling 6: Ik had ook dat als ik geen 1 muntje had dan ging ik hem nog een keer doen. En ik ga nu niet bij Moderne Wiskunde nog een keer de opdracht doen dus dat is wel anders.
Leerling 1: En je krijgt ook wel andere getallen dus eigenlijk doe je een heel andere opdracht.
Leerling 5: Ik vond de muntjes wel geinig.

Lotte: Wat vonden jullie van toetsen in Bettermarks?

Leerling 1: We wilden aan het eind nooit op inleveren klikken want dan zie je meteen je antwoord.
Leerling 4: Toetsen in Bettermarks waren wel minder fijn want je krijgt geen punten voor de berekening. Als je dan één min verkeerd had was meteen het hele antwoord fout.
Leerling 1: In klas 3 hadden we wel dat we het mochten opschrijven en dan kon de docent nog extra punten geven als we rekenfouten maken. Want anders was het niet te doen in Bettermarks.

Lotte: Je moet in Bettermarks heel veel in het schrift doen. Nadat ik de toetsen had nagekeken was ik wel positief verrast dat alles er zo netjes uitzag. Wordt dat ook extra geleerd of leert Bettermarks jullie dat?

Leerling 2: In het begin moet je alles in stappen doen en pas als je vaker opdrachten gehad hebt mag je in één keer het antwoord opschrijven. Maar aan het begin leer je het dan wel goed opschrijven.
Leerling 4: Soms was dat wel heel irritant want dan heb je net de uitleg gehad en dan snap je alles al en dan moet je even opnieuw beginnen en sommige stappen waren ook heel gek, die kwamen niet overeen met de uitleg.

Lotte: Er zitten best veel opdrachten in Bettermarks, maar uit de resultaten van de enquête kwam dat jullie juist vinden dat in Moderne Wiskunde veel opdrachten zitten. Leg dat eens uit.

Leerling 4: De opdrachten zijn gewoon veel groter in Moderne Wiskunde.
Leerling 2: Ja en ik heb het gevoel dat je bij Bettermarks meer variatie in de opdrachten hebt en dat je in Moderne Wiskunde meer twintig keer dezelfde som maakt en dat het dan voelt als meer.
Leerling 4: En dat wordt dan heel saai als je steeds die rijtjes bij langs moet.
Leerling 1: Je ziet daarnaast ook precies voor je wat je moet doen en bij Bettermarks kan je de volgende som nog niet niet zien dus dan weet je niet wat je nog moet doen dus dan denk je niet: "Oh, nu moet ik nog 6 sommen." Wat wel irritant was aan Bettermarks was dat je niet terug naar de vorige

opgave kon klikken. Dus als je een opgave gehad had en je hem fout had moest je alles doorklikken en opnieuw beginnen als je alles goed wilde hebben.
Leerling 2: Het probleem was, wat heel goed is bedacht trouwens,
sethlcolororanjehlaan het eind van je opgavenseries heb je een 'verbeteringen'-kopje, dus alle dingen die je fout doet zie je dan daar staan.
Leerling 4: Ik had altijd heel veel ontwikkelpunten want ik wilde altijd alle sterren halen dus als ik dan iets fout had klikte ik alles door. En dan denkt Bettermarks dat je er helemaal niets van snapt.

Lotte: Leerling 5 en Leerling 6, jullie hebben wiskunde A gekozen. Bettermarks is best wel een wiskundige en abstracte lesmethode. Wat vonden jullie hiervan? Er zaten niet zoveel verhalen in.

Leerling 5: Ik vond Bettermarks juist wel een leukere lesmethode.
Leerling 6: Ik ook. Er zaten wel leuke verhaaltjessommen in waardoor je een goed beeld kreeg van wat ze bedoelen.

Lotte: Lazen jullie in Bettermarks de theorieblokjes vaak?

Leerling 5: Soms waren dat echt hele lange verhalen. Als je de hele theorie wilde hebben dan moet je volgens mij naar theorie gaan maar dat deed ik nooit.
Leerling 4: Maar daar stond niet alles in. Het was dan een heel lang theorieblok maar daar stonden dan alleen de basisdingen in en heel vaak kon je je vraag niet vinden in de theorieblok.
Leerling 6: En als je dan terug wilde zoeken naar theorie moest je je hele opdracht doorklikken om weer terug te komen bij de opgave met dat theorieblokje.

Lotte: Hoe bereiden jullie een toets voor in Bettermarks?

Leerling 6: Gewoon door opdrachten te maken.
Leerling 1: En je hebt ook een diagnostische toets.
Leerling 5: In Moderne Wiskunde zou ik eerder een samenvatting maken omdat je dan de theorieblokjes kan vinden en ik denk dat ik dat bij Bettermarks bijna niet deed.
Leerling 6: En bij Bettermarks zegt de docent wat belangrijke series zijn om te maken en die maak je dan voor de toets.
Leerling 2: Bij Bettermarks kan je ook zien welke opdrachten je slecht hebt gemaakt en dan kan je die nog een keer maken om het beter te begrijpen.

Lotte: Bedankt voor jullie hulp en jullie antwoorden!

M Analyse Interview

M.1 Bettermarks: utilization scheme

1. Wat ik merk bij Bettermarks is dat alle leerlingen hun eigen route kunnen krijgen want je kan voor verschillende leerlingen verschillende stof klaarzetten.
2. Extra vwo+ opdrachten worden niet zo vaak gemaakt.
3. Wat ik ook heel nuttig vind is dat in Bettermarks leerlingen analysetoetsen kunnen doen en dan krijgt iedereen op maat wat ze nog moeten oefenen.
4. Bij Bettermarks kan je ook zien welke opdrachten je slecht hebt gemaakt en dan kan je die nog een keer maken om het beter te begrijpen.
5. Bettermarks gaat veel sneller omdat leerlingen niet alles heel goed uitschrijven.
6. Als je net niet 2 of 3 sterren had ging je de series nog een keer maken en daardoor herhaalde je wel vaker de stof.
7. Ik had ook dat als ik geen 1 muntje had dan ging ik hem nog een keer doen.
8. In klas 3 hadden we wel dat we het mochten opschrijven en dan kon de docent nog extra punten geven als we rekenfouten maken bij een digitale toets.
9. Je hoeft geen schriften meer te controleren want dat gaat allemaal digitaal.
10. Leerlingen hebben ook door dat je kunt zien wat ze hebben gemaakt en dit is voor leerlingen een extra stok achter de deur.
11. Er zijn dan ook leerlingen die eerst alle opgaven doorklikken en alle antwoorden lazen voor de oplossingsstrategie en hem dan in een keer goed maken.
12. Als je een opgave gehad had en je hem fout had moest je alles doorklikken en opnieuw beginnen als je alles goed wilde hebben.
13. Als je de hele theorie wilde hebben dan moet je volgens mij naar theorie gaan maar dat deed ik nooit.

M.2 Bettermarks: ervaringen docent

1. Als leerlingen de vraag niet snapten krijgen ze meteen feedback op hun antwoord en dan kunnen ze toch door met hun opgaven.
2. De theorieblokjes in Bettermarks sluiten niet altijd even mooi aan op de opgaven.
3. De uitleg is bij Bettermarks veel wiskundiger.
4. Ik denk dat leerlingen met Bettermarks dieper de stof in gaan en meer leren. Vooral in klas 2 en 3.
5. De opmaak ervan moet wel verbeterd worden: het zijn grote lappen tekst.
6. Wat bij Bettermarks dus zo goed werkt is dat er meteen feedback op de antwoorden is want dan gaan ze wel kijken waarom ze iets fout hebben.

7. Er zijn onderwerpen die je nu haast niet zo veel aandacht meer hoeft te geven omdat Bettermarks dat duidelijk uitlegt.

8. Qua aanpak ziet mijn les er nog wel hetzelfde uit: 15 minuten instructie en daarna bezig met opgaven.

9. Voor de leerlingen is het wel fijner, de digitale lesmethode.

M.3 Bettermarks: ervaringen leerlingen

1. Bij Bettermarks kom je bij sommen meestal heel naar uit.

2. Bettermarks vind ik fijner want je kan meteen het antwoord zien en de uitwerkingen staan er gelijk bij dus als je het niet snapt kan je kijken en het later weer opnieuw maken.

3. Ik vind Bettermarks wel een stuk fijner.

4. Ik heb een beetje het gevoel dat je bij Bettermarks nog net iets dieper op de stof in gaat.

5. Bettermarks legt meer uit over hoe het nou zit en dat vind ik wel fijner.

6. Als je een opgave opnieuw maakt krijg je ook andere getallen dus eigenlijk doe je een heel andere opdracht.

7. Toetsen in Bettermarks waren wel minder fijn want je krijgt geen punten voor de berekening. Als je dan één min verkeerd had was meteen het hele antwoord fout.

8. In het begin moet je alles in stappen doen en pas als je vaker opdrachten gehad hebt mag je in één keer het antwoord opschrijven. Maar aan het begin leer je het dan wel goed opschrijven.

9. Soms was dat wel heel irritant want dan heb je net de uitleg gehad en dan snap je alles al en dan moet je even opnieuw beginnen en sommige stappen waren ook heel gek, die kwamen niet overeen met de uitleg.

10. Ik heb het gevoel dat je bij Bettermarks meer variatie in de opdrachten hebt.

11. Aan het eind van je opgavenseries heb je een 'verbeteringen'-kopje, dus alle dingen die je fout doet zie je dan daar staan.

12. Ik vond Bettermarks een leukere lesmethode.

13. Er zaten wel leuke verhaaltjessommen in waardoor je een goed beeld kreeg van wat ze bedoelen.

14. Er zaten hele lange theorieblokken in Bettermarks maar daar stonden dan alleen de basisdingen in en heel vaak kon je je vraag niet vinden in de theorieblok.

M.4 Moderne Wiskunde: utilization scheme

1. Bij Moderne Wiskunde was het vooral rechttoe rechtaan en iedereen begon bij vraag 1 en stopte bij vraag 40 en alleen op het eind van het hoofdstuk gaf ik ze de keus voor extra-gemengd en extra-basis.

2. Moderne Wiskunde kan leerlingen geen lesmateriaal op maat bieden.

3. Leerlingen denken bij een boek: “Pff, weer 9 opgaven”.
4. Moderne Wiskunde duurde langer omdat als ze het niet begrepen, ze ook niet verder kwamen.
5. De uitleg bij Moderne Wiskunde is meestal in Jip en Janneketaal.
6. Ik maak de opdrachten wel maar lees de theorie pas als ik het niet meer begrijp.
7. Ik lees wel eerst de theorie en maak dan de opdrachten. Want anders kan ik de opdrachten niet maken.
8. In Moderne Wiskunde is het nog wel eens “Ik maak het wel, weet niet of ik het goed heb maar we zien wel”.
9. Ik ga nu niet bij Moderne Wiskunde nog een keer de opdracht doen dus dat is wel anders dan in Bettermarks.
10. In Moderne Wiskunde zou ik eerder een samenvatting maken omdat je de theorieblokjes kan vinden.

M.5 Moderne Wiskunde: ervaring docent

1. Qua aanpak ziet mijn les er nog wel hetzelfde uit: 15 minuten instructie en daarna bezig met opgaven.
2. Voor mij persoonlijk vond ik Moderne Wiskunde beter omdat je dan als voorbereiding het boek open kan slaan en je in 1 oogopslag kan zien wat je moet uitleggen en welke opgaven er in de stof zitten.

M.6 Moderne Wiskunde: ervaring leerlingen

1. Ik vind Moderne Wiskunde wel prima. Vaak begint het met een stukje theorie en daarna een opdracht en als je de theorieblokjes doorleest kun je ook de opdrachten maken.
2. De getallen in Moderne Wiskunde zijn wel veel makkelijker. Het komt altijd mooier uit in Moderne Wiskunde.
3. Ik vind soms dat er te weinig theorie staat in Moderne Wiskunde.
4. Moderne Wiskunde is meer van het trucjes leren.
5. De opdrachten zijn gewoon veel groter in Moderne Wiskunde.
6. Je ziet daarnaast ook precies voor je wat je moet doen en bij Bettermarks kan je de volgende som nog niet niet zien dus dan weet je niet wat je nog moet doen dus dan denk je niet: “Oh, nu moet ik nog 6 sommen.”