

---

# Onderzoek van Onderwijs

---

## *De toepassing van storytelling in het wiskundeonderwijs*

*Een studie naar de toepassing van storytelling bij de onderwerpen logaritme en afgeleide functie voor havo 4 wiskunde B*

*Marthe Oldenhof, s1558641*

*31 augustus 2020*

*Universiteit Twente*

Schoolvak: Wiskunde  
Variant: OvO 10 EC  
Naam begeleider: Gerard Jeurnink  
Naam Tweede beoordelaar: Talitha Visser

## Samenvatting

Het merendeel van de leerlingen ervaart het wiskundeonderwijs als saai. Ze zien het nut van wiskunde niet en raken daardoor ongemotiveerd om aan het werk te gaan. Storytelling kan de motivatie van de leerlingen een boost geven. Aan de hand van verhalen worden leerlingen betrokken bij de les en raken ze nieuwsgierig. Uiteindelijk ontwikkelen leerlingen een dieper begrip en zijn ze bereid om de verdieping of verbreding van de stof op te zoeken. Docenten vinden het lastig om in de les gebruik te maken van storytelling. Door de sleur van het onderwijs hebben docenten geen tijd en aandacht voor verhalen. In dit onderzoek is gekeken naar de toepassing van storytelling bij 4 havo wiskunde B. Een leuk en interessant verhaal bestaat uit negen elementen: een plot, een conflict, de verbeelding, de sense of wonder, menselijke betekenis, humor, patronen, het karakter en de verteller. De luisteraar zou zich moeten kunnen identificeren met de hoofdpersoon die een conflict probeert op te lossen. De lesmethode heeft weinig aandacht voor verhalen en alleen aan het einde van een paragraaf zijn er enkele verhaaltjessommen die de koppeling van de wiskunde met de praktijk laten zien. De docenten gebruiken praktijkvoorbeelden om context bij de stof aan te bieden en het nut van wiskunde duidelijk te maken. Veelal gebeuren deze verhalen spontaan aan het begin van de les. Ook leerlingen geven aan graag ter introductie praktijkvoorbeelden te willen horen waarbij de wiskunde gekoppeld wordt aan het dagelijks leven. Voor de afgeleide en de logaritme zijn twee korte verhalen bedacht om de aandacht van de leerlingen te vangen. Niet alle negen elementen komen even goed over bij de luisteraar. Een duidelijk plot is essentieel om de luisteraar door het verhaal te leiden. Aan dit plot kunnen de overige elementen gekoppeld worden zodat het verhaal gemakkelijk is om naar te luisteren.

## Inhoud

Samenvatting.....	2
1 Inleiding.....	4
2 Theoretisch kader.....	5
2.1 De definitie van storytelling .....	5
2.2 Storytelling als middel voor meer motivatie .....	6
2.3 Het gebruik van storytelling in de les .....	7
3 Onderzoeksvragen & hypothese .....	8
3.1 Onderzoeksvragen .....	8
3.2 Hypothese.....	9
4 Methode.....	10
4.1 Waaraan moet een verhaal voldoen volgens de literatuur? .....	10
4.2 Wat doet de lesmethode? .....	10
4.3 Wat doen docenten aan storytelling?.....	11
4.4 Waar ligt de interesse van de leerlingen? .....	12
4.5 Hoe kun je gebruikmaken van storytelling bij de afgeleide en de logaritme?.....	13
4.6 Hoe worden de verhalen door anderen geëvalueerd? .....	13
5 Resultaten .....	14
5.1 Waaraan moet een verhaal voldoen volgens de literatuur? .....	14
5.2 Wat doet de lesmethode? .....	15
5.3 Wat doen docenten aan storytelling?.....	17
5.4 Waar ligt de interesse van de leerlingen? .....	19
5.5 Hoe kun je gebruikmaken van storytelling bij de afgeleide en de logaritme?.....	22
5.6 Hoe worden de verhalen door anderen geëvalueerd? .....	24
6 Conclusies en discussie.....	27
6.1 Conclusie.....	27
6.2 Discussie.....	28
6.3 Aanbevelingen .....	29
Literatuur.....	30
Bijlagen .....	32
A. Vragenlijst leerlingen.....	32
B. Analyse lesmethode .....	33
C. Voorbeelden van verhalen van docenten .....	37
D. Uitgeschreven interviews docenten.....	42
E. Resultaten vragenlijst leerlingen .....	61
F. Verhalen afgeleide en logaritme .....	63
G. Reactie expertgroep.....	65

# 1 Inleiding

Een van de meest gestelde vragen van leerlingen in de wiskundeles is “Waarom moeten we dit leren?” (Soto y Koelemijer, 2015). In meerdere onderzoeken is te lezen dat leerlingen het wiskundeonderwijs als saai ervaren (Soto y Koelemijer, 2015; Grommen, 2019). Ook tijdens mijn stage zag ik dat in de klassen 4 en 5 havo wiskunde B de leerlingen niet zeer gemotiveerd zijn om met wiskunde bezig te zijn. Ze zien het nut niet van de wiskunde en vinden het moeilijk om een link te kunnen leggen tussen de wiskunde en het dagelijks leven. Dit is ook terug te zien in hoe de wiskunde tegenwoordig onderwezen wordt. Leerlingen krijgen een nieuwe procedure aangeleerd om een vraagstuk op te lossen en oefenen hier vervolgens mee door sommen van het boek te maken. Aan het einde van de rit wordt getoetst of de leerling de vaardigheden onder de knie heeft. Hier is dan ook het voornaamste doel van de leerlingen te vinden: het halen van het wiskunde examen.

In een effectieve les dient de docent betekenis te geven aan de lesstof en aandacht voor nieuwsgierigheid en motivatie te hebben (Ebbens & Ettekove, 2015). Ook leerlingen geven aan dat een goede docent hen motiveren kan door onder meer de vakinhoud af te stemmen op hun belevingswereld (Conradi, 2016). In een van mijn eerste lessen van de stage ben ik de les begonnen met een verhaaltje over eb en vloed. Vanuit dit voorbeeld heb ik de link gelegd met sinusfuncties. Het viel me op hoeveel leerlingen met aandacht naar mijn verhaal aan het luisteren waren. Zelfs de leerlingen die ik met moeite moet betrekken bij de klassikale uitleg waren nu met interesse aan het luisteren. Kortom, het verhaal om de wiskunde heen motiveert leerlingen. Een keer het wiskundeboek niet aan het begin van de les open moeten slaan en achterover kunnen leunen om een verhaal te luisteren geeft de wiskundeles een waardevolle variatie.

Motivatie is een van de vijf dimensies die Marzona en Miedema (2018) beschrijven in het boek *Leren in vijf dimensies*. Het ‘schools leren’ zou hierbij plaats moet maken voor het ‘leren voor het leven’. De lesstof moet waardevol en relevant voor de leerlingen zijn. Ook Stichting Leerplan Ontwikkeling (SLO) stelt voort om enkele metadoelen aan het wiskundeonderwijs toe te voegen om het onderwijs toekomstbestendig te maken (SLO, 2019). Deze doelen zijn onder andere leerlingen doen inzien dat wiskunde bijdraagt aan een betere wereld en leerlingen doen inzien dat ze wiskunde kunnen toepassen in andere vakken.

Een manier om het wiskundeonderwijs meer betekenis te geven is het toepassen van storytelling in de les. Door middel van een verhaal geef je de leerlingen context bij de sommen. Je laat daarnaast de menselijk kant van wiskunde zien. Wiskunde heeft er niet altijd zo uitgezien zoals het nu in de schoolboeken aangeboden wordt. Met verhalen wordt de lesstof levendiger en wordt er variatie in de les aangeboden naast het maken van sommen uit het boek. In dit onderzoek wil ik kijken hoe storytelling in het wiskundeonderwijs toegepast kan worden. Ik heb van meerdere wiskundedocenten op mijn stageschool gehoord dat ze meer context om de stof heen willen aanbieden maar niet weten hoe ze dit moeten aanpakken. Ook uit de literatuur blijkt dat docenten de waarde van storytelling inzien, maar door de drukte de prioriteit leggen op het curriculum en verhalen achterwege laten (Peleg, et al., 2017).

De centrale onderzoeksvraag van dit onderzoek luidt:

*“Op welke wijze kan storytelling in het wiskundeonderwijs worden toegepast?”*

Er wordt gekeken hoe docenten verhalen in de wiskundeles van 4 havo wiskunde B kunnen gebruiken om leerlingen gemotiveerder voor het vak te maken. Hierbij wordt onderzocht wat docenten nu al op het gebied van storytelling doen. Daarnaast wordt er gekeken naar de lesmethode en worden de wensen van de leerlingen met betrekking tot wiskunde verhalen in kaart gebracht. Deze informatie wordt gebruikt om twee verhalen te bedenken voor de onderwerpen afgeleide functie en logaritme.

## 2 Theoretisch kader

Er zijn vele onderzoeken gedaan naar storytelling. Storytelling is een oude traditie die bij ieder volk terug te zien is. Tegenwoordig wordt het op verschillende vlakken toegepast waaronder in het onderwijs. Hieronder wordt de belangrijkste informatie over storytelling in het onderwijs uiteengezet, verdeeld in de kopjes: de definitie van storytelling, storytelling als middel voor motivatie en het gebruik van storytelling in de les.

### 2.1 De definitie van storytelling

Storytelling, of verhalen vertellen zoals de Nederlandse vertaling luidt, is een eeuwenoude activiteit die in alle culturen plaatsvindt. Het is een interactieve kunst van woorden en acties om een verhaal te ontdekken waarbij de verbeelding van de luisteraar gestimuleerd wordt (National Storytelling Network, 2017). Het woord story komt van het Grieks en betekent weten, kennis en wijsheid (Yoder-Wise & Kowalski, 2003). Storytelling is naast een taalkundige en culturele activiteit ook een educatieve activiteit omdat de luisteraar de kans krijgt om zijn persoonlijk begrip te delen met anderen (Mello, 2001). De luisteraar creëert een geïntegreerde en educatieve geest die zowel met de logische als de verbeeldende manier van weten verbonden is (Egan, 1997, in Mello, 2001). De voornaamste doelen van storytelling zijn vermaak, leren, begrijpen en culturele verbinding (Snowden, 1999). Daarnaast geeft een verhaal de luisteraar een boodschap mee (Kainan, 1995). Het belangrijkste verschil tussen storytelling en het lezen van een verhaal is de lichaamstaal en intonatie waarmee het verhaal verteld wordt (Unicheck Team, 2015). Lezen moet je zelf doen, terwijl je bij storytelling achteroverleunend je fantasieën kan laten gaan.

Er is grofweg een driedeling van verhalen te maken (Catapano, 2018). Allereerst zijn er verhalen die over gebeurtenissen in het verleden gaan: de geschiedenis. Daarnaast zijn er verhalen die zich in het hier en nu afspelen. Dit kunnen persoonlijke verhalen zijn, verhalen die je via via hebt gehoord of algemeen bekende verhalen. In deze verhalen wordt vaak de koppeling met de praktijk gemaakt. Tot slot zijn er “stel je voor dat” verhalen waarbij je naar de toekomst gaat kijken. Hierbij kunnen de verhalen ook fictief van aard zijn. Snowden (1999) en Peleg et al. (2017) maken daarnaast onderscheid tussen paradigmatische en beschrijvende verhalen. (Door Snowden wordt dit Story Feature en Structure-Affect genoemd.) Paradigmatische verhalen hebben als doel om een formeel en wiskundig systeem te beschrijven en uit te leggen (Bruner, 1986). Het gaat hierbij meestal om natuurverschijnselen die wetenschappelijk benaderd worden. Er wordt gebruik gemaakt van oorzaak/gevolg relaties en procedures om de correctheid hiervan te controleren. Een voorbeeld van een paradigmatisch verhaal is de ontdekking van pi, waarbij over de jaren heen de benadering steeds nauwkeuriger werd. Beschrijvende verhalen draaien om menselijke keuzes en acties (Bruner, 1986) en hebben als doel om een goed, meeslepend verhaal over te brengen. De ervaringen van de hoofdpersoon worden gedeeld met de luisteraar. Een voorbeeld van een beschrijvend verhaal is de schatzoeker die jaren geleden een schat begraven heeft op een onbewoond eiland en op basis van de positie van twee bomen kan bepalen waar de schat ligt<sup>1</sup>. Het verschil tussen paradigmatische en beschrijvende verhalen is de abstractie en correctheid waar paradigmatische verhalen naar toe werken terwijl beschrijvende verhalen vanuit verschillende perspectieven verteld kunnen worden en dus niet één waarheid hebben. Soto y Koelemeijer (2017) stelt dat voor verhalen in het wiskundeonderwijs beide vormen een belangrijke rol spelen. Wiskunde gaat over verhoudingen, structuren en correctheid, maar de interpretatie van de wiskunde door bijvoorbeeld het lesboek, de wiskundedocent of de wiskundige zelf kan verschillend zijn. Het beschrijven van deze interpretaties kan bijdragen aan een meeslepend verhaal.

---

<sup>1</sup> Dit is een wiskundige probleem, ook wel bekend als het Geometry Pirate Treasure Problem, waarbij de leerlingen de opdracht krijgen om op basis van enkele meetkundige principes de locatie van de schat te construeren.

Met de komst van de computer en de mobiele telefoon is storytelling een digitale weg ingeslagen. Naast de eeuwenoude mondelinge vorm van storytelling, vindt storytelling nu ook plaats via verschillende media- en softwaretoepassingen. Digitale storytelling omvat korte filmpjes van circa vijf minuten, video clips, soundtracks en vertellingen zoals praatjes met een slide show of interactieve presentaties zoals podcasts en blogs. Een enkele afbeelding of cartoon valt niet onder digitale storytelling omdat deze slechts een situatie schets maar niet verder een verhaal uitbeeldt. Het kan wel ter ondersteuning dienen van een verhaal. Bij digitale storytelling gaat het niet zo zeer om de interactie, zoals bij games, maar ligt de focus bij de creatie van persoonlijke verhalen en het stimuleren van de verbeelding (McLellan, 2006). Voor dit onderzoek ligt de focus op de traditionele wijze van storytelling waarbij het verhaal verbaal overgedragen wordt. De komst van digitale storytelling kan ondersteuning bieden bij deze traditionele wijze van storytelling.

## 2.2 Storytelling als middel voor meer motivatie

Kinderen hebben een levendige fantasie. Voor kinderen is het moeilijk om wiskunde zuiver formeel te beschouwen (Pagen, 2002). Hoewel wiskunde de laatste jaren aan populariteit heeft gewonnen, met name onder de meiden, blijft de motivatie om daadwerkelijk met wiskunde aan de slag te gaan achter (SLO, 2019). Wiskunde kan gezien worden als een cumulatieve wetenschap waarbij het verleden, het heden en de toekomst aan elkaar gerelateerd zijn. Wiskunde is deel van ons historisch erfgoed (Siu, 2000). Door het verleden van het onderwerp te koppelen aan de nieuwe lesstof wordt de wiskunde levendiger en is wiskunde meer dan alleen sommetjes maken. Mensen voelen zich om verschillende redenen aangetrokken tot de wiskunde. Voor sommigen is het de kick van het oplossen of de bevrediging van het creëren van modellen, voor anderen het feit dat je met wiskunde een hoop nuttige dingen kunt doen (Pagen, 2002). Om leerlingen te helpen om zich betrokken te voelen bij wiskunde werkt het om een verhaal om de stof heen te vertellen. Leerlingen ervaren verhalen als grappig, cool of gedurfd waarbij de gegeven informatie voor de leerlingen interessant wordt (Mello, 2001).

In veel onderzoeken komt naar voren dat het toepassen van storytelling in het wiskundeonderwijs leidt tot gemotiveerdere leerlingen die bereid zijn om de verdieping of verbreding van de stof op te zoeken (Snowden, 1999; Dewi, et al., 2018; Zhang, et al., 2019). Daarnaast draagt storytelling bij aan een dieper begrip en het verbeteren van metacognitieve vaardigheden (Dewi, et al., 2018; Pagen, 2002; Peleg, et al., 2017). Bij het horen van verhalen activeren de hersenen zogenaamde niet-gerelateerde gedeelten. Dit is de zwijsende kennis die pas geactiveerd wordt als er naar gevraagd wordt (Snowden, 1999). Daar tegenover staat de expliciete kennis die men direct kan opnoemen. Mello (2001) beschrijft nog drie andere positieve effecten die de link tussen storytelling en onderwijs teweeg brengt: allereerst ondersteunen verhalen van verschillende culturen de creatie van het multiculturele bewustzijn, daarnaast helpen ze bij het creëren van zelfbesef en tot slot bevorderen ze de groei van de verbeelding. Kortom, storytelling biedt de leerlingen kansen om hun verbeelding te gebruiken om de stof beter te kunnen begrijpen.

Bij storytelling wordt voor de koppeling met de praktijk naar de geschiedenis van de wiskunde gekeken. Berlinghoff en Gouvêa (in Daems, 2016) beweren dat het gebruik van geschiedenis bij de wiskundeles het blikveld van de leerling kan verbreden. Wiskunde bouwt voort op het werk van anderen. Door oude bronnen te gebruiken geef je een beeld van wiskunde als een levend vak, door mensen gemaakt (Daems, 2016). Hiermee wordt de wiskunde in een sociale context geplaatst (Siu, 2000). Daarnaast kan het teruggrijpen naar de geschiedenis een stukje bewustwording creëren bij de docenten: als je weet hoe moeizaam de acceptatie van negatieve getallen verliep, kun je meer begrip opbrengen voor leerlingen die daarmee worstelen (Daems, 2016).

### 2.3 Het gebruik van storytelling in de les

Er zijn verschillende manieren waarop storytelling in de klas kan plaatsvinden. De meest gebruikte vorm is een anekdote (Daems, 2016). Anekdoten worden gebruikt om de leerlingen te inspireren en de link te leggen tussen de wiskundige stof en de cultuurhistorische context (Siu, 2000). Daarnaast wordt in verhalen de wiskunde gekoppeld aan voorbeelden uit het dagelijks leven. De moderne samenleving zou niet meer kunnen functioneren zonder wiskunde, en daar staan wij vaak niet bij stil (Stewart, 2014). Zoals de wiskundige Lex Schrijver ooit zei (Mols & Smeets, 2014): “Wiskunde is als zuurstof. Als het er is, merk je het niet. Als het er niet zou zijn, merk je dat je niet zonder kunt.” Veel dingen die we nu gewoon vinden, hadden niet ontwikkeld kunnen worden als er geen kennis van de wiskunde was. Door leerlingen de relevantie van wiskunde te laten zien, begrijpen ze waarom ze wiskunde moeten leren. Dit draagt bij aan de motivatie. Een andere vorm van storytelling die weinig gebruikt wordt in het onderwijs is het bestuderen van de ontwikkeling van de wiskundige ideeën door naar de meester zelf te kijken (Siu, 2000). Hier wordt verwezen naar primaire bronnen van wiskundigen, bijvoorbeeld de proposities van Euclides.

Bij het vertellen gaat het niet alleen om het verhaal dat verteld wordt maar ook om de manier waarop het verteld wordt (Mello, 2001). Dennehy (in Yoder-Wise & Kowalski, 2003) beschrijft vijf stappen om een verhaal aantrekkelijk te vertellen: beschrijf de setting, tijd, locatie, personen zodat de luisteraar een band kan creëren met het karakter; bouw het plot op waardoor je wilt weten wat er daarna gebeurde; los de crisis op, dit geeft de luisteraar een “ah-ha” gevoel; beschrijf de geleerde les dit is kernboodschap van het verhaal; leg uit hoe het karakter veranderde, dit kan mensen helpen om zich aan te passen. Naast de manier waarop het verhaal verteld wordt is het belangrijk dat de docent zich prettig voelt bij het vertellen van het verhaal (Peleg, et al., 2017). Een verhaal kan minder goed overkomen als de docent niet met passie en overtuiging het verhaal kan brengen. Dan is het beter om het verhaal achterwege te laten.

Ondanks dat in meerdere onderzoeken positief gesproken wordt over storytelling in het onderwijs wordt er in de praktijk nog weinig mee gedaan. Uit een bevraging van Europese leerkrachten in het lager en secundair onderwijs blijkt dat veel leraren storytelling wel willen gebruiken, maar hiervoor meer goede voorbeelden nodig hebben (Craeyvelt, 2014). Docenten zijn erg druk met het verzorgen van het reguliere programma. De extra tijd en moeite die ze in de verhalen zouden moeten steken zien ze als drempel wat ze weerhoudt van het gebruik van storytelling in de les, ondanks dat ze inzien dat dit relevant is (Peleg, et al., 2017). Daarnaast biedt het curriculum weinig ruimte voor storytelling. Docenten proberen de leerlingen zo goed mogelijk voor te bereiden op de toetsen zodat er goed gescoord wordt (Soto y Koelemijer, 2015). Daarbij komt storytelling niet tot nauwelijks aan bod.

### 3 Onderzoeksvragen & hypothese

Hieronder staan de onderzoeksvraag en deelvragen uitgeschreven. Daarna wordt bij iedere deelvraag een hypothese geformuleerd.

#### 3.1 Onderzoeksvragen

Storytelling draagt bij aan de motivatie van leerlingen om een dieper en breder begrip te creëren (Dewi, Kannapiran, & Wibowo, 2018). In de wiskundelessen op mijn stageschool wordt weinig tot geen aandacht besteed aan storytelling. Het doel van dit onderzoek is om te kijken welke plek storytelling in het wiskundeonderwijs zou kunnen krijgen. Hierbij zal ik me richten op het wiskunde B onderwijs van 4 havo. De intrinsieke motivatie ontbreekt veelal bij deze groep leerlingen, wat resulteert in veel zittenblijvers en doorstromers naar het vmbo. Gemiddeld blijft 18% van de leerlingen zitten en stroomt 12% af naar een lager niveau (Centraal Planbureau, 2015; Salm, 2008). Dit is het driedubbele van het aantal zittenblijvers in het vwo. Daarnaast wordt met wiskunde B veel abstracte stof behandeld waardoor het voor leerlingen lastig is om een beeld bij de wiskunde te vormen. Een terugkerend thema bij wiskunde B is de differentiaalrekening. Door een groot deel van de leerlingen wordt dit gezien als een trucje. Maar er zit een hele wereld achter de differentiaalrekening. Vandaar dat ik me in dit onderzoek verder ga verdiepen in storytelling bij de afgeleide functie. Daarnaast is de logaritme voor leerlingen die hier voor het eerst van horen een abstract begrip. Leerlingen zien de logaritme als een soort blackbox waar iets in gaat en een getal weer uit komt. Om de leerlingen iets meer gevoel en begrip bij het onderwerp logaritme te laten krijgen is dit het tweede onderwerp waar ik me in dit onderzoek in wil verdiepen.

De onderzoeksvraag die hierbij centraal staat, luidt:

*“Op welke wijze kan storytelling in het wiskundeonderwijs worden toegepast?”*

Het onderzoeksdoel dat hieraan gekoppeld is, is driedelig:

1. Beschrijven welke rol storytelling in het huidige wiskundeonderwijs van havo 4 wiskunde B kan hebben.
2. Onderzoeken op welke wijze een docent storytelling kan toepassen bij een hoofdstuk over de afgeleide functie en over de logaritme.
3. Ontwikkelen van een verhaal voor 4 havo wiskunde B dat gebruikt kan worden in een les met de onderwerpen afgeleide functie en logaritme.

Om dit onderzoeksdoel te kunnen realiseren zijn een aantal deelvragen opgesteld die betrekking hebben op een of meerdere onderzoeksdoelen:

1. Waaraan moet volgens de literatuur een verhaal voldoen om gebruikt te kunnen worden voor storytelling in de wiskundeles?
2. Wat doen de lesmethodes Getal & Ruimte en Moderne Wiskunde aan storytelling in de tweede fase havo wiskunde B?
3. Wat doen de wiskundedocenten nu al aan storytelling?
4. Welke onderdelen van een verhaal worden door de leerlingen als interessant ervaren?
5. Hoe kun je storytelling gebruiken bij een les over de afgeleide functie en een les over de logaritme?
6. Hoe evalueert een expertgroep de twee verhalen over de afgeleide en de logaritme?



## 3.2 Hypothese

Hieronder volgt per onderzoeksvraag een korte hypothese. De nummers corresponderen met de nummers voor de onderzoeksvragen.

1. Er wordt verwacht dat storytelling op veel verschillende manieren toegepast kan worden in het wiskundeonderwijs, maar dat niet alle manieren aansluiten op de wensen van de leerlingen en de eisen van de docenten. De belangrijkste eigenschap van een verhaal zal het plot zijn, dat de structuur van het verhaal weergeeft.
2. De methode geeft bij sommige vragen een context erbij, maar deze is veelal omslachtig en niet relevant voor het maken van de som. Het verhaal moet een toegevoegde waarde hebben bij de theorie, anders kan het net zo goed weggelaten worden.
3. Docenten willen wel verhalen vertellen, als het maar niet te veel voorbereidingstijd kost. Daarnaast heeft iedere docent een eigen stijl van lesgeven ontwikkeld. Bij de ene docent zal het meer voor de hand liggen om zelfverzonnen verhalen te gebruiken terwijl de andere docent alleen enkele feitelijke praktijkvoorbeelden zal geven.
4. Leerlingen zien graag de vraag "Waarom moeten we dit leren?" beantwoord worden. Ze zijn daarom geïnteresseerd in verhalen over de toepassing van de wiskunde in het dagelijks leven. Daarnaast zijn er enkele leerlingen die ook willen weten waarom de wiskunde er is zoals deze onderwezen wordt. Met andere woorden, waar komt de wiskunde vandaan?
5. Voor de afgeleide en de logaritme kan je een verhaal gebruiken om het onderwerp te introduceren en de leerlingen nieuwsgierig en gemotiveerd maken voor het onderwerp. Een verhaal over de afgeleide kan gaan over het optimaliseren van de inhoud van een doos waarbij er maar een bepaalde hoeveelheid materiaal is. De logaritme kan geïntroduceerd worden aan de hand van de ontdekking van John Napier die logaritmen gebruikte om grote getallen met elkaar te kunnen vermenigvuldigen.
6. Een verhaal zoals de schrijver het bedacht heeft, komt niet altijd volledig over bij de luisteraar. De expertgroep zal de verhalen waarderen en inspirerend vinden, maar zij zal ook nog enkele onderdelen missen of niet volledig begrijpen uit het verhaal.

## 4 Methode

Hieronder staat per deelvraag de methode beschreven. Er wordt gekeken naar de procedure, de respondenten, de gebruikte instrumenten en hoe de data uiteindelijk geanalyseerd zal worden.

### 4.1 Waaraan moet een verhaal voldoen volgens de literatuur?

Er wordt hier een korte literatuurstudie gedaan naar componenten waaraan een verhaal moet voldoen om succesvol toegepast te kunnen worden in het wiskundeonderwijs. Hierbij wordt gekeken naar een algemene opbouw van een verhaal en iets specifieker naar de veel voorkomende eigenschappen van een educatief verhaal. Balakrishnan heeft in 2008 een onderzoek gedaan naar de verschillende vormen van storytelling in het wiskundeonderwijs. In 2009 hebben Rina Zazkis en Peter Liljedahl het boek "Teaching Mathematics as Storytelling" uitgebracht waarin een uitgebreid overzicht aan wiskundige verhalen aangeboden wordt. Tot slot is in Nederland de wiskundige Gerardo Soto y Koelemijer actief op het gebied van storytelling in het wiskundeonderwijs; hij heeft onder andere het artikel "Shaping Mathematics into Stories by means of Propp's Narratemes" gepubliceerd.

Vanuit de informatie uit de literatuur zijn de belangrijkste elementen voor een goed verhaal opgesomd. Deze lijst met elementen wordt gebruikt bij het ontwerpen van de twee verhalen over de afgeleide en de logaritme in deelvraag 5, verderop in dit onderzoek.

### 4.2 Wat doet de lesmethode?

Om een beeld te krijgen van de rol van storytelling in het wiskundeonderwijs, zal eerst geïnventariseerd worden wat de huidige stand van zaken is. De methodes Getal & Ruimte en Moderne Wiskunde zullen hiervoor geanalyseerd worden. Er wordt bij beide methodes gekeken naar de hoofdstukken afgeleide functie en logaritme omdat hiervoor later een les ontwikkeld wordt. Hieronder staat in een tabel weergegeven welke hoofdstukken dit zijn<sup>2</sup>.

Tabel 1: De onderwerpen afgeleide functie en logaritme in de lesmethode Getal & Ruimte en Moderne Wiskunde

Onderwerp	Getal & Ruimte	Moderne Wiskunde
De afgeleide functie	Hoofdstuk 2 & 6	Hoofdstuk 6 havo 4 Hoofdstuk 4 havo 5
De logaritme	Hoofdstuk 5.4	Hoofdstuk 1 havo 5

Bij het analyseren van beide methodes wordt gekeken in hoeverre er in het hoofdstuk gebruik gemaakt wordt van verhalen. Hierbij wordt onderscheid gemaakt tussen: de uitleg, de sommen, en extra informatie/verdiepende sommen. Bij de sommen kan onderscheid gemaakt worden tussen sommen die context bieden en sommen die vanuit een verhaal opgebouwd zijn. Sommen die in één zin context toevoegen aan de opgave, zoals een tijd-afstand diagram van een wielrenner, vallen voor deze analyse niet onder verhaaltjessommen. De verhaaltjessommen moeten voldoen aan de structuur waarbij de drie componenten: opzet, informatie en vraag voorbij komen (Gerofsky, 1996). In de opzet worden tijd, locatie en personage beschreven, waarna de gegeven informatie noodzakelijk is om de som op te lossen. Indien er gebruik gemaakt wordt van verhalen, wordt gekeken om welk type verhaal het gaat, wat het achterliggende doel van het verhaal is en op welke plaats in het onderwijs het verhaal toegepast wordt.

Hieronder is een classificatie gemaakt die in de literatuur terug te vinden is.

---

<sup>2</sup> De methode Getal & Ruimte bestaat bij havo wiskunde B uit drie delen waarbij de hoofdstuknummers doortellen. Bij Moderne Wiskunde zijn er twee boeken, één voor havo 4 en de ander voor havo 5. In havo 5 worden de hoofdstukken weer opnieuw genummerd. De onderwerpen afgeleide functie en logaritme komen bij Getal & Ruimte beide aan bod in de vierde klas. Bij Moderne Wiskunde komt een deel pas in de vijfde klas aan bod.

Tabel 2: Classificatie van een verhaal

Categorieën voor de classificatie	
Het type verhaal (Catapano, 2018)	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Geschiedenis van de wiskunde</li> <li>○ Koppeling met de praktische toepassing</li> <li>○ Fictief verhaal</li> </ul>
Het doel van het verhaal (Casey, Kersh, & Mercer Young, 2004)	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Samenhang met andere objecten/disciplines in het dagelijks leven</li> <li>○ Samenhang tussen de theorie en wiskundige ideeën</li> <li>○ Achtergrond informatie bij een wiskundig concept</li> <li>○ Afwisseling in de les/geen specifiek doel</li> </ul>
De plaats van het verhaal in het onderwijs (Balakrishnan, 2008) <sup>3</sup>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Een verhaal om een onderwerp te introduceren</li> <li>○ Een verhaal ter afsluiting van een onderwerp</li> <li>○ Een verhaal om tussendoor een onderwerp te ondersteunen</li> <li>○ Een verhaal ter vervanging of ter ondersteuning van de uitleg</li> </ul>

Het eindproduct van deze eerste stap is een classificatie van verhalen. Er wordt een tabel (Tabel 3) ingevuld waarbij ieder verhaal in de lesmethode geclassificeerd wordt zoals in Tabel 2. Daarnaast wordt er kwantitatief naar de lesmethoden gekeken. Van het totaal aantal sommen wordt bepaald hoeveel sommen voldoen aan de structuur van Gerofsky (1996).

Tabel 3: Lege tabel voor invullen van de resultaten van de analyse van de lesmethode

HOOFDSTUK ...			
Verhaal	Type verhaal	Doel van verhaal	Plaats in onderwijs
Uitleg			
...	...	...	...
Sommen			
...	...	...	...
Extra			
...	...	...	...

### 4.3 Wat doen docenten aan storytelling?

Om een beeld te krijgen hoe een docent storytelling in de les kan gebruiken wordt gekeken naar wat wiskundedocenten nu al doen aan storytelling. Er worden elf docenten uit de regio geïnterviewd die wiskunde B in de bovenbouw verzorgen. Zie voor het overzicht van respondenten Tabel 4.

Tabel 4: Respondenten interview storytelling bij docenten

School	Aantal docenten
TCC de Thij, Oldenzaal	3
TCC Lyceumstraat, Oldenzaal	3
Bonhoeffer College Van der Waalslaan, Enschede	2
Carmel College Salland, Raalte	2
CSG Reggesteyn, Nijverdal	1

<sup>3</sup> Verhaaltjessommen vervullen de rol om een vraag te stellen (Balakrishnan, 2008). Maar naast het stellen van vragen kan een verhaaltjessom gebruikt worden om een onderwerp te introduceren of af te sluiten waarbij de context om de som voor diepgang zorgt. Voor de sommen wordt dus gekeken naar deze laatste rol en niet naar de rol om vragen te stellen.

Bij het interview wordt kort een introductie op het onderwerp storytelling gegeven, zodat de docent zich een beeld kan vormen bij het onderwerp. Daarna worden enkele vragen gesteld die sturing geven aan het gesprek. Hieronder zijn de vragen voor de docenten vermeld:

1. Als u de uitleg over storytelling zo hoort, zijn er dan enkele verhalen die bij u naar boven komen die u in de klas vertelt? Kunt u enkele voorbeelden geven? (Denk bijvoorbeeld aan een verhaal over Thales bij de stelling van Thales)
2. Als u deze verhalen vertelt, doet u dat ook met een bepaald doel in het achterhoofd?
3. Is er een bepaalde plek in de les waar u verhalen vertelt? Bijvoorbeeld ter introductie op de lesstof of ter afsluiting.
4. Wat is de reactie vanuit de klas op het horen van deze verhalen?
5. Heeft u bepaalde behoeftes om meer verhalen in de klas te kunnen vertellen?

Er wordt bij het interview vanuit gegaan dat de docent wel eens verhalen in de les gebruikt. Mocht dit niet het geval zijn, dan worden de vragen 2 tot en met 4 overgeslagen en wordt er gekeken naar de behoefte van de docent om verhalen in de les te gebruiken. Met de vragen 1 tot en 3 wordt er gekeken naar de classificatie van het verhaal, zoals ook weergegeven in Tabel 2. Er wordt gekeken naar het type verhaal, het doel ervan en de plaats van het verhaal in de les. Met vraag 4 wordt gekeken naar de reactie van de leerlingen. Het vergroten van de motivatie is een van de belangrijkste motieven voor het gebruik van storytelling en wordt gezien als aanleiding voor dit onderzoek. Het effect van storytelling op de motivatie valt echter buiten de scope van dit onderzoek. De reactie van de leerlingen wordt wel gebruikt om te toetsten of de verhalen bij de leerlingen aankomen. Tot slot wordt er gevraagd of de docent meer verhalen zou willen vertellen en wat hij hierbij nodig heeft. Het resultaat van dit onderzoek zou deze behoefte van docenten al deels kunnen vervullen. Daarnaast biedt het antwoord op deze laatste vraag suggesties voor vervolgonderzoek op het gebied van storytelling in het wiskundeonderwijs.

De uitkomsten van de interviews worden zowel kwalitatief als kwantitatief samengevoegd. Antwoorden die in verschillende interviews terugkomen worden gebundeld zodat er één overzicht komt met de meest gegeven antwoorden van de docenten. Per vraag worden de belangrijkste bevindingen genoteerd. Deze bevindingen kunnen vervolgens gebruikt worden bij het opstellen van de twee verhalen over de logaritme en de afgeleide functie (zie hiervoor ook 4.5).

#### 4.4 Waar ligt de interesse van de leerlingen?

Om naast een beeld van de docenten ook een beeld van de leerlingen te kunnen vormen wordt een vragenlijst bij de 4 havo wiskunde B leerlingen van TCC de Thij in Oldenzaal afgenomen. In totaal heeft de Thij 35 leerlingen havo 4 die wiskunde B volgen. Hiervan zijn er 29 die de vragenlijst ingevuld hebben. De vragenlijst (zie Bijlage A) wordt aan het einde van een les bij de leerlingen afgenomen. In de vragenlijst moeten de leerlingen op een schaal van 1 tot 10 aangeven of ze geïnteresseerd zijn in een bepaald type verhaal, het soort doel van het verhaal en de plaats van het verhaal in de les. Hierbij staat een score 1 voor saai/niet mee eens, 5 voor geen mening en een 10 voor super leuk/eens. Alle getallen daartussen geven een mening tussen saai en leuk aan. Tot slot is er een open vraag waar leerlingen die dat nog willen een uitgebreidere mening over verhalen kwijt kunnen. Voor de eerste drie vragen gaat de leerling er vanuit dat er storytelling in de les plaatsvindt. Leerlingen hebben bij de laatste vraag de kans om ook aan te geven geen interesse in verhalen te hebben. Daarnaast kunnen leerlingen aangeven of ze bepaalde onderwerpen hebben waar ze meer over zouden willen weten middels een verhaal.

De resultaten van de vragenlijst worden visueel weergegeven aan de hand van een boxplot. Op deze wijze wordt de spreiding van de gegeven antwoorden inzichtelijk gemaakt. Er wordt namelijk verwacht dat de antwoorden van de leerlingen verschillend kunnen zijn. Daarnaast wordt voor iedere vraag de gemiddelde score uitgerekend.

Op basis van antwoorden op de vragen wordt voor de drie classificaties van een verhaal een prioritering gemaakt. Er wordt hierbij gekeken naar het gemiddelde cijfers dat de leerlingen geven als ook naar de spreiding tussen de antwoorden van de leerlingen. Categorieën met een hoog gemiddelde en/of een hoge waarde voor de mediaan staan ook hoog in de prioritering. De open vraag kan gebruikt worden om concrete voorbeelden waarover leerlingen een verhaal zouden willen horen te verzamelen.

#### 4.5 Hoe kun je gebruikmaken van storytelling bij de afgeleide en de logaritme?

Voordat er twee verhalen ontworpen worden voor de afgeleide en de logaritme wordt de verzamelde informatie die verkregen is in de vorige drie onderzoeksvragen kort geanalyseerd. Voor de classificatie van een verhaal wordt gekeken naar de meest voorkomende classificatie van verhalen die in de lesmethode terug komt, de classificatie van verhalen die docenten vertellen en naar de prioritering van de classificatie zoals leerlingen deze graag zouden willen zien. Op basis van deze drie resultaten worden twee combinaties gekozen die als classificering voor de twee te maken verhalen gebruikt wordt.

Er worden twee verhalen ontworpen die voldoen aan de belangrijkste elementen van een verhaal (zoals beschreven in 4.1) en geclassificeerd kunnen worden zoals hierboven vastgesteld is. De doelgroep voor beide verhalen is 4 havo wiskunde B. De duur van de verhalen is circa vijf minuten. De onderwerpen van de verhalen zijn de afgeleide functie die in de wiskunde al vaak aan de praktijk gekoppeld wordt en de logaritme wat een abstract onderwerp is waarbij storytelling niet direct voor de hand ligt.

Beide verhalen worden uitgeschreven en door mijzelf verteld en opgenomen. Bij beide verhalen wordt een toelichting gegeven op welke wijze de belangrijkste elementen van een verhaal terugkomen in het verhaal en waaraan te zien is dat het verhaal voldoet aan de vooraf opgestelde classificering.

#### 4.6 Hoe worden de verhalen door anderen geëvalueerd?

Het eindresultaat van de vijfde onderzoeksvraag levert twee filmpjes op waarin ik een verhaal vertel over de afgeleide functie en de logaritme. De filmpjes worden bekeken door een expertgroep, bestaande uit vier mede studenten van de master ECB wiskunde aan de universiteit Twente. De expertgroep evalueert de filmpjes op basis van de belangrijkste elementen van een verhaal. Het gaat er hierbij om of het verhaal zoals deze ontworpen is ook overkomt bij de luisteraar. Hiervoor krijgt de expertgroep een korte uitleg over de belangrijkste elementen van een verhaal. Daarna wordt gevraagd om voor beide filmpjes de volgende vragen te beantwoorden:

1. Welke elementen zie je terug in dit verhaal? Kun je ook kort in één of twee zinnen beschrijven hoe deze elementen terugkomen?
2. Welke elementen missen in dit verhaal? Heb je suggesties hoe je deze elementen zou kunnen toevoegen?
3. Wat vind jij het belangrijkste element van dit verhaal?
4. Zou je dit verhaal ook zelf in de les willen gebruiken? Waarom wel/niet?

De antwoorden van de studenten uit de expertgroep worden met elkaar vergeleken om tot één resultaat van de expertgroep te komen. Daarna wordt dit resultaat vergeleken met de toelichting die bij het verhaal geschreven is (zoals beschreven staat bij 4.5). Tot slot worden er op basis van deze bevindingen mogelijke verbeteringen voorgesteld voor de twee verhalen.

## 5 Resultaten

Hieronder wordt per onderzoeksvraag het resultaat gegeven. Bij enkele resultaten wordt verwezen naar de bijlage waar het uitgebreide resultaat te lezen is.

### 5.1 Waaraan moet een verhaal voldoen volgens de literatuur?

In paragraaf 2.1 is een uitgebreide definitie van storytelling gegeven. In deze paragraaf wordt gedetailleerder naar een verhaal gekeken en beschreven welke elementen een verhaal zou moeten bevatten om waardevol te zijn. De bronnen die bekeken zijn geven elk net een andere invulling aan de structuur van een goed verhaal. In globale lijnen is een verhaal opgebouwd uit drie elementen: een begin waarin een probleem beschreven wordt, een midden waarin het gegeven conflict zich verder ontwikkelt en een einde waarin het probleem opgelost wordt (Zazkis & Liljedahl, 2009). Dit laatste element waarbij het probleem opgelost wordt, wordt vaak bewust open gelaten zodat de leerlingen er zelf invulling aan kunnen geven.

Zazkis en Liljedahl (2009) gaan nog iets gedetailleerder in op de structuur van een verhaal. Zij beschrijven de opbouw van een interessant en vermakelijk verhaal aan de hand van zeven elementen. Het belangrijkste element van een verhaal is een *plot*. Het plot leidt de luisteraar door het verhaal heen en brengt een boodschap over aan de luisteraar zoals de auteur deze voor ogen heeft. Het plot vormt het toneel voor de overgang van het horen van wiskunde naar het doen van wiskunde. Daarnaast draait het in een verhaal om een *conflict* dat opgelost dient te worden. Dit is het probleem of de vraag die je aan de leerlingen overlaat om op te lossen. Het conflict dient zo gekozen te worden dat de luisteraar zich er in kan herkennen. Hiermee krijgt het conflict betekenis voor de luisteraar. Vervolgens zou een verhaal tot de *verbeelding* moeten spreken. De opgeroepen beelden kunnen krachtige emotionele effecten hebben op de luisteraar die net zo sterk zijn als de gebeurtenissen in de werkelijkheid. De verbeeldingen bij een verhaal dragen bij aan het helpen onthouden van het verhaal. Zazkis en Liljedahl (2009) spreken van Guided Imagery waarbij de verteller de luisteraar meeneemt in het verhaal door een omschrijving te geven van de plaats, tijd, waarnemingen, geuren en geluiden waarin het verhaal zich afspeelt. Daarnaast dient het verhaal een *menselijke betekenis* te hebben. Alles wat we onderwijzen kent zijn oorsprong bij de mens. De regels en procedures zijn opgesteld door mensen. Als leerlingen een nieuwe wiskundige relatie moeten leren en ze horen wie die bedacht heeft en waarom deze persoon het bedacht heeft, dan is het voor de leerling makkelijker om de relatie te begrijpen en te onthouden. Het vijfde element kent een dubbele betekenis. Zazkis en Liljedahl spreken over de *sense of wonder* waarbij het in eerste instantie gaat om het nieuwsgierig maken van de leerlingen waardoor ze zichzelf vragen gaan stellen. Daarnaast slaat 'wonder' op 'wonderful'. Bij sprookjesachtige verhalen weten kinderen zich een beeld te vormen van de situatie. Zo werkt het ook met leerlingen als ze prachtige verhalen horen. Het is de taak van de docent om in zijn verhaal nadruk te leggen op dit element. Om het verhaal voor de luisteraar ook vermakelijk te maken, is het waardevol om *humor* toe te voegen. Het geeft het verhaal kleur en vermaakt de leerlingen op een manier die niet te bereiken is als je pure wiskunde onderwijst. Als laatste wordt gesproken over *patronen*. Vele wiskundige activiteiten worden gevormd door patronen. In feite zijn wiskundige patronen niets anders dan de patronen die in een verhaal zichtbaar worden. Patronen hebben de kracht om leerlingen te vermaken, wiskunde te representeren en verbeelding te activeren. (Zazkis & Liljedahl, 2009)

Naar mijn mening ontbreken nog twee essentiële elementen die Soto y Koelemeijer, et al. (2017) wel beschrijven. Soto y Koelemeijer, et al. beschrijven een verhaal aan de hand van vijf onderdelen, waarbij plot, actie en setting ook terug komen in de zeven elementen die Zazkis en Liljedahl beschrijven. Hierbij is actie terug te vinden in het conflict en wordt de setting beschreven met de verbeelding die het verhaal kan hebben. Het *karakter* is een element waar Soto y Koelemeijer, et al. extra aandacht aan besteden. De luisteraar moet zich kunnen identificeren met deze persoon zodat het verhaal voor hem relevant

wordt. Het verhaal spreekt meer aan als de luisteraar zich kan inleven in het personage. Daarnaast spreekt Soto y Koelemeijer, et al. over de *verteller*. Een verhaal kan vanuit verschillende perspectieven verteld worden. Neem bijvoorbeeld de anekdote over de ontdekking van irrationale getallen in de tijd van Pythagoras. Een wiskundige ontdekte dat  $\sqrt{2}$  geen rationaal getal is. Hij ging naar de Pythagoreeërs om deze ontdekking te vertellen maar werd daar vastgevoonden aan een steen en van een heuvel afgegooid. Volgens de Pythagoreeërs konden getallen enkel geheel of rationaal zijn. De wiskundige was in hun ogen leugens aan het verspreiden. Een verhaal dat vanuit het perspectief van de Pythagoreeërs verteld wordt zal er dus anders uit zien dan een verhaal dat vanuit de wiskundige verteld wordt.

Hieronder staat de lijst van de negen belangrijkste elementen die volgens de literatuur in een educatief verhaal over wiskunde terug moeten komen.

Tabel 5: De belangrijkste elementen voor een goed verhaal

Element	Beschrijving
Plot	Leidt de luisteraar door het verhaal heen en brengt een boodschap over
Conflict	Een probleem of vraag wat in het verhaal opgelost dient te worden
Verbeelding	Een verhaal roept bepaalde beelden op
Menselijke betekenis	Wiskunde is gemaakt door mensen/het is een menselijke activiteit
Sense of Wonder	Een verhaal leidt tot nieuwsgierigheid bij de luisteraar
Humor	Vermaakt de luisteraar
Patronen	Wiskunde is gestructureerd vanuit patronen die ook in een verhaal zichtbaar kunnen worden
Karakter	De hoofdpersoon van het verhaal (idealiter iemand waarmee de luisteraar zich kan identificeren)
Verteller	Het perspectief waaruit het verhaal verteld wordt

## 5.2 Wat doet de lesmethode?

Hieronder worden de belangrijkste bevindingen van de analyse van de lesmethoden Getal & Ruimte en Moderne Wiskunde beschreven, opgedeeld in de uitleg, de sommen en de extra informatie/verdiepende sommen. De ingevulde tabel, zoals deze beschreven staat in 4.2, is te vinden in Bijlage B. Hierin staan de verhalen die in de lesmethoden gevonden zijn met daarbij het type verhaal, het doel van het verhaal en de plaats van het verhaal in de les.

### De uitleg

Getal & Ruimte maakt gebruik van uitgebreide uitlegblokken. Hierin wordt eerst een stukje nieuwe theorie verteld waarna er een voorbeeld gegeven wordt. Per paragraaf zijn er ongeveer twee à drie uitlegblokken. Alleen bij het onderwerp gemiddelde verandering noemt Getal & Ruimte enkele praktijkvoorbeelden. Alle andere uitlegblokken zijn puur informatief en bevatten geen verhalen. Ook de voorbeeldsommen die bij de uitlegblokken gegeven staan, bieden geen of weinig context om de som heen en zijn er op gericht dat de leerling de wiskundige aanpak onder de knie krijgt.

Moderne Wiskunde geeft bij iedere paragraaf enkele zeer beknopte theorieblokken die in de meeste gevallen gekoppeld zijn aan een voorbeeldje. De theorie wordt in slechts enkele zinnen beschreven waarbij geen ruimte is voor een verhaal om de theorie heen. Ook de voorbeelden zijn zeer beknopt en zijn gericht op de wiskundige procedures.

### Sommen

Het overgrote deel van de sommen bij Getal & Ruimte en bij Moderne Wiskunde zijn de zogenoemde 'kale sommen' waarbij informatie gegeven staat en de leerling gevraagd wordt om hiermee iets te berekenen. Tabel 6 geeft een overzicht van het totaal aantal sommen en het aantal verhaaltjessommen



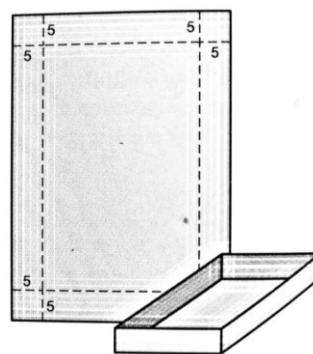
per onderwerp. Voor de afgeleide functie zijn er twee hoofdstukken bestudeerd. De logaritme is bij Getal & Ruimte slechts één paragraaf en bij Moderne Wiskunde een heel hoofdstuk. Dit geeft een verklaring voor de verschillen in het totaal aantal sommen.

Tabel 6: Totaal aantal sommen en aantal verhaaltjessommen voor de lesmethodes Getal & Ruimte en Moderne Wiskunde

	Getal & Ruimte		Moderne Wiskunde	
	Totaal	Verhaal	Totaal	Verhaal
<b>Afgeleide</b>	191	11	134	3
<b>Logaritme</b>	25	1	82	3

Getal & Ruimte maakt gebruik van drie soorten speciale sommen naast de zogenoemde gewone sommen. Deze speciale sommen worden gelabeld met een letter. De gewone sommen, wat veruit de grootste categorie is, hebben geen letter. Voor een uitlegblok staat vaak een oriëntatiesom waarmee de leerling zich alvast kan oriënteren op de nieuwe theorie. Deze sommen zijn aangegeven met een O. Aan het einde van een paragraaf staan wat moeilijkere sommen die de paragraaf afsluiten. Deze worden aangegeven met een A. Tot slot zijn er enkele vragen met een D. Dit zijn de zogenoemde denk vragen waarbij de behandelde theorie net op een andere manier gepresenteerd wordt. Van de twaalf verhaaltjessommen zijn acht afsluitende sommen, drie sommen vallen onder de gewone sommen die tussendoor gegeven worden en slechts één oriënterende som is een verhaaltjes som. Naast deze twaalf sommen zijn er veel sommen die in één zin een context bij de som schetsen. Een veelvoorkomend voorbeeld van zo'n soort som is de afgelegde weg van een fietser. De toevoeging van de context geeft de getallen meer betekenis maar spreekt voor een leerling niet tot verbeelding. Van de drie componenten die Gerofsky (1996) aan een verhaaltjessom koppelt, ontbreekt hier de component opzet. Alle verhaaltjessommen die voldoen aan de drie componenten van Gerofsky zijn van het type praktische toepassing. Het doel van de verhaaltjes is het laten zien van de samenhang tussen de wiskunde en andere theorie en de samenhang tussen de wiskunde en het dagelijks leven. Opvallend is dat bij Getal & Ruimte bij iedere verhaaltjessom (op een enkele som na) een figuur of tekening gegeven staat. Meestal hebben deze tekeningen geen belangrijke toegevoegde waarde bij de som maar maken ze de som wel aantrekkelijker omdat het er visueel leuker uit ziet. In de verhaaltjessommen wordt meestal een persoon genoemd die een bepaalde handeling doet en daarbij op een vraag stuit (zie ook het voorbeeld in Figuur 1).

- 63 Suzanne knipt van elke hoek van een rechthoekig stuk karton een vierkantje van 5 bij 5 cm af. Van het karton vouwt zij vervolgens een doosje. Zie figuur 6.33. De bodem van het doosje moet een omtrek van 50 cm hebben. Suzanne wil dat de inhoud van het doosje zo groot mogelijk is. Bereken algebraïsch welke afmetingen het oorspronkelijke stuk karton moet hebben.



Figuur 1: Getal & Ruimte havo B deel 2 11e editie, Opgave 63 Hoofdstuk 6 De afgeleide functie

Het overgrote deel van de sommen van Moderne Wiskunde zijn de kale sommen waarmee de leerlingen de wiskundige procedures onder de knie krijgen. Bij Moderne Wiskunde wordt vergeleken met Getal & Ruimte minder gebruik gemaakt van verhaaltjessommen. Alle zes verhaaltjessommen geven de samenhang weer tussen de wiskunde en het dagelijks leven. Op één som na, sluiten de verhaaltjessommen de paragraaf af. Ook deze lesmethode maakt bij de verhaaltjessommen gebruik van



plaatjes. Naast de verhaaltjes sommen zijn er af en toe sommen waarbij in één zin context geboden wordt, maar ook dit zijn minder sommen dan bij Getal & Ruimte.

#### *Extra informatie & verdiepende sommen*

Getal & Ruimte introduceert ieder hoofdstuk met een kort verhaaltje van een mogelijk toepassingsgebied van de wiskunde die in dat hoofdstuk aan bod komt. Daarnaast staan er bij Getal & Ruimte af en toe tussen de sommen door informatie- en geschiedenisblokken. De informatieblokken bieden verdieping op de theorie en zijn, zoals de naam het zegt, informatief van aard. De geschiedenisblokken geven achtergrondinformatie over waar de wiskunde vandaan komt. Meestal wordt in een geschiedenisblokje een wiskundige geïntroduceerd die zich bezighield met het onderwerp. Enkele wiskundigen die hier aan bod komen zijn: Newton, Leibniz, Napier en Hudde.

Bij Moderne Wiskunde staat op de laatste pagina van ieder hoofdstuk de geschiedenis of een toepassing van de wiskunde van dat hoofdstuk. De lesmethode geeft eerst een klein verhaaltje over een wiskundig concept dat gerelateerd is aan het onderwerp en daarna volgen enkele sommetjes. Voorbeelden van onderwerpen die hierbij aan bod komen zijn de middelwaardestelling van Lagrange en de logaritmetabellen van Napier.

### 5.3 Wat doen docenten aan storytelling?

Voor dit onderzoek zijn in totaal elf docenten van vijf verschillende scholen uit de regio Twente geïnterviewd. Alle docenten geven les aan een of meerdere bovenbouwklassen wiskunde B. Op de vraag of de docent verhalen in de les gebruikt, heeft iedere docent ja geantwoord, maar de mate waarin verhalen gebruikt worden verschilt. Hieronder staat per vraag een samenvatting van de antwoorden die de docenten hebben gegeven waarbij de verschillen ook duidelijk worden.

#### *Voorbeelden van verhalen*

Uit de elf interviews zijn 27 verschillende verhalen gekomen. Deze verhalen zijn te vinden in Bijlage C. Twee docenten vertelden hetzelfde verhaal over het aantal keer vouwen van een papiertje om van de aarde tot de maan te komen. Dit heeft betrekking op exponentiële functies. Voor de afgeleide wordt er door twee docenten een verhaal verteld over een optimalisatie vraagstuk, waarbij het om een appelmoespot en een gevouwen doosje uit een A4'tje gaat. Daarnaast zijn er twee verhalen over kansrekening verteld, één over combinatoriek en één over negatieve getallen. Deze zijn niet opgenomen in de resultaten omdat dit geen onderwerpen zijn van wiskunde B. De meeste verhalen laten de **koppeling tussen de wiskunde en de praktijk** zien (twaalf van de 27 verhalen). Docenten geven aan dat ze hiermee proberen de vraag "Waarom moeten we dit leren?" te beantwoorden. Veel van de gegeven voorbeelden van verhalen gaan over de afgeleide en exponentiële groei.

Daarnaast besteden docenten aandacht aan belangrijke wiskundigen. Ze geven een stukje **historische achtergrond informatie** mee aan de leerlingen. Als ze een stelling uitleggen waar een naam van een wiskundige in voorkomt, dan leggen ze kort uit wie de wiskunde was en waarom hij voor de wiskunde belangrijk is. Voorbeelden hiervan zijn de stelling van Thales waarbij Thales een van de eerste en oudste Griekse wiskundigen is, de stelling van Pythagoras waarbij een docent vanuit het bewijs van Euclides de stelling voor de klas bewijst, en het getal  $e$  dat gekoppeld is aan Euler. In vier van de 27 verhalen komt de geschiedenis van de wiskunde terug.

Tot slot worden nog leuke **anekdotes** genoemd die niet gerelateerd zijn aan de wiskundestof die in het boek staat, maar leuk zijn om te weten (vijf van de 27 verhalen). Zo is Googol het getal bestaande uit een 1 en 100 nullen. Bij de opkomst van de zoekmachine dachten de makers dat het leuk zou zijn om de zoekmachine de naam te geven van dit grote getal. Echter hebben ze een klein schrijffoutje gemaakt zodat de zoekmachine Google heet in plaats van Googol.

### *Doelen van het vertellen van verhalen*

Docenten geven verschillende redenen voor het gebruik van verhalen in de les. Zeven van de elf docenten geven aan dat het voornaamste doel het *motiveren* van de leerlingen is. Met het gebruik van een verhaal wil de docent de leerlingen uitdagen om met wiskunde bezig te gaan. Een docent vertelt dat verhalen belangrijk zijn om leerlingen enthousiast te maken voor wiskunde in het algemeen. Daarom hoeft een verhaal niet per se altijd betrekking te hebben op één specifiek onderwerp, maar kan het ook laten zien hoe bijzonder en leuk wiskunde eigenlijk is. Hierdoor wordt de wiskunde levendig en voelen de leerlingen zich betrokken bij de les.

Daarnaast geven zes van de elf docenten aan verhalen te gebruiken om *het nut van wiskunde* te laten zien. Een docent beschrijft wiskunde als een belangrijke basis waarop veel vervolgstudies doorbouwen. Ook het *bieden van context* is een veel genoemde reden (vier van de elf docenten). Hiermee wordt bedoeld op de koppeling van de theorie met het dagelijks leven.

Tot slot kunnen verhalen gebruikt worden om leerlingen *nieuwe theorie beter te laten onthouden* (vier docenten). Verhalen spreken aan waardoor je ze minder snel vergeet. Een docent beschrijft het gebruik van de verhalen als een kapstok: “Je kan de theorie ophangen aan deze verhalen en makkelijk terugroepen als je de voorkennis wilt activeren.”

Een minder genoemde reden voor het gebruik van verhalen is het *aanbieden van lastige onderwerpen op een simpelere manier* (twee docenten). Als leerlingen de abstracte theorie niet in een keer begrijpen dan kan de theorie in een verhaal verpakt worden. Voor deze groep leerlingen die abstract denken lastig vindt bieden verhalen een uitkomst. Slechts één docent gebruikt verhalen om de *herkomst van de wiskunde* te vertellen.

### *Plaats van het verhaal in de les*

Van de elf docenten geven zes aan dat het vertellen van verhalen *spontaan* gebeurt. Ze plannen niet van tevoren welk verhaal ze in de klas vertellen. Vaak merken ze aan de klas of er behoefte is aan een verhaal om de les weer levendiger te maken of de theorie in context te plaatsen. Over het algemeen worden de meeste verhalen aan het *begin* van de les verteld, spontaan of gepland (zeven docenten). Vaak dienen deze verhalen ter introductie op de lesstof. Drie docenten geven aan dat in de ideale situatie een verhaal *twee keer aan bod* komt. De eerste keer wordt het verhaal verteld ter introductie van de stof. In het verhaal wordt een probleem geschetst waarvan de leerlingen nog niet precies de oplossing weten. Aan het einde van de les of lessenserie wordt het verhaal voor de tweede keer verteld. Nu beschikken de leerlingen over de kennis om het probleem op te lossen.

Daarnaast zijn er één-op-één situaties waarbij verhalen verteld worden. Hierbij kan gedacht worden aan het profielwerkstuk waar leerlingen de wiskunde achter een verhaal moeten analyseren. Ook praktische opdrachten kunnen een verhalend element bevatten om de opdracht in te leiden.

### *Reactie van leerlingen*

In een klas reageren leerlingen verschillend op verhalen. Er zitten altijd leerlingen in de klas die liever de ‘kale’ algebrasommetjes maken en verhalen geen toegevoegde waarde vinden. Desondanks geven alle docenten aan dat een verhaal effect heeft. Een docent zegt hierover: “Ook al bereik je slechts tien procent van de klas, ook dan heb je enkele leerlingen weten te raken met je verhaal.” De leerlingen vinden praktijkvoorbeelden interessant. Ze vinden het fijn als ze de theorie (eindelijk) snappen en verhalen kunnen daarbij helpen. Aan de houding van de leerlingen kan een docent merken dat ze het fijn vinden om naar een docent te luisteren die enthousiast een verhaal vertelt. Een docent zou de leerlingen zo ver willen krijgen dat ze de verhalen ’s avonds aan de keukentafel enthousiast doorvertellen aan hun ouders. Een andere docent zou het leuk vinden als leerlingen over vijf jaar kunnen zeggen: “Weet je nog dat verhaal in de wiskundeles?”. Daarnaast vertelt een andere docent dat

leerlingen het kunnen waarderen als er stof buiten het boek om verteld wordt. Dit geeft de leerlingen het beeld dat de docent echt kennis van het vak heeft. Slechts twee van de elf docenten geven aan geen duidelijk effect in hun klassen te zien.

#### *Behoeftte van docenten om verhalen te vertellen*

Alle elf docenten zien de relevantie van storytelling. Drie docenten geven aan dat ze al veel verhalen vertellen en dit willen blijven doen. Een van de docenten vindt zichzelf geen verhalenverteller en zou dit uit zichzelf niet vaker gaan doen. De overige zeven docenten zien het interview als stimulans om vaker verhalen te vertellen en ook al in de lesvoorbereiding rekening te houden met mogelijke verhalen die bij het onderwerp verteld kunnen worden. Het is een kwestie van doen wat bij veel docenten niet gebeurt omdat ze in de sleur van het schooljaar zitten. Twee docenten zeggen dat de werkdruk hun soms tegenhoudt om tijd vrij te maken voor het bedenken van verhalen. Als er maar een bepaalde tijd is om een les voor te bereiden dan kijkt de docent naar de inhoud en niet naar de bijpassende verhalen. Ondanks dat er veel wiskundeboeken op de markt zijn die ook wiskunde op een verhalende manier benaderen geven acht docenten aan good practices te missen. Een docent vertelt dat in de lesmethode wiskundesommen in context geplaatst worden, maar deze context soms omslachtig is zoals de oppervlakte van de huid van een zoogdier. Het liefst zouden ze een kleine bundel willen ontvangen met enkele concrete voorbeelden per wiskundig onderwerp die zowel de praktische toepassing als de historische achtergrond laten zien.

Twee docenten geven aan behoefte te hebben aan een stappenplan hoe je van een verhaal de koppeling terug kan maken naar de theorie. In de klas verslapt de aandacht als het verhaal richting het einde gaat en de theorie er weer bij gepakt wordt. Je wil juist de aandacht en motivatie die de leerlingen tijdens het verhaal hebben meenemen naar de uitleg van de theorie.

Hieronder is in een tabel een overzicht gegeven van de belangrijkste bevindingen uit de interviews. De nummers corresponderen met de vragen. Voor de classificatie zoals deze gegeven staat in Tabel 2 valt op te merken dat de docenten ook anekdotes vertellen. Deze categorie wordt toegevoegd aan het type verhaal.

*Tabel 7: Antwoorden van docenten op vragen van het interview*

<b>Vraag</b>	<b>Meest gegeven antwoord</b>
1. Voorbeelden van verhalen	Koppeling tussen wiskunde en de praktijk
2. Doel van het verhaal	Leerlingen motiveren & het nut van wiskunde laten zien
3. Plaats van het verhaal in de les	Vaak spontaan aan het begin van de les ter introductie op de lesstof
4. Reactie van de leerlingen	Wisselend beeld bij docenten
5. Behoeftte van de docenten	Boekje met best practices

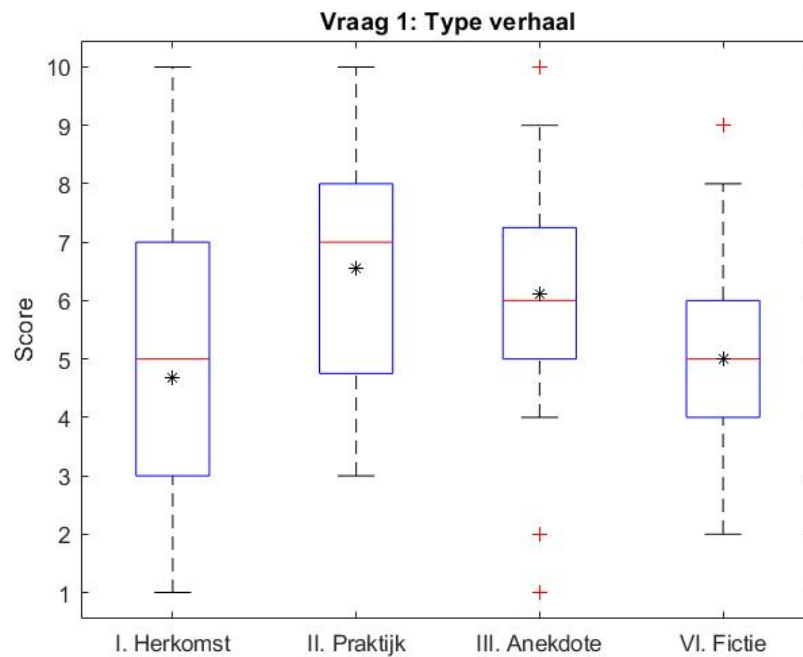
#### **5.4 Waar ligt de interesse van de leerlingen?**

In beide havo 4 wiskunde B klassen van TCC de Thij in Oldenzaal is een vragenlijst afgenomen. De vragenlijst is te vinden in de Bijlage A. De vragenlijst is ingevuld door 29 leerlingen. Hieronder worden per vraag de resultaten besproken. De resultaten zijn grafisch weergegeven aan de hand van een boxplot<sup>4</sup>. In de boxplot is de spreiding van de antwoorden weergegeven waarbij de rode lijn de mediaan aangeeft. De rode kruisjes zijn uitschieters. Daarnaast is de gemiddelde score gegeven door de zwarte asterisk. Voor meer gedetailleerde resultaten wordt verwezen naar Bijlage E, waar een staafdiagram van de resultaten gegeven staat.

<sup>4</sup> In een boxplot is de data opgedeeld in vier kwartielen, ieder 25 procent van de datapunten. Het blauwe vierkant beschrijft de middelste 50 procent. De stippellijnen geven de onderste en bovenste 25 procent aan.

### Het type verhaal

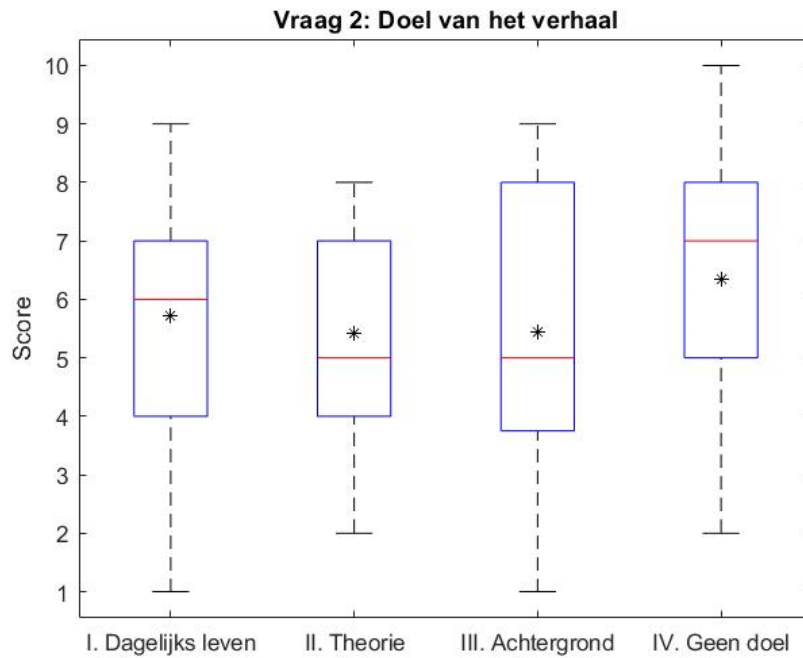
Er is een duidelijke voorkeur te zien voor verhalen die over de praktische toepassing van wiskunde gaan. 75 procent van de leerlingen geeft dit een score 5 of hoger. Anekdoten worden ook wel door de leerlingen gewaardeerd. De helft van de leerlingen geeft het een zes of hoger. Er is een duidelijke spreiding te zien in de voorkeur voor verhalen die het ontstaan van de wiskunde vertellen. De helft van de leerlingen geeft het een score lager dan 5. Maar de andere 50 procent geeft het een 5 of hoger met zelfs 25 procent van de leerling die graag verhalen over het ontstaan wil horen (score tussen 7 en 10). Voor fictieve verhalen is er geen uitgesproken mening van de leerlingen. Veel leerlingen geven het een score 5 (twaalf van de 29).



Figuur 2: Resultaten type verhaal, I. (Historische) achtergrond van een verhaal, II. Praktijkvoorbeelden, III. Korte wiskundige anekdotes, VI. Fictieve verhalen

### Het doel van het verhaal

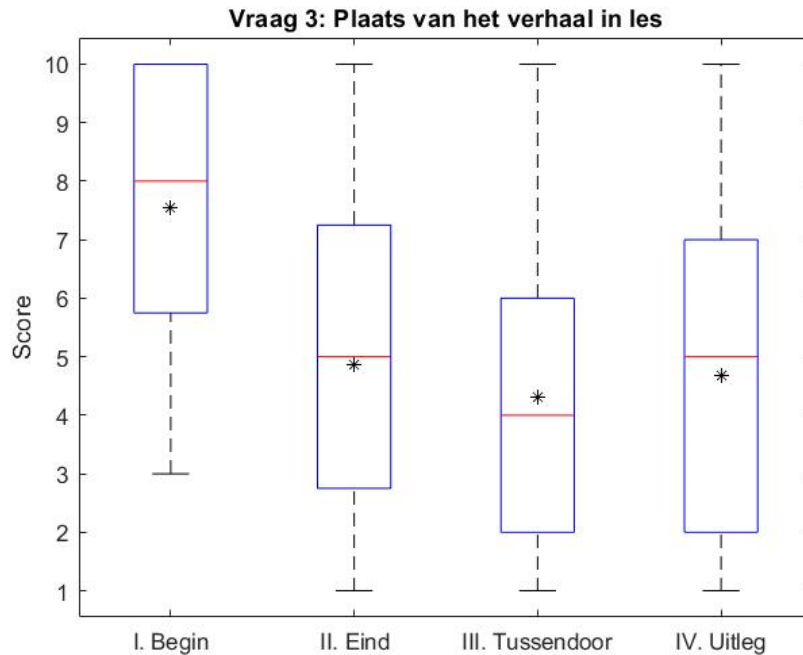
Leerlingen geven de voorkeur aan verhalen die niet een specifiek doel hebben. Driekwart geeft dit een score 5 of hoger. Van de drie doelen van een verhaal die hier besproken zijn scoort de samenhang tussen de wiskunde en het dagelijks leven het hoogst. De andere twee doelen hebben nagenoeg een gelijke score voor het gemiddelde en de mediaan, waarbij de spreiding bij de achtergrond groter is wat betekent dat leerlingen er zowel een hoog als een laag cijfer aan geven.



Figuur 3: Resultaten doel van het verhaal, I. Samenhang tussen wiskunde en dagelijks leven, II. Samenhang tussen verschillende hoofdstukken, III. Achtergrond informatie laten zien, VI. Geen specifiek doel

#### De plaats van het verhaal in de les

Voor het moment in de les waarop een verhaal verteld wordt hebben de leerlingen een duidelijke voorkeur. De leerlingen hebben het liefst een verhaal aan het begin van de les. Tien van de 29 leerlingen geven hier zelfs een score 10 aan (zie Bijlage E). Een verhaal aan het einde van de les krijgt daarna de hoogste score. Deze is net iets hoger dan een verhaal ter vervanging van de uitleg. Een verhaal in het midden van de les wordt door een enkeling met een 10 gewaardeerd, maar de helft van de leerlingen geeft het een score 4 of lager.



Figuur 4: Resultaten plaats van het verhaal in de les, I. Aan het begin, als introductie, II. Aan het einde, als afsluiting, III. Tussen het maken van de sommen door als afwisseling IV. Als vervanging van de klassikale uitleg

### Interesse in verhalen

Bij deze laatste open vraag geven acht van de 29 leerlingen suggesties voor verhalen die zij graag horen willen. Drie andere leerlingen zeggen dat verhalen alleen een toegevoegde waarde hebben als ze de uitleg verduidelijken en/of als ze het nut van wiskunde laten zien. Slechts één leerling geeft als reactie geen interesse te hebben in verhalen. De overige zeventien leerlingen hebben geen opmerkingen achter gelaten.

Hieronder staan de reacties van de twaalf leerlingen opgesomd:

- “De verhalen over hoe de wiskunde is ontstaan hebben wel mijn voorkeur.”
- “Het lijkt me inderdaad wel leuk om te horen hoe bijvoorbeeld de stelling van Pythagoras is ontstaan. Of waarvoor je de wiskundige formules nodig zult hebben voor in de toekomst.”
- “Meer waarom we leren wat we moeten leren. De sommetjes worden dan helder, omdat je weet waar ze voor worden gebruikt in het dagelijkse leven. Je hebt dan ook meer motivatie om ze te maken. (Dus uitleg over waar de sommen voor worden gebruikt buiten de wiskundeles om).”
- “Hoe wiskunde gebruikt wordt in de astronomie/sterrenkunde”
- “Sport”
- “Superhelden”
- “Zolang het niet heel erg economisch is ofzo vind ik het wel prima.”
- “Ik weet zelf niet waarover ik meer zou willen weten. Maar over het algemeen lijken verhaaltjes me wel interessant.”
- “Ik hoef niet perse verhalen te horen. Ik vind het wel prima op deze manier.”
- “Ik vind dat verhalen niet echt wat toevoegen aan de les. Maar bijvoorbeeld voor een vervolg studie waarom is wiskunde handig. Welke wiskundige dingen ga je gebruiken bij het werk. Of na een les een kort verhaaltje maar anders hoeft er van mij niet echt verhaaltjes bij.”
- “Als het verhaal verduidelijking geeft op de uitleg zou ik dat verhaal wel willen horen. Anders maak ik liever de sommen.”
- “Verhalen die de uitleg verduidelijken en interessanter maken, maar over het algemeen maak ik zelf liever sommen.”

Op basis van de antwoorden van de leerlingen op de eerste drie vragen is een prioritering gemaakt. Deze prioritering is gebaseerd op de gemiddelde scores en de spreiding van de scores. Indien twee categorieën dezelfde gemiddelde score hebben dan wordt er gekeken naar de spreiding. Een grote spreiding betekent dat er dus enkele leerlingen zijn die een hoge score toegekend hebben en enkele die een lage score toegekend hebben. Deze categorie staat hoger in de prioritering. De resultaten zijn weergegeven in Tabel 8.

Tabel 8: Prioritering van classificaties op basis van de resultaten van de vragenlijst

Classificatie	Prioritering
Type	1. Praktijk, 2. Anekdote, 3. Herkomst, 4. Fictie
Doel	1. Geen doel, 2. Dagelijks leven, 3. Achtergrond, 4. Theorie
Plaats	1. Begin, 2. Eind, 3. Uitleg, 4. Tussendoor

### 5.5 Hoe kun je gebruikmaken van storytelling bij de afgeleide en de logaritme?

Op basis van de resultaten van de analyse van de lesmethode, de interviews met de docenten en de reacties op de vragenlijsten bij de leerlingen zijn voor iedere categorie de twee meest voorkomende classificaties bepaald (behalve voor plaats). In Tabel 9 zijn deze resultaten weergegeven.

Tabel 9: Classificering op basis van de resultaten van de analyse van de lesmethode, de interviews met docenten en de antwoorden op de vragenlijst die bij de leerlingen langs geweest is

	Type	Doel	Plaats
<b>Lesmethode</b>	Praktijk & Herkomst	Dagelijks leven & Achtergrond	Einde
<b>Docenten</b>	Praktijk & Anekdote	Motivatie & nut (dagelijks leven)	Begin
<b>Leerlingen</b>	Praktijk & Anekdote	Geen doel & Dagelijks leven	Begin

Op basis van deze classificering zijn de classificaties voor de twee verhalen vastgesteld. De verhalen zullen het type praktijk en anekdote hebben. De twee doelen die hierbij horen zijn achtergrond en dagelijks leven. En tot slot zal de plaats van het verhaal in de les het begin zijn. Vanuit de docenten werden al veel praktische voorbeelden van de afgeleide gegeven. Om variatie in de verhalen aan te bieden is er gekozen om het verhaal van de afgeleide in een historische context te plaatsten. Voor de logaritme is juist een voorbeeld gegeven over de herkomst ervan. Voor dit verhaal is gezocht naar een koppeling met de praktijk. De classificatie per verhaal is te zien in Tabel 10.

Tabel 10: Classificatie van de verhalen over de afgeleide en de logaritme

	Type	Doel	Plaats
<b>De afgeleide</b>	Anekdote	Achtergrond	Begin
<b>De logaritme</b>	Praktijk	Dagelijks leven	Begin

Voor het vinden van geschikte verhalen die voldoen aan de classificatie is gebruik gemaakt van het boek *Wortels van de Wiskunde* van Berlinghoff en Gouvêa (2019). Hierin staat de geschiedenis van de wiskunde beknopt beschreven met enkele anekdotes tussendoor. Daarnaast is Wikipedia gebruikt om inspiratie op te doen voor praktijkvoorbeelden van het gebruik van de logaritme. Bij het opstellen van de verhalen is gekeken naar de negen elementen die in paragraaf 4.1 beschreven staan.

Hieronder staat een korte samenvatting van de verhalen gegeven. Daarnaast zijn de negen elementen toegelicht. De verhalen zijn te vinden in Bijlage F. Beide verhalen zijn ook opgenomen. De filmpjes zijn te zien via onderstaande links:

- Afgeleide: <https://www.youtube.com/watch?v=YIPs59Ec2s0>
- Logaritme: <https://www.youtube.com/watch?v=LjSe3B6417Q>

#### *De afgeleide functie*

Het verhaal over de afgeleide heeft de titel *Een experiment met een cirkel en een rechte lijn*. Voordat Newton en Leibniz de afgeleide beschreven zoals we deze vandaag de dag kennen, waren er tal van wiskundigen bezig met raaklijn- en oppervlakteproblemen. Het verhaal beschrijft hoe de wiskundigen Galileo Galilei en Giles Personne de Roberval rond de 16<sup>e</sup> eeuw de oppervlakte en de raaklijn voor een grafiek bepaalden. Dit is tevens het *plot* van het verhaal waarin Galilei en Roberval de twee *karakters* zijn. De leerling zal zich waarschijnlijk niet identificeren met een wiskundige uit die tijd, maar kan aan het einde van het verhaal de wiskundigen wel te slim af zijn door de algemene formule voor de afgeleide te geven. Galilei en Roberval lopen beide tegen hetzelfde probleem aan: ze hebben een methode gevonden om voor één figuur de oppervlakte en raaklijn vast te stellen, maar hoe kun je dit voor meerdere figuren en grafieken doen? De oplossing voor dit *conflict* blijft open zodat de leerlingen zelf na kunnen denken hoe zij de situatie aan zouden pakken als ze in hun schoenen zouden staan. De *verbeelding* wordt bij de leerlingen aangeropen door zelf te kijken of ze een figuur kunnen maken door bijvoorbeeld een plakbandrolletje en een geodriehoek te gebruiken. Hiermee krijgen ze een beeld bij het experiment. In de periode waarin het verhaal zich afspeelt was de afgeleide,  $f'(x)$  zoals we die nu kennen, nog niet bekend. Met dit verhaal laat je zien dat de wiskunde niet altijd zo was zoals die nu is.

Je geeft met dit verhaal de wiskunde dus een *menselijke betekenis*. The *sense of wonder* komt op twee manieren terug. Allereerst kan de leerling verbaasd zijn dat de methode van Galilei werkt. Daarnaast zullen de leerlingen zich afvragen of er niet een betere, algemenere methode is om de raaklijn te bepalen. Dit ook een belangrijk *patroon* voor dit verhaal. Wiskundigen vinden een methode om een bepaalde, specifieke situatie te beschrijven. Als dat gelukt is, kijken ze naar een andere situatie en zo proberen ze een algemene formule af te leiden. Het verhaal wordt *verteld* vanuit de derde persoon. In dit geval de docent die het verhaal kent, maar er niet bij betrokken is geweest. Het laatste element, *humor*, ontbreekt in dit verhaal. Het verhaal is gebaseerd op feiten en biedt weinig ruimte voor een humoristisch element.

Het verhaal kan geclassificeerd worden als een anekdote die als doel heeft om achtergrondinformatie over te brengen en aan het begin van de les verteld kan worden. Het verhaal voldoet aan deze classificatie. Voor het type verhaal, zit er ook een stukje herkomst van de wiskunde bij. Het verhaal laat zien hoe men stap voor stap tot het ontstaan van differentiaal en integraal rekenen gekomen is. En tot slot biedt dit verhaal een mooie introductie op het onderwerp integraal en differentiaal rekenen.

### *De logaritme*

Het verhaal over de logaritme heeft de titel *zuur, zuurder, zuurst* en gaat over verschillende drankjes die zuurder of juist minder zuur zijn. Het *plot* beschrijft een situatie waarin de verteller een ijsstee met een citroentje bestelt op het terras. De *verteller* is in dit verhaal dus tevens het *karakter* waar het verhaal over gaat. Het citroentje is zuurder dan de ijsstee. Vergelijk je het vervolgens met water dan zijn de ijsstee en het citroentje zuurder dan het water. Hoe ga je nu op een overzichtelijke wijze deze verschillen in zuurheid weergeven? Dit is het *conflict* waar de verteller tegenaan loopt. De leerlingen worden geprikkeld door zich te *verbeelden* dat ze op een terrasje een ijsstee met een citroentje drinken. Het verhaal laat de *menselijke betekenis* zien door de wiskunde te koppelen aan een onderzoekje dat je start omdat je opmerkt dat drankjes verschillend in zuurheid zijn. De *sense of wonder* komt als blijkt dat een logaritmische schaal een veel mooiere en overzichtelijkere weergave biedt dan de normale schaal. Hier komt dan ook direct de volgende vraag die de leerling krijgen: waar op de logaritmische schaal staat nu een ander drankje? Dit is de vraag die de leerlingen tijdens de les leren te beantwoorden. Aan het einde van de les wordt het verhaal afgesloten. De leerlingen hebben nu de kennis om het laatste drankje op de juiste plek te plaatsen. Het *patroon* dat in dit verhaal te herkennen is, is een patroon dat bij leerlingen ook vaak voor komt. Het gaat om trial and error. Een weergave met een getallenlijn lopend van 0 tot 0,1 blijkt in deze situatie niet handig te zijn. Een logaritmische schaal laat een overzichtelijke weergave zien. Om *humor* aan het verhaal toe te voegen, zou je de drankjes rare namen kunnen geven of een kleine grap toevoegen wat je op het terras gezien hebt.

Het verhaal wordt geclassificeerd als praktijkvoorbeeld dat als doel heeft om de koppeling tussen de wiskunde en het dagelijks leven te laten zien. Daarnaast wordt er ook een duidelijke koppeling gemaakt met de theorie die bij scheikunde geleerd wordt. Het verhaal biedt een introductie op het onderwerp logaritme en kan aan het begin van de les verteld worden. Tevens kan het ook als afsluiting dienen.

## 5.6 Hoe worden de verhalen door anderen geëvalueerd?

Van de twee verhalen zijn opnames gemaakt. Deze zijn verstuurd naar een expertgroep bestaande uit vier studenten van de master ECB. Voor elk van de negen elementen hebben de studenten van de expertgroep aangegeven of het in het verhaal voorkomt of niet. De resultaten hiervan zijn weergegeven in Tabel 11. Daarnaast wordt per verhaal een toelichting gegeven op de reactie van de expertgroep. In Bijlage G staan de uitgebreide reacties van de expertgroep.



Tabel 11: Resultaten expertgroep over de aanwezigheid van de negen elementen in het verhaal

	De afgeleide functie		De logaritme	
	Aanwezig	Afwezig	Aanwezig	Afwezig
Plot	2	2	4	
Conflict	4		4	
Verbeelding	4		4	
Menselijke betekenis	4		3	1
Sense of Wonder	3	1	2	2
Humor	1	3	2	2
Patronen		4	4	
Karakter	3	1	3	1
Verteller	3	1	3	1

### De afgeleide

De elementen conflict, verbeelding en menselijke betekenis komen volgens de expertgroep duidelijk naar voren. De manier van verbeelding verschilt per persoon. Eén student zag een nadenkende Galileo Galilei voor zich, de andere studenten leggen voor de verbeelding de link tussen de gegeven afbeelding en het verhaal. De sense of wonder, het karakter en de verteller komen ook goed over bij de expertgroep. Bij twee studenten is het plot niet duidelijk. Dit komt met name door het ontbreken van een duidelijke koppeling tussen het verhaal over Galilei en Roberval. Humor ontbreekt volgens drie studenten. Een student vindt het verhaal gemakkelijk om te horen en koppelt dit aan humor. Patronen zijn volgens de expertgroep afwezig. De expertgroep doet een suggestie voor het toevoegen van humor aan de hand van grappige afbeeldingen van Galilei of een kort filmpje van hem. Het patroon van het verhaal ontbreekt omdat er volgens de expertgroep geen duidelijke rode draad door het verhaal heen gaat. Ze geven de suggestie om van tevoren een doel aan het verhaal te koppelen waarmee duidelijk wordt wat de relevantie van het verhaal voor de leerlingen is.

Twee studenten geven aan dat de sense of wonder het belangrijkste element is in dit verhaal. Ze geven aan dat hiermee de leerlingen nieuwsgierig en gemotiveerd raken. De andere twee hechten te meeste waarde aan de menselijke betekenis. "De afgeleide wordt door leerlingen gezien als het invullen van wat formules die uit de lucht komen. Maar met de menselijke betekenis laat je zien dat het een onderzoeksgebied is wat nooit af is."

Een student geeft aan het verhaal ook zelf in de les te willen gebruiken. Drie van de vier studenten geven aan het verhaal te willen gebruiken als het duidelijker verwoord wordt. Het stuk over Galileo Galilei is leuk en duidelijk. De koppeling met Roberval is daarna onduidelijk waardoor de aandacht verloren gaat. Als dit tweede deel duidelijker wordt waarbij ook de relevantie van het verhaal benadrukt wordt dan zouden de studenten dit verhaal ook zelf willen gebruiken.

### Logaritme

De elementen plot, conflict, verbeelding en patronen komen volgens de expertgroep duidelijk naar voren. Ook hier wordt de verbeelding op twee manieren opgevat. De een kijkt naar de getallenlijn en ziet deze voor zich doordat er een plaatje bijgegeven staat. De ander herinnert zich een moment waarop hij in een citroen bijtte. Menselijke betekenis, karakter en verteller worden ook door de meerderheid ontdekt in dit verhaal. Degene die één van deze elementen niet ontdekt verwijst hierbij naar het verhaal over de afgeleide waarbij er twee duidelijke personages aanwezig waren. Dit ontbreekt bij dit verhaal, maar is volgens de expertgroep ook niet per se nodig. Bij de sense of wonder en humor zijn er wisselende resultaten. De studenten die aangeven dat het verhaal neutraal is op het gebied van humor geven daarbij wel aan dat ze niet meer humor zouden toevoegen. Voor de sense of wonder gaat het om de

nieuwsgierigheid en verbazing die je bij het verhaal over de afgeleide functie hebt, maar die in mindere mate ervaren wordt bij dit verhaal.

Twee van de vier studenten geven aan dat het element patronen het belangrijkste element voor dit verhaal is. "Het laat de verbinding tussen andere vakken en wiskunde duidelijk zien en de praktische toepassing van wiskunde in het algemeen." Daarnaast worden nog sense of wonder en menselijke betekenis als belangrijke elementen genoemd. De reden voor beide elementen is de motivatie voor de studenten om met wiskunde bezig te gaan.

Op de vraag of de expertgroep dit verhaal ook zelf in de les wil gebruiken is het antwoord eenduidig. Iedereen reageert met ja en vindt het een goed en interessant verhaal. "Erg interessant en een duidelijk verhaal om een moeilijk onderwerp voor leerlingen begrijpelijk te maken."

#### *Vergelijken en verbetervoorstellen*

Bij het verhaal over de afgeleide komen volgens de expertgroep het plot en de patronen niet duidelijk naar voren. Het patroon dat in dit verhaal verwerkt is, gaat over de werkwijze van wiskundigen. Beide wiskundigen konden voor een specifieke situatie een oplossing bedenken en zochten vanuit daar naar generieke oplossingsmethodes. De koppeling tussen het verhaal van Galilei en Roberval komt niet goed over waardoor de rode draad ontbreekt bij de luisteraar. In een verbeterd verhaal zou aan de hand van een korte introductie naar voren moeten komen dat veel wiskundigen vroeger onderzoek deden naar specifieke oplossingsstrategieën waarvoor we vandaag de dag één formule hebben. Daarnaast ontbreekt de humor, wat ik zelf ook aan het begin aangaf. Na wat zoekwerk heb ik nog een toevoeging gevonden die zowel voor sense of wonder als voor humor zorgt. Blaise Pascal werkte na Galilei en Roberval aan de cycloïde. Hij ging onder andere opzoek naar een wiskundige benadering voor de oppervlakte van de cycloïde. Hij kwam niet verder en gaf zijn onderzoek op. Jaren later werd hij 's nachts wakker vanwege kiespijn. Hij kon niet verder slapen en pakte zijn onderzoek er bij om afleiding te zoeken. Acht dagen later publiceerde hij een artikel met de oplossing voor de oppervlakte van de cycloïde en was zijn kiespijn verdwenen (Adamson, 1994).

Bij het verhaal over de logaritme komt geen enkel element duidelijk niet naar voren. Sense of wonder en humor zouden nog iets duidelijker naar voren kunnen komen. De sense of wonder die ik voor ogen heb met dit verhaal is het overzichtelijk maken van elementen op de getallenlijn door gebruik te maken van een logaritmische schaal. Als een leerling dit voor de eerste keer ziet, kan ik me voorstellen dat dit een bijzondere oplossing voor het probleem kan zijn. Als je al vaker met de logaritmische schaal gewerkt hebt dan ontstaat deze bijzondere ervaring niet. Afhankelijk van het moment waarop je dit verhaal vertelt, is er dus in meer of mindere mate sprake van sense of wonder. Om nog meer sense of wonder en humor toe te voegen kan het drankje cola toegevoegd worden. Cola heeft een pH waarde van ongeveer 2.5. Doordat het zo een lage pH waarde heeft werkt het dus goed tegen maagzuur en kan het ook als schoonmaakmiddel gebruikt worden. Veel leerlingen weten dit waarschijnlijk niet en zullen verbaasd reageren.

## 6 Conclusies en discussie

Hieronder volgen opeenvolgend de conclusie, de discussie en de aanbevelingen van dit onderzoek over de toepassing storytelling in het wiskundeonderwijs.

### 6.1 Conclusie

Een goed en interessant verhaal is opgebouwd uit negen elementen; plot, conflict, verbeelding, menselijke betekenis, sense of wonder, humor, patroon, karakter en verteller. Er wordt aangeraden om het conflict van het verhaal niet op te lossen maar open te laten zodat de leerlingen het zelf kunnen oplossen. Hiermee leg je de link tussen het verhaal en het daadwerkelijk bezig zijn met wiskunde.

Vanuit de lesmethode wordt er weinig met storytelling gedaan. De uitleg is puur informatief zonder gebruik van verhalen. Minder dan 5% van de sommen bevat een verhaal waarbij een situatie geschetst wordt van waaruit een probleem opgelost moet worden. Deze verhalen zijn nagenoeg allemaal praktijkvoorbeelden. Getal & Ruimte en Moderne Wiskunde bieden beide extra informatie aan. Getal & Ruimte doet dit in informatieblokken en Moderne Wiskunde aan de hand van verdiepende opgaven. In deze extra blokken wordt de geschiedenis van de wiskunde in verhaalvorm verteld.

Docenten gebruiken in verschillende mate verhalen in hun les. De meest gebruikte verhalen zijn praktijkvoorbeelden waarbij het nut van wiskunde duidelijk gemaakt wordt. Hiermee willen de docenten de leerlingen motiveren en bij de les betrekken. Daarnaast kunnen verhalen als kapstok gebruikt worden waaraan theorie opgehangen wordt. Verhalen zijn makkelijker te onthouden dan de theorie. Het gebruik van verhalen gebeurt spontaan aan het begin van de les zodat leerlingen direct hun aandacht er bij hebben en gemotiveerd raken om met de theorie aan de gang te gaan. In de ideale situatie komen verhalen twee keer aan bod. De eerste keer wordt het verhaal verteld en hebben de leerlingen nog geen idee hoe ze het probleem kunnen oplossen. Aan het einde van de les of lessenserie wordt het verhaal nog eens verteld. Nu hebben de leerlingen de juiste kennis in huis om het verhaal tot een goed einde te brengen. Docenten hebben behoefte aan een boekje met voorbeelden van verhalen om meer verhalen te kunnen gebruiken en de drempel te verlagen om verhalen te gebruiken in de les.

Leerlingen zouden graag verhalen willen horen over de praktijk waarin de wiskunde gekoppeld wordt aan het dagelijks leven. Daarnaast is een deel van de leerlingen geïnteresseerd in verhalen over de geschiedenis van de wiskunde. Niet elke leerling zit te wachten op een verhaaltje. Als een verhaal geen toegevoegde waarde heeft, maken zij liever sommetjes. De voorkeur van de leerlingen is om de verhalen aan het begin van de les te vertellen.

In dit onderzoek zijn twee verhalen ontworpen voor de afgeleide functie en de logaritme. Om een goed verhaal te ontwerpen is het belangrijk om te weten hoe het verhaal geclassificeerd kan worden. Het type van het verhaal en het doel daarvan moeten vastgelegd worden. Daarnaast moet nagedacht worden over de negen elementen en hoe deze terugkomen in het verhaal. Inspiratie voor verhalen kan gevonden worden in geschiedenisboeken over de wiskunde en op internet, zoals Wikipedia. Wikipedia geeft bij veel wiskundeonderwerpen toepassingsgebieden die je kan gebruiken in het verhaal.

Een expertgroep heeft beide verhalen geëvalueerd. In het verhaal van de logaritme komen de negen elementen duidelijker naar voren dan in het verhaal van de afgeleide. Het element humor ontbreekt bij beide verhalen. Bij het opstellen van de verhalen is het belangrijk om een duidelijk doel voor ogen te hebben wat je met het verhaal wilt bereiken. Daarnaast moet het plot een duidelijke rode draad hebben zodat de luisteraar makkelijk het verhaal kan volgen. Het gebruik van afbeeldingen kan de luisteraar helpen om beelden op te roepen bij het verhaal. Als het verhaal vermakelijk is om naar te luisteren, dan is er ook geen grote noodzaak om humor toe te voegen. Indien het verhaal vrij formeel en informatief is, dan wordt aangeraden om tussendoor een kleine grap of leuke anekdote toe te voegen.

Voorafgaand aan dit onderzoek is een driedelig onderzoeksdoel opgesteld. Er is gekeken naar twee lesmethodes, gesproken met elf docenten uit de regio en een vragenlijst afgenomen bij 29 leerlingen. Daarnaast is er gebruik gemaakt van de literatuur om de rollen van storytelling vast te stellen. De resultaten van de hierboven genoemde analyses laten overeenkomsten zien. Docenten en leerlingen geven de voorkeur aan verhalen ter introductie die de koppeling tussen de praktijk en de theorie laten zien. Met het schetsen van dit beeld kan gesteld worden dat het eerste onderzoeksdoel, beschrijven welke rol storytelling in het huidige wiskundeonderwijs van havo 4 wiskunde B kan hebben, behaald is. De resultaten van de interviews met elf docenten uit de regio Twente zijn gebruikt om te onderzoeken op welke wijze storytelling toegepast kan worden. Aan de hand van de voorbeelden van verhalen die de docenten geven is te zien dat er verschillende manieren zijn. Docenten maken het meest gebruik van praktijkvoorbeelden. Daarnaast worden af en toe verhalen over de herkomst van de wiskunde verteld. Het gebruik van verhalen wordt door docenten nog niet bewust gedaan, maar dit gebeurt vaak spontaan aan het begin van de les. Met de interviews is dus onderzocht op welke wijze een docent storytelling kan toepassen waarbij ook gekeken is naar de hoofdstukken afgeleide functie en logaritme. Hiermee kan gezegd worden dat het tweede onderzoeksdoel behaald is. Tot slot zijn er twee verhalen gemaakt over de afgeleide en de logaritme gebaseerd op de resultaten van de voorgaande twee stappen. Deze verhalen zijn beoordeeld door een vierkoppige expertgroep. Het verhaal van de logaritme werd positief ontvangen. In het verhaal over de afgeleide ontbrak de rode draad waardoor het nut van het verhaal voor de leerlingen niet duidelijk naar voren kwam. Er kan dus gesteld worden dat het derde onderzoeksdoel, ontwikkelen van een verhaal voor 4 havo wiskunde B dat gebruikt kan worden in een les met het onderwerp afgeleide functie en logaritme, deels behaald is. Het verhaal van de afgeleide functie heeft nog een paar aanpassingen nodig (suggesties hiervoor zijn ook in het onderzoek gedaan) voordat het ook daadwekelijk in de les gebruikt kan worden.

Dit onderzoek laat zien dat er verschillende manieren zijn waarop storytelling in de klas gebruikt kan worden. Echter, zijn er enkele handvaten en randvoorwaarden te noemen om een verhaal ook succesvol over te kunnen brengen op de leerling. De onderzoeksvraag *“Op welke wijze kan storytelling in het wiskundeonderwijs worden toegepast?”* kan op de volgende manier beantwoord worden. Allereerst wordt een goed verhaal aan het begin van de les verteld om een nieuw onderwerp te introduceren. Hierbij moet het verhaal een duidelijk plot hebben en moet de luisteraar, de leerling, zich kunnen identificeren met de hoofdpersoon. Het verhaal moet een conflict bevatten, de probleemstelling, die de leerling oplossen kan. Daarnaast laat een verhaal zien dat wiskunde door mensen gemaakt is door het element menselijke betekenis toe te voegen. Om de nieuwsgierigheid van de leerlingen te prikkelen wordt aangeraden om het element sense of wonder toe te voegen. Hiermee betrek je de leerlingen bij de les en stimuleer je de motivatie. Tot slot kan het verhaal gaan over een praktijkvoorbeeld of over de historische context bij het onderwerp. Met de inhoud van het verhaal laat je de leerlingen het nut van de wiskunde zien.

## 6.2 Discussie

De resultaten van dit onderzoek zijn gebaseerd op een literatuurstudie, analyse van twee lesmethodes, interviews met docenten en een vragenlijst onder de leerlingen. De interviews met de docenten laten veel overeenkomsten zien als het gaat over het type, het doel en de plaats van het verhaal in het les. Opvallend is dat de doelen die de docenten noemen niet overeenkomen met de doelen die opgesteld zijn in Tabel 2. De doelen die de docenten noemen zijn een hoger doel dan het verhaal zelf. Met de verhalen die in dit onderzoek opgesteld zijn is het uiteindelijke doel om de leerlingen te motiveren en het nut van wiskunde te laten zien. Dat kan aan de hand van verschillende verhalen die allemaal een ander subdoel hebben namelijk de samenhang van wiskunde en het dagelijks leven laten zien, de samenhang van de wiskunde en andere schooltheorie of achtergrondinformatie bij het onderwerp. Daarnaast is voor dit onderzoek maar een kleine groep van elf docenten uit de regio geïnterviewd.

Hoewel de antwoorden overeenkomsten laten zien kan niet met zekerheid gezegd worden dat de elf docenten representatief zijn voor heel Nederland of zelfs voor de regio. Daarvoor zou een grotere groep van docenten geïnterviewd moeten worden.

Bij de vragenlijst onder de leerlingen is te zien dat voor sommige resultaten de spreiding erg groot is. Natuurlijk kan het zo zijn dat voor sommige typen verhalen de helft van de leerlingen wel geïnteresseerd is en de andere niet. Om er achter te komen of dit inderdaad het geval is, zouden er meer respondenten gevraagd kunnen worden. Daarnaast komen de 29 respondenten allemaal van dezelfde school en hebben ze dezelfde docent voor wiskunde B. Leerlingen zijn deels bevooroordeeld door de manier waarop hun docent wiskunde geeft. Om een algemener beeld van de leerling in 4 havo wiskunde B te krijgen hadden leerlingen van verschillende scholen in de regio gevraagd kunnen worden. Daarnaast moesten leerlingen bij de vragenlijst over de verschillende type verhalen, doelen van verhalen en plaats van verhalen in de les een score toekennen op een schaal van 1 tot 10. Er is hierbij aangegeven dat als de leerling geen specifieke mening heeft hij een waarde 5 kan toekennen. Echter is 5 niet het midden van de getallen 1 tot en met 10. Indien er met een score 1 tot 5 gewerkt zou zijn dan is het duidelijk dat 3 het midden is.

Tot slot bleek het vinden van een inspirerend verhaal dat op het juiste niveau van de leerlingen ligt nog lastiger te zijn dan gedacht. Het vinden van mogelijke onderwerpen voor een verhaal is redelijk eenvoudig. Maar het verhaal zodanig vertellen dat de juiste boodschap overgebracht wordt bleek niet voor beide verhalen te lukken. Hoewel er in de literatuur veel informatie te vinden is over verhalen is het goed om enkele good practices te hebben bij het opstellen van je eigen verhaal. Het verwerken van de negen elementen is daarnaast niet voor ieder element even makkelijk. Ik zou de focus willen leggen op de elementen plot, karakter en conflict. Als een van deze drie elementen ontbreekt, dan is de relevantie van het verhaal in de wiskundeles ver te zoeken. De elementen verbeelding, sense of wonder en humor maken het verhaal aangenaam om naar te luisteren en zijn dus ook zeker van toegevoegde waarde in het verhaal. Patronen en de verteller zijn twee elementen die van zelf komen als je een goed verhaal opzet, maar waar je niet perse extra aandacht aan hoeft te schenken.

### 6.3 Aanbevelingen

Op basis van de resultaten kan een aanbeveling gedaan worden voor het gebruik van verhalen in de wiskundeles. Op dit moment wordt er zo nu en dan gebruik gemaakt van storytelling, maar docenten geven aan dit vaker te willen doen. Een belangrijke aanbeveling is om bij de lesvoorbereiding al na te denken of er bij de introductie van de les een koppeling gemaakt kan worden met de praktijk door middel van een verhaaltje. Daarnaast zou het goed zijn om een keer met de wiskundesectie te sparren over verhalen. Docenten kunnen van elkaar leren, maar kunnen ook elkaars verhalen gebruiken. Waarom zou je het wiel opnieuw uit willen vinden?

Daarnaast kunnen er aanbevelingen gedaan worden voor vervolgonderzoek. Dit onderzoek laat zien dat het lastig is om humor toe te voegen aan een verhaal zonder dat je een mop aan het vertellen bent. Desondanks is in de literatuur te vinden dat het een belangrijk element is voor een goed verhaal. In een mogelijke vervolgstudie zou er onderzocht kunnen worden hoe humor gebruikt kan worden in het wiskundeonderwijs. Daarnaast laat dit onderzoek de manieren zien waarop storytelling toegepast kan worden. Er zou nog getoetst kunnen worden of het gebruik van verhalen in de les de motivatie van leerlingen daadwerkelijk vergroot. Verder richt dit onderzoek zich alleen op verhalen, maar er zijn ook sommen die kort context toevoegen zonder er een heel verhaal aan te hangen. De vraag die hier ontstaat is hoeveel context heeft een leerling nodig om de wiskunde relevant te vinden? Tot slot geven docenten aan het lastig te vinden om praktijkvoorbeelden te vinden. Ze zouden ermee geholpen zijn als er een boekje op de markt zou liggen waarbij per wiskundeonderwerp enkele praktijkvoorbeelden en anekdotes gegeven zijn zodat ze deze in de les kunnen gebruiken.

## Literatuur

- Adamson, D. (1994). *Blaise Pascal: Mathematician, Physicist and Thinker about God*. New York: Springer.
- Balakrishnan, C. (2008). *Teaching secondary school mathematics through storytelling*. Burnaby, Canada: Simon Fraser University.
- Berlinghoff, W. P., & Gouvêa, F. Q. (2019). *Wortels van de wiskunde* (4 ed.). Amsterdam: Epsilon Uitgaven.
- Bruner, J. (1986). *Actual Minds, Possible Worlds*. United States of America: Harvard College.
- Casey, B., Kersh, J. E., & Mercer Young, J. (2004). Storytelling sagas: an effective medium for teaching early childhood mathematics. *Early Childhood Research Quarterly*, 19, 167-172.
- Catapano, J. (2018). *Storytelling in the classroom as a teaching strategy*. Opgeroepen op mei 12, 2020, van <https://www.teachhub.com/storytelling-classroom-teaching-strategy>
- Centraal Planbureau. (2015, januari). *Zittenblijven in het primair en voortgezet onderwijs: Een inventarisatie van de voor- en nadelen*. Opgeroepen op juni 20, 2020, van <https://www.cpb.nl/sites/default/files/publicaties/download/cpb-policy-brief-2015-01-zittenblijven-het-primair-en-voortgezet-onderwijs.pdf>
- Conradi, R. (2016). *Onderzoek: top 5 kwaliteiten van een effectieve docent*. Opgeroepen op juni 20, 2020, van <https://www.onderwijsvanmorgen.nl/onderzoek-top-5-kwaliteiten-effectieve-docenten/>
- Craeyvelt, S. v. (2014, november 17). *Storytelling in de klas*. Opgeroepen op mei 15, 2020, van <https://opgroeienblog.wordpress.com/2014/11/17/storytelling-in-de-klas/>
- Daems, J. (2016). Waarom geschiedenis in de wiskundeles. *Euclides*, 92, 4-6.
- Dewi, Kannapiran, & Wibowo. (2018). Development of digital storytelling-based science teaching materials to improve students' metacognitive ability. *Jurnal Pendidikan IPA Indonesia*, 7, 16-24.
- Ebbens, S., & Ettekove, S. (2015). *Effectief leren* (4 ed.). Groningen: Noordhoff Uitgevers.
- Gerofsky, S. (1996). A Linguistic and Narrative view of Word Problems in Mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 16(2), 36-45.
- Kainan, A. (1995). Forms and functions of storytelling by teachers. *Teaching & Teacher Education*, 11(2), 163-172.
- Marzona, R., & Miedema, W. (2018). *Leren in vijf dimensies* (7 ed.). Assen: Uitgeverij Koninklijke van Gorcum.
- McLellan, H. (2006). Digital Storytelling in Higher Education. *Journal of Computing in Higher Education*, 19(1), 65-79.
- Mello, R. (2001). The power of storytelling: How oral narrative influences children's relationships in classrooms. *International Journal for Education & the Arts*, 2.
- Mols, B., & Smeets, I. (2014). *Succesformules: toepassingen van wiskunde*. Platform Wiksunde Nederland.

- National Storytelling Network. (2017). *What is Storytelling*. Opgeroepen op mei 11, 2020, van Storynet: <https://storynet.org/what-is-storytelling/>
- Pagen, F. (2002). De magie van wiskunde. *NAW*, 3, 244-247.
- Peleg, Yaron, Katchevich, Mamlok-Naamen, Fortus, Eilks, & Hofstein. (2017). Teachers view on implementing storytelling as a way to motivate inquiry learning in high-school chemistry teaching. *Chemistry Education Research and Practice*, 18, 304-309.
- Salm, H. (2008, januari 15). In de vierde van de havo gaat het mis. *Trouw*.
- Shirali, S. A. (2013). Marin Mersenne, 1588-1648. *Resonance*, 226-240.
- Siu, M.-K. (2000). *The ABCD of using history of mathematics in the classroom*. Hong Kong: Department of Mathematics University of Hong Kong.
- SLO. (2019). *Toekomstbestendig reken/wiskundeonderwijs*. Opgeroepen op maart 24, 2020, van <https://slo.nl/thema/vakspecifieke-thema/rekenen-wiskunde/toekomstbestendig/>
- Snowden, D. (1999). Story telling: an old skill in a new context. *Business Information Review*, 1, 30-37.
- Soto y Koelemeijer, G., Janssen, F., & Kop, P. (2017). Shaping Mathematics into Stories by means of Propp's Narratemes. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 657-669.
- Soto y Koelemeijer, G. (2015, november 28). *Blogcollectief onderzoek onderwijs*. Opgeroepen op maart 24, 2020, van <https://onderzoekonderwijs.net/2015/11/28/blijven-nadenken-over-wiskundeonderwijs/>
- Stewart, I. (2014). *Hoe wiskunde de wereld veranderde* (3 ed.). Daalsedijk: Uitgeverij Lias.
- Unicheck Team. (2015). *The Power of Storytelling in the Classroom*. Opgeroepen op mei 15, 2020, van <https://unicheck.com/blog/storytelling-in-the-classroom>
- Wolfson, P. R. (2001). The Crooked Made Straight: Roberval and Newton on Tangents. *The American Mathematical Monthly*, 108(3), 206-216.
- Yoder-Wise, & Kowalski. (2003). The power of storytelling. *Elsevier*, 51, 37-42.
- Zazkis, R., & Liljedahl, P. (2009). *Teaching Mathematics as Storytelling*. Rotterdam/Taipei: Sense Publishers.

## Bijlagen

### A. Vragenlijst leerlingen

**Vraag 1:** Geef op een schaal van 1 tot 10 aan in hoe verre je geïnteresseerd bent in een van de volgende verhalen.

*1: lijkt me saai, 5: geen mening, 10: lijkt me erg leuk*

- I. (Historische) achtergrond informatie bij een onderwerp. Bijvoorbeeld de ontdekking van pi door de oude Grieken of het gebruik van sinus om posities van de sterren en planeten vast te leggen.
- II. De praktische toepassing van de wiskunde. Bijvoorbeeld hoe het wiskundig denkvermogen bij een vervolgstudie van past komt of waar je in het dagelijks leven te maken hebt bijvoorbeeld exponentiële groei.
- III. Korte anekdotes over wiskunde. Bijvoorbeeld dat het woord sinus boezem betekent of dat de zoekmachine Google eigenlijk Googol had moeten heten, genaamd naar het cijfer 1 met 100 nullen.
- IV. Fictieve verhalen om de sommetjes iets minder saai te maken. Bijvoorbeeld een piraat die op zoek gaat naar een schat maar hij weet alleen onder welke hoek de schat ten opzichte van een bepaald punt ligt.

**Vraag 2:** Geef op een schaal van 1 tot 10 aan wat volgens jou het doel van het verhaal zou moeten zijn.

*1: helemaal niet mee eens, 5: geen mening, 10: helemaal mee eens*

- I. Een verhaal laat de samenhang zien tussen de wiskundestof en andere onderwerpen die in het dagelijks leven terug komen. Bijvoorbeeld de toepassing van de sinusfunctie bij eb en vloed op het strand.
- II. Een verhaal laat de samenhang zien tussen verschillende hoofdstukken/paragrafen. Bijvoorbeeld het gebruik van de afgeleide om maximale en minimale waarden te vinden.
- III. Een verhaal laat de achtergrondinformatie zien. Waar komt de wiskunde eigenlijk vandaan en wie heeft dit bedacht? Bijvoorbeeld hoe bedacht Pythagoras de stelling van Pythagoras.
- IV. Een verhaal hoeft niet perse een doel te hebben. Het is leuk om af en toe als afwisseling tussen het maken van de sommetjes een kort verhaaltje te horen.

**Vraag 3:** Stel dat de docent een kort verhaal gaat vertellen, waar in de les zou je een verhaal het liefst willen horen?

*1: zeer slecht moment, 5: geen duidelijke voorkeur, 10: ideaal moment*

- I. Aan het begin van de les ter introductie van de nieuwe stof
- II. Aan het einde van de les ter afsluiting
- III. Tussen het zelfstandig werken door om een korte onderbreking te hebben van het maken van de sommetjes
- IV. Een verhaal ter vervanging van de klassikale uitleg

**Vraag 4:** Nu je wat vragen over verhalen beantwoord hebt, is er een bepaald onderwerp waar je meer van zou willen weten? Met andere woorden wat zou je verhalen over willen horen?

*Als je liever gewoon sommen maakt, dan mag je dat hier ook opschrijven. Heb je geen voorkeur dan laat je deze vraag open.*



## B. Analyse lesmethode

### Getal & Ruimte

HOOFDSTUK 2: VERANDERINGEN			
<i>Samenvatting verhaal</i>	<i>Type verhaal</i>	<i>Doel van verhaal</i>	<i>Plaats in onderwijs</i>
<b>Uitleg</b>			
Bij tal van verschijnselen heb je te maken met verandering. Denk aan temperatuurverloop, smelten van de ijskap op Groenland, de toename van de weggebruikers. De ene verandering gaat sneller dan de andere.	Praktijk	Samenhang dagelijks leven	Uitleg
<b>Sommen</b>			
Wim doet bij een sportdag mee aan de 800 m. In een figuur zie je hoe zijn race is gegaan. Wat is zijn gemiddelde snelheid in de eerste minuut.	Praktijk	Geen duidelijk doel	Tussendoor
Een TOA van de scholengemeenschap Fermat heeft met behulp van meet- en plotapparatuur een overzicht gekregen van het temperatuurverloop in een klaslokaal. Hoeveel uur werkte de verwarming?	Praktijk	Geen duidelijk doel	Afsluiting
De oppervlakte van het kroos in de vijver van de familie Damen groeit volgens een bepaalde formule. Wat is de snelheid waarmee de oppervlakte toeneemt?	Praktijk	Geen duidelijk doel	Afsluiting
Bij betaald voetbal moeten scheidsrechters een goede conditie hebben. Voordat het seizoen begint, moeten ze een coopertest doen. Van twee scheidsrechters is de test is een grafiek weergegeven. Wat kun je zeggen over de snelheid?	Praktijk	Geen duidelijk doel	Tussendoor
Meneer Kruize heeft vanaf de geboorte van zijn dochter Lotte elke maand haar lengte gemeten. Geef een schatting van de groeisnelheid.	Praktijk	Geen duidelijk doel	Afsluiting
Bij sommige operaties in het onderlichaam krijgt de patiënt een ruggenprik. Het is van belang een zodanige hoeveelheid van het middel in te spuiten dat de verdoving lang genoeg werkt. Bereken de snelheid van de afname van het middel.	Praktijk	Samenhang dagelijks leven	Afsluiting
Bij een onderzoek naar de hartslagfrequentie van sporters moet binnen enkele minuten een zware inspanning op een lopende band geleverd worden. Voor elke sporter hanteert men een ander model. Hoe lang duurde inspanning?	Praktijk	Samenhang dagelijks leven	Afsluiting
Van twee figuren doen Lars en Max een bewering. Wie heeft er van hen gelijk?	Overig	Geen duidelijk doel	Afsluiting

<b>Extra</b>			
Een anesthesioloog is verantwoordelijk voor de toegediende verdoving bij een operatie. Het is van belang om te weten met welke snelheid het verdovingsmiddel door het lichaam wordt afgebroken.	Praktijk	Samenhang dagelijks leven	Introductie
Geschiedenis Leibniz: was filosoof, natuur -en wiskundige, historicus, rechtsgeleerde en diplomaat. De notatie $dy/dx$ is van hem afkomstig.	Herkomst	Achtergrond	Tussendoor

## HOOFDSTUK 6: DE AFGELEIDE FUNCTIE

<i>Verhaal</i>	<i>Type verhaal</i>	<i>Doel van verhaal</i>	<i>Plaats in onderwijs</i>
<b>Sommen</b>			
Fleur moet de afgeleide berekenen. Ze krijgt iets door een bepaalde regel te gebruiken. Onderzoek hoe ze tot haar oplossing is gekomen.	Praktijk	Geen specifiek doel	Introductie
Aan de achterzijde van haar huis wil mevrouw Molenaar een nieuw terras aanleggen. Om het terras komt een hek met totale lengte 18 m. Bij welke afmetingen wordt het terras het grootst?	Praktijk	Samenhang theorie	Tussendoor
De firma Hoff maakt frames voor verhuiskisten van aluminium hoekprofielen. De lengte is vier keer de breedte. Toon aan dat de formule die hierbij hoort klopt.	Praktijk	Samenhang theorie	Afsluiting
<b>Extra</b>			
Victoriaanse kas in Kew Garden in London stamt uit de 19 <sup>e</sup> eeuw. Bij een gegeven hoeveelheid materiaal kun je een kas maken met een zo groot mogelijk oppervlak. Daarbij gebruik je de afgeleide functie.	Praktijk	Samenhang dagelijks leven	Introductie
Geschiedenis Johannes Hudde: was veelzijdige man met grote belangstelling voor wiskunde. Daarnaast was hij burgermeester van Amsterdam. Bekend is Huddes methode om toppen te bepalen van een functie met gehele getallen.	Herkomst	Achtergrond informatie	Tussendoor
Geschiedenis Differentiaalrekening: Het heeft lang geduurd voor men het begrip snelheid wist te doorgronden. Newton en Leibniz hebben onafhankelijk van elkaar de differentiaalrekening ontwikkeld.	Herkomst	Achtergrond informatie	Tussendoor
Geschiedenis Newton en Leibniz: Newton schreef een verhandeling over raaklijnen maar deze werd pas na zijn dood gepubliceerd. De notatie die we nu gebruiken is afkomstig van Leibniz.	Herkomst	Achtergrond informatie	Tussendoor

#### HOOFDSTUK 5.4: LOGARITMEN

<i>Verhaal</i>	<i>Type verhaal</i>	<i>Doel van verhaal</i>	<i>Plaats in onderwijs</i>
<b>Sommen</b>			
Paul Fitts was een Amerikaanse psycholoog die in de jaren 50 onderzoek deed naar de ergonomie van de cockpit van een vliegtuig. Hij heeft een formule opgesteld met enkele onbekenden. Bereken de onbekenden.	Praktijk	Samenhang dagelijks leven	Afsluiting
<b>Extra</b>			
Geschiedenis John Napier: heeft het begrip logaritme ingevoerd. Hij zocht naar een methode om het vermenigvuldigen van grote getallen te vereenvoudigen.	Herkomst	Achtergrond informatie	Tussendoor

#### Moderne Wiskunde

#### HOOFDSTUK 6 HAVO 4: DE AFGELEIDE FUNCTIE

<i>Verhaal</i>	<i>Type verhaal</i>	<i>Doel van verhaal</i>	<i>Plaats in onderwijs</i>
<b>Sommen</b>			
Ineke doet mee aan de halve marathon. In de grafiek is te zien hoe zij gelopen heeft. Bereken de gemiddelde snelheid	Praktijk	Samenhang dagelijks leven	Afsluiting
Hout krimpt in de eerste maanden nadat het is gezaagd. Door de structuur van het hout krimpt het in de lengte anders dan in de breedte. Toon aan dat hout in de breedte sneller krimpt dan in de lengte	Praktijk	Samenhang dagelijks leven	Afsluiting
<b>Extra</b>			
Grondleggers: Newton en Leibniz worden beschouwd als grondleggers van de differentiaalrekening. Over wie de eerste was, zijn de meningen verdeeld.	Herkomst	Achtergrond informatie	Afsluiting

#### HOOFDSTUK 4 HAVO 5: DIFFERENTIËREN

<i>Verhaal</i>	<i>Type verhaal</i>	<i>Doel van verhaal</i>	<i>Plaats in onderwijs</i>
<b>Sommen</b>			

De huizen A en B worden op de waterleiding aangesloten. In plaats van twee aftakkingen naar de hoofdleiding is er gekozen voor een Y-verbinding. Ga na of de formule voor de lengte van de waterleiding klopt.	Praktijk	Samenhang dagelijks leven	Afsluiting
<b>Extra</b>			
Middelwaarde stelling: Lagrange was wiskundige en astronoom. Hij werkte onder andere aan getaltheorie, differentiaalrekening, mechanica en astronomie.	Herkomst	Achtergrond informatie	Afsluiting
<b>HOOFDSTUK 1 HAVO 5: LOGARITMISCHE FUNCTIE</b>			
<b>Verhaal</b>	<b>Type verhaal</b>	<b>Doel van verhaal</b>	<b>Plaats in onderwijs</b>
<b>Sommen</b>			
De snelwegen in Nederland zijn vooral asfaltbetonwegen. De meest voorkomende zijn de dichte asfaltbetonwegen en de zeer open asfaltbeton wegen. Voor beide wegen is een formule op te stellen. Bereken de bij welke snelheid een bepaald geluidsniveau bereikt wordt.	Praktijk	Samenhang dagelijks leven	Tussendoor
Aardbevingen worden geregistreerd met een seismograaf. De kracht van een aardbeving wordt uitgedrukt in een getal op de schaal van Richter. Hoe verandert R als de uitwijking 10 keer zo groot wordt?	Praktijk	Samenhang dagelijks leven	Afsluiting
Levend materiaal, plantaardig of dierlijk, bevat een geringe hoeveelheid radioactieve stof. Vanaf het sterftijdstip neemt deze hoeveelheid af. Bereken hoe oud een scheepswrak is.	Praktijk	Samenhang dagelijks leven	Afsluiting
<b>Extra</b>			
Logaritmentafel: Napier beschreef hoe je grote getallen kunt vermenigvuldigen met behulp van logaritmen.	Herkomst	Achtergrond informatie	Afsluiting

## C. Voorbeelden van verhalen van docenten

### Meetkunde

#### *De timmerman maakt een halve cirkel:*

De timmerman is bezig met allerlei klusjes. Een van deze klusjes is het maken van een raam boven de deuropening. Dit raam heeft de vorm van een halve cirkel. Hij heeft geen grote passer of ander gereedschap om een halve cirkel af te meten. Om een perfecte halve cirkel te maken tekent hij verschillende rechthoekige driehoeken waarbij de breedte van de deuropening de schuine zijde van het driehoek is. Hij verbindt van alle driehoeken de hoekpunten en kan zo een perfecte halve cirkel tekenen. Ik was aan het kijken hoe hij dit deed en vertelde hem dat hij de stelling van Thales gebruikte. Hij keek me met grote ogen aan en begreep niet wat ik zei. Onbewust maakt de timmerman dus gebruik van een wiskundige stelling.

#### *De timmerman op zolder:*

Voor een ander klusjes was de timmerman op zolder met het dak bezig. Hij moest een driehoek afmeten die hoeken van 30, 60 en 90 graden had. Ik hoorde een diepe zucht van boven komen en vroeg wat er aan de hand was. De timmerman had zijn gradenboog in de auto laten liggen en moest nu helemaal naar beneden om de boog op te halen zodat hij de driehoek afmeten kon. Ik vertelde hem dat hij geen gradenboog nodig heeft om de hoeken af te meten. We hebben te maken met een speciale driehoek dus kan de timmerman met verhoudingen werken om de juiste hoeken af te meten.

#### *SOS CASTOA*

Er was eens een kapitein die een boot had, genaamd Castoa. Deze boot belandde in een zware storm. De boot zonk en de kapitein werd schipbreukeling. Hij kon gelukkig in de verte een eiland vinden en zwom daar naartoe. Vanaf daar riep hij om hulp: "SOS Castoa". En zo weten we nog steeds soscastoa wat we kunnen gebruiken als ezelsbruggetje.

#### *Thales:*

De stelling van Thales heet niets voor niets Thales. Thales is een oude Griekse wiskundige die rond de zesde eeuw voor Christus leefde. Het is de eerste wiskundige van de oude Grieken en een belangrijke denker. De wiskunde die je nu leert is dus ooit eens bedacht door mensen. Het bestaat ondertussen al lang, maar ooit hebben mensen de wiskunde zoals we die nu bedenken uitgevonden

### Goniometrie

#### *Het reuzenrad*

Stel dat je in een reuzenrad instapt en je laat vanaf dat moment een klokje lopen. Als we dan kijken naar de verticale positie waar jij zit, dan verandert deze over de tijd. Als we deze positie plotten tegen de tijd dan zien we een sinusoïde ontstaan. In Geogebra kun je het functievoorschrift voor het reuzenrad opstellen. *Laat eerst de normale sinusfunctie zien. De leerlingen zien dan dat er ook negatieve waarden zijn. In een reuzenrand zal je nooit op een negatieve hoogte zitten. Daarnaast moet je iets met de straal van het rad doen en de tijd die het rad nodig heeft om een rondje af te leggen.*

#### *Wat moet je zonder sinus & cosinus?*

Je zal je waarschijnlijk als leerling wel eens afvragen: waar in het dagelijks leven kom ik sinussen en cosinussen tegen en waarom moeten we dit leren? Stel dat we geen weet van deze twee functies hadden, dan hadden er ook sommige essentiële dingen in ons dagelijks leven niet kunnen zijn. Denk eens aan dat telefoontje wat je de iedere dag gebruikt. Om signalen te ontvangen en internet via de wifi te krijgen worden er golven uitgezonden die het telefoontje opvangen. Als we niets zouden weten van sinusoiden dan was het ook niet mogelijk geweest om iedere dag internet op je telefoon te hebben.

## De afgeleide

### *Kale kop*

Er was eens een stagiair die kaal was. Tijdens een van zijn lessen legde hij opeens een geodriehoek op zijn hoofd. Als je kijkt naar de geodriehoek dan is er precies één punt waar de driehoek het hoofd raakt. Je kan de kale kop zien als een parabool en het geodriehoek als de raaklijn. Als de geodriehoek recht ligt dan heb je het hoogste punt van de kop te pakken, dit is namelijk het maximum.

### *De glijbaan*

Kan je je nog herinneren dat je als kind van de glijbaan gegaan bent? Mijn kinderen zijn ook van de glijbaan geweest. Halverwege beginnen ze altijd even kort te gillen. Ze gillen omdat de glijbaan op dat punt het steilste is. We kunnen dit wiskundig beschrijven als het buigpunt van de glijbaan waarbij de baan van een toenemende dalende lijn naar afnemend dalende lijn gaat.

### *Een potje appelmoes*

Je hebt vast wel eens thuis een pot appelmoes gehad. Heb je je wel eens afgevraagd waarom de pot de vorm heeft die hij heeft? Het blijkt dat dit de ideale vorm is om zo weinig mogelijk kosten aan materiaal kwijt te zijn en wel zo veel mogelijk appelmoes in een pot te kunnen stoppen. De vorm hebben ze weten te vinden door optimalisatie.

### *Doosje vouwen van een A4'tje (Rond Sinterklaas)*

Uit een A4'tje kun je een doosje vouwen door de hoekpunt in te knippen. Je kan een klein stukje uit de hoekpunten wegnippen en dan krijg je een vrij plat bakje met een lage rand. Je kan ook een groter stuk wegnippen, dan krijg je een bakje met een hoge rand. Als je hier even wat langer over nadenkt dan kan je het doosje zo vouwen dat deze de grootst mogelijk inhoud heeft. Iedere leerling krijgt een A4'tje. Als je een bakje gemaakt hebt, komt de docent om deze te vullen met pepernoten. Hoe groter de inhoud van het bakje hoe meer pepernoten je krijgt. Dus hoe kun je het bakje vouwen zodat je zoveel mogelijk pepernoten krijgt?

### *Investeren in Bitcoins?*

Als je kijkt naar de koers van Bitcoins dan zie je dat er geen mooie rechte lijn te zien is zoals we dat uit het wiskundeboek kennen. De lijn fluctueert. Wil je iets kunnen zeggen over de koers op de lange termijn dan kijk je naar de trendlijn. Is de waarde van Bitcoins de afgelopen periode gestegen of gedaald? Dit heeft iets te maken met de afgeleide. Daarnaast zijn extreme waarden belangrijke punten van de grafiek. Je gaat op zoek naar patronen in de grafiek en aan de hand van deze patronen kan je iets over de grafiek zeggen. (Dit geldt voor allerlei grafieken zoals biologie en economie maar nu ook de grafieken van het RIVM van covid-19.)

### *Foto analyse Philips*

Voor controles voor kanker wordt er met een apparaat van Philips naar weefsels gekeken. In het weefsel zijn verschillende kleurovergangen te zien. Als deze overgangen heel scherp zijn, dan moet er aan de alarmbel getrokken worden. Dit is een teken dat er in het weefsel iets verkeerd kan zitten. Om zo'n werkend apparaat te kunnen maken moet iemand de kennis in huis hebben om dit te kunnen programmeren. Er wordt gebruik gemaakt van de afgeleide. Als  $d(\text{licht})/dx$  groter is dan een bepaalde drempelwaarde dan moet het apparaat een waarschuwing geven. Hierbij geeft  $x$  de plek op het weefsel aan en het *licht* de kleur/tint van het weefsel.

### *Lineair programmeren*

Jaren geleden kwam een student de collegezaal binnen en zag op het bord een som staan. Hij ging er vanuit dat dit een huiswerksom was, dus ging hij hier mee aan de slag hoewel hij het wel erg lastig vond. Maar wat bleek nu, de docent had aan het einde van de vorige les een onoplosbaar probleem op het bord geschreven waar men nog steeds niet het antwoord op weet. Hij had de som nog niet uitgeveegd

waardoor deze nog op het bord stond. De student was nog steeds er van overtuigd dat het een huiswerksom was. Met veel moeite lukte het hem om de som op te lossen. De volgende les leverde hij de huiswerksom in bij de docent. De student had dus een onoplosbaar probleem weten op te lossen. Met de oplossing van dit onoplosbaar probleem werd een eerste stap gezet in het lineaire programmeren, waarbij lineaire vergelijkingen geoptimaliseerd worden.

## Exponentiële functies

### *Een schat*

Mijn bet-bet-betovergroot opa was piraat. Uit familie verhalen heb ik gehoord dat hij destijds een schat heeft begraven, maar deze is nog steeds niet gevonden. De schat bestaat uit verschillende muntstukken. In de loop van de jaren zijn deze muntstukken meer waard geworden. Stel dat de muntstukken ieder jaar 0,5% meer waard zijn. Wat zou nu de waarde van deze schat zijn?

### *Geld op de bank*

Stel dat je 1000 euro op de bank hebt staan. Tegenwoordig is de rente niet heel hoog, maar je kan een bepaald spaarbedrag vastzetten voor een bepaalde tijd. Dan krijg je meer rente over je geldbedrag. Het nadeel hiervan is dat het bedrag niet zomaar van je rekening af kan halen. Hoe lang duurt het bij een rente van  $x$  procent voordat je het dubbele op je spaarrekening hebt staan?

### *Het achtste wereldwonder*

Op een dag werd aan Einstein gevraagd wat hij als het achtste wereldwonder zag. Einstein antwoordde met: "De samengestelde interest". Samengestelde interest klinkt heel saai, maar dat is het absoluut niet. Het gaat om de rente op de rente. Stel dat je 100 euro op de bank hebt staan en je krijgt daar 5% rente over dan heb je het jaar daarna 105 euro op de bank staan. Een jaar later staat er dan 110,50 op de bank. Je hebt dus eigenlijk rente gekregen over de rente van het jaar daarvoor. Dus met een klein bedrag kan je uiteindelijk veel geld maken.

### *Waterplant*

Ik was eens op vakantie en waar hele mooie waterplanten waren. Ik heb toen een waterplant mee naar huis genomen. In mijn tuin heb ik een kleine vijver met een oppervlakte van 6 vierkante meter. Ik heb mijn plant daarin gezet. Na een jaar was de vijver helemaal bedekt met de plant. Als ik het groeien van de plant analyseer dan is hij gedurende het jaar exponentieel gegroeid. Eerst was maar een klein deel van de vijver bedekt met de plant en gedurende het jaar werd het snel steeds meer.

### *De R-factor van corona*

In de persconferentie heeft Rutte het over de R-factor. Als dit getal onder de 1 is, dan gaat het goed. Komt dit getal boven de 1 dan gaan we weer de verkeerde kant op met het aantal corona-besmettingen. Wat bedoelt Rutte nou eigenlijk met de R-factor en wat is de wiskundige rol hiervan? In de boeken leren we rekenen met een groeifactor en die noemen we  $R$ . De  $R$  staat voor effective reproduction number waarbij de drempelwaarde 1 is. In dat geval besmet een persoon die besmet is met corona één andere persoon. Je kan het zien als een lineaire functie. Zodra het getal groter wordt dan 1 hebben we te maken met een exponentiële functie. Neem bijvoorbeeld een  $R$  van twee. Dan besmet één persoon twee andere personen en deze besmetten beiden ook weer twee personen en zo groeit het virus exponentieel.

### *Naar de maan*

Je kan een A4'tje meerdere keren vouwen. Als je een A4 één keer vouwt dan krijg je een A5. Doe je het nog eens dan krijg je een A6. Een A4'tje is dus twee keer een A5 en vier keer een A6. Stel dat je begint met een oneindig groot vel papier met een dikte van 1 mm dat je oneindig vaak kan vouwen hoe vaak moet je dit papiertje dan vouwen totdat je bij de maan bent? Het gaat hier om een exponentiële rij met grondtal 2.

### *De mythe van Sissa*

Sissa vindt voor pedagogische doeleinden het schaakspel uit voor een Indische koning. Uit dankbaarheid vraagt de koning Sissa hoe hij ervoor beloond wil worden. Sissa zegt hiervoor graan te willen ontvangen in de hoeveelheid gelijk aan de som van het aantal graankorrels dat over alle velden van het schaakbord verspreid wordt, zodanig dat de som bepaald wordt door één korrel op het eerste veld te leggen en dan elk volgende veld met het dubbele aantal korrels van het voorgaande veld te vullen. Hoeveel korrels zou Sissa krijgen en zou de Indische koning als hij slim is hiermee instemmen?

## **Logaritme**

### *Het gemak van logaritme*

Vandaag de dag hebben we een rekenmachine en kunnen makkelijk grote sommen uitrekenen. Maar dit was niet altijd zo. Hoe hebben ze vroeger grote getallen berekend? John Napier kwam met een oplossing en gebruikte logaritmen om grote getallen met elkaar te vermenigvuldigen. Hij vertaalde de getallen naar logaritmen en kon zo de twee logaritmen bij elkaar op tellen en vervolgens terugrekenen naar een getal. Hiervoor gebruikte hij grote logaritmetabellen. De logaritme werd ontdekt omdat er een noodzaak was om grote getallen met elkaar vermenigvuldigen. Dankzij de wiskunde bleek het mogelijk om dit te doen.

## **Overig, niet gerelateerd aan een hoofdstuk**

### *Vermoeden van Goldbach:*

Laat een leerling een willekeurig positief even getal noemen. Dit getal is op te splitsen in twee priemgetallen. Laat nu een andere leerling een getal kiezen. Ook deze is op te splitsen in twee priemgetallen. We kunnen nog een aantal getallen uitkiezen en je ziet dat dit telkens werkt. Kun je nu ook bewijzen dat dit zo is? Leerlingen gaan dan aan de slag en je krijgt een antwoord als: 'maar dat is toch logisch'. De volgende les wordt hier op terug gekomen. Het is namelijk een vermoeden dat nooit bewezen is. Priemgetallen zijn relatief jong en zeer ongrijpbaar. Er is geen formule om alle priemgetallen te berekenen. Daarom is het niet mogelijk om een bewijs te geven. Priemgetallen worden daarom gebruikt in de cryptografie van banken omdat deze moeilijk te kraken zijn. Stel dat je als leerling het ooit voor elkaar krijgt om wel de formule van de priemgetallen te vinden dan kan je zo miljonair worden en alle bankpassen kraken.

### *Irrationele getallen bestaan niet*

In de tijd van de oude Grieken, zoals ook Pythagoras, werd er gerekend met gehele getallen en verhoudingen in de vorm van breuken. De wiskundigen van die tijd gingen er vanuit dat dit de enige twee soorten getallen waren die er bestonden. Een andere wiskundige had echter in die tijd een bewijs geleverd dat de wortel van 2 niet te schrijven is als breuk. Met andere woorden er bestaan dus getallen die niet te schrijven zijn als geheel getal of als breuk. Dit kon volgens de overige wiskundigen uit die tijd niet waar zijn. De wiskundige is van de berg af gegooid als straf voor zijn leugen dat er getallen bestaan die niet als breuk te schrijven zijn. Ondertussen weten we van het bestaan van irrationale getallen en kunnen we zeggen dat de wiskundige van die tijd dus gelijk had.

### *Googol*

In de vorige eeuw was er een wiskundige die een naam wou geven aan het getal 1 met honderd nullen. Hij noemde het Googol. Toen de zoekmachine Google ontstond waren ze op zoek naar een goede naam. Ze dachten aan de wiskundige met het getal 1 met honderd nullen. Ze hebben alleen een klein taalfoutje gemaakt en in plaats van Googol werd het Google zoals we dat vandaag kennen. Het hoofdkantoor van Google staat bij Googleplex wat correspondeert naar Googolplex en het getal 10 tot de macht googol is.



### *Verskil tussen en getal en cijfer*

Bij expeditie Robinson moesten kandidaten onderwater duiken om getallen te vinden. De opdracht luidde: "Tel de cijfers bij elkaar op." Er stonden twee getallen 13 en 15. Als je de cijfers bij elkaar op telt, krijg je dus  $1+3+1+5=9$ . De oplettende, wiskundige, kijker zou hierbij het antwoord 9 geven. Het antwoord bleek echter 28 te zijn. Je had dus de getallen bij elkaar op moeten tellen en niet de cijfers zoals de presentator aangegeven had. Na deze uitzending is er een mail naar RTL gestuurd om duidelijk te maken dat cijfers niet hetzelfde zijn als getallen. Een getal bestaat uit cijfers maar een cijfer hoeft niet perse het hele getal te zijn.

### *Rare reclame*

Ik blader door een reclamefolder heen en vind daar een opmerkelijke actie. Voor een bepaald product staat er in grote letters bij dat er -20% korting is. Wat zou de reclamemaker hiermee bedoelen? Zou je 20% extra moeten betalen? Wiskundig gezien klopt -20% korting niet.

### *Fibonacci:*

In het boek, en de film, Kruistocht in Spijkerbroek van Thea Beckman wordt het personage Leonardo van Pisa beschreven. Dolf leert hem aan het begin van het verhaal kennen. Hij heeft een Ezel bij zich. Dolf leert Leonardo de Arabische getallen (dit is verzonnen door Thea Beckman om zo de historische link te leggen). Wij kennen Leonardo van Pias als Fibonacci van de bekende Fibonacci rij. Met dit verhaal geef je de leerlingen een beeld bij de persoon wiens getallenreeks gebruikt wordt in het schoolboek. Het boek Kruistocht in Spijkerbroek zal bij leerlingen bekender zijn dan de persoon Fibonacci.

## D. Uitgeschreven interviews docenten

*\*De onderstaande uitgeschreven interviews geven niet letterlijk het gesprek weer. Ze laten de belangrijkste elementen van het gesprek zien die relevant zijn voor dit onderzoek.*

### Docent 1

#### Algemeen

Het is nog wel lastig om goede verhalen te vinden. De methode plaatst veel wiskundesommen in context, maar deze context is soms omslachtig. Bijvoorbeeld de oppervlakte van de huid van een zoogdier.

Als je de leerlingen in de les vertelt dat wiskunde overal voorkomt, dan moet je ook verhalen/voorbeelden paraat hebben waarin je vertelt waar de wiskunde in voorkomt.

De docent geeft aan de verhalen altijd vanuit het ik-perspectief te vertellen. Hierbij bedenkt hij veel verhalen die dus niet altijd voor de volle 100% waar zijn. Vaak is een deel wel waar, maar lang niet alles. Hij geeft aan dat dit zijn stijl is, maar dat hoeft dus niet voor iedereen het geval te zijn.

De docent probeert de verhalen vaker te gebruiken. Zo dient het verhaal als een soort van kapstok waar nieuwe theorie aan gekoppeld kan worden.

Verhalen kunnen helpen om het beeld van de leerlingen te veranderen. Er is een algemeen beeld dat het cool is om slecht in wiskunde te zijn. Terwijl als je niet kan lezen dan is dat niet cool. "Je gaat toch nooit iets met wiskunde doen" is de tendens bij leerlingen.

#### Voorbeelden van verhalen

Op vakantie in het casino: Ik was eens op vakantie op een cruiseschip waar ook een casino aanwezig was. Na een aantal spelletjes viel het toch wel op dat er heel vaak een vijf gegooid werd. Statistisch gezien zou dat niet mogelijk zijn geweest. Wat blijkt nou, je kan op de boot vervalste dobbelstenen kopen waarbij de kans op een vijf groter is dan de overige getallen. Ik heb een paar van deze dobbelstenen gekocht en meegenomen in de klas. De ene helft van de klas krijgt een zuivere dobbelsteen, het andere deel krijgt de vervalste. Vervolgens moeten de leerlingen laten zien of ze de zuivere of de valse dobbelsteen hebben.

De timmerman: doet allerlei verschillende klusjes in huis. Een van de doorgangen in huis wilden we met een mooi boogje boven de deur. Hoe maak je als timmerman een perfecte halve cirkel? De timmerman had er een speciale methode voor bedacht die hij mij trots vertelde. Deze methode bleek de stelling van Thales te zijn.

Een andere keer was de timmerman op zolder bezig maar was hij zijn gradenboog vergeten. Met een diepe zucht liep hij naar beneden. Maar het dak heeft een hoek van 30 graden. Dus ik heb hem uitgelegd dat hij de gradenboog helemaal niet nodig had. Hij was immers met een 30-60-90 driehoek bezig.

Glijbaan: Mijn dochter ging van de glijbaan af en ongeveer halverwege begon ze een kort te gillen. Op dit punt is de glijbaan het steilste. Het is het buigpunt.

Doosje vouwen van een a4-tje: Rond sinterklaas kun je de leerlingen een a4-tje geven. De randjes kun je omvouwen zodat er een bakje met een bepaalde inhoud ontstaan. Hoe kun je ervoor zorgen dat de inhoud maximaal is? De docent loopt met een zak pepernoten rond en vult de bakjes.

Lineair programmeren: Een student kwam het lokaal binnen en zag op het bord een som staan. Hij ging er vanuit dat dit een huiswerk som was. Dus ging hier mee aan de slag. Echter had de docent in de vorige

les een onoplosbaar probleem op het bord geschreven die hij aan het begin van de volgende les nog niet uitgeveegd had. De student was thuis druk bezig om de som op te lossen en uiteindelijk slaagde hij er in om de som op te lossen. Dit was het begin van het lineaire programmeren.

#### **Doelen van het vertellen van verhalen**

- Lastige dingen zo simpel mogelijk aanbieden. Bijvoorbeeld goniometrische functies met  $t$  en  $2\pi$  etc. Je wil dit koppelen aan de praktijk zodat ze weten wat ze eigenlijk aan het doen zijn. Het verhaal dient als een stukje herkenning. Natuurlijk lukt dit niet altijd.
- Leerlingen bij de les betrekken.
- Het nut van wiskunde laten zien.

#### **Plaats van het verhaal in de les**

- Begin van de les om het nut van het stukje wiskunde duidelijk te maken.
- Eind van de les wordt een terugkoppeling naar de theorie gemaakt maar worden geen verhaaltjes meer geïntroduceerd. De verhalen worden hier herhaald.

Nadeel van verhalen is dat de leerlingen na het verhaal meestal niet meer zo gemotiveerd zijn om aan het werk te zijn. Tijdens het verhaal zijn de leerlingen gemotiveerd en ze willen daarna liever verder kletsen over het verhaal dan bezig gaan met de sommen.

#### **Reactie van leerlingen**

Niet elke leerling kan abstract denken. Voor hen is een verhaal een andere vorm van informatie binnen krijgen. Een ander deel van de groep wil juist graag die abstracte algebra.

#### **Wat heb je nodig om verhalen in de les te gebruiken?**

De docent geeft aan zelf veel geschiedenis boeken te hebben gelezen. Daarnaast is hij meerdere keren naar de Nederlandse wiskunde dagen geweest waarbij ook deze thema's aan bod komen. Hij gebruikt de verhalen en verdraaid ze soms een beetje. Als hij de verhalen vertelt dat doet hij alsof hij het zelf verzonnen heeft.

Belangrijk is dat het verhaal wel aansluit bij de lesstof anders hebben de leerlingen al gauw het idee, 'waar is dit nuttig voor'.

## Docent 2

### Voorbeelden van verhalen

Vergrotingsfactor: Jaren geleden heeft de docent een keer een toneelstukje in de klas gedaan over vergrotingsfactoren. Drie leerlingen moesten een dag van tevoren de tekst door lezen en voerden het toneelstukje de volgende dag op. Het verhaal ging over Willie wortel die zijn eten vergoten wilde zodat hij meer had. In plaats daarvan vergrootte hij zichzelf. Maar hoeveel pizza's moest hij nu eten om in verhouding hetzelfde aantal binnen te krijgen?

Grafieken bitcoins: Als je kijkt naar de waarde van bitcoins over een bepaalde periode dan laat dit geen rechte lijnen zien maar fluctueert dit. Wil je iets kunnen zeggen over de lange termijn dan kijk je naar de trendlijn. Dit heeft iets te maken met de afgeleide, want het gaat over de gemiddelde verandering over een periode. Daarnaast zijn extreme waarden belangrijke punten van de grafiek. Je gaat opzoek naar patronen in de grafiek en aan de hand daarvan kan je iets over de grafiek zeggen. (Hetzelfde verhaal kan ook met onderwerpen over biologie en economie of nu met corona over grafieken van het RIVM.)

Foto analyse Philips: Philips heeft een apparaat dat gebruikt kan worden bij het signaleren van tumoren. Het maakt gebruik van de afgeleide. Als je naar een weefsel kijkt dan zijn er overgangen in kleuren te zien. Als deze overgangen heel scherp zijn, dan moet er aan de alarmbel getrokken worden. Dit kan namelijk op een tumor duiden. Iemand moet de machine geprogrammeerd hebben, zodanig dat de machine weet wanneer er een alarmbel moet rinkelen. Het programmeren is gedaan met behulp van de afgeleide. Als  $d(\text{licht})/dx$  groter is dan een bepaalde waarden dan moet het apparaat een waarschuwing geven.

Overige dingetjes:

- Profielwerkstuk over lissajousfiguren waar een zandzak aan een plafond hangt. In de zak zit een klein gaatje waardoor zand op een papiertje valt. De zak beweegt op en neer. Van de beweging kan een parametervoorstelling gemaakt worden.
- Bewijs van stelling van Pythagoras beschreven door Euclides.
- Het woord museum komt vanuit Egypte van Mouseion. De tempel met bibliotheek en opleidingscentrum waar onder andere wiskundigen aan het werk waren.
- Zodra een wiskunde stelling bewezen is dan is deze algemeen aangenomen en is het onderzoeken daarvan klaar. Maar er zijn nog veel vermoedens en stellingen die nog niet bewezen zijn. Per jaar komen er nog 1000 stelling bij die bewezen zijn. Kortom, wiskunde is een levendig vakgebied.
- Bij het oude Teletop (voorganger van SOM) hadden de klassen namen van bekende wiskundigen. Leerlingen gingen navragen wie die persoon is die gekoppeld is aan hun klas. Belangrijk hierbij was dat er ook enkele vrouwelijke wiskundigen gebruikt werden om de leerlingen te laten zien dat wiskunde niet alleen een mannen domein is.

### Doelen van het vertellen van verhalen

- Context bieden (aansluiten op richting die de leerlingen op gaan na de middelbare school).
- Laten zien dat je veel dingen niet zonder wiskunde kunt doen. In de klas vragen de leerlingen waarom ze iets moeten leren, pas bij de vervolgstudie snappen ze waar de wiskunde goed voor was. Het zou eigenlijk eens mooi zijn om een oud leerling in de les uit te nodigen die vertelt wat hij, achterafgezien, aan de wiskundelessen heeft in zijn vervolgstudie.
- Wiskunde is ook gewoon leuk, het vinden van een oplossing werkt motiverend.

**Plaats van het verhaal in de les**

- Niet een duidelijke moment. Pas als de wiskunde uitgelegd wordt schieten verhalen te binnen. Soms bij een voorbereiding bedenk ik dat ik een verhaal kan vertellen. Ik zou verhalen wel meer kunnen integreren in de lessen.
- Soms ook tijdens het bespreken van een som om de som iets te verduidelijken.

**Reactie van leerlingen**

De boodschap komt wel aan. Het is niet duidelijk of de leerlingen het waarderen, maar dat hoopt de docent wel.

**Wat heb je nodig om verhalen in de les te gebruiken?**

Verhalen bedenken is geen probleem, maar ik zou het meer moeten integreren door bijvoorbeeld al een kleine aantekening bij de studiewijzer te maken.

## Docent 3

### Algemeen

Hoe lager de wiskunde (eerste/tweede klas) hoe moeilijker de beginselen uit te leggen zijn. De docent wil de koppeling met de praktijk maken waarbij de vraag “Waarom heb je het nodig?” beantwoord wordt. Er wordt maar weinig de link met het dagelijks leven gemaakt. De focus ligt op het aanleren van rekentechnieken. Ze zal nooit over wiskundigen gaan praten en vertellen wat zij vroeger voor de wiskunde hebben gedaan.

Het is lastig om zelf verhalen te bedenken. Je komt al snel op de standaard verhalen die het boek ook gebruikt voor de verhaaltjessommen zoals snelheid en tijd.

### Voorbeelden van verhalen

Zakgeld: Je ouders besluiten om je zakgeld lineair of exponentieel te laten groeien. Wat heb je liever?

Verhalen over sporten/sporters: Blind is niet per se een goede voetballer maar hij heeft wel doorzettingsvermogen en toont inzet. Met veel oefenen kom je verder. Net zoals bij tennis je kan wel kijken hoe de service gaat maar je moet het daarna ook zelf oefenen om het goed te kunnen. Zo is het ook met wiskunde. Je kan wel naar het antwoordenboekje kijken maar dat betekent niet dat je het kan.

### Doelen van het vertellen van verhalen

- De koppeling maken van de wiskunde naar de praktijk en het dagelijks leven van de leerling.
- Hoe krijg je de leerlingen zo ver dat ze een goede inzet tonen en goede cijfers halen. Door de koppeling met sport probeer je een situatie te creëren waar de leerling zichzelf in herkent.
- Motivatie

### Plaats van het verhaal in de les

- Er wordt niet van tevoren bedacht om een verhaal te vertellen. Dit gebeurt spontaan.

### Reactie van leerlingen

De reactie van leerlingen is verschillend. De ene klas vindt het heel leuk en de andere klas wil liever gewoon sommetjes maken. Het hangt ook wel eens van de lichter af of je bepaalt om wel of geen verhaal te vertellen.

### Wat heb je nodig om verhalen in de les te gebruiken?

Het is leuk om de wiskunde te kunnen koppelen aan de praktijk. Dit kun je doen met verhalen. Om de koppeling te kunnen maken met het dagelijks leven is nog wel lastig. Een boekje waarin enkele praktische voorbeelden van de wiskunde staan zou wel helpen.

Vanuit de uitgevers worden er studiewijzers gemaakt die je zou kunnen gebruiken, maar het zou ook fijn zijn als de methode per hoofdstuk enkele praktijkvoorbeelden zou geven. Dan heb je direct ook de goede diepgang voor een bepaald leerjaar te pakken.

## Docent 4

### Voorbeelden van verhalen

Thales: Bij de uitleg van de stelling van Thales benoemen wie Thales eigenlijk is. De stelling is genoemd naar de wiskundige die dit bedacht heeft. Het is de eerste wiskundige van de oude Grieken en een belangrijke denker. Wanneer leefde hij? Hiermee geef je de leerlingen een beeld bij de stelling en de achtergrond van de tijd waarin de stelling bedacht wordt.

Pythagoras: De stelling van Pythagoras kwam van Pythagoras. Wie was hij en wanneer leefde hij?

Gulden Snede: Uitleg van de Gulden Snede met de link naar kwadratische vergelijkingen en het opstellen van wiskundige formules. Soms wordt hiervoor ook een extra les gebruikt omdat het geen onderdeel is van het curriculum en het boek er geen aandacht aan besteedt.

Fibonacci: Het verhaal achter Fibonacci wordt verteld voor wiskundige reeksen. Hierbij wordt de koppeling gemaakt met Kruistocht in Spijkerbroek van Thea Beckman. Hierin is het personage Leonardo Fibonacci da Pisa. Veel leerlingen hebben het boek gelezen of de film gezien en voor hen is Fibonacci ook een persoon. Met dit verhaal geef je de leerlingen een beeld bij de persoon wiens getallenreeks gebruikt wordt in het schoolboek.

Vermoeden van Goldbach: Laat een leerling een willekeurig positief even getal noemen. Dit getal is op te splitsen in twee priemgetallen. Laat nu een andere leerling een getal kiezen. Ook deze is op te splitsen in twee priemgetallen. We kunnen nog een aantal getallen uitkiezen en je ziet dat dit telkens werkt. Kun je nu ook bewijzen dat dit zo is? Leerlingen gaan dan aan de slag en je krijgt een antwoord als: 'maar dat is toch logisch'. De volgende les wordt hier op terug gekomen. Het is namelijk een vermoeden dat nooit bewezen is. Priemgetallen zijn relatief jong en zeer ongrijpbaar. Er is geen formule om alle priemgetallen te berekenen. Daarom is het niet mogelijk om een bewijs te geven. Priemgetallen worden daarom gebruikt in de cryptografie van banken omdat deze moeilijk te kraken zijn. Stel dat je als leerling het ooit voor elkaar krijgt om wel de formule van de priemgetallen te vinden dan kan je zo miljonair worden en alle bankpassen kraken.

Sinus & cosinus: Een verhaal over de toepassing van de sinus en cosinus. Je zal denken dat je dit nooit tegen zal komen in het dagelijks leven maar dit is niet waar. Denk eens aan de golven, geluidsgolven of de wifi. Daar zijn allemaal sinus en cosinus functies die van toepassingen zijn. Het verrijkt je leven wel als je weet hoe dit in elkaar zit.

Exponentiële functies: Rutte heeft het in zijn persconferenties over de R-factor. In het wiskundeboek wordt er gekeken naar de groeifactor. Wat bedoelt Rutte nou eigenlijk met de R-factor en wat is de wiskundige rol hiervan?

### Doelen van het vertellen van verhalen

- De docent is van mening dat de leerlingen ook de context om de wiskunde heen zouden moeten kennen. Je zou toch wel moeten weten dat Thales en Pythagoras personen waren. Het boek geeft ook wel wat context, maar daar wordt toch weinig gebruik van gemaakt. De lessen zelf zijn vrij uitgekleeft, veel sommetjes maken en weinig context.
- Als je de wiskunde aan een verhaal kan ophangen dan kunnen leerlingen het beter onthouden.
- Waarom vertel je verhalen? Dezelfde vraag kan je stellen bij geschiedenis. Waarom leer je dat er een tweede wereld oorlog is geweest. Geschiedenis is niet per se nodig, maar het biedt wel een verrijking van de kennis.

### **Plaats van het verhaal in de les**

- Over het algemeen worden de verhalen willekeurig in de les verteld. Stel dat bij de uitleg de naam Thales valt, dan gaat de docent hier dieper op in door het verhaal achter Thales te vertellen.
- Soms worden verhalen verteld als de docent daar behoefte aan heeft. Je merkt aan de klas dat ze wel even een verhaal kunnen gebruiken.

### **Reactie van leerlingen**

De docent denkt dat de leerlingen het leuk vinden. Je merkt aan de houding van de leerlingen dat ze het fijn vinden om naar een docent te luisteren die enthousiast vertelt over een verhaal. Daarnaast luisteren leerlingen sowieso graag naar leuke verhalen, zolang het maar geen droge wiskunde is.

### **Wat heb je nodig om verhalen in de les te gebruiken?**

Er worden concrete voorbeelden gemist. De docent zou het heel fijn vinden als er een soort boekje zou zijn waarin er per thema enkele verhalen zijn die bij het onderwerp gebruikt kunnen worden. Een stappenplan om zelf verhalen te bedenken wordt niet als toevoeging gezien.



## Docent 5

### Algemeen

Het is makkelijk om terug te vallen op de Geschiedenis. Er zijn veel wiskundigen die bizarre biografieën hebben. Bijvoorbeeld de ruzie tussen Leibniz en Newton. Maar het is niet makkelijk om achter leuke verhalen te komen. Ze vallen altijd weer terug op de droge formules.

### Voorbeelden van verhalen

Googol: In de vorige eeuw was er een wiskundige die een naam wou geven aan het getal 1 met honderd nullen. Hij noemde het Googol. Toen de zoekmachine Google ontstond waren ze opzoek naar een goede naam hiervoor. Ze wilden het de naam geven van het getal 1 met honderd nullen. Ze hebben alleen een klein taalfoutje gemaakt en in plaats van Googol het werd Google. Het hoofdkantoor van Google staat bij Googleplex wat correspondeert naar Googolplex en het getal 10 tot de macht googol is.

Hoe lang duurt het om naar de maan te gaan: Je kan een A4'tje meerdere keren vouwen. Als je een A4 één keer vouwt dan krijg je een A5. Doe je het nog eens dan krijg je een A6. Een A4'tje is dus twee keer een A5 en vier keer een A6. Stel dat je begint met een oneindig groot vel papier met een dikte van 1 mm dat je oneindig vaak kan vouwen hoe vaak moet je dit papiertje dan vouwen totdat je bij de maan bent? Het gaat hier om een exponentiële rij met grondtal 2.

### Doelen van het vertellen van verhalen

- Verhalen spreken aan. Je wil de wiskunde inbedden in een verhaal. Dit betekent echter wel dat je tijd moet investeren in het vinden van een goed verhaal. Het is een keer iets anders dan een formule.
- De sleur van de wiskunde doorbreken. Reactie van de ouders is ook vaak : "Ik vond wiskunde ook altijd moeilijk" Het is een soort stempel die op de wiskunde gedrukt staat. Wiskunde is een natuurwet die logisch is. Als je dit niet direct begrijpt dan betekent dat niet dat je geen wiskunde knobbel hebt. De wiskunde is niet zomaar ontstaan. Je wilt een stukje angst wegnemen bij de leerlingen en de menselijke kant van het vak laten zien.
- Daarnaast is het ook gewoon leuk. Je wilt de leerlingen een fun fact vertellen waarmee ze de wiskunde ook naar de keukentafel brengen. Het zou mooi zijn als leerlingen bij het avondeten kunnen vertellen: "weet je wat ik vandaag geleerd heb?" of "wisten jullie dat?".

### Plaats van het verhaal in de les

- Vaak aan het begin van de les als introductie van de lesstof.
- Rond Sinterklaas is er vaak een doorlopend raadsel wat twee à drie weken duurt. Elke les wordt weer een kleine hint/deel van het verhaal verteld. Dit wordt aan het einde van iedere les gedaan want als je dit aan het begin zou doen, dan zouden de leerlingen niet meer opletten.
- Ook nog wel gebruik van verhalen in één-op-één situaties, met bijvoorbeeld een profielwerkstuk. Daarnaast worden er wel eens opdrachten aan leerlingen gegeven waarbij het doel van de les is om te laten zien dat wiskunde ook gewoon leuk kan zijn. Dit is dan vaak in de vorm van een raadsel.

### Reactie van leerlingen

Leerlingen vinden het leuk om naar verhalen te luisteren. Als de docent op de tafel gaat zitten en begint met "Er was eens..." dan weet je dat er iets leuks gaat gebeuren. Je ziet dit ook aan de houding van de leerlingen.

**Wat heb je nodig om verhalen in de les te gebruiken?**

Het probleem is dat de aandacht verslapt als het verhaal richting de wiskunde gaat en minder luchtig en sprookjesachtig wordt. Dus hoe gebruik je de motivatie en sfeer die je bij het verhaal gecreëerd hebt om de brug te slaan naar de wiskunde? Je moet een balans vinden, want je wil ook niet te lang in het verhaal blijven hangen want de wiskunde moet ook gedaan worden. Korte flitsen van minder vijf minuten werken wat dat betreft goed.

Daarnaast zijn good practices nodig. Er zijn veel boeken met verhaaltjes over de wiskunde, maar deze zijn vaak beperkt en toch nog redelijk droog van stof. Het zou fijn zijn om van andere docenten voorbeelden te krijgen.

## Docent 6

### Voorbeelden van verhalen

Geld op de bank: Stel je zet 1000 euro op de bank. Hoe lang duurt het dan voordat je het dubbele hebt?

Het 8<sup>e</sup> wereld wonder: Volgens Albert Einstein is de samengestelde interest het achtste wereldwonder. Dit gaat over de rent op de rente. Leerlingen vinden geld altijd interessant.

Kansrekenen: Wie doet er mee met de postcode loterij? Is dat een goede investering? Kom hier vervolgens na een aantal lessen op terug. Leerlingen zullen dan heel anders naar de vraag kijken.

Thales: Kijk toch eens wat hij allemaal voor elkaar gekregen heeft. De stelling van Thales was in die tijd erg indrukwekkend en dat is die nog steeds. Dit is toch bijzonder. Je wilt de leerlingen meegeven dat wiskunde menselijk is.

Waterplant: Ik was eens op vakantie en toen heb ik een waterplant meegenomen. In mijn tuin heb ik een kleine vijver met een oppervlakte van 6 vierkante meter. Ik heb mijn plant daarin gezet. Na een jaar was de vijver helemaal bedekt met de plant. De plant groeit exponentieel en dit praktijkvoorbeeld laat dat zien.

### Doelen van het vertellen van verhalen

- Je wilt de wiskunde levendig houden. Dit doe je door met verhalen te beginnen.
- Je wilt de leerlingen uitdagen om met wiskunde bezig te gaan.
- Je wilt de leerlingen warm maken voor een onderwerp.
- Het blijft bij de leerlingen beter hangen als het onderwerp gekoppeld wordt aan de praktijk.
- Je wilt de leerlingen laten zien wat je met wiskunde kunt.

### Plaats van het verhaal in de les

- Ter introductie van een nieuw hoofdstuk of aan het begin van de les. Het boek geeft de context sommen juist aan het einde, maar je wil er eigenlijk mee beginnen.

### Reactie van leerlingen

Er zijn altijd wel leerlingen tussen die op een verhaal reageren met “ik weet het wel laat maar zien hoe je de sommen op moet lossen”. Maar zelfs als maar tien procent van de leerlingen enthousiast wordt, dan heeft je verhaal effect. En die enthousiaste leerlingen zitten er altijd bij. Je wil eigenlijk dat ze over vijf jaar nog steeds kunnen zeggen: “weet je nog dat verhaal in de wiskundeles?”

### Wat heb je nodig om verhalen in de les te gebruiken?

Als je verhalen wilt vertellen dan kun je je daarin verdiepen en is er voldoende informatie te vinden. Je moet ook een beetje meedenken met de leerlingen. Wat voor soort verhalen vinden zij interessant.

Belangrijk is dat je zelf enthousiast bent en dat je dit kunt overbrengen op je leerlingen.

## Docent 7

### Algemeen

De docent is er nooit bewust naar opzoek geweest. De verhalen moeten zo praktisch mogelijk zijn. Bij wiskunde B heeft de methode de aanpak om eerst te laten zien hoe het moet en daarna pas te komen met de praktijk voorbeelden. Bij het hoofdstuk over de afgeleide komt het hoofdstuk over optimalisatie pas aan het einde.

De zesde klas vwo heeft minder de behoefte aan verhalen. Zij willen gewoon sommen maken. Bij havo is er wel meer behoefte en uitleg nodig.

### Voorbeelden van verhalen

Een kale stagiair: Er was eens een stagiair die was kaal. Hij legde de raaklijn uit door op zijn kale hoofd een geodriehoek te leggen. Er is precies één punt waar de geodriehoek zijn hoofd raakt. De geodriehoek vormt dus een raaklijn aan het hoofd van de stagiair.

Boezem: Sinus betekent boezem. Als ik dit de leerlingen vertel dan vergeten ze dat niet meer.

Overig onderwerpen:

- Verhalen waarin de docent eigen ervaring deelt. Bijvoorbeeld als de familie iets mee gemaakt heeft (zoon en dochter die iets studeren waarbij we wiskunde gebruiken) of als de docent een boek gelezen heeft waar wiskunde in voor komt.
- Elk jaar ook aandacht aan pi-dag.
- Het boek doet ook wel veel aan verhalen. De docent neemt altijd wel de blokjes over de geschiedenis van de wiskunde door met de leerlingen.
- Bij wiskunde A kun je goed de actualiteiten en het journaal gebruiken voor lessen over statistiek. Nu zie bijvoorbeeld veel grafieken over Corona, maar deze kloppen vaak niet. Daarnaast kun je ook leerlingen de opdracht geven om in de krant eens opzoek te gaan naar een figuur en te bestuderen of deze wel klopt.

### Doelen van het vertellen van verhalen

- Een andere manier van uitleg als leerlingen het in eerste instantie niet begrijpen. De docent komt de volgende les er op terug en dan verpakt ze de wiskunde in een begrijpelijk verhaal. Het verhaal biedt een andere weg naar een antwoord op een vraag van de leerlingen.
- Het doel van de les blijft wel het aanleren van vaardigheden en daarvoor heb je veel oefening nodig. Dit gebeurt door veel kale sommen te maken. Als leerlingen de vraag "Hoe moet dit?" kunnen beantwoorden dan kunnen praktijkvoorbeelden gegeven worden. Het is en-en. Je moet vaardigheden opbouwen en duidelijk maken waarvoor je iets leert.
- Leerlingen motiveren. Als wij zeggen dat ze het moeten doen dan nodigt dat niet uit om aan het werk te gaan. Als je benoemt dat je het nodig hebt voor een vervolgstudie of voor iets anders in het dagelijks leven dan hebben de leerlingen een vervolg doel.

### Plaats van het verhaal in de les

- Er wordt niet echt van tevoren bedacht om een verhaal in de les te vertellen. Dit gebeurt ter plaatsen. Het is afhankelijk van de groep leerlingen die je voor je hebt of je een verhaal vertelt of niet. De een klas is geschikter dan een andere klas.
- Wel eens aan het begin van een hoofdstuk. De sommen die het boek pas aan het einde van het hoofdstuk geven worden gebruikt om het hoofdstuk in te leiden. De leerlingen kunnen de som dan nog niet oplossen maar daarvoor geeft de docent enkele opties. Of ze laat het antwoord

open en gedurende de lessen komt ze er op terug. Hiermee is het verhaal door de lessen heen verweven.

- Terugkerend onderwerp in de lessen. “Weet je nog dat ik ... benoemde enkele weken geleden?” Het gaat hierbij vaak om vragen waar de leerlingen eerst geen antwoord op hebben maar gedurende het hoofdstuk in staat zijn om wel een antwoord te geven.

### **Reactie van leerlingen**

Er zijn altijd een aantal leerlingen die enthousiast zijn, maar ook een aantal leerlingen die het verhaal niets vonden. Je moet voortdurend flexibel zijn. De leerlingen vinden praktijkvoorbeelden interessant. Deze geven antwoord op hun vragen: “Waarvoor doen we dit?” en “Waar heb je dit voor nodig?” Ze vinden het fijn als ze de theorie (eindelijk) snappen en daarbij helpen de verhalen. Maar je moet de leerlingen niet dood gaan gooien met verhalen en anekdotes.

### **Wat heb je nodig om verhalen in de les te gebruiken?**

Ik probeer wel materiaal te vinden. Je moet jezelf telkens de vraag stellen “Kan ik het gebruiken in de les?” Als er per onderwerp een aantal thema’s genoemd worden waarbij je de wiskunde kan koppelen aan de praktijk zou dat wel werken. Als het op papier staat dan onthoudt je de voorbeelden wel beter.

Je moet wel oppassen dat je niet te veel ruis in de les inbouwt door telkens verhalen te vertellen.

## Docent 8

### Algemeen

Er wordt weinig gebruik gemaakt van verhalen. In de bovenbouw wil je vaart maken en ben je meer bezig met het doen van veel sommetjes. Bij een verhaal wil je de leerlingen echt meenemen. Je wil ze prikkelen. De docent werkt meer vanuit het schetsen van problemen en hoe los je dit dan op. Als leerling wordt gevormd door de docent die voor je staat.

### Voorbeelden van verhalen

Personen: Bij de stelling van Thales en Pythagoras wel noemen dat dit personen zijn. Bij het getal  $e$  de link met Euler leggen.

Context geven: Koppeling van sinus aan geluid. Exponentiële functie koppelen aan economisch of biologische context. Of anekdotes vertellen vanuit eigen geschiedenis/ervaringen.

SOSCASTOA (onderbouw): Er was een kapitein die een boot had, genaamd Castoa. Deze boot belande in een zware storm waarna de kapitein schipbreukeling werd. Hij riep SOS Castoa.

Heksenketel (onderbouw): De docent heeft een grote ketel meegenomen naar de les. Ze heeft blauwe en rode blokjes. Waarbij de ene positieve getallen zijn en de andere negatieve getallen. Aan de hand van dit visuele voorbeeld worden negatieve getallen uitgelegd.

Individueel, één-op-één worden er wel eens opdrachten gegeven waarbij verhalen een rol spelen. Bijvoorbeeld het schrijven van een nieuw hoofdstuk van het boek *De telduivel*. Hierin moet je wiskunde vertalen naar een kinderverhaal. Daarnaast worden enkele opdrachten van het profielwerkstuk vanuit een verhaal gegeven waarbij de leerlingen dit naar de juiste wiskunde moeten vertalen.

### Doelen van het vertellen van verhalen

- Gebruik maken van transfer. Je wil leerlingen laten zien dat er samenhang tussen de vakken is. Ze zien het nu nog vaak als losse hokjes. De docententeams staan in goede verbinding met elkaar. Ze weten van elkaar wat er behandeld wordt. Hiermee kan makkelijk te link gelegd worden tussen wiskunde en een ander vak waarbij het thema ook net behandeld is. Hierbij moet je wel inspelen op de klas. Als de klas geen economie heeft is het vertellen van een economisch voorbeeld weinig toegevoegde waarde.

### Plaats van het verhaal in de les

- Voornamelijk geen bewust gebruik. Verhalen worden niet van tevoren bedacht. In de lesvoorbereiding wordt geen rekening gehouden met verhalen.
- Verhaal ter introductie.
- Verhaal ter controle of ze het begrepen hebben. Hierbij kun je de leerlingen de vraag stellen: in welke context zou je dit ook kunnen gebruiken?
- Soms een verhaal voor de afwisseling.

### Reactie van leerlingen

Reactie van de leerlingen verschilt. Sommige vinden het interessant en andere zouden liever alleen sommetjes doen. De reactie is echter niet dermate aanwezig dat ik meer of minder verhalen zou moeten vertellen.

**Wat heb je nodig om verhalen in de les te gebruiken?**

Het vertellen van een verhaal in de klas is de investering wel waard, maar ik doe het nu nog niet zo veel. Het is wel erg interessant en er zijn genoeg leuke verhalen. Ik gun mezelf de tijd er niet voor.

De mail met de vraag of je deel wil nemen aan dit onderzoek door een interview te doen is al een eye opener om in meerdere lessen verhalen te gebruiken. De docent geeft aan om als startpunt wel een paar concrete voorbeelden te kunnen gebruiken, maar daarna kan ze zelf wel aan de slag. Het is vooral een kwestie van doen, en dat laat dit onderzoek weer zien.

Waarom doe je het nu niet al dan? Dat is puur een kwestie van gemak. Je laat je leiden door het ritme van het jaar. Je moet een balans zien te vinden tussen de onderwerpen waar je tijd in gaat investeren en dat bepaalt ook wat je gaat doen.

Maar de docent geeft wel aan vaker de achtergrond informatie bij een thema er bij te pakken. Ze zou zelf niet zo snel verhalen gaan vertellen. Dat past niet bij haar.

## Docent 9

### Algemeen

De focus van de les ligt op de wiskundige context. De verhalen zijn eerder verhaaltjessommen waarbij er naar een context gezocht wordt waarin de som zich voor zou kunnen doen.

De docent geeft aan dat het niet zijn stijl is om verhalen te vertellen. Hij is meer van de feiten en zijn eigen passie overdragen naar de leerlingen

Leerlingen kunnen het waarderen als er stof buiten het boek om verteld wordt. Dit geeft de leerlingen het beeld dat de docent echt kennis van het vak heeft. Anekdoten of verhalen die dus niet in het boek staan vinden de leerlingen over het algemeen leuk.

Verhalen worden nu wel weinig gebruikt. Docenten zijn druk en dit staat niet bovenaan het prioriteitenlijstje. Als ze maar een bepaalde tijd hebben om een les voor te bereiden dan kijken ze naar de inhoud en niet naar bijpassende verhalen. Voor de leerlingen zou het echter wel goed zijn als ze ook verhalen over de wiskunde te horen krijgen.

### Voorbeelden van verhalen

Reuzenrad: Stel je stapt in een reuzenrad en laat vanaf dat moment een klokje lopen. Daarnaast hou je bij op welk tijdstip je op welke hoogte bent. Als je de hoogte plot tegen de tijd krijg je een sinusoïde. In Geogebra kun je het functievoorschrift opstellen. Laat eerst de normale sinusfunctie zien. De leerlingen zien dan dat er ook negatieve waarden zijn. Dit kan niet met het reuzenrad. Daarnaast moet je iets met de straal van het rad doen.

De afgeleide: De afgeleide wordt gekoppeld aan het break even punt van de economie.

Exponentiële functie: Een docent vertelde dat hij een bed-bed-bed overgroot opa had die piraat was. Hij heeft toen een schat begraven en deze is tot nu toe niet terug gevonden. De schat bestaat uit muntstukken, die ondertussen veel meer waard zijn geworden. Wat zou nu de waarde van deze schat zijn?

Verschil tussen en getal en cijfer: Bij expeditie Robinson moesten kandidaten onderwater duiken om getallen te vinden. De opdracht luidde: "tel de cijfers bij elkaar op". Er stonden twee getallen 13 en 15. Als je de cijfers bij elkaar op telt krijg je dus  $1+3+1+5=9$ . Het ging echter om de getallen, dus het antwoord was 28. De docent heeft nog een mail naar RTL gestuurd om duidelijk te maken dat cijfers niet hetzelfde zijn als getallen. Een getal bestaat uit cijfers maar een cijfer hoeft niet perse het hele getal te zijn.

Reclame: In de folder is een reclame artikel te lezen waar bij staat dat het -20% korting heeft. De docent laat deze 'fouten' in de klas zien en vraagt wat er niet klopt.

Lineaire vergelijkingen: Lineaire vergelijkingen kunnen gekoppeld worden aan marginale kosten en maximale opbrengst.

Diner: Stel je gaat met je familie eten en jij bepaald te tafelschikking. Op hoeveel manieren kun je een tafelschikking maken.

Pythagoras: Pythagoras rekende alleen maar met breuken en verhoudingen. Het bestaan van irrationele getallen was toen nog niet bewezen. Een wiskundige had echter in die tijd een bewijs geleverd dat de wortel van 2 niet te schrijven is als breuk. Met andere woorden en bestaan dus getallen die geen breuk zijn. Dit kon niet waar zijn. De wiskundige is van de berg af gegooid als straf.



e-macht: Het getal  $e$  komt terug in de economie. Als je het interval tussen twee opeenvolgende getallen steeds kleiner maakt dan kom je uiteindelijk bij het getal  $e$  uit.

#### **Doelen van het vertellen van verhalen**

- Leerlingen enthousiast maken voor wiskunde. Een verhaal hoeft niet perse te dienen om de leerlingen voor dat ene onderwerp enthousiast te maken maar meer voor wiskunde in de algemene zin. Je wil jouw passie voor het vak delen en de leerlingen laten zien hoe mooi en bijzonder wiskunde eigenlijk wel niet is.
- Context bij de stof aanbieden. De relevantie van de stof in de praktijk laten zien.

#### **Plaats van het verhaal in de les**

- Bijna altijd aan het begin van de uitleg ter introductie
- In de ideale situatie komt het onderwerp twee keer aan bod. Bij de introductie geef je het probleem, met de context. Vervolgens krijgen de leerlingen de stof en kom je, in een later les, er op terug. Dan hebben de leerlingen meer kennis en kunnen ze het probleem oplossen.

#### **Reactie van leerlingen**

- Als het verhaal of de anekdote over iets gaat dat op het internet staat of als het in relatie staat met een serie of film vinden leerlingen het al snel leuk en interessant.
- De voorbeelden waarbij de wiskunde aan de praktijk gekoppeld wordt zien de leerlingen gewoon als wiskundestof. Waarschijnlijk waarderen ze het wel, maar er is geen duidelijke reactie.

#### **Wat heb je nodig om verhalen in de les te gebruiken?**

- Voorbeelden van verhaaltjes uit de geschiedenis van de wiskunde.
- Herinnering om verhalen in de les te gebruiken.

## Docent 10

### **Algemeen**

Vanuit de leerlingen komt vaak “Waarvoor heb je dit nodig”. Je wilt de lesstof kunnen koppelen aan de praktijk.

Het is lastig om verhalen toegankelijk te maken. Ook voor pws kom je vaak uit op kansrekening terwijl er eigenlijk wel meer dingen mogelijk zouden moeten zijn.

Vanuit de natuurkunde zijn er tal van voorbeelden te geven waarbij de wiskunde gekoppeld wordt aan de praktijk. Je zou daar eigenlijk eens moeten kijken om vanuit daar voorbeelden te krijgen.

### **Voorbeelden van verhalen**

Appelmoes: Waarom heeft een pot appelmoet de vorm zoals deze het heeft. Het is de ideale vorm die bereikt is met optimalisatie. Zo weinig mogelijk materiaal waarbij wel zo veel mogelijk appelmoes in een blik kan.

Distributie centra: Door grafen en matrices rekenen kom je er achter wat de beste plekken zijn voor het opzetten van distributie centra.

### **Doelen van het vertellen van verhalen**

De leerlingen vertellen dat wiskunde de basis is en dat het overal om je heen nodig is. Vooral ook de domeinen laten zien waarbij de leerlingen niet perse dachten aan wiskunde. Bijvoorbeeld het maken van een telefoon kan niet zonder een wiskundige er bij. Vanuit havo komt dan de reactie dat doen andere wel bij vwo spreekt dit meer aan. De voorbeelden moeten niet te ver van de bed-show zijn anders spreken ze niet aan.

### **Plaats van het verhaal in de les**

- Soms spontaan.
- Als er een duidelijk onderwerp is zoals optimalisatie dan wordt het gebruikt aan het begin van de les.

### **Reactie van leerlingen**

Voor de leerlingen wordt de wiskunde begrijpelijker. Ze snappen waarvoor de wiskunde nodig is. Als je de leerlingen mee krijgt dan is er winst de behalen. Ze weten dat als je nu goed in wiskunde bent dat dat later voordelen biedt. Hierbij moet je wel de directe relatie laten zien

### **Wat heb je nodig om verhalen in de les te gebruiken?**

Voorbeelden waarbij een duidelijke koppeling tussen theorie en praktijk is worden op dit moment nog gemist. Hierbij zouden de voorbeelden gestructureerd moeten zijn per wiskunde thema zodat je niet eerst een heel boek door moet opzoek naar een geschikt verhaal.

Verhalen over de geschiedenis van de wiskunde kunnen ook. Maar anekdotes over de geschiedenis zouden het voor vwo beter doen dan voor havo. Havo is voornamelijk opzoek naar praktijk.

## Docent 11

### Algemeen

Als je nu vraagt welke docenten ken je nog dan is dat vaak de geschiedenis docent want die kon zo leuk verhalen vertellen. Het zou toch mooi zijn dat leerlingen ook kunnen zeggen dat ze zich de wiskunde docent nog kunnen herinneren want die wist wiskunde zo leuk te vertellen.

### Voorbeelden van verhalen

Logaritme: We hebben nu een rekenmachine en kunnen makkelijk grote sommen uitrekenen. Maar dit was niet altijd zo. Hoe hebben ze vroeger grote getallen berekend? John Napier kwam met de uitkomst en gebruikte logaritmen om grote getallen met elkaar te vermenigvuldigen. Hij vertaalde de getallen naar logaritmen en kon zo de twee logaritmen bij elkaar op tellen en vervolgens terug rekenen naar een getal. Hiervoor gebruikte hij grote logaritme tabellen. De logaritme werd ontdekt omdat er een noodzaak was om grote getallen met elkaar te vermenigvuldigen. Dankzij de wiskunde bleek het mogelijk om dit te doen.

Schaken met de Sultan: Van een oude mythe gaat het verhaal dat de Sultan schaken leert. Hij doet een partij tegen degene die het hem geleerd heeft. Voor een gewonnen vakje krijgt degene een graan korrel. Voor het eerste vakje krijgt hij één graan korrel, het tweede vakje twee dan vier, acht, etc. Is dit een verstandige keuze van de Sultan?

Afstand naar de maan: Hoe vaak moet je een papiertje vouwen om naar de maan te komen. Ga er vanuit dat je begint met een groot stuk papier zonder limieten en met een dikte van 1 mm. [Het doel hiervan is het aanspreken van de verbeelding van de leerlingen.]

### Doelen van het vertellen van verhalen

- Motivatie, je wil de leerlingen pakken met een verhaal.
- Met een verhaal laat je het nut van de wiskunde zien.
- Als je de leerlingen kan motiveren en het nut kan laten zien dan blijft het bij de leerlingen ook beter hangen.

### Plaats van het verhaal in de les

- Eigenlijk altijd ter introductie.
- Soms is het ook aan het einde als een soort van conclusie. Hierin kun je terugblikken op wat er in de les geleerd is welke problemen je nu zou kunnen oplossen.
- Soms wordt het ook gebruikt om nieuwe stof in een ander daglicht te zetten. Hiermee laat je zien dat je eigenlijk al dingen wist. Soms is het te moeilijk voor de leerlingen om het verhaal bij de eerste les te begrijpen dus dan vertel je het later als ze het wel begrijpen.

### Reactie van leerlingen

Als je het aan het einde van de les een verhaal vertelt, dan zijn er altijd wel een paar leerlingen die blijven hangen omdat ze nog wat meer van het verhaal willen weten.

Als je een verhaal vertelt zijn er leerlingen die achterover gaan hangen. Je weet niet zo goed of ze geïnteresseerd aan het luisteren zijn of denken nu hoef ik even niet op te letten. Vanuit de manier van luisteren kun je wel een beetje inschatten of ze het leuk vinden. Het is belangrijk om je verhaal nog wel interactief te houden zodat er ook vanuit de leerlingen reactie op vragen komt. Ze voelen zich dan ook betrokken bij de stof.

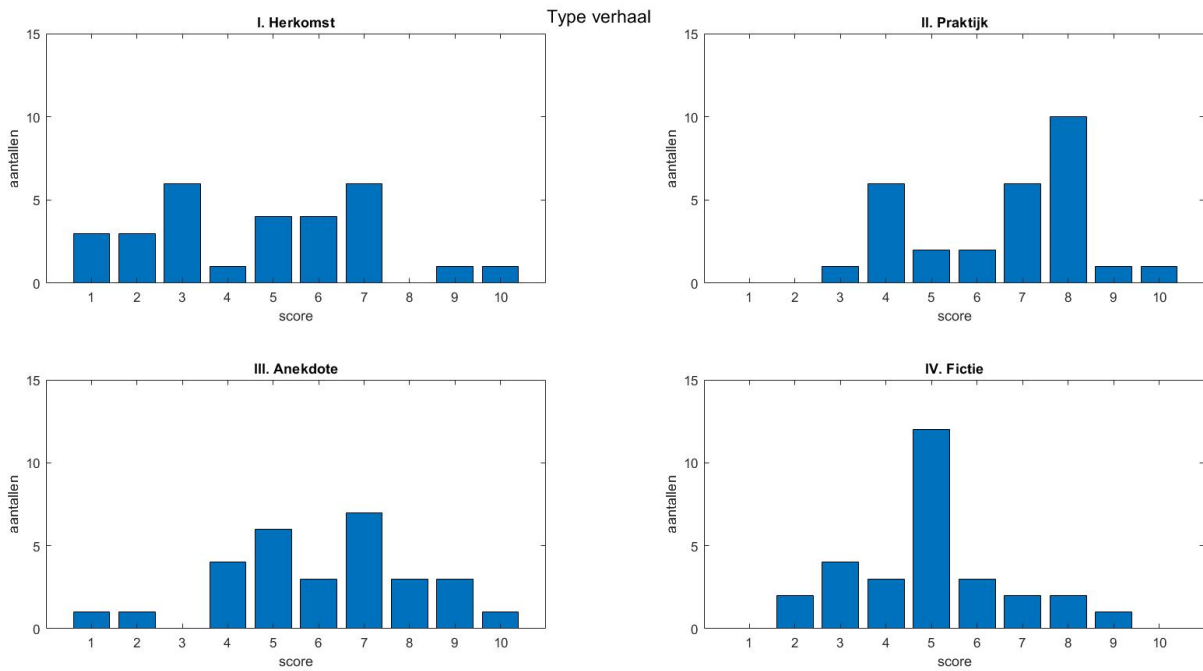
**Wat heb je nodig om verhalen in de les te gebruiken?**

Meer verhalen is altijd leuk. Online doe je dit niet zo snel want je krijgt geen reactie en hebt het vermoeden dat meer leerlingen afhaken.

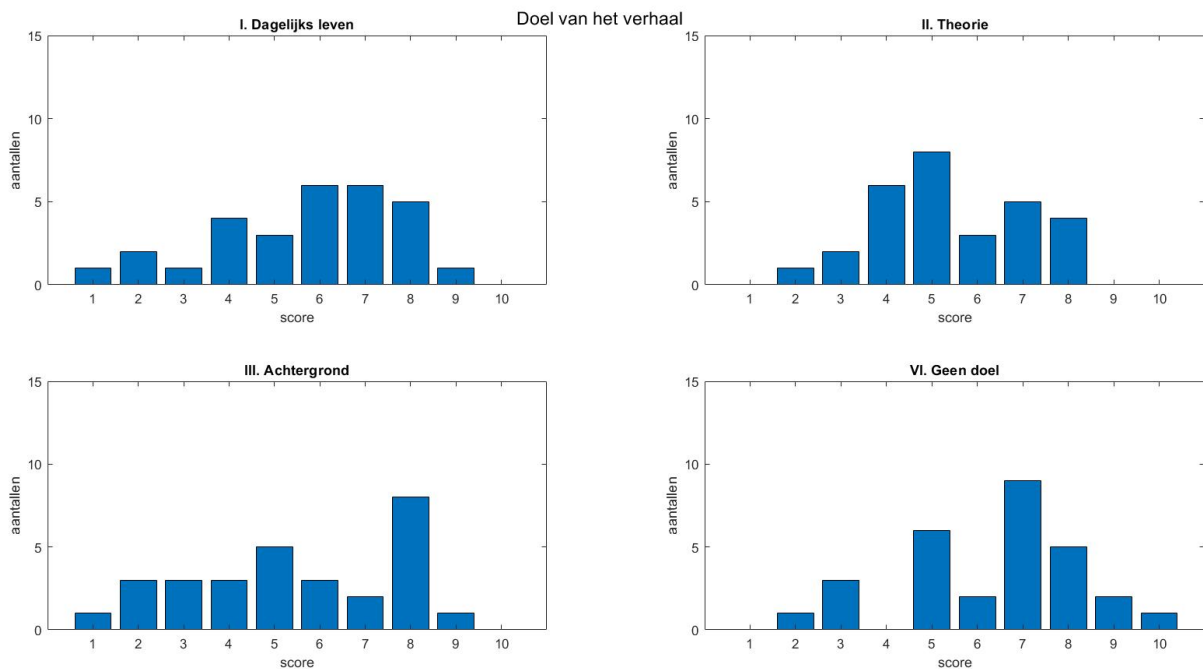
Voor veel vragen of probleemstellingen kun je wel een verhaal bedenken. Maar voor sommige abstractere onderwerpen is het lastiger. Bijvoorbeeld voor algebra. Dat zijn toch vaak droge sommen. Je kan voor lineaire vergelijkingen wel veel contexten geven zoals de kosten van een telefoon maatschappij maar op een gegeven moment is het nieuwe wel een beetje van de verhalen af.

Succes ervaringen (good practices) van collega's of andere docenten zou ik nog wel willen krijgen. Zoals bijpassende verhalen bij de theorie. Pure context toevoegen aan een verhaal is anders dan een verhaal vertellen. Dat maakt het vinden van verhalen lastig.

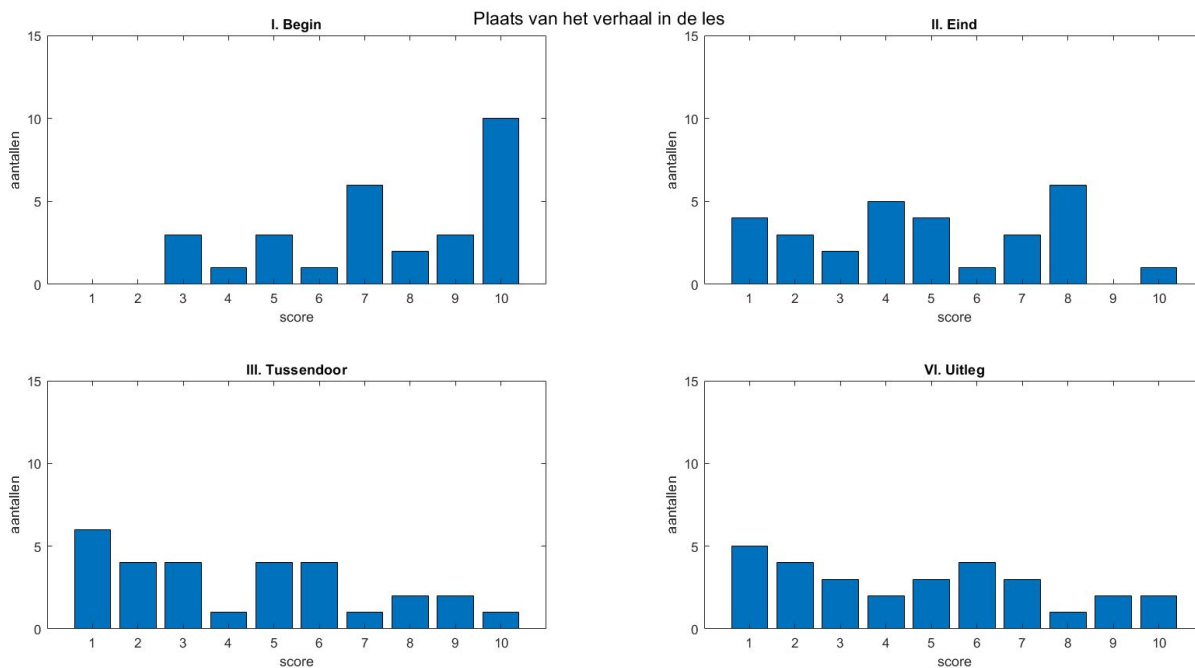
## E. Resultaten vragenlijst leerlingen



Figuur 5: Resultaten type verhaal, I. (Historische) achtergrond van een verhaal, II. Praktijkvoorbeelden, III. Korte wiskundige anekdotes, VI. Fictieve verhalen



Figuur 6: Resultaten doel van het verhaal, I. Samenhang tussen wiskunde en dagelijks leven, II. Samenhang tussen verschillende hoofdstukken, III. Achtergrond informatie laten zien, VI. Geen specifiek doel



Figuur 7: Resultaten plaats van het verhaal in de les, I. Aan het begin, als introductie, II. Aan het einde, als afsluiting, III. Tussen het maken van de sommen door als afwisseling IV. Als vervanging van de klassikale uitleg

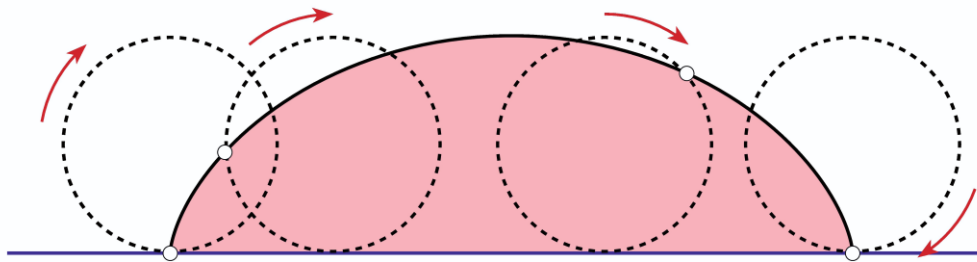
Tabel 12: Gemiddelde score per vraag

Type verhaal	Doel van het verhaal	Plaats van het verhaal
Herkomst	4,7	Dagelijks leven
Praktijk	6,6	Theorie
Anekdote	6,1	Achtergrond
Fictie	5	Geen doel
		Begin
		Eind
		Tussendoor
		Uitleg

## F. Verhalen afgeleide en logaritme

### *Een experiment met een cirkel en een rechte lijn – de afgeleide*

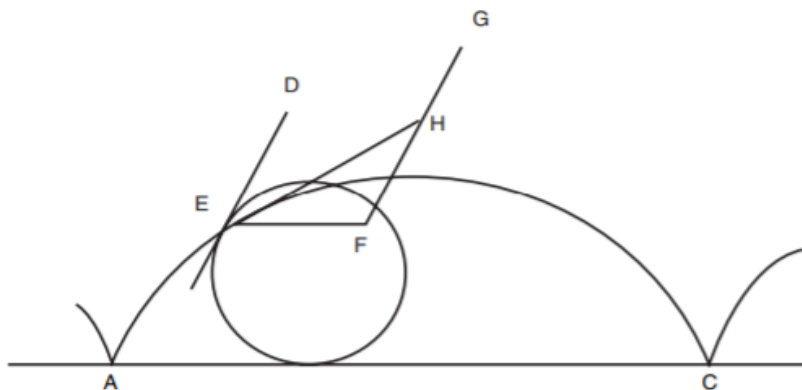
Stel je hebt een cirkel, bijvoorbeeld een rolletje plakband, en een rechte lijn, bijvoorbeeld een geodriehoek. Nu kun je een pen vastmaken aan het rolletje plakband. Vervolgens kan je het rolletje plakband langs de rechte lijn rollen. Je ziet nu een figuur op je blaadje verschijnen. Deze heeft de vorm van een halve ovaal (zie Figuur 8). Dit heeft Galileo Galilei, een wiskundige uit eind 16<sup>e</sup> eeuw ook gedaan. Hij vroeg zichzelf af hoeveel keer groter de oppervlakte van de verkregen figuur is ten opzichte van de cirkel die hij gebruikt heeft om deze figuur te maken.



*Figuur 8: Een arm van een cycloïde verkregen door een cirkel over een lijn te laten rollen (Shirali, 2013)*

Hoe zou je de oppervlakte onder de grafiek bepalen? Galileo Galilei bedacht een plan om er achter te komen. Hij nam een bepaald materiaal, laten we zeggen karton, en knipte er de cirkel uit. Vervolgens knipte hij er ook de figuur uit die gemaakt wordt door de cirkel over een rechte lijn te bewegen. Beide uitknipsels werden op een weegschaal gelegd en wat bleek? De figuur die op een halve ovaal lijkt is drie keer zo zwaar als de cirkel. Met andere woorden de oppervlakte van de figuur is drie keer zo groot. Wat zou jij van deze manier vinden? Geloof je dat de waarde van 3 klopt?

Giles Personne de Roberval, een andere wiskundige uit die tijd, vroeg zich af of het mogelijk was om raaklijnen aan de figuur te tekenen. Hiervoor bekeek hij goed de beweging die de pen maakt. Hij zag dat deze beweging opgesplitst kan worden in een horizontale richting, parallel aan de rechte lijn, en een draaiende beweging die gelijk is aan het draaien van de cirkel. Door deze twee bewegingen te combineren kom je tot de richting van de beweging in een bepaald punt. Dit was volgens hem de raaklijn in punt E van figuur 9. Wat vind jij van deze methode?



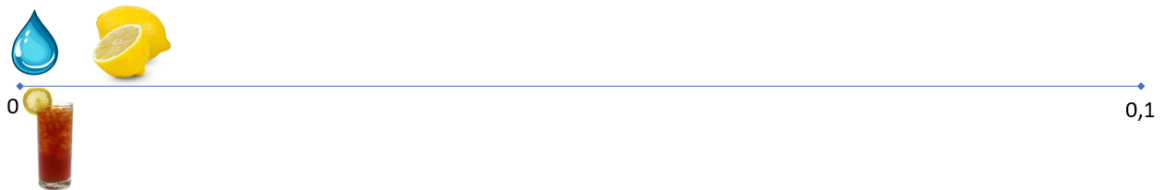
*Figuur 9: Constructie van Roberval om de raaklijn aan een cycloïde te bepalen (Wolfson, 2001)*

Beide methodes laten zien dat het veel werk is om van een grafiek naar de oppervlakte en de raaklijn te komen. Dit willen we makkelijker kunnen doen. Uiteindelijk zijn wiskundigen namelijk lui. Niet veel later werd de afgeleide uitgevonden. Hiermee bleek het veel makkelijker te zijn om raaklijnen te bepalen en moest je niet ingewikkelde constructies tekenen.

### Zuur, zuurder, zuurst – de logaritme

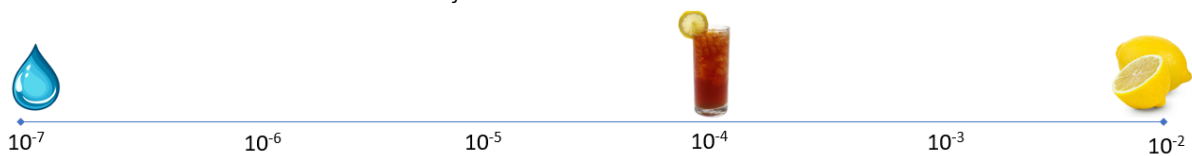
Je hebt vast wel eens bij het bestellen van een ice tea in het citroentje gebeten om te testen hoe zuur deze is. En wat blijkt, citroensap is best wel zuur. Het is zuurder dan de ice tea zelf. De zurige smaak wordt veroorzaakt door het waterstofion  $H^+$ . Hoe hoger de concentratie van dit ion hoe zuurder de vloeistof is. In citroensap zit bijvoorbeeld  $0,01 \text{ mol/L } H_3O^+$ . Ice tea heeft een concentratie van ongeveer  $0,0001 \text{ mol/L } H_3O^+$ . Als we kijken naar het water dat uit de kraan komt dan heeft dit een neutrale smaak. De concentratie van  $H_3O^+$  is in water uit de kraan  $0,0000001 \text{ mol/L}$ .

Stel je wil de verschillende mate van zuurheid van deze vloeistoffen in een overzichtelijke figuur zetten, dan zou het logisch zijn om een getallenlijn te pakken van 0 tot 0,1 waarin je de verschillende vloeistoffen aangeeft. Dit zou er dan ongeveer zo uit kunnen zien, zie figuur 10. Is dit een overzichtelijke weergave?



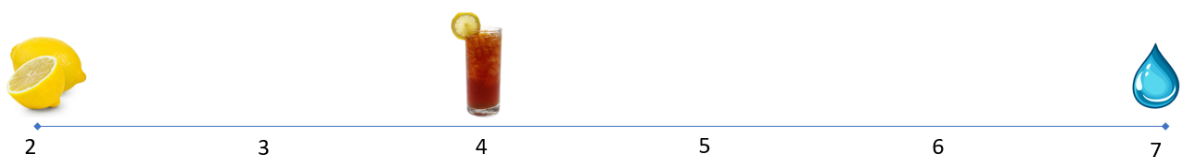
Figuur 10: Zuurheid op een schaal van 0 tot 0,1

Omdat de concentratie van  $H^+$  zo erg in orde grootte kan verschillen, zitten veel vloeistoffen dicht bij elkaar. Kijken we nu nog eens beter naar de verschillende concentraties in mol/L dan kunnen we deze als machten van tien schrijven. Citroen is dan  $10^{-2}$ , Ice Tea is  $10^{-4}$  en water is  $10^{-7}$ . Zou je met deze notatie iets kunnen doen? Stel we maken een schaal die van  $10^{-7}$  tot  $10^{-2}$  loopt (zie figuur 11). Hoe ziet dat er dan uit? Dit maakt het veel overzichtelijker.



Figuur 11: Zuurheid op logaritmische schaal

Uiteindelijk hebben scheikundigen er voor gekozen om pH-waardes te gebruiken die de zuurgraad aangeven. Als je de drie vloeistoffen op een pH-schaal uit zou zetten dan krijg je het volgende, zie figuur 12.



Figuur 12: Zuurheid op een schaal van pH-waarden

De negatieve exponent is hier vervangen door een positief getal. Maar wat betekent deze schaal nou eigenlijk? Stel: we hebben nu een ander drankje met een concentratie van  $0,0004 \text{ mol/L } H_3O^+$ , waar staat deze dan op de grafiek?

\*Het verhaal dient als opwarmer. De leerlingen zullen waarschijnlijk denken dat dit getal bij 4 hoort, maar daar staat de ice tea al die  $0,0001$  was. Aan het einde van de les kun je terugkomen op deze vraag. In de les is dan uitgelegd wat logaritmes zijn. Er wordt verwacht dat de leerling aan het einde van de les zelf de logaritme kan berekenen.

Als je op internet op zoek gaat naar pH dan vind je de formule  $pH = -\log(H^+)$ . Kun je nu berekenen welke pH-waarde een drankje met een concentratie  $0,0004 \text{ mol/L}$  heeft?



## G. Reactie expertgroep

Toelichting: De reactie van de studenten is in een tabel weergegeven. Elementen die de studenten terug zien in de verhalen hebben een groene markering. Elementen die afwezig zijn in dit verhaal zijn oranje/rood gemarkeerd. Bij ieder element is een beschrijving toegevoegd. Hierin vertellen de studenten op welke wijze het element terugkomt in het verhaal of hoe het element aan het verhaal toegevoegd zou kunnen worden.

### Expert 1

#### *De afgeleide*

#### Welke elementen herken je in het verhaal en welke ontbreken?

Element	Beschrijving
Plot	Vond ik niet heel duidelijk naar voren komen, je had misschien iets duidelijker de connectie kunnen maken tussen de twee voorbeelden. Bovendien gaat het uiteindelijk ook niet om het voorbeeld van Galilei, maar heb je daar wel iets meer tijd aan besteed.
Conflict	Zit erin, dit is het probleem van de verhouding van de oppervlaktes.
Verbeelding	Zit erin, want de beschrijving van de constructie en hoe je die uit zou kunnen voeren, sprak de verbeelding goed aan. Ook fijn dat je hier nog een plaatje bij liet zien. De werkwijze van Galilei verderop was ook goed in te beelden.
Menselijke betekenis	Zit erin, want de niet erg wiskundige manier van Galilei en de omslachtige manier van Roberval lieten zien dat zij ook maar dingen proberen en dat ze ook maar mensen zijn.
Sense of Wonder	Zit erin, omdat je de leerlingen uitdaagt om na te denken over de manieren van Galilei en Roberval.
Humor	Zit erin, ik vond beide voorbeelden vermakelijk.
Patronen	Was voor mij niet duidelijk. Zou je kunnen verwerken door het doel van het filmpje aan het begin duidelijker te maken.
Karakter	Zat erin, want ik vond het voorbeeld van Galilei amusant en dat maakte dat ik me goed met hem kon identificeren.
Verteller	Was voor mij niet duidelijk.

#### Wat vindt jij het belangrijkste element van dit verhaal?

Het belangrijkste element vond ik de sense of wonder. Je wil leerlingen uiteindelijk motiveren om met wiskunde aan de slag te gaan en door ze dit soort vragen te stellen en uit te dagen, lukt dat denk ik wel aardig.

#### Zou je dit verhaal ook zelf in de les gebruiken?

Ik zou het denk ik wel in de les gebruiken. Het is amusant en het daagt de leerlingen uit om anders na te denken, het laat bovendien zien dat wiskunde dus menselijk is en 'leeft'.

## De logaritme

### Welke elementen herken je in het verhaal en welke ontbreken?

Element	Beschrijving
Plot	hier was de plot wel veel duidelijker dan in het eerste filmpje, er werd echt wat opgebouwd.
Conflict	zit erin, dit is het probleem van het overzichtelijk weergeven van die getallen.
Verbeelding	zit erin, ik vond de getallenlijn erg leuk!
Menselijke betekenis	zit erin, leuke anekdote om het verhaal aan op te hangen.
Sense of Wonder	Zit erin, je stelt leuke vragen en laat de leerlingen nadenken. Kwam wel iets minder terug dan in het eerste filmpje.
Humor	zit erin, ik vond de hele verhaallijn en opbouwen richting logaritmen erg gemakkelijk.
Patronen	zit erin, het doel van het filmpje is meteen duidelijk: een overzichtelijke manier vinden.
Karakter	zat erin, de anekdote was goed om je in te leven
Verteller	Niet duidelijk

### Wat vindt jij het belangrijkste element van dit verhaal?

Het belangrijkste element blijf ik de sense of wonder vinden, omdat je de leerlingen vooral wil motiveren.

### Zou je dit verhaal ook zelf in de les gebruiken?

Ook dit zou ik in de les gebruiken. Het is een mooie manier om de logaritme, die leerlingen toch wel 'vaag' vinden, een praktische invulling te geven.

Expert 2  
De afgeleide

**Welke elementen herken je in het verhaal en welke ontbreken?**

Element	Beschrijving
Plot	Aanwezig, want het hele verhaal gaat over hetzelfde figuurtje, dit wordt ingeleid en hieraan wordt alles opgehangen
Conflict	Aanwezig, het oplossen van de opp/raaklijn van het figuurtje
Verbeelding	Enigszins aanwezig, ik zag een rol plakband voor mijn neus rollen.. ik zag een galileo nadenkend kijken
Menselijke betekenis	Er worden mensen genoemd.
Sense of Wonder	Aanwezig, ik ben benieuwd wat het goede antwoord is (is het pi?)
Humor	Het verhaal is vrij neutraal op het gebied van vermakelijkheid. Dit zou je kunnen toevoegen door een grappig plaatje/animatie van Galileo of Roberval in je ppt of filmpje te gebruiken.
Patronen	Wat ik op dit gebied miste was misschien de link tussen raaklijn en oppervlakte. Dit zou je kunnen toevoegen door meer plaatjes of animaties te gebruiken.
Karakter	Er waren wel karakters aanwezig, maar er werd niet veel inleving opgeroepen. Een plaatje van hun hoofd zou bijvoorbeeld al kunnen helpen! Of een plaatje van een weegschaal met de figuurtjes
Verteller	Aanwezig, dit is een alwetende verteller/beschouwend

**Wat vindt jij het belangrijkste element van dit verhaal?**

Sense of wonder

**Zou je dit verhaal ook zelf in de les willen gebruiken? Waarom wel/niet?**

Ik zou dit verhaal wel willen gebruiken, maar zou de overgang van oppervlakte naar raaklijn ietsje uitbreiden. Ik denk zeker dat dit een interessant begin van een les kan zijn!

## Logaritme

### Welke elementen herken je in het verhaal en welke ontbreken?

Element	Beschrijving
Plot	Aanwezig, het verhaal wordt opgehangen aan het icetea drankje en hoe je de verschillende zuurtegraden in kaart kan brengen
Conflict	Aanwezig, hoe kun je dit goed in kaart brengen + aan het einde waar hoort de 0.004
Verbeelding	Aanwezig, ik kon me bedenken hoe zuur een citroen smaakt. De grafieken spreken iets minder tot de verbeelding
Menselijke betekenis	Er worden geen mensen genoemd. Lijkt me ook niet nodig om dit toe te voegen hier.
Sense of Wonder	Zit er wel enigszins in, maar niet zo sterk als in het andere verhaal. Ik denk ook dat leerlingen bij het eerste plaatje zich afvragen waarom je daar 0.1 kiest, het zou sterker zijn om de water en icetea te laten samenvallen en de citroen een heel eind verderop.
Humor	het verhaal is vrij neutraal op het gebied van vermakelijkheid. Meer humor lijkt me niet nodig.
Patronen	Aanwezig, exponenten vergelijken met PH-waarden.
Karakter	er waren niet echt karakters aanwezig. Eventueel zou je kunnen vragen: wie van jullie neemt wel eens icetea, en dan een leerling als hoofdpersoon nemen.
Verteller	Aanwezig, er wordt een verhaal verteld.

### Wat vindt jij het belangrijkste element van dit verhaal?

Patronen.

### Zou je dit verhaal ook zelf in de les willen gebruiken?

Ik vind het een goed verhaal om het nut van logaritmen te duiden. Ik zou het denk ik wel gebruiken

😊.

**Welke elementen herken je in het verhaal en welke ontbreken?**

Element	Beschrijving
Plot	Aanwezig, we horen een verhaal over wiskundigen waar telkens wat nieuws gebeurt.
Conflict	Het probleem dat we tegenkomen is hoe we nou deze figuur kunnen bestuderen
Verbeelding	We zien plaatjes waarmee we het verhaal kunnen begrijpen, maar niet echt over de wiskundigen zelf.
Menselijke betekenis	Hier werd vroeger al over nagedacht en we zien dat het iets is wat in het dagelijks leven best voor zou kunnen komen. Echter, het is niet echt duidelijk wat we eraan hebben
Sense of Wonder	Ik mis een beetje de Sense of Wonder, omdat ik niet echt weet waar dit probleem echt vandaan komt. Je weet dat mensen erover hebben nagedacht, maar niet hoe ze hiermee zijn gekomen en dat maakt ons niet echt nieuwsgierig naar het probleem. Wel is het heel erg betekenisvol, wat best motiverend kan werken.
Humor	Niet aanwezig
Patronen	Wellicht is het geven van een oorzaak van dit probleem een goede toevoeging.
Karakter	Aanwezig.
Verteller	Aanwezig.

**Wat vindt jij het belangrijkste element van dit verhaal?**

Het belangrijkste is denk ik dat het een menselijke betekenis geeft. Veel leerlingen denken dat het maar wat getalletjes en formules zijn die ergens uit de lucht komen vallen, wat je hiermee dus opheldert 😊

**Zou je dit verhaal ook zelf in de les willen gebruiken?**

Misschien wel, als er dus iets meer een motivatie achter zit, waarom mensen hier op eens mee zijn gekomen. Waarom wilden ze dit weten?

**Welke elementen herken je in het verhaal en welke ontbreken?**

Element	Beschrijving
Plot	Aanwezig, je merkt dat je door een verhaal heen wordt geloodst.
Conflict	Het probleem is dat we op de 'normale' manier de data niet duidelijk kunnen weergeven.
Verbeelding	Met plaatjes en voorbeelden uit het dagelijks leven kunnen we ons veel dingen inbeelden.
Menselijke betekenis	De koppeling wordt gemaakt met de scheikundigen, dus je snapt nu dat deze manier bedacht is door mensen om data weer te kunnen geven.
Sense of Wonder	Ik mis sense of wonder, ik weet niet zo goed wat ik hier meer van zou willen weten.
Humor	Niet aanwezig
Patronen	Aanwezig
Karakter	het glaasje ijsthee kent iedereen.
Verteller	Aanwezig.

**Wat vindt jij het belangrijkste element van dit verhaal?**

Het is erg goed om te laten zien waar het gebruik van deze schaal vandaan komt en dat we er wat mee kunnen, dus wat dat betreft komen de elementen menselijke betekenis en conflict goed tot hun recht.

**Zou je dit verhaal ook zelf in de les willen gebruiken?**

Ik zou dit idee wel in de les willen gebruiken. Het geeft naar mijn idee een goede toepassing voor iedereen, waar elke leerling zich iets bij voor kan stellen. Dus het is niet voor wiskunde B of wiskunde A, maar voor eigenlijk alle wiskundestromen.

**Welke elementen herken je in het verhaal en welke ontbreken?**

Element	Beschrijving
Plot	Koppeling tussen de raaklijn en de afgeleide was niet heel sterk. Had wat duidelijkere brug mogen maken van Galilei naar De Roberval dat ze een andere vraag over hetzelfde figuur hadden en niet naar de oppervlak van de figuur zocht, maar naar de raaklijn van de figuur.
Conflict	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Kan de figuur gevormd door een punt op een cirkel welke over een rechte lijn rolt beschreven worden als drie maal de oppervlak van de cirkel?</li> <li>2. Is er een makkelijkere manier om een raaklijn van het bovengenoemde figuur te beschrijven in termen van de horizontale verplaatsing en de</li> </ol>
Verbeelding	Verhaal van Galilei sprak erg tot de verbeelding. Verhaal over De Roberval minder.
Menselijke betekenis	Galilei probeert het oppervlak van de figuur met volume van figuren te bepalen. De Roberval probeert de raaklijn te benaderen door de horizontale verplaatsing en de draaiing. Wat in het eerste geval niet helemaal correct is en bij De Roberval is het niet de meest efficiënte methode.
Sense of Wonder	Bij het eerste verhaal vond ik de methode erg interessant en begon gelijk te denken hoe je dit wel goed zou kunnen bepalen, of de drie te verklaren. Bij de afgeleide snapte ik de draaiing niet echt en leidde dit af van het komen tot een efficiënte oplossing.
Humor	Was leuk om naar te luisteren, maar zou visueel sterker kunnen met een filmpje van de afgeleide en het maken van het figuur in Geogebra bijvoorbeeld.
Patronen	Werd redelijk bij de leerling neer gelegd om de patronen erin te zien. Zoals eerder genoemd had de link tussen de twee vragen sterken gemogen. Daarnaast is het zoeken naar het patroon of de oplossing juist de vraag aan de leerling.
Karakter	Bij Galilei was de methode erg duidelijk en maakte het makkelijk om in te leven in het komen tot de gegeven conclusie. Bij De Roberval was dit voor mij minder.
Verteller	Docent die wiskundigen en problemen die ze hebben onderzocht aanhaalt.

**Wat vindt jij het belangrijkste element van dit verhaal?**

Persoonlijk vind ik verbeelding en menselijke betekenis de belangrijkste elementen uit een verhaal om de wiskunde te zien als een menselijke activiteit en een onderzoeksgebied wat nooit af is en de verbeelding om tot een relationeel begrip te komen van het probleem.

**Zou je dit verhaal ook zelf in de les willen gebruiken?**

Eerste gedeelte vond ik heel leuk en interessant, maar gedeelte van De Roberval snapte ikzelf niet helemaal wat je bedoelde, dus zou ik niet gebruiken op het moment. Het probleemoplossend vermogen van de leerling wordt met de eerste vraag denk ik op een niet conventionele manier geprikkeld wat goed is voor het wiskundige denken van de leerlingen.

### Overige opmerkingen

1:02 → Als je een cirkel langs een rechte lijn beweegt, moet dit niet zijn een punt op de cirkel langs een rechte lijn volgt?

2:23 → Horizontale lijn parallel aan rechte lijn misschien noemen als horizontale lijn EF parallel aan AC. De afbeelding was redelijk snel weer weg waardoor ik nog aan het zoeken was welke lijn er zo snel bedoeld werd. Voor zwakkere leerlingen geeft het benoemen van de lijnen dan houvast om bij te blijven. Hierna benoem je de andere beweging als de draaiende beweging van de cirkel. Is de draaiende beweging van de cirkel niet de horizontale verplaatsing en de verticale verplaatsing?

### De afgeleide

#### Welke elementen herken je in het verhaal en welke ontbreken?

Element	Beschrijving
Plot	Begint duidelijk over de normale getallenlijn als onduidelijke classificatie voor de zuurgraden van verschillende vloeistoffen. Geeft logaritmische schaal als oplossing en komt hiermee tot een praktisch voorbeeld met PH-waarde.
Conflict	Hoe kunnen zuurgraden van vloeistoffen duidelijk worden weer gegeven.
Verbeelding	Check.
Menselijke betekenis	Duidelijk menselijke vraag om iets overzichtelijk weer te geven om de logaritme te introduceren
Sense of Wonder	Nieuwsgierig hoe je een stof die ergens op deze lijn ertussen in zou vallen moet kwalificeren.
Humor	Leuke afbeelding. Zou bij het noemen van 0,000002 dit ook in een tabelvorm weergeven zodat de stap naar de $10^{-7}$ duidelijker wordt gemaakt voor de leerlingen
Patronen	Heel duidelijk patroon van overzichtelijk weergeven van zuurgraden wat met logaritmisch patroon kan worden weer gegeven.
Karakter	Een scheikundige die iets overzichtelijk wil weergeven
Verteller	Scheikundige die een overzicht duidelijk wil weergeven op een getallenlijn.

#### Wat vindt jij het belangrijkste element van dit verhaal?

De patronen en het plot zijn naar mijn idee voor dit verhaal erg belangrijk. Het laat de verbinding tussen andere vakken en wiskunde duidelijk zien en de praktische toepassing van wiskunde in het algemeen.

#### Zou je dit verhaal ook zelf in de les willen gebruiken?

Ja. Erg interessant en duidelijk verhaal om een over het algemeen moeilijk onderwerp voor leerlingen begrijpelijk te maken.