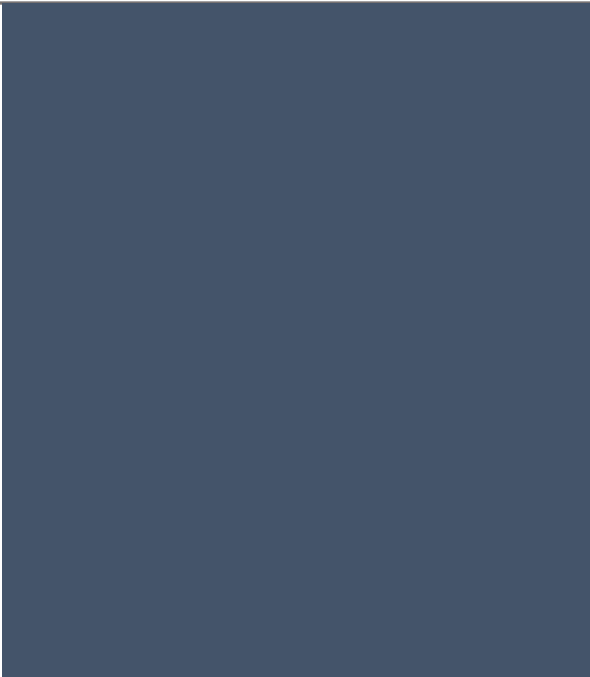




Exploratie van een didactisch model voor kwantummechanica

Sytze Bakker
Begeleider: dr.ir. H.J. Pol
Tweede examiner: dr. E. Van den Berg



Proloog

Het product dat uiteindelijk het resultaat is van dit onderzoek van onderwijs is tot stand gekomen gedurende een onderzoek van anderhalf jaar, hierbij is een onderzoek geprobeerd uit te voeren wat thuishoort in een doctoraal onderzoek. Hierdoor zijn bewuste keuzes gemaakt in het niet doorzetten voorbij een bepaald tijdsverbruik. Dit leidt ertoe dat een aantal onderdelen van het onderzoek niet af lijken. Dit klopt dan ook, omdat het niet haalbaar is om alle aspecten af te ronden.

Samenvatting

Dit onderzoek gaat over het implementeren van een didactisch model in een lessenserie kwantummechanica op de middelbare school. Het didactisch model vindt zijn basis in de didactiek voor elektriciteit waar al langer over wordt onderwezen op de middelbare school. Bij de lessenserie wordt kwantummechanica opgebouwd vanuit twee fenomenen, het twee-spleten experiment en het foto-elektrisch effect. Dit wordt onderzocht door het resultaat van de lessenserie te vergelijken met een controle klas.

Op basis van literatuurstudie kwam het probleem naar voren waar gestart moet worden met kwantummechanica voor het goed implementeren van het model. Het probleem waar hiernaar gekeken wordt is de relatie tussen fenomenen. In de newtoniaanse natuurkunde is de relatie tussen bijvoorbeeld het gooien van een bal en de bal die wegvliegt herkenbaar voor de leerling, deze herkenbaarheid is voor kwantummechanische fenomenen vaak onduidelijk doordat microscopische processen onzichtbaar zijn, kortom de behandelde theorie is niet herkenbaar in de wereld om hun heen. Hiervoor is vooronderzoek gedaan naar het effect van niet direct zichtbare relaties tussen natuurkundige grootheden die normaal gezien herkenbaar zijn. Dit betreft het wegvallen van het model in hun hoofd door bekende verbanden in een black box onzichtbaar te maken. Een voorbeeld hiervan is het verbergen van een stroomschakeling in een black box en daarbij via een interface op de box nog steeds waardebepalingen te laten doen. De vertrouwde relatie tussen een stroomschakeling en de meting valt weg (onzichtbaar), met een verandering voor de leerling ten gevolg. Hieruit bleek dat het onzichtbaar maken van relaties het voor leerlingen moeilijker maakt om een onderwerp te doorgronden.

Uit de resultaten is kwantitatief niet duidelijk of het voorgestelde didactische model ook daadwerkelijk heeft geholpen bij het beter begrijpen van kwantummechanica. Wel zijn er een aantal inzichten ontstaan over eventuele verbeteringen aan de implementatie van het model.

Inhoudsopgave

Proloog	1
Samenvatting.....	2
1. Introductie.....	5
Kwantummechanica op de middelbare school	5
Ontwikkelen van didactiek.....	6
Mijn voorstel	8
Het onderzoek.....	10
2. Benodigde kennis	11
Het foto-elektrisch effect	11
Theorie	11
Demonstratie	11
Twee spleten experiment	12
De demonstratie	14
De Broglie golflengte.....	14
Heisenberg onzekerheidsrelatie.....	14
3. Black box experiment	15
Achtergrond experiment.....	15
Ontwerp practicum	16
Uitvoeren practicum	17
4 havo.....	17
4 vwo	19
Opgedane inzichten.....	20
4. Kwantum lessenseries ontwerp	21
Het doel.....	21
Methodiek	21
Achtergronden	21
Dualistisch model	21
Fenomenologisch model	21
Ontwerpcriteria.....	22
Inhoud	22
Ontwerpcriteria	22
Opbouw lessenseries.....	24
5. Beschrijving lessen geven kwantum methode	34
Dualistische methode.....	34

De eerste les	34
Tweede les	35
Derde les	36
Reflectie	37
Lessen fenomenologisch model.....	37
Les 1,2.....	37
Derde les	38
Reflectie	39
6. Resultaten	40
Vragenlijst	40
Groep dualistisch.....	40
Groep fenomenologisch	41
Vergelijking resultaten	41
7. Discussie	42
8. Conclusie.....	43
Bronnen	45
Appendix A	47

1. Introductie

Kwantummechanica op de middelbare school

In de literatuur is weinig bekend over de didactiek van kwantummechanica in de middelbare school (Stadermann, Van den Berg, Goedhart, 2019). Aangezien kwantummechanica een recente toevoeging is aan het onderwijscurriculum in Nederland (Commissie Vernieuwing Natuurkundeonderwijs havo/vwo, 2010) is, heeft het Nederlandse middelbare onderwijssysteem nog weinig ervaring met kwantummechanica. Nederland is natuurlijk niet het enige land ter wereld, dus kan er naar andere landen gekeken worden. Engeland (Mashhadi & Woolnough, 1999; Ogborn, 2006), Duitsland (Müller & Wiesner, 2002), Italië (Michelini, Ragazzon, Santi, & Stefanel, 2000, 2007) en de VS (Escalada, Rebello, & Zollman, 2004) hebben al langere tijd kwantummechanica in het curriculum. Toch is er nog geen eenduidige didactiek ontwikkelt waarop het onderwerp moet worden gedoceerd (Krijtenburg-Lewerissa, Pol, Brinkman & Van Joolingen, 2019).

De huidige didactiek van kwantummechanica is gebaseerd op de universitaire didactiek die gebaseerd is op wiskunde (Johnston, Crawford, & Fletcher, 1998). Het probleem hiervan is dat de wiskundige onderbouwing voor de kwantum effecten niet geschikt is voor de middelbare school (Krijtenburg-Lewerissa, Pol, Brinkman & Van Joolingen, 2019). De wiskundige onderbouwing van de kwantum effecten is van dermate hoog niveau dat het niet geschikt is voor de middelbare school. Hierdoor is er een fundamenteel probleem met het huidige didactische model.

Daarnaast is er nog het probleem van beperkte kennis van leraren die daardoor zijn aangewezen op enkel de leermiddelen die door drukkerijen wordt aangeleverd. Kortom om ervoor te zorgen dat leerlingen die natuurkunde op het VWO hebben gehad een conceptuele begripsvorming hebben van kwantummechanica is het van belang dat er een degelijk didactisch model komt waardoor alle leerlingen dezelfde kans hebben dit niveau te bereiken als het gemiddelde niveau voor andere natuurkundige onderwerpen.

In de huidige praktijk wordt kwantummechanica vaak gebracht in de context van vreemde en aparte gebeurtenissen die in strijd zijn met onze verwachtingen (Chhabra, & Das, 2018). Dit gecombineerd met de befaamde Feynman quote (1964) leidt ertoe dat leerlingen vaak kwantummechanica ervaren als iets dat zeer moeilijk is. Waardoor het zelfvertrouwen van de leerlingen al bij voorbaat wordt verlaagd. Hierdoor is de zelfeffectiviteit van de leerlingen lager dan voor een onderwerp waar ze meer vertrouwen in hebben (Bandura, 1993). Een lager zelfvertrouwen zorgt ervoor dat een leerling minder doelen voor zichzelf stelt en eveneens eerder opgeeft. Deze dynamiek wil je natuurlijk niet versterken in de didactiek die gekozen wordt.

Ontwikkelen van didactiek

De literatuur die voorhanden is voor het ontwikkelen van een didactiek voor het secundair onderwijs is sporadisch en gericht op facetten van kwantummechanica, zelden het hele onderwerp (Krijtenburg-Lewerissa, Pol, Brinkman & Van Joolingen, 2019). Het merendeel van de literatuur is gericht op het tertiaire onderwijs.

Beperkingen die horen bij het secundair onderwijs leiden ertoe dat het didactisch modelleren dat hierin wordt onderzocht een onzekere correlatie hebben met het VWO in Nederland (Krijtenburg-Lewerissa, Pol, Brinkman & Van Joolingen, 2017). Daarom moet er een didactisch model ontwikkeld worden dat toetsbaar is en gebaseerd is op bestaande didactische theorieën. Het is daarom interessant om bij andere natuurkundige onderwerpen te kijken naar de problemen en oplossingen die daar zijn gevonden voor het didactisch model.

Het gekozen onderwerp is elektriciteit, bij elektriciteit worden de volgende leerproblemen vaak aangehaald: Het ontwikkelen van systematisch redeneren, conceptueel differentiëren (het verschil van grootheden herkennen), het ontwikkelen van fenomenologische relaties en tenslotte het samenvoegen van verschillende epistemologische modellen (Psillos, 1998). Het ontwikkelen van deze vaardigheden heeft ook betrekking tot het leren van kwantummechanica in de middelbare school. Daarmee kan het vertalen van het didactisch model voor elektriciteit naar kwantum de ideale bron zijn voor een robuust didactisch model te ontwikkelen.

Wanneer gekeken wordt naar de opbouw van elektriciteit op de middelbare school, is het doen van experimenten/demonstraties één van de manieren om het proces van conceptuele verandering op gang te brengen (van den Berg, Katu & Lunetta, 1994). Bij elektriciteit is een fenomenologische benadering afhankelijk van het gebruik van een medium dat het onderliggende fysische proces duidelijk maakt. Hierbij is er een duidelijke overeenkomst met kwantummechanica dat ook afhankelijk is van media om het fysisch proces zichtbaar te maken.

Bij elektriciteit is er na meer dan een eeuw een ontwikkeling geweest in de manier waarin wordt lesgegeven waarbij het hele spectrum van fenomenologisch, conceptueel, microscopisch en kwantitatief een uitwerking heeft (Stocklmayer, Treagust, 1994) (Psillos, 1998). De manier waarop Psillos (1998) het resultaat hiervan beschrijft is dat het onderwijzen van elektriciteit op de volgende manier gaat. Het geven van elektriciteit op de middelbare school begint met het analyseren van fenomenen. Het meest gebruikte start fenomeen dat hierbij gebruikt wordt is de gloeilamp. Met de gloeilamp wordt bestudeerd hoe elektriciteit stroomt en wat de verschillende effecten zijn van handelingen. Als voorbeeld kun je met een gloeilamp de stroomkring onderbreken en kijken wat er gebeurt met het licht. Wat de gloeilamp in dit geval een black box maakt. Wat daarmee bedoeld wordt is dat het verband tussen elektriciteit en het licht van de gloeilamp niet direct duidelijk is, maar er kan met een handeling getest worden wat er gebeurt. Kortom de relatie is in eerste instantie een "black box" voor de leerling maar kan belicht worden door testen. Dit is een fenomenologische aanpak van het onderwerp, er wordt gekeken naar de situatie en wat daarbij de gevolgen zijn van verschillende aanpassingen.

Vervolgens kan er worden uitgebouwd met het conceptuele deel. Bij dit conceptuele deel wordt het fenomenologische begrip van het elektrische systeem uitgebreid met het macroscopische model van elektriciteit, namelijk wat gebeurt er met de grootheden van elektriciteit. Deze grootheden zijn in een introductie niveau in het secundair onderwijs de volgende, spanning(U), stroomsterkte(I), energie(E), weerstand(R) en tijd(t). Hierbij wordt een kwalitatieve analyse gegeven van het elektrische systeem, wat er met de respectieve grootheden gebeurt (Psillos, 1998).

Bij het microscopische onderdeel worden de microscopische onderdelen geïntroduceerd en de mechanismen waar ze aan bijdragen. In elektriciteit wordt in deze fase gekeken naar de eigenschappen van elektronen en de gevolgen van verschillende aanpassingen in het systeem op de elektronen. Als voorbeeld kan in de schakeling een weerstand worden geplaatst nu de leerlingen weten wat er met de stroomsterkte gebeurt in de schakeling door een weerstand kun je vragen stellen over het gedrag van de elektronen. Op deze manier kan van verschillende misconcepties gebruik gemaakt worden door de grootheden te testen die bij de misconcepties horen. Zo kan bij leerlingen het beeld ontstaan dat elektronen ophopen voor een weerstand, dit is een testbare situatie, indien dit waar zou zijn zou de stroomsterkte voor de weerstand groter zijn dan de stroomsterkte na de weerstand (Psillos, 1998).

Ten slotte is er het kwantitatieve deel waarbij wordt gekeken naar de waarde van de verschillende grootheden. Dit maakt de verschillende verbanden tussen de grootheden herleidbaar tot formules. Aan het eind van dit onderdeel kunnen leerlingen een kwantitatieve analyse maken van verschillende schakelingen (Psillos, 1998).

Bij kwantum is de implementatie in de klas tot op heden een wild samenraapsel van facetten. Zo zijn er al een aantal onderzoeken geweest naar het onderwijzen van het twee spleten experiment (Krijtenburg-Lewerissa, Pol, Brinkman & Van Joolingen, 2017). Wat hieraan ontbreekt is de implicatie naar de rest van kwantummechanica. Als het wordt vergeleken met de methode waarop elektriciteit wordt geïntroduceerd is er een groot verschil. Dit verschil zit hem erin dat het grote plaatje waar in elektriciteit doelgericht naar toe wordt gewerkt in kwantummechanica onderzoek ontbreekt. Zo staat het twee spleten experiment nu los van andere voorbeelden in kwantummechanica, omdat de golf-deeltje dualiteit niet gekoppeld wordt aan ander golf gedrag, waarmee het ook gebruikt kan worden in andere fenomenen.

Mijn voorstel

Mijn onderzoek wil aantonen dat het belangrijk is om te laten zien waar kwantum is en hoe je kwantum effecten toegankelijk kunt introduceren. Het probleem dat dan optreedt is waar begonnen moet worden. Kortom welke voorkennis is nodig, of wat is de “kwantumlamp”.

Om te kijken waar in het ontwikkelstadium van het kwantum model de “kwantumlamp/en” geïntroduceerd moet worden, is het nodig om een beeld te hebben van het effect van verduisteringen op het begrip van leerlingen. Met verduisteringen heb ik het over de tussenstappen die zitten tussen het fenomeen bijvoorbeeld het interferentiepatroon en het concept licht als een golf. Bij dit voorbeeld specifiek zijn er een aantal tussenstappen die gemaakt moeten worden voordat de connectie tussen het fenomeen en concept duidelijk is. Zo moet er bekend zijn hoe een golf zich gedraagt, wat interferentie is, waarom het licht monochroom moet zijn.

Om het effect van de verduistering te zien en op basis daarvan het juiste startpunt te kiezen is het idee gekomen om een practicum te ontwerpen voor elektriciteit waarbij de meeste relaties die herkend worden in een black box te verstoppen. Dit houdt in dat het experiment de aanwezigheid van een stroomkring en de zichtbare effecten van elektriciteit terugbrengt tot een spanningsbron, een voltmeter en een ampèremeter. De meestal zichtbare schakeling wordt in het model verstoep in een black box om te kijken waar de leerlingen tegenaanlopen en hoeveel abstractiestappen realistisch zijn om mee te werken.

Bij het geven van de uiteindelijke lessenserie heb ik de beschikking over twee 6 vwo klassen. Daarom is het interessant om het voorgestelde fenomenologische systeem voor didactiek in de natuurkunde toe te passen op kwantummechanica voor een lessenserie bij één klas. Terwijl bij de andere klas een meer traditionele aanpak wordt gekozen bij het geven van de lessenserie. Hiervan kan dan ook een vergelijking gemaakt worden over het begrip dat de twee klassen hebben opgedaan in de lessenserie.

Het doel van kwantummechanica (KM) op de middelbare school is niet om de leerlingen experts te maken in KM net zomin als dat geldt voor elk van de andere onderdelen van natuurkunde op de middelbare school. Het doel is wel om de leerlingen bekend te maken met KM en een aantal fenomenen te kunnen begrijpen en daarmee kunnen redeneren. Dus het uiteindelijke doel van de lessenserie is het in staat zijn om te kunnen redeneren met een aantal kwantum fenomenen.

De traditionele aanpak is gebaseerd op een mengeling van pop science, een simplificatie van universitair niveau kwantummechanica en de gebruikte methode in dit geval Pulsar. In zekere zin is dit ook analoog aan de manier waarop elektriciteit vroeger werd gegeven, namelijk als een mysterieuze kracht in de wereld (Stockmayer, Treagust, 1994). Wat het betekent voor de lessenserie is dat de traditionele aanpak ook daadwerkelijk simplificatie van universitair niveau is zonder

de wiskunde te behandelen. Zo wordt het twee spleten experiment behandeld volgens een contrast met het historisch bestaande natuurkundige dogma, namelijk het determinisme. Verder wordt het onzekerheidsprincipe aangesneden vanuit een wiskundige gebaseerd op Fourier analyse. Dit leidt ertoe dat je in twee werelden bent zonder goed begrip te hebben van één van deze werelden. Dit doet mij denken aan cartesiaans dualisme waarbij er een fundamentele mismatch is (Hart, 1996). Daarom noem ik deze aanpak een dualistische methode.

De nieuwe aanpak is gebaseerd op het werk van Psillos (1998), Shuell (1988). Daarom wordt deze aanpak de fenomenologische aanpak genoemd, omdat de kwantum wereld wordt opgebouwd vanuit de fenomenen die gedemonstreerd worden. Waarbij de leerlingen bekend worden gemaakt met de theorie van een nieuw onderwerp door het bestaande wereldbeeld van de leerlingen onderuit te halen met behulp van demonstraties en practica. De denkstap die daarbij vaak wordt gemaakt bij kwantummechanica is te grijpen naar een historische analogie, namelijk een situatie creëren waarbij het deterministische wereldbeeld voor een patstelling staat (Aaronson, 2013). Met als enige uitweg kwantummechanica. In plaats daarvan is het ook mogelijk om deze eerste patstelling weg te laten. Er kan net zo makkelijk gedaan worden of kwantummechanica een wereld is waarvan het vocabulaire nog ontbreekt. Dus ga je die met behulp van demonstraties op bouwen. Dit idee is niet een revolutionair idee in natuurkunde onderwijs want het wordt al toegepast bij elektriciteit (Psillos, 1998), wat het uitvoeren van deze lessenserie speciaal maakt is dat het nieuw is om deze leerlijn ook door te voeren in het onderdeel KM. Het onderzoek naar de didactische strategieën die effectief zijn voor KM op de middelbare school staat nog in de kinderschoenen (Stadermann, Van den Berg, Goedhart, 2019), daarom is een aanzienlijk deel van de didactiek gebaseerd op de didactiek van elektriciteit. Voor elektriciteit geldt op dit moment en een eeuw geleden ook dat er een didactische vormgeving wordt gehanteerd waarbij de Maxwellvergelijkingen niet terugkomen of de exacte werking van kabels en de effecten die daarbij horen in termen van signaalverlies en ruis dat geïntroduceerd wordt. Of impedanties van verschillende apparaten die niet aansluiten (Stocklmayer, Treagust, 1994) (Guisasola, Zubimendi, Almudi & Ceberio, 2002). Het doel van natuurkunde moet zijn om voor KM een net zo robuust conceptueel raamwerk op te bouwen.

Het onderzoek

De onderzoeksvraag die ik in dit onderzoek ga proberen te beantwoorden is als volgt: "Is het gebruik van het foto-elektrisch effect en het twee-spleten experiment als fenomenen een mogelijke invulling van de fenomenologische opbouw voor kwantummechanica?"

In dit onderzoek presenteer ik een concrete formulering voor de manier waarop kwantummechanica in het middelbaar onderwijs behandeld zou moeten worden. Dit wordt gedaan door een test situatie te creëren waarin een black box model wordt gebruikt op een manier die lijkt op de wijze waarop kwantummechanica wordt gepresenteerd. Hiervan wordt een kwalitatieve analyse gemaakt. Op basis van deze analyse ontwikkel ik een model voor de aanpak van kwantummechanica. Vervolgens ontwikkel ik op basis van het model drie lessen.

Het black box experiment wordt gedaan bij twee klassen, een 4 havo klas van 17 leerlingen en een 4 vwo klas van 24 leerlingen. Het uitvoeren van de drie lessen gebeurt bij een 6 vwo klas van 20 leerlingen, waarbij drie controle lessen worden uitgevoerd bij een 6 vwo klas van 17.

De analyse voor het black box experiment wordt gedaan door het leerlinggedrag en de mate van noodzakelijke ondersteuning te vergelijken met een reguliere les waarin een vergelijkbaar probleem wordt behandeld zonder de schakeling te verbergen in een black box. De uitkomst hiervan geeft aan of het zinvol is om de kwantum demo's (Van den berg et al, 2020) van de universiteit van Twente te gebruiken waarin bijvoorbeeld een enkele foton lichtbron zorgt voor een interferentie patroon, of dat een dergelijke opstelling juist onnodige abstractiestappen introduceert in kwantummechanica.

De analyse van de lessen wordt gedaan door het afnemen van een vragenlijst bij beide 6 vwo klassen om te controleren wat het resultaat van de nieuwe methode is.

2. Benodigde kennis

Voor het geven van de lessenserie kwantummechanica, zoals in dit onderzoek van onderwijs wordt voorgesteld, is het noodzakelijk om een goed beeld te hebben van het vakgebied. Hiervoor moeten een aantal concepten duidelijk zijn voor de docent op een niveau dat boven het 6 vwo niveau zit. Het benodigde niveau om de lessenserie te kunnen geven, evenals de fysieke demonstratie die gebruikt worden om de fenomenen te demonstreren worden in dit hoofdstuk behandeld.

In deze lessenserie wordt de kwantum wereld opgebouwd vanuit twee verschijnselen die ook een macroscopische demonstratie mogelijk maken. Deze twee verschijnselen zijn het foto-elektrisch effect en Young's twee spleten experiment.

Het foto-elektrisch effect

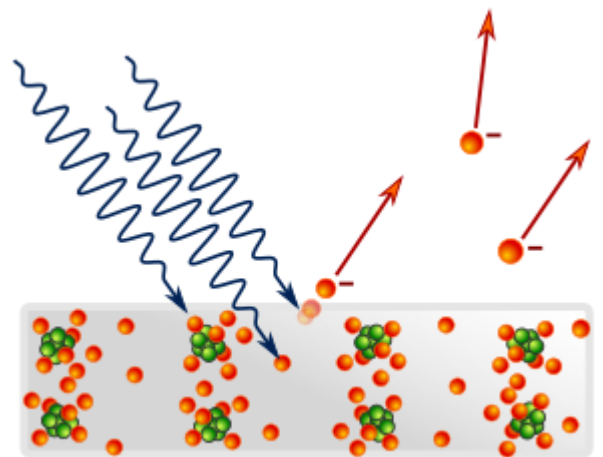
Theorie

Het foto-elektrisch effect is de emissie van elektronen uit een materiaal als gevolg van elektromagnetische straling. Voordat elektronen uitgestraald worden uit een materiaal moet de elektromagnetische straling genoeg energie aan het elektron afgeven om aan de werkfunctie van dat materiaal te voldoen (Serway, 1990).

$$E_k = hf - W$$

Waarbij E_k de kinetische energie is van het elektron, h de constante van Planck, f de frequentie en W de werkfunctie van het materiaal.

Het verband dat hieruit voortkomt is dat golflengte bepaalt of een elektron vrijkomt. Het foto-elektrisch effect is het eerste fenomeen waarin licht (elektromagnetische straling) een gekwantiseerde natuur moet hebben.



Figuur 1 Grafische weergave foto-elektrisch effect [1].

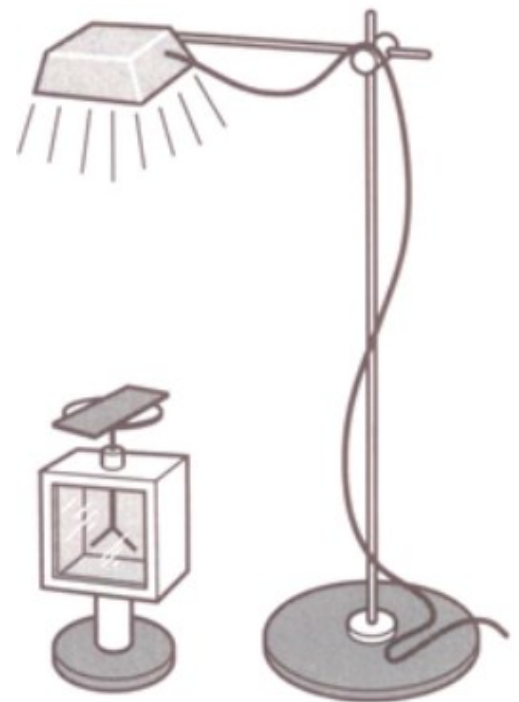
Demonstratie

Het foto elektrisch effect is te demonstreren met het gebruik van een elektroscop. Hierbij zijn de volgende elementen nodig:

- Een elektroscop
- Zinkplaatje
- UV-lamp <290 nm
- Laserpointer >290 nm
- Felle lamp >290 nm
- Pvc-staaf
- Stof om pvc mee op te wrijven

Het demonstreren van het foto-elektrisch effect met deze opstelling gaat als volgt. Om te beginnen moet de pvc-staaf worden opgewreven met de stof om ervoor te zorgen dat de pvc-staaf negatief geladen wordt. Wanneer de pvc-staaf voldoende negatief is geworden kan die in contact worden gebracht met het zinkplaatje, dat vastzit aan de elektroscop. Nu is er een overschot aan elektronen op het zinkplaatje zodat de wijzer van de elektroscop uitslaat. Dit is de voorwaarde om de foto-elektrisch effect te demonstreren, wanneer de wijzer van de elektroscop niet uitslaat moet de pvc-staaf opnieuw worden opgewreven.

Op dit moment worden de lampen gebruikt om het effect van de verschillende golflengtes te demonstreren. Dit gebeurt zoals in de figuur waarbij het zinkplaatje wordt belicht door de verschillende lichtbronnen om het effect daarvan te laten zien. Hierbij moet worden begonnen met het belichten met behulp van de laserpointer, hierbij verliest het plaatje geen elektronen. Vervolgens moet met de felle lamp het zinkplaatje belicht worden, waarbij het plaatje nog steeds geen elektronen verliest. Ten slotte moet de UV-lamp het plaatje belichten, waarbij de wijzer nu wel terugloopt naar nul. Op deze manier is het foto-elektrisch effect gedemonstreerd. Vervolgens kan de proef herhaald worden met verschillende intensiteiten van de UV-lamp, om het gedrag van fotonen meer te bestuderen met de leerlingen. Hier kunnen dan conclusies uit worden getrokken met de leerlingen.

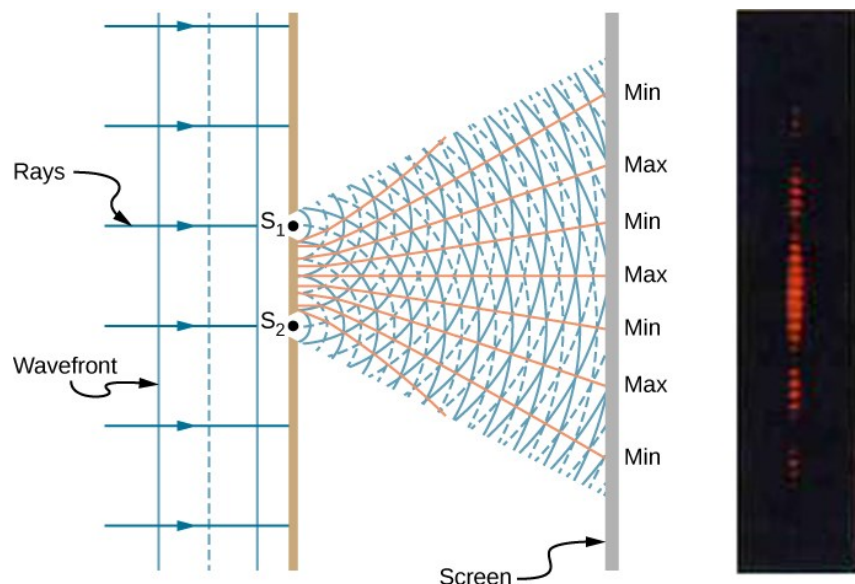


Figuur 2 opstelling foto-elektrisch effect demonstratie waarbij de zinkplaat wordt belicht [2].

Twee spleten experiment

Het twee-spleten experiment toont het golf-gedrag van licht (Hecht, 2001). Bij dit experiment wordt aan de hand van golftheorie, wat voorkennis voor 6 vwo-leerlingen is, het effect van twee spleten op licht bestudeerd. Hierbij kan met behulp van interferentie worden uitgelegd dat licht golfeigenschappen moet hebben, anders kan er geen interferentie optreden.

De fysische realiteit die in het twee-spleten experiment beschreven wordt, wordt hier uiteengezet.



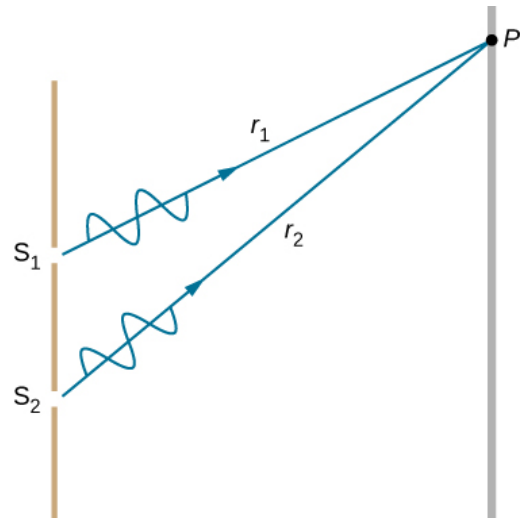
Figuur 3 (a) Schematische weergave van een twee-spleten experiment. S_1 en S_2 zijn de spleten die smal genoeg zijn om als nieuwe puntbron te fungeren. (b) Het resultaat van een twee-spleten experiment met rood licht [3].

Bij het twee-spleten experiment wordt gebruik gemaakt van een monochrome lichtbron die op twee spleten valt die als eigenschap hebben dat ze smal genoeg moeten zijn om als secundaire puntbronnen beschouwd te kunnen worden. Daarnaast moet de afstand van de twee spleten naar het scherm veel groter zijn dan de afstand tussen de spleten. Uit de onderstaande formule valt af te leiden dat dit het geval moet zijn om onderscheid te kunnen maken tussen de pieken en dalen.

$$\sin(\theta) = \frac{n\lambda}{d}$$

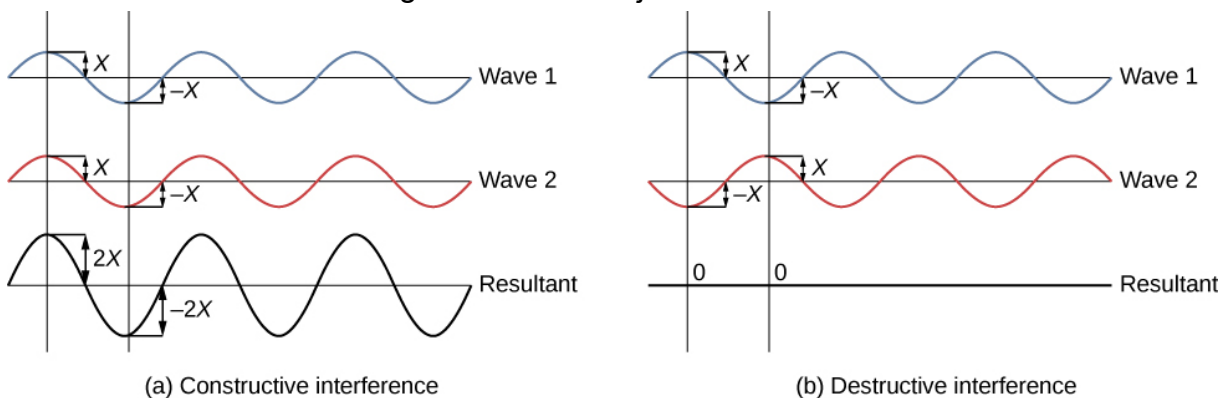
Waarbij θ de hoek is met de middelste max lijn zoals in de figuur, n is de orde van het maximum waarbij n nul is voor θ gelijk aan nul, λ is de golflengte van het gebruikte monochrome licht en d is de afstand tussen de twee spleten.

Vervolgens kan met behulp van de figuur hiernaast worden berekend dat voor licht dat uit afzonderlijke spleten komt een verschillende padlengte heeft tot het scherm. Zo hebben r_1 en r_2 in de figuur duidelijk een verschillende afstand tot punt P.



Figuur 5 Schematische weergave van het padlengte verschil tussen het licht uit S_1 en S_2 [3].

Ten slotte is er de interferentie die ervoor zorgt dat de golven afkomstig van spleet 1 en spleet 2 elkaar kunnen versterken of kunnen uitdoven. In de figuur hieronder is een voorbeeld van wat er in deze situaties gebeurt met de golven. Dit toont in de context van de natuurkundige kennis van de leerlingen waarom er een interferentie patroon wordt gegenereerd met licht, ook al bestaat licht uit fotonen die gekwantiseerd zijn.



Figuur 4 (a) In de figuur wordt de werking van de constructieve interferentie tussen twee golven. (b) In de figuur wordt het mechanisme voor destructieve interferentie weergegeven tussen 2 golven [3].

De demonstratie

Het twee-spleten experiment is te demonstreren met de volgende elementen:

- HeNe laser 630 nm.
- Plaatje met twee spleten van 0,1 mm breed en een tussen afstand van 0,4 mm.
- Houder voor het plaatje.

Het demonstreren gaat als volgt, de laser en het plaatje worden geïntroduceerd met de respectieve eigenschappen en de laser wordt op een wand geschoten om te laten zien hoe de laser normaal gesproken werkt. Nu moeten de laser en het plaatje zo worden gepositioneerd dat de laser loodrecht op het plaatje staat. Zodra het lokaal volledig is verduisterd kan de laser worden aangezet om het gevolg daarvan te laten zien.

De Broglie golflengte

De Broglie golflengte is de golflengte die hoort bij de impuls van deeltjes (Thomson, 1927). De formule die daarbij hoort is:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

Waarbij λ de De Broglie golflengte is, h de constante van Planck, p de impuls van het deeltje, m de massa van het deeltje en v de snelheid van het deeltje.

Wat dit betekent is dat alle fysieke objecten een golfgedrag vertonen waarbij dat gedrag afhankelijk is van de impuls van dat object. Voor objecten om dat deeltjesgedrag ook daadwerkelijk meetbaar te krijgen bij een experiment, als het twee-spleten experiment, moet de De Broglie golflengte van vergelijkbare grote zijn als het deeltje. Omdat een grote massa ervoor zorgt dat de golflengte kleiner wordt, is er op macroscopische schaal zo goed als niets dat met zichzelf kan interfereren zoals kwantum deeltjes dat wel kunnen. In de lessenseries wordt het concept van De Broglie golflengte gebracht met de Compton golflengte. Dit zijn in principe twee variaties van dezelfde formule. Dit lijkt me een goede mededeling voor de duidelijkheid van dit onderzoek.

Heisenberg onzekerheidsrelatie

Heisenbergs onzekerheidsrelatie beschrijft het verband tussen de meetprecisie van de plaats en de impuls. Door de onzekerheidsrelatie is het onmogelijk om van een object met arbitraire precisie de impuls en plaats bepalen. Uit de formule blijkt dat een nauwkeurige plaats bepaling leidt tot een onnauwkeurige bepaling van de impuls (Hall, 2013)

$$\Delta p \Delta x \geq \frac{h}{4\pi}$$

Waarbij Δp de onzekerheid van de impuls is, Δx is de onzekerheid in de plaats en h is de constante van Planck.

3. Black box experiment

Achtergrond experiment

Bij het experiment dat in dit hoofdstuk wordt behandeld is er het doel, zoals in de inleiding staat, om te exploreren wat het effect is van verduisteren van relaties. Als gevolg daarvan moet het practicum ontwerp ook duidelijk een verduistering hebben van relaties. Verder moeten deze relaties in zoverre van elkaar verwijderd zijn dat één of twee tussenstappen niet afdoende zijn om de volledige relatie te doorgronden. Daarnaast omdat het doel is van dit experiment om het begrip van de leerlingen te testen moet de oplossing uniek zijn en er geen mogelijkheden zijn dat een leerling met een fout begrip toch het goede antwoord krijgt. In de context van dit experiment is een black box een fysisch object dat een input en een output heeft maar waarbij niet direct de relatie tussen input en output zichtbaar zijn.

Zoals Psillos (1998) beschrijft is het belangrijk om het onderwerp aan te pakken met een constructivistische aanpak. Het gebruikte vocabulaire moet herkenbaar zijn voor de leerlingen, de wereld die geschetst wordt moet herkenbaar zijn voor de leerlingen en de domein specifieke kennis is essentieel voor het ontwikkelen van nieuwe kennis. Bij kwantum anders dan elektriciteit ontbreekt het aan de bestaande elementen die herkenbaar zijn voor leerlingen waarbij de eerste conflictsituaties gecreëerd kunnen worden ten opzichte van de bestaande denkbeelden van de leerlingen. Zo heb je bij elektriciteit de lamp die gebruikt kan worden om bepaald gedrag van elektriciteit in een stroomkring te laten zien.

Daarom moeten in het experiment geen nieuwe principes worden geïntroduceerd. Dit zou ertoe leiden dat het experiment zich bevindt buiten de zone van naaste ontwikkeling (Vygotsky, 1978). Wanneer het experiment zich buiten de zone van naaste ontwikkeling zou bevinden, is het experiment zinloos geworden want de uiteindelijke lessenserie werkt alleen als het binnen de zone van naaste ontwikkeling is. Hierdoor zou de relevantie van het experiment wegvallen richting de uiteindelijke lessen serie.

In het geval dat er hints nodig zijn voor de leerlingen om door de opdracht te komen, is het mogelijk dat bepaalde relaties belicht worden. Dit zou wel een indicatie zijn voor het opbouwen van de kwantum lessenserie, aangezien de belichte relatie een bekende is in tegenstelling tot een Kwantum fenomeen. Dit houdt in dat eventueel een kwantum fenomeen moet worden opgebouwd met klassieke fenomenen.

De ontwerpcriteria zijn daarom als volgt:

- Het in een black box verstoppen van de stroomkring.
- Het vereisen van meerdere denkstappen om tot het antwoord te komen.
- De weerstanden moeten te onderscheiden zijn in grootte.
- Er moet een unieke oplossing zijn.

Ontwerp practicum

Het ontwerp dat hoort bij de criteria die ik heb gesteld is een elektrische schakeling in een black box. De schakeling die daarbinnen zit is zichtbaar in figuur 1.

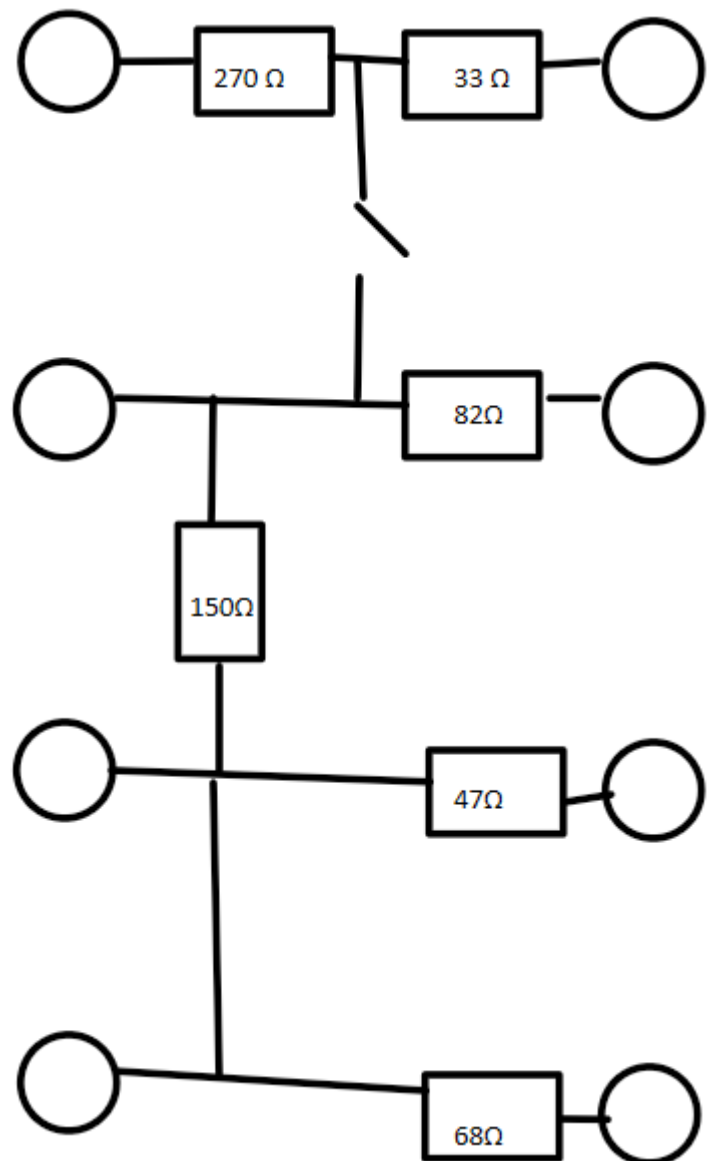
Het practicum ontwerp is gebaseerd op een veel gebruikt practicumtoets methode voor het onderwerp elektriciteit en dat is het achterhalen van een verborgen schakeling.

De keuze voor de waarden van de weerstanden is gedaan op basis van de waarden die beschikbaar waren, en de ontwerpvoorwaarde dat de waarden van de weerstanden goed identificeerbaar zijn.

De schakeling is op deze manier ontworpen, omdat de schakeling niet triviaal is maar ook niet extreem ingewikkeld is.

Om het experiment uit te voeren hebben de leerlingen de volgende dingen nodig:

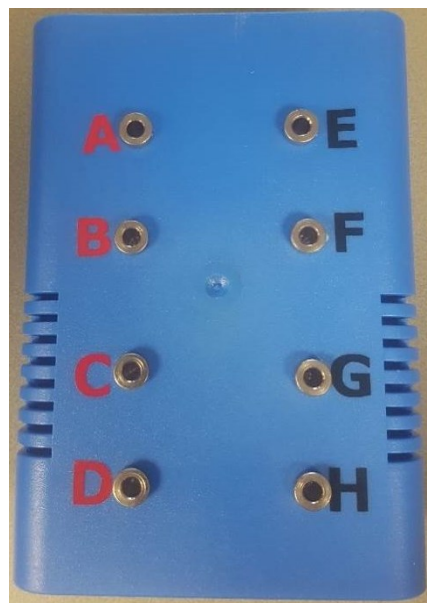
- Voltmeter.
- Ampèremeter.
- Spanningsbron.
- Black box.
- Papier om de metingen te noteren.



Figuur 6. Schematische weergave interne schakeling van de black box



Figuur 8 vooraanzicht black box



Figuur 7 Bovenanzicht black box

Bij het meten aan de schakeling van de black box moet er gemeten worden van rood naar zwart of zwart naar rood de kleurstelling uit figuur 3. Dit om te voorkomen dat er kortsluiting wordt gemaakt.

Bij het ontrafelen van de schakeling in de black box komen alle concepten van elektrische schakelingen aan bod. De schakeling ziet eruit zoals in de tekening hieronder.

Uitvoeren practicum

Het experiment is uitgevoerd bij 2 klassen namelijk een Havo 4 klas en een VWO 4 klas. De uitvoering bij beide klassen verschilt van elkaar in een aantal aspecten. Deze aspecten zijn de timing van ondersteuning, de gegeven informatie en de mate van hulp tijdens het uitvoeren.

4 havo

Het practicum bij 4 havo was ingericht om op de volgende wijze over twee lessen te verlopen:

Les	Activiteiten
1	□ Meten van stroomsterkte en spanning tussen alle mogelijke variaties tussen rood en zwart. □ Uitrekenen weerstanden tussen de variaties.
2	□ Bepalen van de schakeling in de black box. □ Bepalen groottes van de weerstanden 1-6.

Voor het practicum bij 4 havo was de instructie als volgt: *In de black box zitten 6 weerstanden en een schakelaar. Meet van rood naar zwart de stroomsterkte en spanning tussen de punten A-H, zowel met schakelaar ingedrukt als schakelaar open. Met behulp van die metingen bepaal de grootte en positie van de 6 weerstanden en de schakelaar.* Bij havo was er al rekening gehouden dat het voor de leerlingen te uitdagend zou zijn om de schakeling te bedenken. Daarom is de schakeling voorbereid om op het digibord gezet te worden zonder de waarden en de plaats van de schakelaar, zodat de leerlingen daar indien nodig mee worden geholpen.

Verloop les 1

Bij het geven van de eerste les bleek dat het practicum nog te maken had met wat kinderziektes, een aantal black boxes begaven het tijdens de metingen van de leerlingen. Voornamelijk door slechte hechting van soldeer. Hierdoor moest de planning wat aangepast worden. Het bleek mede door de kinderziektes en de werksnelheid dat de leerlingen niet in staat waren om zowel alle metingen als de weerstanden uit te rekenen. Daarom werd hier ook de keuze gemaakt om het practicum 3 lessen te maken in plaats van 2. Uiteindelijk hadden maar een paar leerlingen een begin kunnen maken met het uitrekenen van de weerstanden. Dus had het nog geen zin om de schakeling op het digibord te zetten.

Verloop les 2

Bij het begin van deze les heb ik allereerst de schakeling op het digibord gezet en uitgelegd dat het voor de leerlingen de opdracht was om de waarden in te vullen en de plaats van de schakelaar te tekenen. De les bleek uiteindelijk een lesuur lang wet van Ohm toepassen. Hierbij heb ik leerlingen een toets criterium gegeven namelijk dat alle gemeten weerstanden tussen 10 en 1000 Ohm moeten zitten. Op deze manier kwamen aantal leerlingen erachter dat ze de wet van Ohm verkeerd om hadden gebruikt. Dus dat is winst in termen van vaardigheid met de wet van Ohm maar geeft weinig informatie voor het vertalen naar kwantummechanica. Een enkele leerling kwam wel tot aan de hoofdvraag namelijk weerstand 1-6 definiëren, maar dat ging nog niet direct heel goed. De gevolgen van de schakelaar waren niet goed duidelijk voor de leerlingen, evenals de reden waarom bepaalde getallen niet perfect bij elkaar optelden (meetonnauwkeurigheid). De leerlingen die nog niet alle meetweerstanden hadden uitgerekend moesten na de les blijven om die af te maken zodat iedereen de laatste les ook echt met de werking van de black box bezig is.

Verloop les 3

Bij les 3 was de klas als geheel bezig met het denken aan en het uitrekenen van de weerstanden 1 tot en met 6. Hierbij viel het op dat veel van de leerlingen een expliciete duiding verlangden in het type vraagstelling dat ze eigenlijk aan het oplossen zijn en dat ze daarbij moeite hadden met het behouden van het overzicht. Er zijn voor ongeveer de helft van de leerlingen te veel elementen die nodig zijn om

tot een resultaat te komen. Zelfs de leerlingen die wel tot een goed resultaat kwamen, hadden moeite om te verwoorden waarom ze de keuzes hadden gemaakt die leidden tot het antwoord.

4 vwo

Voor 4 vwo ziet het plan er als volgt uit:

Les	Activiteiten
1	□ Meten van stroomsterkte en spanning tussen alle mogelijke variaties tussen rood en zwart.
2	□ Uitrekenen weerstanden tussen de variaties. □ Bepalen van de schakeling in de black box. □ Bepalen groottes van de weerstanden 1-6.
3	□ Bepalen van de schakeling in de black box. □ Bepalen groottes van de weerstanden 1-6.

Bij 4 vwo moet de klas door gebrek aan materiaal worden opgesplitst in twee groepen die allebei 25 minuten de tijd hebben om de metingen te verrichten. Dit is dan ook alles wat die les van de leerlingen gevraagd wordt, omdat het anders oneerlijk zou zijn qua tijdsvoordeel van de leerlingen die mogen beginnen met meten.

Voor deze klas is de instructie als volgt:

In de black box zitten 6 weerstanden en een schakelaar. Meet van rood naar zwart de stroomsterkte en spanning tussen de punten A-H, zowel met schakelaar ingedrukt als schakelaar open. Met behulp van die metingen bepaal de grootte en positie van de 6 weerstanden en de schakelaar.

Bij 4 vwo komen er geen extra hints met betrekking tot het bepalen van de schakeling of de waarden van de weerstanden.

Verloop les 1

Bij de eerste les lukte het goed om alle leerlingen de metingen te laten doen. Er waren niet dezelfde problemen als bij havo omdat er bij vwo extra black boxes beschikbaar waren om te gebruiken wanneer nodig. Dus aan het eind van deze les is het alle leerlingen gelukt om de metingen uit te voeren die nodig zijn voor de tweede les. Er moest wel alert gekeken worden naar de resultaten die de leerlingen kregen bij hun metingen, aangezien er geen reflectie plaatsvond wanneer bijvoorbeeld alle stroomsterktes 0 A waren.

Verloop les 2

Bij het begin van deze les is de instructie gegeven om eerst de weerstanden van de metingen te berekenen, om vervolgens de schakeling te bepalen. Tijdens deze les zijn de leerlingen zelfstandig bezig geweest met het rekenen aan de metingen en aan het puzzelen met de schakeling.

Verloop les 3

Deze les stond volledig in het teken van het oplossen van de schakeling. Wat opvallend was dat de leerlingen pas echt stappen begonnen te maken toen er de realisatie kwam dat parallel ook mogelijk was in de schakeling. Dit is een interessante observatie dat de leerlingen kennelijk serie schakeling als standaard ervaren.

Opgedane inzichten

Wat ik heb meegekregen uit het practicum is dat het voor leerlingen heel moeilijk is om begripsvorming te krijgen van een onderwerp waarbij een aantal verbanden, de schakeling die die zij nodig hebben, verborgen is. Hiermee duid ik op het feit dat de leerlingen op twee na (havo en vwo) allemaal in staat zijn om de waarden van de weerstanden te bepalen wanneer de schakelingen en meetresultaten bekend zijn, maar dat het construeren van de schakeling zelf voor driekwart niet mogelijk is. De gewenning is vanuit een bekende schakeling te rekenen de omgekeerde route lijkt het alsof de leerlingen zich niet meer realiseren dat de verbanden en de formules die ze kennen nog steeds gelden. De verbanden zijn er dus nog steeds maar zijn verborgen in de ogen van de leerling. De conclusie die ik daaruit trek is dat het voor leerlingen in de bovenbouw van het middelbaar onderwijs moeilijk is om zelf het paradigma te scheppen om na te denken over een probleem. Ze zijn daarvoor afhankelijk van de docent en methode om de wereld te scheppen waarin een duidelijk vocabulaire voorhanden is om over problemen en fenomenen te praten.

Wanneer de resultaten uit dit experiment vertaald worden naar de kwantum situatie zijn er een aantal dingen die van belang zijn. Ten eerste is het belangrijk dat wanneer er gekeken wordt naar het twee spleten experiment dat daarbij genoeg kennis voorhanden is voor de leerlingen om het verhaal te kunnen volgen. Dit betekent dat het verbergen van relaties in een voorbeeld bij de fenomenologische aanpak beperkt zijn. Dus beperkt tot één of twee denkstappen.

Daarnaast is er een reëel risico dat de leerlingen opgeven met moeilijke stof door gebrek aan succes ervaring, dit is in overeenstemming met bestaande literatuur (Kirschner, Sweller, Clark, 2006).

4. Kwantum lessenseries ontwerp

Het doel

Het ontwerpen van de twee lessenseries die in dit hoofdstuk worden beschreven wordt gedaan met als doel het doen van vergelijkend onderzoek naar de effectiviteit van twee verschillende methodes om Kwantummechanica te onderwijzen aan leerlingen op het vwo.

Methodiek

De twee lessenseries zijn gebaseerd op verschillende ideeën. De eerste is gebaseerd op een mengeling van pop science en een simplificatie van Universitair niveau kwantummechanica (in het vervolg betiteld als dualistisch model) (Hart, 1996), De tweede is gebaseerd op natuurkundige fenomenen waarbij kwantummechanica als regulier onderdeel van de natuurkunde wordt geïntroduceerd (in het vervolg betiteld als fenomenologisch model) (Psillos (1998).

Achtergronden

Dualistisch model

Het dualistische model is het model dat voor veel natuurkunde docenten voor de hand liggend is om te gebruiken, aangezien dat het meest aansluit op de ervaring die veel docenten hebben met kwantummechanica. Het lijkt op bepaalde plaatsen op de kwantum vakken zoals op de universiteit met op plaatsen aangevuld door popscience hulpmiddelen. Door de universitaire gronding komt de te behandelen stof soms buiten de zone van naaste ontwikkeling (Vygotsky, 1978) en zullen de meeste leerlingen het als moeilijk, onlogische ervaren, wat niet wordt geholpen door quotes zoals van Feynman (1964).

Fenomenologisch model

Het fenomenologische model is een mogelijke oplossing voor de problemen. In dit model wordt een structuur gehanteerd die de volgorde fenomenologisch, conceptueel, microscopisch, kwantitatief hanteert. Dus er wordt begonnen met de fenomenen die te demonstreren zijn in het klaslokaal, foto-elektrisch effect en interferentie van licht. Vervolgens wordt er gekeken wat er gebeurt met het licht in het interferentie patroon en met de elektrostatische spanning op de elektroscop. Daarna wordt er gekeken hoe de fotonen door de spleten gaan en hoe de elektronen ervoor zorgen dat de elektrostatische spanning afneemt. Voor het twee-spleten houdt het daarop, voor het foto-elektrisch effect wordt nog de formule voor de kinetische energie van het elektron gebruikt om te versterken dat alleen de golflengte bepalend is voor de emissie van elektronen.

Ontwerpcriteria

Inhoud

De lessenseries zullen beide de volgende concepten behandelen uit de syllabus (examenblad, 2020):

- Interferentie
- Golf-deeltje dualiteit
- Kwantum metingen
- Superpositie
- De Broglie golflengte

Waarbij de volgende leerdoelen moeten worden behaald aan het einde van de lessenserie:

- De leerling weet dat een kwantummeting een interactie tussen twee objecten is en niet afhankelijk is van de waarnemer.
- De leerling kan redeneren met De Broglie golflengte.
- De leerling kan het concept golf-deeltje dualiteit uitleggen.
- De leerling kan superpositie beschrijven.
- De leerling kan redeneren met Heisenbergs onzekerheidsprincipe weet ook wanneer het niet geldt.

Ontwerpcriteria

Dualistisch model

Voor het dualistische model zijn de ontwerpcriteria de volgende:

- Gebaseerd op het filmpje van dr. Kwantum met twee spleten experiment.
- Gebruik maken van filmpje waarschijnlijkheidsgolf.
- Bevat de concepten van de inhoud.
- Is op het niveau van 6 vwo.
- Lesstof is geschikt voor 2 lessen van 45 min. en een les van een kwartier.

Fenomenologisch model

Voor het fenomenologische model zijn de ontwerpcriteria de volgende:

- Gebaseerd op een demonstratie van het foto-elektrisch effect en een demonstratie van interferentie met een laser een plaatje met twee-spleten.
- Bevat de concepten van de inhoud.
- Is op het niveau van 6 vwo, in de zone van naaste ontwikkeling.
- Lesstof is geschikt voor 2 lessen van 45 min. en een les van een kwartier.

Verschillen lessenseries

Element	Dualistisch	Fenomenologisch
Houding	Een enthousiaste houding over de mysterieuze wereld van de kwantummechanica.	Een meer neutrale houding over hoe kwantummechanica een onderdeel is van de natuurkunde om ons heen.
Golf-deeltje dualiteit	De golf-deeltje dualiteit wordt gebracht aan de hand van het dr. Kwantum filmpje, waarbij de meting zorgt voor deeltjesgedrag en geen meting voor golfgedrag.	De golf-deeltje dualiteit is opgebouwd uit het golf-gedrag van de twee-spleten demonstratie en het deeltjesgedrag van het foto-elektrisch effect. Waarbij het foto-elektrisch effect demonstreert dat licht is gekwantiseerd.
De Broglie golflengte	Is de golflengte die hoort bij de impuls van verschillende deeltjes. Geeft aan wanneer deeltjes kwantum fenomenen kunnen vertonen.	Is de golflengte die hoort bij de impuls van verschillende deeltjes. Geeft aan wanneer deeltjes kwantum fenomenen kunnen vertonen.
Kwantum meting	Kwantum meting is een interactie met de omgeving aan de hand van dr. kwantum filmpje. Heeft niets te maken met de waarnemer.	Een voorbeeld van de kwantum meting is het foto-elektrisch effect, waarbij het foton een interactie aangaat met een elektron. Heeft niets te maken met de observator.
Onzekerheidsprincipe	Opgebouwd vanuit de universele onzekerheid die ook terugkomt in tijd en frequentie domein met Fourier analyse.	Begint met het uitwerken hoe een meting werkt, om daaraan te koppelen dat een deeltje meten het deeltje verstoort. Vandaar over naar Fourier als ondersteuning.
Interferentie	Interferentie is de manier waarop golven bij elkaar opgeteld worden.	Interferentie is de manier waarop golven bij elkaar opgeteld worden.
Superpositie	Het feit dat een golf kan bestaan uit meerdere onderscheidbare golven. Waarbij in de kwantum context bijvoorbeeld de plaats van een deeltje kan worden beschreven als een combinatie van alle waarschijnlijkheden dat het op een plaats is.	Het feit dat een golf kan bestaan uit meerdere onderscheidbare golven. Waarbij in de kwantum context bijvoorbeeld de plaats van een deeltje kan worden beschreven als een combinatie van alle waarschijnlijkheden dat het op een plaats is.

Opbouw lessenseries

Dualistisch model

Les 1

Indeling les 1

Gedurende de eerste vijf minuten van deze les moet ik mij kort introduceren aan de leerlingen. Omdat de leerlingen mij nog niet kennen geef ik kort uitleg van het feit dat ik nog onderzoek van mijn studie aan het afmaken ben, waarbij wordt onderzocht of het verschil maakt om kwantum op verschillende manieren uit te leggen. Verder introduceer ik de lesinhoud van die, waarin de leerdoelen van deze les terugkomen. Namelijk:

- De leerling weet dat een kwantummeting een interactie tussen twee objecten is en niet afhankelijk is van de waarnemer.
- De leerling kan redeneren met De Broglie golflengte.
- De leerling kan het concept golf-deeltje dualiteit uitleggen.

10 min: Introductie geven wat de drie lessen gaan inhouden en beginnen met het uitleggen waarom Einstein en Planck bedachten waarom licht ook uit deeltjes moest bestaan.

Na de lesopening moet er worden gestart met het beschrijven van de noodzaak van kwantummechanica. Dit wordt gedaan door de ultraviolette catastrofe te behandelen. Het behandelen van de ultraviolette catastrofe gaat aan de hand van een YouTube filmpje genaamd "The Origin of Quantum Mechanics (feat. Neil Turok)".

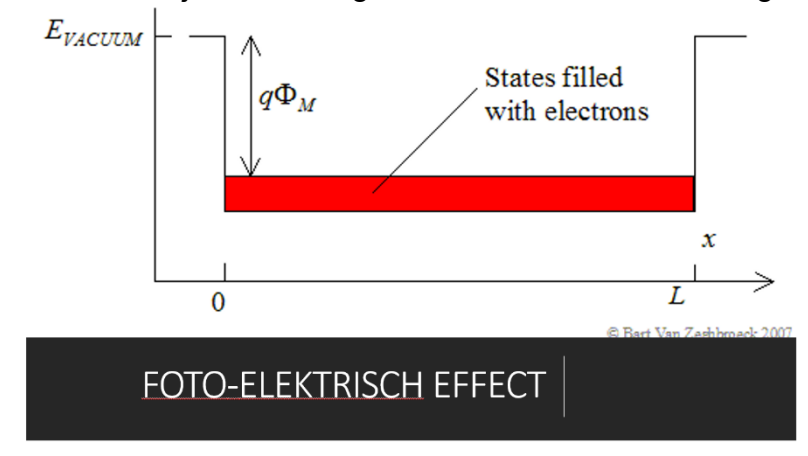


ULTRAVIOLET CATASTROFE

Figuur 9 https://www.youtube.com/watch?v=i1TVZIBj7UA&ab_channel=minutephysics

In dit filmpje worden op een toegankelijke manier de problemen van de ultraviolette catastrofe uitgelegd. Namelijk dat als licht een continue golf zou zijn dat het universum "bevriest", met als oplossing dat licht een pakketje van energie zou moeten zijn. Het filmpje kan gestopt worden na 4 minuten en 3 seconden. Na het filmpje wordt de stap gemaakt naar voorbeelden van kwantum effecten het eerste voorbeeld is het foto-elektrisch effect waarbij de energie van het lichtpakketje bepaalt

of er elektronen vrijkomen. Dit gaat aan de hand van de volgende dia:



Figuur 10

Waarbij het gebruik van het discrete niveau een goed hulpmiddel is voor de beeldvorming van de discrete natuur van kwantum. Na het voorbeeld van het foto-elektrisch effect wordt de inleiding gegeven naar het twee spleten experiment. De context hiervan is om te laten zien waarom kwantummechanica zo anders is dan de wereld die we om ons heen zien. Voor de uitleg van het twee-spleten experiment wordt gebruik gemaakt van Dr. Kwantum.



DUBBEL SPLEET EXPERIMENT

Figuur 11 https://www.youtube.com/watch?v=Bm2WievRZWA&feature=emb_logo&ab_channel=KanaalNCZ

In het filmpje wordt duidelijk het onderscheid gemaakt tussen golf gedrag en deeltjes gedrag van materie. Eveneens wordt de ogenschijnlijke contradictie geschetst van het zowel kunnen hebben van deeltjes gedrag als van golf gedrag. Hierbij is dit dualistische gedrag de onderscheidende eigenschap van kwantum deeltjes. Wat wel van belang is dat de gebruikte beelden voor het uitvoeren van metingen misleidend zijn. Het uitvoeren van een meting heeft niets te maken met het menselijk oog of met menselijk handelen, het uitvoeren van een meting is een fysieke interactie tussen verschillende materie in veel gevallen fotonen met een deeltje. Een extra manier om een beeld te maken van een kwantum is een waarschijnlijkheid golf. Om dit fenomeen te laten zien wordt gebruik gemaakt van een filmpje. Dat staat

in de volgende dia:



WAARSCHIJNLIJKHEIDSGOLF

Figuur 12

https://www.youtube.com/watch?v=Xmq_FJd1oUQ&feature=emb_logo&ab_channel=Runswithscissors111

Wat dit filmpje goed duidelijk maakt is dat de meting ervoor zorgt dat de waarschijnlijkheidsgolf tot een deeltje vervalt op het moment dat het gemeten wordt.

Ten slotte bakenen we nog af wanneer iets een kwantum deeltje is en wanneer iets niet een kwantum deeltje is. Dit gebeurt aan de hand van de De Broglie golflengte voor materie met een verband naar de Compton golflengte omdat dat de naam is die ze er in het lesboek aan geven.

Met de formule $p = \frac{h}{\lambda}$ gaan we drie voorbeeldberekeningen doen om te kijken welke deeltjes wel en welke deeltjes niet kwantum deeltjes zijn.

In die voorbeeldberekeningen hebben we de volgende waarden:

- Een proton met een snelheid van 1 km/s
- Een molecuul van 5 nm met een snelheid van 300 m/s met 1000 keer de neutronmassa.
- Een mens van 60 kg met een snelheid van 0,040 m/s.

Waarbij de beslissende factor of het deeltje een kwantum deeltje is de verhouding van de grootte van het deeltje en de golflengte die bij het deeltje 1 of kleiner moet zijn. Dus de golflengte moet even groot of groter zijn dan het deeltje.

Hiermee wordt les 1 afgesloten.

Les 2

Indeling les 2

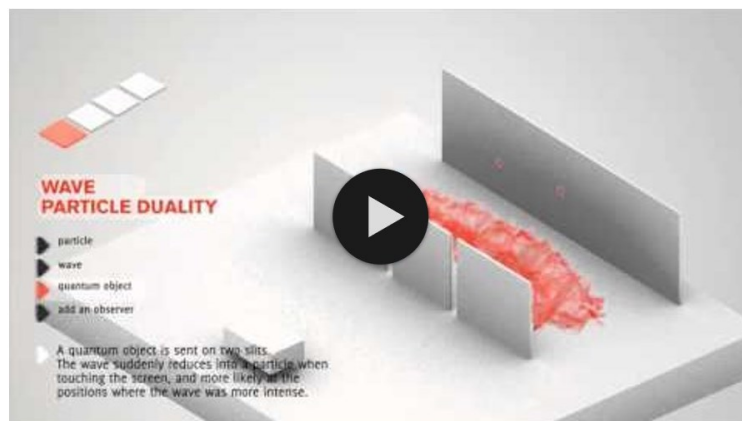
Les 2 begint met het herhalen van de hoofdpunten van les 1. Dit gaat om het herhalen van de belangrijke onderdelen dus de leerdoelen van les 1. Kunnen de leerlingen nog vertellen wat een natuurkundige meting is en weten ze wanneer een deeltje kwantum is. Om vervolgens een vraag te stellen met iets meer diepgang, namelijk een voorbeeld geven van een deeltje. Het gekozen deeltje is een buckyball met een snelheid van 1000 m/s, waarover de leerlingen dan eerst in discussie moeten gaan zonder te rekenen en vervolgens een rekencontrole uit te voeren. Op deze manier zou een mate van herkenning op moeten gaan treden welke deeltjes kwantum zijn en welke niet.

Na de herhaling van les 1 gaan we verder naar de nieuwe informatie van deze les waar de volgende leerdoelen bij horen:

Leerdoelen les 2

- De leerling kan superpositie beschrijven.
- De leerling kan redeneren met Heisenbergs onzekerheidsprincipe en kan aangeven of het in een situatie wel/niet geldig is.

Hierbij beginnen we met superpositie. Bij superpositie begint het met een korte beschrijving van wat superpositie is namelijk dat golven bij elkaar opgeteld mogen worden en dat daar een nieuwe golf uitkomt die het resultaat is van die optelsom. Daarvoor verbind ik het eerst aan een voorbeeld dat ze al kennen namelijk constructieve en destructieve interferentie. Dit kan gelinkt worden aan een filmpje van de eerste les namelijk die van de waarschijnlijkheidsgolf.



WAARSCHIJNLIJKHEIDSGOLF

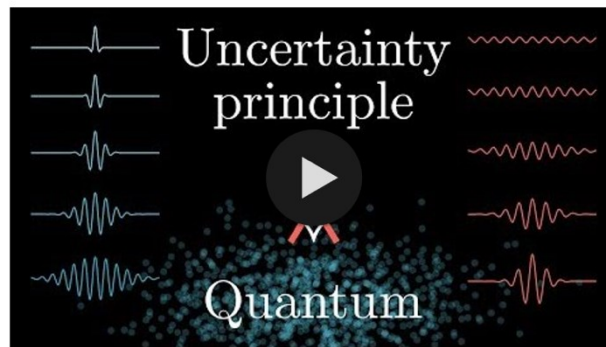
Figuur 13

Waarbij de waarschijnlijkheidsgolf de optelsom is van alle mogelijke plekken waar het kwantum deeltje naartoe kan.

Hierna gaan we naar het slotstuk van de lesinhoud, het onzekerheidsprincipe van Heisenberg. Waarbij duidelijk gemaakt wordt dat we van kwantum deeltjes niet met

arbitraire nauwkeurigheid zowel de plaats als de impuls kunnen bepalen. Allereerst wordt daar gebruik gemaakt van een filmpje over fundamentele onzekerheid in de natuurkunde.

Onzekerheid



Figuur 14 https://www.youtube.com/watch?v=MBnnXbOM5S4&ab_channel=3Blue1Brown

Om een gevoel te krijgen van de orde groottes die horen bij het onzekerheidsprincipe moeten de leerlingen de volgende opdrachten (Pulsar natuurkunde 6 vwo) uitvoeren die daarna ook klassikaal worden besproken.

- 29** Van een elektron is de plaats welbepaald tot op een nauwkeurigheid $\Delta x = 0,10 \text{ nm}$.
- a** Bereken de minimale onbepaaldheid Δp van de impuls.
 - b** Bereken met $\Delta v = \frac{\Delta p}{m}$ hoe groot de onbepaaldheid in de snelheid van het elektron hierdoor is.
- 30** Jeannette, met een massa van 58 kg , loopt over straat met een snelheid van $1,2 \text{ m/s}$.
- a** Bereken haar golflengte.
 - b** Hoeveel keer zo groot of zo klein is dit ongeveer in vergelijking met de grootte van een atoom?
 - c** Stel dat de onbepaaldheid in haar plaats ongeveer zo groot als een atoom zou zijn. Bereken dan de onbepaaldheid van haar impuls.
 - d** Bereken wat hieruit volgt over de onbepaaldheid in haar snelheid.

Na het bespreken van die opdrachten wordt nog eens kort een controle vraag gesteld om te controleren of het principe is overgekomen. Die luidt als volgt: “we meten van een knikker en een persoon even nauwkeurig de plaats, welke van de twee heeft een grotere onnauwkeurigheid in de snelheid?”

Indeling Les 3

Les 3 heeft als doel om kort nog de leerlingen vragen te laten stellen en aan mij te laten vertellen welke elementen allemaal belangrijk waren. Waarop de lessenevaluatie begint doormiddel van de vragenlijst.

Fenomenologisch

Indeling les 1

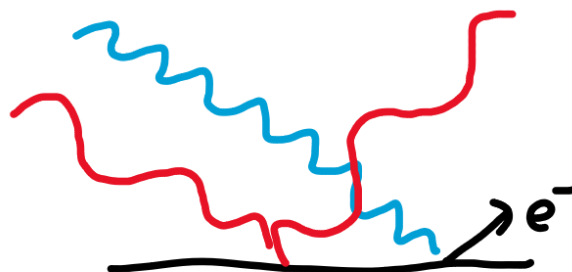
Gedurende de eerste vijf minuten van deze les moet ik mij kort introduceren aan de leerlingen. Omdat de leerlingen mij nog niet kennen geef ik kort uitleg van het feit dat ik nog onderzoek van mijn studie aan het afmaken ben, waarbij wordt onderzocht of het verschil maakt om kwantum op verschillende manieren uit te leggen. Verder introduceer ik de lesinhoud van die, waarin de leerdoelen van deze les terugkomen. Namelijk:

- De leerling weet dat een kwantummeting een interactie tussen twee objecten is en niet afhankelijk is van de waarnemer.
- De leerling kan redeneren met De Broglie golflengte.
- De leerling kan het concept golf-deeltje dualiteit uitleggen.

De inhoudelijke start van de les is met twee demonstraties waar een aantal vragen bij horen.

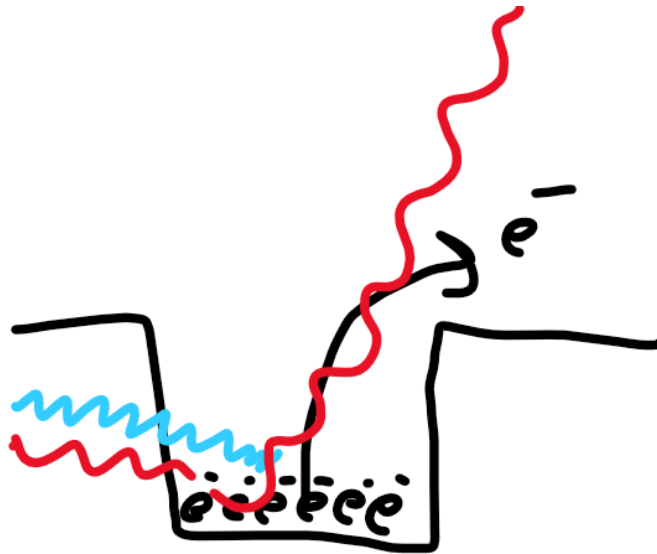
De eerste demonstratie is het foto elektrisch effect waarbij de opstelling wordt gebruikt met een elektroscopie die opgeladen kan worden met behulp van een pvc-buis en een wollen doek. Dit voorbeeld kennen ze al deels als gevolg van demonstratie van lading. Bij de uitvoering van deze demonstratie zijn twee lichtbronnen noodzakelijk namelijk een rode lamp en een blauwe lamp. Als hulp bij de beeldvorming heeft de rode lamp een hogere intensiteit dan de blauwe lamp. De eerste vraag is voordat de rode lamp op de elektroscopie geschoten wordt, namelijk wat gebeurt er nu? Na het bespreken van deze situatie gaan we verder naar de blauwe lamp. Met wederom de vraag wat gebeurt er nu?

Na het uitvoeren van de eerste demonstratie wordt er besproken waarom het foto elektrisch effect verklaart dat licht een deeltje is dat ook wel als een energie pakketje kan worden gezien. Dit gaat op basis van de uit-tree energie die nodig is om elektronen los te maken van het metaal. In figuur 15 en 16 is het essentiële bordgebruik waar naartoe gewerkt wordt als model voor de leerlingen. Dit is de situatie zoals die wordt waargenomen; blauw licht maakt elektronen los en rood licht niet. Waarbij dit het model is waarop kwantisatie van de wereld wordt gedemonstreerd.



Figuur 15 bordtekening die hoort bij het foto-elektrisch effect.

Vervolgens wordt de koppeling gezocht naar het model van uit-tree energie waarbij het eindresultaat van de situatie in figuur 16 staat.



Figuur 16 samenvoeging van figuur 15 en het model voor uit-tree energie.

De tweede demonstratie is het twee spleten experiment waarbij er 4 variaties zijn. Het begint met een enkele spleet en de leerlingen zien wat een enkele spleet met het licht doet. De tweede variatie heeft twee spleten waarbij de leerlingen moeten voorspellen wat er gaat gebeuren. Bij de derde variatie wordt een polarisator voor één van de twee spleten geplaatst om een meting uit te voeren. Bij de vierde variatie wordt een tweede polarisator voor de andere spleet geplaatst met een hoek van 90 graden met de andere polarisator. In deze variatie wordt de route gelabeld van het licht wat de onderbouwing geeft dat er een meting is geweest die het veranderde resultaat verklaart. Onderdeel van de bespreking is wat er gebeurt dat een interferentie patroon veroorzaakt. Hierbij is superpositie van de golven een cruciaal aspect, namelijk dat op sommige plaatsen constructieve interferentie plaatsvindt en op andere destructieve interferentie.

Na het uitvoeren van de tweede demonstratie wordt besproken waarom dit ook een kwantum effect is. Op basis van de verschillende variaties gaan we verschillende gedragsvormen definiëren, hierbij worden de verschillende variaties gelinkt aan andere fysieke situaties zoals een voetbal en een watergolf. Wanneer het gedrag meer lijkt op een voetbal noemen we dat deeltjes gedrag wanneer het meer lijkt op een watergolf noemen we het golf gedrag. Met als conclusie dat kwantum deeltjes zowel golf gedrag als deeltjes verdrag kunnen vertonen.

Voor leerdoel twee wordt het concept van kwantum deeltjes verder uitgewerkt namelijk wanneer is iets een kwantum deeltje. Hiervoor wordt gebruik gemaakt van de De Broglie golflengte met dezelfde formule ook wel de Compton formule genoemd in hun boek.

Met de formule $p = \frac{h}{\lambda}$ Moeten de leerlingen drie voorbeeldberekeningen doen om te kijken welke deeltjes wel en welke deeltjes niet kwantum deeltjes zijn.

In die voorbeeldberekeningen hebben we de volgende waarden:

- Een proton met een snelheid van 1 km/s
- Een molecuul van 5 nm met een snelheid van 300 m/s met 1000 keer de neutronmassa.
- Een mens van 60 kg met een snelheid van 0,040 m/s.

Waarbij de beslissende factor of het deeltje een kwantum deeltje is de verhouding van de grootte van het deeltje en de golflengte die bij het deeltje 1 of kleiner moet zijn. Dus de golflengte moet even groot of groter zijn dan het deeltje.

Hiermee wordt les 1 afgesloten.

Les 2

Les 2 begint met het herhalen van de hoofdpunten van les 1. Dit gaat om het herhalen van de belangrijke onderdelen dus de leerdoelen van les 1. Kunnen de leerlingen nog vertellen wat een natuurkundige meting is en weten ze wanneer een deeltje kwantum is. Om vervolgens een vraag te stellen met iets meer diepgang, namelijk een voorbeeld geven van een deeltje. Het gekozen deeltje is een buckyball met een snelheid van 1000 m/s, waarover de leerlingen dan eerst in discussie moeten gaan zonder te rekenen en vervolgens een rekencontrole uit voeren. Op deze manier zou een mate van herkenning op moeten gaan treden welke deeltjes kwantum zijn en welke niet.

Na de herhaling van les 1 wordt het onzekerheidsprincipe van Heisenberg behandeld. Het leerdoel van les 2 is:

- De leerling kan redeneren met Heisenbergs onzekerheidsprincipe en weet ook wanneer het niet geldt.

Hiervoor wordt een gedachte-experiment gedaan. Bij dit gedachte-experiment worden drie objecten behandeld: een elektron, een bucky ball en een voetbal. Voor dit gedachte-experiment wordt begonnen bij de voetbal, het doel is het bepalen van de snelheid van de voetbal en de vraag hoe dat gedaan wordt. Het gezochte antwoord hiervoor is een lasergun, kortom licht. De vraag die bij dit gedachte-experiment hoort is of dat licht invloed heeft op de plek van de bal. Waarna diezelfde vraag gesteld gaat worden over de buckyball en het elektron. Wat hiervoor van belang is, is dat leerlingen weten dat fotonen kunnen duwen. Met als conclusie dat het effect op het elektron het grootste is en op de voetbal het kleinst. Na dit gedachte-experiment wordt verdergegaan met het rekenen aan het

onzekerheidsprincipe. Daarvoor worden de volgende vragen gebruikt:

- 29** Van een elektron is de plaats welbepaald tot op een nauwkeurigheid $\Delta x = 0,10 \text{ nm}$.
- a** Bereken de minimale onbepaaldheid Δp van de impuls.
 - b** Bereken met $\Delta v = \frac{\Delta p}{m}$ hoe groot de onbepaaldheid in de snelheid van het elektron hierdoor is.
- 30** Jeannette, met een massa van 58 kg, loopt over straat met een snelheid van 1,2 m/s.
- a** Bereken haar golflengte.
 - b** Hoeveel keer zo groot of zo klein is dit ongeveer in vergelijking met de grootte van een atoom?
 - c** Stel dat de onbepaaldheid in haar plaats ongeveer zo groot als een atoom zou zijn. Bereken dan de onbepaaldheid van haar impuls.
 - d** Bereken wat hieruit volgt over de onbepaaldheid in haar snelheid.

Deze vragen worden aan het eind van de les nog klassikaal besproken want het einde van de les inluidt.

Les 3

Les 3 heeft als doel om kort nog de leerlingen vragen te laten stellen en aan mij te laten vertellen welke elementen allemaal belangrijk waren. Waarop de lessenevaluatie begint doormiddel van de vragenlijst.

5. Beschrijving lessen geven kwantum methode

De twee methodes zijn verdeeld over twee 6 VWO klassen in dezelfde week waarbij de eerste klas de dualistische methode volgt en de tweede klas de fenomenologische methode volgt. De eerste klas volgt de lessen op de maandag, dinsdag en vrijdag. De tweede klas volgt de lessen op de woensdag en donderdag. Deze beschrijving is een verkorte parafrasering van de inhoud van mijn lessen waarbij ik natuurlijk niet in staat ben om woord voor woord te herhalen wat er precies gezegd is en alleen te focussen op de grote lijn.

Dualistische methode

De eerste les

Deze eerste les ben ik begonnen met het uitleggen dat de ultraviolet catastrofe heeft geleid tot de conclusie dat er meer natuurkunde was dan tot dat moment bekend was. Bij de oplossing die hoorde bij dit probleem kwam er de conclusie dat licht een gekwantiseerde natuur heeft namelijk dat het is opgebouwd uit vele fotonen en dat die samen zorgen voor licht zoals we dat gewend zijn te zien met het blote oog. Dit heb ik ook gedemonstreerd met een voorbeeldberekening met hoeveel fotonen een presenter pointer elke seconde uitstraalt. Op dit moment in de les waren de leerlingen nogal terughoudend met het maken van opmerkingen en reacties.

Omdat er dus kennelijk een nieuw soort natuurkunde is waarbij de dingen anders gaan dan dat we gewend zijn op de macroscopische schaal, is het natuurlijk interessant om te kijken naar de gevolgen van de nieuwe natuurkunde. Op dit moment heb ik deze leerlingen het wel bekende fragment van Dr. Kwantum laten zien over kwantum effecten en wat kwantum anders maakt dan de "reguliere natuurkunde". Na het fragment heb ik wel even de tijd genomen om erop te wijzen dat de film waaruit dit fragment komt, is gemaakt door een sekte die gelooft in gekke dingen. Het belangrijkste wat ze aan commentaar moeten onthouden is dat een waarneming niet afhankelijk is van een waarnemer of een bewustzijn maar dat de meting een interactie is met de omgeving van het kwantumdeeltje. Hierbij kreeg ik voor het eerst respons uit de klas, met de vraag wat voor sekte het dan was. Waarop ik een korte uitleg heb gegeven wat het doel was om bewustzijn te verwarren met een meting. Verder misten de leerling de relevantie van het twee spleten experiment uit het filmpje. Als gevolg daarvan heb ik de vraag gesteld wanneer je een interferentie patroon krijgt. Waarbij de eerste leerling zei een twee spleten experiment. Toen ik bij deze leerling doorvroeg bleek ze niet te weten wat interferentie nou eigenlijk was. De overige leerlingen gaven ook aan niet te weten waarom het twee-spleten ofwel een interferentie patroon of een ander patroon moest geven, omdat het begrip interferentie ze vreemd was. Daarom heb ik op dit moment interferentie en superpositie uitgelegd.

Ten slotte heb ik aan het einde van deze les het begrip impuls geïntroduceerd, wat is impuls hoe reken je het uit. Het begrip impuls en ook het rekenen ermee bleek goed in orde te zijn. Waardoor er snel naar de kern van verhaal gegaan kon worden. In de

context van de De Broglie golflengte geeft dit aan wanneer een deeltje kwantum eigenschappen laat zien. Hierbij kreeg ik ook gelijk vragen hoe precies de De Broglie golflengte samenhangt met de grootte van een deeltje en hoe daar dan uit af te leiden valt dat het ook kwantum effecten laat zien. Hierbij heb ik aangegeven dat het een richtlijn is. Zo is de De Broglie golflengte van een mens zo klein dat we bijvoorbeeld nooit door een spleet passen die een paar ordegroottes groter is dan de De Broglie golflengte. Hierover kreeg ik ook de vraag wat precies de grens moet zijn bij wel of niet kwantum. Waarbij ik heb verteld dat in principe een marge van een ordegrootte wordt aangehouden. Na de berekeningen was het voor een aantal leerlingen nog niet helemaal duidelijk wat de relatie tussen de De Broglie golflengte en wel of geen interferentie was. In eerste instantie kreeg ik hierover een reactie met de vraag wat het verschil is tussen een kwantum deeltje en een niet kwantum deeltje. Hierbij heb ik nog eens het filmpje met de waarschijnlijkheidsgolf laten zien en daarbij de leerlingen laten nadenken wat er aan de hand is/ gebeurt als het object niet door de spleet past. Kortom een kwantum deeltje zit in de wolk en bij een niet kwantum deeltje zit de wolk in het deeltje. Hierbij leek het bij de leerlingen wel op zijn plek te vallen, zeker omdat ik nog eens de formule erbij pakte om te laten zien dat wanneer de massa van het object groter wordt de golflengte die erbij hoort kleiner wordt. Dus op een bepaald moment slaat het over.

Tweede les

De tweede les ben ik begonnen met het herhalen van de theorie van dag 1. De gewenste discussie wat betreft de buckyball kwam moeilijk op gang. De leerlingen hadden niet direct door wat ik van ze vroeg. Het was mijn intentie om te controleren of ze een beetje een inschatting konden maken van verschillende objecten. In plaats daarvan wilden ze het gelijk uitrekenen. Hier heb ik ingegrepen en vingers laten opsteken wel of geen interferentie en dat vervolgens gecontroleerd met de berekening. Vervolgens ben ik met het begrip impuls verdergegaan. Dit gebeurde door middel van het begrip complementariteit, ofwel Heisenbergs onzekerheidsrelatie. Daarbij ben ik begonnen met uit te leggen wanneer het een rol speelt. Hier hebben de leerlingen hard op de rem getrapt. Het was voor de leerlingen nog niet duidelijk waar ik het over had. Daarom moest ik op zoek naar een voorbeeld van een object dat tastbaar is voor ze. Hierbij kwamen we samen op een tennisbal waarbij er geen onzekerheid zit als we willen weten hoe snel die gaat en we kunnen ook precies waar die is. Uiteraard is dat niet helemaal waar maar gevoelsmatig wel. Toen ben ik met ze gaan doorwerken naar hoe je nu weet waar de bal is, hier waren ze eensgezind namelijk licht. Op dit moment was er een snuggere leerling die doorhad waarom een meting invloed zou hebben want met het foto-elektrisch effect schiet licht elektronen los dus zou zoiets ook kunnen gebeuren bij een elektron dat een foton op zich krijgt. Hierbij heb ik de conclusie toen geformuleerd dat een kwantum deeltje als het ware een wolk is om je heen omdat je niet precies kunt weten waar het is. Om dit te visualiseren heb ik ook gebruik gemaakt van het filmpje waarbij een waarschijnlijkheidsgolf door twee-spleten gaat en vervolgens een muur raakt en vervalst tot een deeltje. Dit demonstreert het golf-deeltje gedrag van kwantumdeeltjes en hoe een meting een kwantumdeeltje beïnvloed.

Halverwege de les ben ik verdergegaan met de uitleg over de nauwkeurigheid waarmee verschillende dingen gemeten kunnen worden. Dit is gedaan aan de hand van Fourier analyse. Bij Fourier analyse gaat het om een fundamentele onzekerheid in de relatie tussen tijdnaauwkeurigheid en frequentie, waarbij in de Heisenberg onzekerheidsrelatie de onzekerheid zit in de relatie tussen plaats en impuls. Hierbij heb ik ook gebruik gemaakt van een filmpje van YouTuber 3blue1brown over deze onzekerheden en dat je dus kwantum deeltjes kan zien als een plaats golf en impuls golf waarbij nauwkeurigheid in de een zorgt voor minder nauwkeurigheid in de ander. Bij de uitleg voor de Fourier analyse kreeg ik vragen over hoe de stappen tussen de domeinen gemaakt worden en welke logica erachter zit. Hierbij heb ik twee voorbeeld golven gebruikt waarbij de ene golf maar een klein stuk van de periode laat zien en de andere golf een veelvoud aan periodes heeft. Op basis hiervan heb ik gevraagd van welke golf het mogelijk was om preciezer de frequentie te meten. Dit kwam de leerlingen bekend voor, de voorgaande week waren ze nog met golven bezig geweest en ze wisten dat het bepalen van de trillingstijd moet met zoveel mogelijk trillingen uit de grafiek om dat zo nauwkeurig mogelijk te bepalen.

Het laatste deel van de les ben ik met de klas een paar voorbeeldberekeningen gaan doen over hoe nauwkeurigheid van verschillende kwantumdeeltjes in de plaats, gevolgen heeft voor de nauwkeurigheid in de snelheid van die deeltjes en hoe zich dat verhoudt tot de grootte van die deeltjes. Waarbij er ook een voorbeeld wordt gegeven van een macroscopisch voorbeeld in dit een geval een voetbal waarbij gedemonstreerd wordt waarom er geen kwantum effecten zichtbaar zijn op macroscopisch niveau. Hier kwam ik wederom terug op het feit dat licht kan duwen waarop ik een gezicht vol ongeloof zag in de klas, toen heb ik gevraagd waarom hij dacht dat licht niet kon duwen. Zijn antwoord was massa, waarop ik heb verteld dat licht "kinetische energie" heeft en dus ook impuls moet hebben. Eveneens heb ik nog het voorbeeld gegeven van een zonnezeil dat ook op basis van licht werkt dat het zeil wegduwt.

Derde les

In de derde les ben ik wederom begonnen met het herhalen van de theorie van de eerste twee lessen. Hierbij kreeg ik verder geen vragen meer. Vervolgens ben ik verdergegaan met het beschrijven van de Fourier analyse, omdat ik had aangegeven dat het een begrip is dat veel terugkomt in technische studies. In deze beschrijving ben ik verdergegaan met een visuele weergave van de Fourier analyse van tijd en frequentie en welk golfgedrag daarbij hoort in grafische termen. In het filmpje dat ze al gezien hadden zat ook Fourier, maar de beeldvorming die daarin werd gebruikt kwam niet bij ze binnen. Daarom kreeg ik eerst de vraag wat een tijd en frequentie domein zijn. Vervolgens kreeg ik de vraag hoe er van het ene domein naar het andere gegaan wordt. Dit heb ik uitgelegd door te vertellen dat bij de Fourier analyse de verschillende golven die in het signaal zitten eerst van elkaar worden gehaald en vervolgens daarvan de trillingstijden bepaald. Toch waren er nog veel onzekere blikken in de klas, maar omdat ik niet in wilde gaan op de wiskunde van de Fourier analyse ben ik toch maar doorgedaan. Dit leidde tot een extra herhaling van de

Heisenberg relatie. Ten slotte heb ik de vragen lijst afgenomen waarbij ik de laatste vijf minuten van de les nog de juiste antwoorden van die vragen besproken.

Reflectie

Wat ik merkte tijdens het uitleggen van de lesstof was dat veel woorden die onderdeel zouden moeten zijn van de bestaande kennis in termen van golven en licht niet aanwezig waren bij de meeste leerlingen waardoor ik steeds veel tussenstappen moest uitleggen waar ik van tevoren niet bij had stil gestaan. Hierdoor had ik zeker de eerste twee lessen de indruk dat wat ik aan het uitleggen was niet mijn beoogde leeronderdelen waren. Ik was bezig om de brug te bouwen naar kwantummechanica.

Verder was deze klas tijdens de lessen goed geïnteresseerd in de stof die ik aan het vertellen was wat natuurlijk helpt als je probeert de gaten van de kennis op dat moment in te vullen en hoe daar dan vanuit de klas feedback op komt. Ik kreeg veel vragen bij verschillende elementen die werden ervaren als moeilijk zoals de grens van kwantum met De Broglie en bij de Fourier analyse. Hierop kon ik voor mijn gevoel goed antwoord geven waardoor de lessen soms een beetje de structuur verloor maar wel alle nodige informatie is meegedeeld.

Lessen fenomenologisch model

Les 1,2

Zoals gezegd had ik deze klas voor een blokuur waarbij ik ben begonnen met het uitleggen dat in sommige situaties licht zich gedraagt als een deeltje. Het bewijs hiervoor werd uiteindelijk gevonden in het foto-elektrisch effect waarbij niet de intensiteit van het licht bepalend is voor het losmaken van elektronen, maar de golflengte van het licht. Hierbij heb ik een demo laten zien van het foto-elektrisch effect waarbij een elektroscop wordt opgeladen met een pvc-buis, en vervolgens met een grote sterke rode lamp op de elektroscop te schijnen. Daarna wordt er met een zwakke UV-lamp op geschoten en is er te zien dat er elektronen van de elektroscop worden geschoten. Hierbij laat ik met een berekening zien op basis van de Planck-Einstein vergelijking hoeveel fotonen er in elke lichtstraal zitten en dat het foto-elektrisch effect afhankelijk is van de golflengte van het licht. Vervolgens laat ik met een dubbele-spleet opstelling zien dat licht ook een golfgedrag heeft. Waarbij ik duidelijk maak dat dit golf-deeltje dualiteit beschrijft. Onderdeel van de demo met de dubbele spleet is het introduceren van een polarisator waarbij een polarisator een meting uitvoert op het licht dat door de dubbele spleet gaat. Dit laat zien dat we de kwantum wereld kunnen beïnvloeden met behulp van een interactie met de omgeving, waarbij geen bewustzijn nodig is. Ten slotte wordt in deze les de Compton golflengte geïntroduceerd als uitleg wanneer we kwantum nodig hebben als uitleg en wanneer niet, met als conclusie dat de Compton golflengte van de vergelijkbare grootte moet zijn als het object anders dan kan het object bijvoorbeeld niet door de dubbele spleet zoals dat is geïntroduceerd.

Hierna kregen de leerlingen vijf min. pauze waarna de tweede les begon. Tijdens deze pauze waren veel van de leerlingen druk met elkaar in discussie over het voorbereiden van hun PWS-presentaties.

In de tweede les heb ik in het heel kort het eerste lesuur samengevat, om daarop voort te boorduren. Bij deze samenvatting kreeg ik de vraag wat nu eigenlijk kwantum betekent, waarop ik heb verteld dat het betekent dat het pakketjes moeten zijn en dus discreet en niet een continue golf kan zijn zoals het foto-elektrisch effect laat zien. In dit uur heb ik het fenomeen onzekerheid geïntroduceerd eerst aan de hand van een gedachte-experiment van een plaats meting van een elektron. Daarin zorgt de meting van de plaats dat er fotonen tegen de elektron botsen die de impuls van het elektron veranderen. Vervolgens heb ik dit uitgebreid door middel van Fourier analyse waarbij ik ben begonnen in het tijdsdomein en het frequentie domein om dit dan ook terug te brengen tot een visualisatie voor het plaats domein en impuls domein in de kwantum context. Om het kwantitatief te controleren ben ik met de klas een paar voorbeeldberekeningen gaan doen over hoe nauwkeurigheid van verschillende kwantumdeeltjes in de plaats, gevolgen heeft voor de nauwkeurigheid in de snelheid van die deeltjes en hoe zich dat verhoudt tot de grootte van die deeltjes. Bij het doen van de berekeningen vond ik dat ik de leerlingen veel bij de hand moest nemen om ze aan het werk te houden, dit leidde er ook toe dat ik de berekeningen klassikaal met ze heb gedaan om er een beetje meer tempo in te houden. Waarbij er ook een voorbeeld wordt gegeven van een macroscopisch object in dit een geval een voetbal waarbij gedemonstreerd wordt waarom er geen kwantum effecten zichtbaar zijn op macroscopisch niveau. Bij deze klas kon ik de vraag stellen wat er gebeurt als ik de voetbal in de ruimte gooi en er dan met licht op schijn. Waarbij de leerlingen ook doorhadden dat je dan de bal van je wegduwt, maar dat dit heel erg weinig oplevert bij een lamp en een voetbal.

Derde les

In de derde les heb ik de informatie uit de eerste twee lessen herhaald waarbij ik nog eens kort de Fourier analyse heb uitgelegd. Na dit kwartier kwamen er nog vragen wat er nou precies gebeurt met de dubbele spleet als je dat vertaalt naar de macroscopische wereld.

Specifiek was de vraag "Wat als ik een kwantum deeltje was en we hadden twee deuren voor het lokaal?" Hierop ben ik ingegaan door aan te geven dat je dan vliegt naar de deuren, bij de deuren aankomt, en ten slotte achter de deuren te staan zonder dat je weet door welke deur je bent gegaan. Waarop de leerling vroeg of zo'n situatie maakbaar is. Kortom kunnen we van mensen kwantum deeltjes maken? Waarop een andere leerling nee schudde dus gaf ik die leerling de vraag waarom dat dan niet zo is. Met als antwoord dat de De Broglie golflengte van mensen dat niet toelaat.

Dit verhaal heb ik uitgebreid naar de eigenschappen voor een meting. Waarbij die beïnvloeding voor wel of geen interferentie komt door de beschikbare informatie niet het bewustzijn. Ten slotte heb ik de vragen lijst afgenomen. Hier kon ik nog niet de antwoorden bespreken omdat de andere klas nog moest komen.

Reflectie

Tijdens het blokuur waren veel leerlingen suboptimaal geconcentreerd, dit had te maken met het feit dat die avond er presentaties waren voor het PWS. Dit was op verschillende momenten te merken met de uitleg dat er niet goed werd opgelet en dat er daardoor op een andere manier vragen werden gesteld dan in de dualistische groep, namelijk er was meer de vraag om stappen te herhalen of er kwamen vragen over iets wat vijf minuten eerder aan bod was gekomen. Dit verstoorde de les wel enigszins.

6. Resultaten

De resultaten van de lessenserie worden gedaan op basis van de vragenlijst in appendix A. In dit hoofdstuk worden de resultaten van de van de vragen gegeven.

De juiste antwoorden zijn als volgt:

1. Niet waar.
2. Niet waar.
3. Niet relevant.
4. Waar.
5. Niet waar.
6. Dat een deeltje zich zowel als golf of als deeltje kan manifesteren/gedragen.
7. Niet relevant.
8. Niet relevant.
9. Superpositie in kwantummechanica is het feit dat een kwantumdeeltje verschillende mogelijke eigenschappen heeft met elk een bepaalde waarschijnlijkheid.

Vragenlijst

In de vragenlijst zitten drie vragen die niet expliciet in de lessenseries zijn teruggekomen dit zijn de vragen 3, 7 en 8. Voor vragen 7 en 8 is de reden hiervan dat ik geïnteresseerd ben of de leerlingen zelf in staat zijn om deze verbanden te leggen. Voor vraag 3 ben ik benieuwd of de leerlingen als standaard instelling hebben dat elk experiment de kwantum natuur beschrijft als het over kwantummechanica gaat. Dit betekent dat voor het succes van de series gekeken wordt naar vragen 1,2,4,5,6, en 9.

Groep dualistisch

Bij deze groep heb ik een totaal van 15 ingeleverde vragenlijsten. De resultaten hiervan staan in de onderstaande tabel.

Nr. vraag	Aantal goed	Aantal fout	Percentage goed (%)
1	15	0	100
2	8	7	53
4	8	7	53
5	10	5	67
6	9	6	60
9	1	14	7
Totaal	51	39	57

Constateringen vraag 7

Voor de leerlingen die antwoord hebben gegeven op vraag 7 en 8 zijn er twee type antwoorden. Leerlingen die aangeven dat het onderscheid ligt bij het feit dat kwantummechanica over kleine deeltjes gaat en klassieke mechanica niet.

Leerlingen die aangeven dat het verschil zit in onzekerheid, bij klassieke mechanica is alles exact meetbaar bij kwantum niet.

Constateringen vraag 8

Bij vraag 8 geven de leerlingen, die bij vraag 7 zeiden dat onzekerheid het onderscheid is, aan dat het onzekerheidsprincipe in contradictie is met klassieke mechanica. De andere leerlingen geven aan het niet te weten.

Groep fenomenologisch

Bij deze groep zijn er 14 ingeleverde vragenlijsten.

Nr. vraag	Aantal goed	Aantal fout	Percentage goed (%)
1	11	3	78
2	10	4	71
4	10	4	71
5	9	5	64
6	3	11	22
9	2	12	14
Totaal	45	37	55

Constateringen vraag 7 en 8

Bij deze klas heeft maar 1 leerling de vragen ingevuld zonder daarbij nieuwe denkbeelden op te schrijven.

Vergelijking resultaten

Bij de resultaten van de twee lessenseries is er niet een eenduidige conclusie te trekken over welke lessenserie beter heeft gepresteerd op het vervullen van de leerdoelen die waren opgesteld. Zo scoort de dualistische groep beter op vragen 1 en 6, terwijl de fenomenologische groep beter scoort op vragen 2 en 4. Dit betekent dat de resultaten geen onderbouwing kunnen geven aan het beantwoorden van de onderzoeksvraag. Als gekeken wordt naar punten die extra aandacht hebben gehad is dat bij fenomenologisch de behandeling van het foto-elektrisch effect als basis van kwantisatie en het feit dat een mens niet een interferentie patroon kan genereren ofwel vraag 2 en 4. Terwijl de dualistische klas het filmpje van Dr. Kwantum heeft gezien waardoor ik nadrukkelijk heb verteld dat een meting niets te maken heeft met bewustzijn of menselijk handelen en het extra behandelen wat interferentie en superpositie nu eigenlijk zijn. Ofwel vragen 1 en 6.

7. Discussie

Tijdens het geven van de lessen en de reflectie daarop achteraf zijn er een aantal zaken die de vergelijking van de twee lessenseries heeft bemoeilijkt. Om te beginnen is de voorkennis waar ik van ben uitgegaan gebaseerd op de lesstof die de leerlingen al gehad moeten hebben. Zo was het begrip interferentie niet bekend waardoor ik dat nog moest invullen. Dit is ook het gevolg van het feit dat deze klassen normaal gesproken geen les hebben van mij, dus dat ik niet voldoende op de hoogte was van het kennisniveau.

Daarom denk ik dat de stof die ik nu in één week heb aangeboden eigenlijk over twee weken verspreid zou moeten worden zodat eerst alle randvoorwaarden in orde zijn om daarna pas de nieuwe lesstof te geven. Het kapstokje waarop ik dacht voort te borduren was niet aanwezig bij de leerlingen. Daarom ben ik bang dat wat ik uiteindelijk heb gedaan is het toetsen van mijn eigen vaardigheden in het ter plekke uitleggen van natuurkunde, in plaats van hoe goed de leerlijn voor deze klas werkte.

Door de timing van het blokkur bij de fenomenologische klas was het concentratieniveau niet zo hoog als gewenst of wat het bij de andere klas was. Dit was niet ideaal qua meetresultaat, maar het geeft wel een duidelijke reden waarom bijvoorbeeld vraag 1 zo veel slechter is beantwoord door deze klas.

Ook had ik een uit nood geboren keuze om geen digitale hulpmiddelen te gebruiken, dit was niet de beste manier om sommige dingen uit te leggen. Als ik namelijk een interferentie patroon moet gaan tekenen op een whiteboard is dat iets dat niet snel gaat en niet erg duidelijk wordt terwijl er digitale voorbeelden zijn waardoor het interferentie patroon duidelijk zichtbaar wordt. Hetzelfde geldt ook voor de Fourier analyse. Al ging deze uitleg wel beter, de meeste leerlingen hadden door wat er werd gedaan bij een Fourier analyse.

Bij het toetsen had ik er beter aan gedaan de toetsing per onderdeel in te werken in de leerlijn zeker wanneer er bij de opzet was gekozen voor twee of drie weken waarin deze stof behandeld kan worden. Op deze manier had ik tussentijdse momenten ingebouwd voor eventuele herhaling maar ook toetsing van de leerdoelen. Waarbij dan ook gekeken had kunnen worden naar de misconcepties die voortvloeien uit beide leerlijnen.

Ten slotte is er de foute inschatting die ik heb gemaakt met betrekking tot de Fourier analyse. Ik dacht dat het een intuïtieve manier zou zijn om onzekerheid te introduceren met behulp van bekende fenomenen namelijk trilling en frequentie. In de realiteit bleek het de boodschap alleen maar te vertroebelen, omdat het fundament namelijk het overstappen van frequentie en tijd domeinen voor de leerlingen helemaal niet intuïtief zijn. Dit had ik juist uit het black box experiment geleerd niet te moeten doen.

8. Conclusie

In dit onderzoek is er een literatuurstudie gedaan naar een didactiek die mogelijk zou moeten maken om op middelbare scholen goed kwantummechanica onderwijs te kunnen geven. Op basis daarvan is er een plan bedacht om de kwantummechanica didactiek de vormen naar de didactiek voor elektriciteit. Om hiervoor de randzaken duidelijker te krijgen is er een preliminair onderzoek geweest naar het gevolg van verduisterde relaties. De conclusies daaruit zijn meegenomen naar het uiteindelijke didactische model.

Dit didactisch model is getest in een 6 vwo klas, waarbij een parallelklas is gebruikt als controle klas. Om te controleren wat het effect is van het nieuwe didactische model. Uit de resultaten van de vragenlijst blijkt dat niet alle leerdoelen zijn bereikt.

Gezien de punten die ook naar voren komen in de discussie, zou er in een vervolgonderzoek goed gekeken moeten naar de volgende organisatorische aspecten.

Ten eerste moet er een realistische tijdsplanning worden gemaakt wat betreft de inhoud die behandeld wordt. In deze test is bijna de gehele syllabus van kwantummechanica in één week gepropt dit zou naar drie weken moeten gaan.

Verder kan er in die planning per leerdoel een moment van formatief toetsing ingebouwd moeten worden zodat er een overzicht is wat het effect is van elke leerlijn en of één of twee inzichten leerlingen blijven ontgaan in één van de leerlijnen.

Tevens heb je in een dergelijk tijdsbestek om de gewenste hulpmiddelen gebruiken waarbij er ruimte is voor een overstap van de ene situatie naar de andere in de les zodat bijvoorbeeld een digibord gebruikt kan worden tijdens het demonstreren van bepaalde twee spleten experimenten.

Wanneer de leerlijn wordt geïmplementeerd in een klas die niet de eigen is zou het een goed idee zijn van tevoren een toetsing te doen naar de voorkennis. Op deze manier kan tijdens de lesplanning alle benodigde informatie meegenomen worden, wat een ad hoc uitleg en leswijzigingen voorkomt.

Ten slotte kan ervoor gekozen worden om de startpunten zodanig te kiezen dat ervan uitgegaan mag worden dat het aansluit op de bestaande voorkennis. Op basis van de punten waar in dit onderzoek tegenaan gelopen is zou dat zijn bij het fenomeen interferentie en het energieniveau bij het foto-elektrisch effect.

Inhoudelijk zou er voor een vervolgonderzoek gekeken moeten worden naar de volgende aspecten.

Ten eerste is er voor de Nederlandse syllabus nog geen didactisch model het is daarom een goed idee te kijken naar één model en dat verder uit te werken zodat die inhoudelijk getoetst kan worden op effectiviteit en vervolgens pas dit te gaan

vergelijken met iets anders. Op die manier wordt het onderzoek relevanter voor docenten die op zoek zijn naar een methode om kwantummechanica in de les te behandelen.

Het is ook belangrijk zeer selectief te zijn in de aspecten die behandeld worden, hierin mag ook van de syllabus afgeweken worden. Onderwijs is in een constante staat van verandering en als blijkt dat een kleine verandering in de inhoud zinvol is moet dat veranderd worden.

Ten slotte is het belangrijk om sterke toetsing te maken die ook echt iets zegt over het niveau van de leerling en niet alleen een bezigheid is voor de leerling.

Bronnen

Afbeeldingen

1. Ponor, https://fr.m.wikipedia.org/wiki/Fichier:Photoelectric_effect_in_a_solid_-_schematic_diagram.svg laatst bezocht 4-7-2020
2. https://maken.wikiwijs.nl/51931/3_Het_Foto_Elektrisch_Effect laatst bezocht 4-7-2020
3. <https://opentextbc.ca/universityphysicsv3openstax/chapter/youngs-double-slit-interference/> laatst bezocht 4-7-2020

bronnen

Butorac, & A. Sušac (Eds.), Proceedings GIREP conference 2007: Frontiers of physics Education (pp. 337–343). Rijeka: Zlatni rez.

Commissie Vernieuwing Natuurkundeonderwijs havo/vwo. (2010). Nieuwe natuurkunde, adviesexamenprogramma's voor havo en vwo [Contemporary physics, recommended exam programs for upper secondary school]. Amsterdam:

Nederlandse Natuurkundige Vereniging.

Escalada, L. T., Rebello, N. S., & Zollman, D. A. (2004). Student explorations of quantum effects in LEDs and luminescent devices. *The Physics Teacher*, 42(3), 173–179.

Guisasola, J., Zubimendi, J.L., Almudi, J.M. & Ceberio, M. (2002). The evolution of the concept of capacitance throughout the development of the electric theory and the understanding of its meaning by University students. *Science & Education*, 11, 247–261.

Hall, B. C. (2013). *Quantum Theory for Mathematicians*. Springer

Hart, W.D. (1996) "Dualism". in *A Companion to the Philosophy of Mind*. ed. Samuel Guttenplan, Oxford: Blackwell, pp. 265-7.

Hecht, E (2001), *Optics*, Fourth edition, Addison-Wesley

Johnston, I. D., Crawford, K., & Fletcher, P. R. (1998). Student difficulties in learning quantum mechanics. *International Journal of Science Education*, 20(4), 427–446.

Kirschner, P. A., Sweller, J., & Clark, R. E. (2006). Why minimal guidance during instruction does not work: An analysis of the failure of constructivist, discovery, problem-based, experiential, and inquiry based teaching. *Educational Psychologist*, 41, 75-86.

Krijtenburg-Lewerissa, K. Pol, H. Brinkman, A. and van Joolingen, W. (2019), Key topics for quantum mechanics at secondary schools: A Delphi study into expert opinions, *Int. J. Sci. Educ.* 41, 349.

Krijtenburg-Lewerissa, K., Pol, H. J., Brinkman, A., & van Joolingen, W. R. (2017). Insights into teaching quantum mechanics in secondary and lower undergraduate education. *Physical Review Physics Education Research*, 13, 010109.

Mashhadi, A., & Woolnough, B. (1999). Insights into students' understanding of quantum physics: Visualizing quantum entities. *European Journal of Physics*, 20(6), 511–516.

Michellini, M., Ragazzon, R., Santi, L., & Stefanel, A. (2000). Proposal for quantum physics in secondary school. *Physics Education*, 35(6), 406–410.

Michellini, M., Ragazzon, R., Santi, L., & Stefanel, A. (2007). Learning paths of high school students in quantum mechanics. In R. Jurdana-Šepić, V. Labinac, M. Žuvić-Müller, R., & Wiesner, H. (2002). Teaching quantum mechanics on an introductory level. *American Journal of Physics*, 70(3), 200–209.

Ogborn, J. (2006). A first introduction to quantum behavior. In E. van den Berg, A. L. Ellermeijer, & O. Slooten (Eds.), *Proceedings GIREP conference 2006: Modelling in physics and physics education* (pp. 230–236). Amsterdam: University of Amsterdam.

Psillos, D. (1998) *Connecting Research in Physics Education with Teacher Education*, E4 Teaching Introductory Electricity, International Commission on Physics Education

Serway, R. A. (1990). *Physics for Scientists & Engineers* (3rd ed.). Saunders. ISBN 0-03-030258-7.

Shuell, T.J., (1988). The role of the student in learning from instruction. *Contemporary Educational Psychology*, 13, 276-295.

Stocklmayer S., Treagust D., (1994). A Historical Analysis of Electric Currents in Textbooks: A Century of Influence on Physics Education. *Science & Education* 3, 131-154.

Thomson, G. P. (1927). "Diffraction of Cathode Rays by a Thin Film". *Nature*. 119 (3007): 890.

Van den Berg, E. Katu, N. Lunetta, V.N. (1994), THE ROLE OF "EXPERIMENTS" IN CONCEPTUAL CHANGE: A Teaching - Experiment Study of Electric circuits, National Association for Research in Science Teaching, Anaheim, March 26-29, 1994

Vygotsky, L.S. (1978), *Mind in Society*, Cambridge: MIT Press.

van den Berg E., van Rossum A., Grijsen J., Pol H., van der Veen J. (2020) Teaching Particle-Wave Duality with Double-Slit Single-Photon Interference in Dutch Secondary Schools. In: Guisasola J., Zuza K. (eds) *Research and Innovation in Physics Education: Two Sides of the Same Coin. Challenges in Physics Education*. pp 135-143. Springer, Cham.

Chhabra M., Das R., Probing students' conceptions at the classical-quantum interface, 2018 *Eur. J. Phys.* 39 025710

Feynman R. 'Probability and Uncertainty—the Quantum Mechanical View of Nature', the sixth of his Messenger Lectures (1964), Cornell University. Collected in *The Character of Physical Law* (1967), 129.

https://www.examenblad.nl/examenstof/syllabus-2020-natuurkunde-vwo/2020/f=/natuurkunde_2_versie_vwo_2020.pdf

Appendix A

Gesloten vragen

1. Er is een persoon nodig om een waarneming te doen.
 - ☐ Waar
 - ☐ Niet waar
2. Het is in theorie mogelijk om een interferentiepatroon te genereren met mensen.
 - ☐ Waar
 - ☐ Niet waar
3. Youngs twee spleten experiment toont aan dat fotonen kwantum deeltjes zijn.
 - ☐ Waar
 - ☐ Niet waar
4. Het foto-elektrische effect toont aan dat fotonen kwantum deeltjes zijn.
 - ☐ Waar
 - ☐ Niet waar
5. Als de plaats van een kwantumdeeltje nauwkeurig is gemeten, kan er verder niets meer nauwkeurig gemeten worden.
 - ☐ Waar
 - ☐ Niet waar

Open vragen

6. Wat is golf-deeltje dualiteit?

7. Waar ligt het onderscheid tussen klassieke mechanica en kwantum mechanica?

8. Is het onzekerheidsprincipe in contradictie met klassieke mechanica? Leg uit.

9. Geef een beschrijving van superpositie in kwantum mechanica.
