Optimale seinplaatsingen
Een Branch-and-Bound algoritme voor de plaatsing van spoorwegseinen

Arjan Feenstra

Begeleiders
Universiteit Twente: Prof. dr. J.L. Hurink
Movares Nederland B.V.: Dr. E.A.G. Weits

6 januari 2012

Voorwoord

Na mijn stageopdracht bij Movares afgerond te hebben heb ik mijn verblijf bij dit bedrijf verlengd middels een afstudeeronderzoek. Dit verslag is één van de resultaten van dit onderzoek. De aanloop naar dit resultaat duurde langer dan ik in eerste instantie gehoopt had. Een aantal tegenslagen heeft de duur van de afstudeerperiode verlengd. Toch heb ik mijn afstudeerperiode als nuttig en vooral leerzaam beschouwd.

In de eerste plaats wil ik mijn afstudeerbegeleiders Johann Hurink en Ello Weits bedanken. Zij hebben mij veel geleerd en ook geholpen om mijn afstudeerproject tot een succesvol einde te brengen. Daarnaast wil ik Mark Wolbers en Diana van de Weijenberg bedanken. Diana heeft altijd open gestaan voor vragen aangaande haar afstudeerwerk. Mark bedank ik voor het veelvuldig testen van mijn software en andere hulp bij de totstandkoming van DeSign. Ook wil ik vrienden en familie bedanken. In het bijzonder bedank ik Brend Wanders. Hij heeft mij meerdere malen geadviseerd over issues bij de softwaredevelopment binnen mijn afstudeerproject. Tot slot wens ik de lezer van dit verslag veel plezier toe.

Utrecht, 6 januari 2012.

Arjan Feenstra

Samenvatting

Het nederlandse spoorwegennetwerk is één van de drukste spoorwegnetwerken ter wereld. Het vinden van goede seinplaatsingen, om dit netwerk goed te benutten, is een lastige en tijdrovende taak. Software die goede seinplaatsingen genereert kan hierbij goed gebruikt worden. Het vinden van goede seinplaatsingen is echter een lastige taak. Dit nonlinear programming problem (NLP) is in een eerder onderzoek opgelost door een brute force methode.Uit de resultaten van dat onderzoek is gebleken dat rekentijden exponentieel hard opliepen.

Om de rekentijden van een programma dat dit probleem oplost toch beperkt te houden is een Branch-&-Bound-algoritme geconstrueerd en gedeeltelijk geïmplementeerd. Daarbij worden subproblemen opgelost door middel van lineaire afschattingen. Hoewel de implementatie nog niet volledig compleet is, zijn de eerste testresultaten gunstig. In vergelijking tot de eerder geïmplementeerde brute force methode is deze implementatie sneller. Dit valt vooral toe te schrijven aan een efficiëntere implementatie van rijtijdberekeningen. De winst in rekentijd ten gevolge van het implementeren van een Branch-&-Bound-algoritme in plaats van een brute force methode zal nog moeten blijken.

Het opnieuw implementeren van een solver voor dit probleem heeft zijn vruchten afgeworpen. Er is een snellere rijtijdberekentool en ook een aantal van de beperkingen in de vorige tool is verholpen. Het voordeel van het implementeren van een Branch-&-Bound-algoritme ten opzichte van een brute force methode is nog niet getest. Verwacht wordt dat hier significante winst mee wordt behaald en de rekentijd van de tool geen problemen meer oplevert voor de gebruiker.

Inhoudsopgave

Hoofdstuk 1

Inleiding

Om de capaciteit van een treintraject zo groot mogelijk te laten zijn is het van belang dat er een passende seinplaatsing is. Daarom wordt er veel tijd gestoken in het vinden van seinplaatsingen waarbij treinen kort achter elkaar kunnen rijden. Omdat dit veel tijd vergt en nooit zeker is of een gevonden seinplaatsing nou niet nog een stuk beter kan, is er onderzocht of het vinden van goede seinplaatsingen (gedeeltelijk) door een computerprogramma gedaan kan worden. Dit heeft door een stage- en afstudeeronderzoek van Diana van de Weijeneberg [9] geresulteerd in het programma DeSign[10], dat een zo goed mogelijke seinplaatsing bepaalt. Echter, de tijd die het programma daar voor nodig heeft is, met name bij lange trajecten, te lang.

Daarom is gedurende de stageperiode voorafgaand aan dit afstudeeronderzoek onderzocht hoe optimale seinplaatsingen op een efficiënte wijze gevonden kunnen worden. Eén van de conclusies van de stageopdracht is dat het implementeren van een Branch-&-Boundmethode een goede oplossing kan zijn. Deze conclusie is het uitgangspunt voor dit afstudeeronderzoek.

In dit verslag zal begonnen worden met een probleemstelling. Daarin zullen alle relevante aspecten van een seinplaatsing aan bod komen. Ook zal duidelijk worden wat de eigenschappen zijn van een goede seinplaatsing. Vervolgens zal in twee hoofdstukken de werking van het ontworpen algoritme behandeld worden. Dit begint bij de bepaling van mogelijke seinplaatsingen en vervolgens hoe optimale seinplaatsingen gevonden worden. Daarna zullen resultaten besproken worden. Tenslotte worden aanbevelingen en conclusies gepresenteerd. In de bijlagen is een aantal afleidingen tot in detail uitgewerkt.

Hoofdstuk 2

Probleemstelling

In het kort wordt gevraagd om een seinplaatsing te vinden zodanig dat treinen zo kort mogelijk achter elkaar kunnen rijden zonder dat zij hinder van elkaar ondervinden. Dit probleem valt uiteen te splitsen in vier onderdelen:

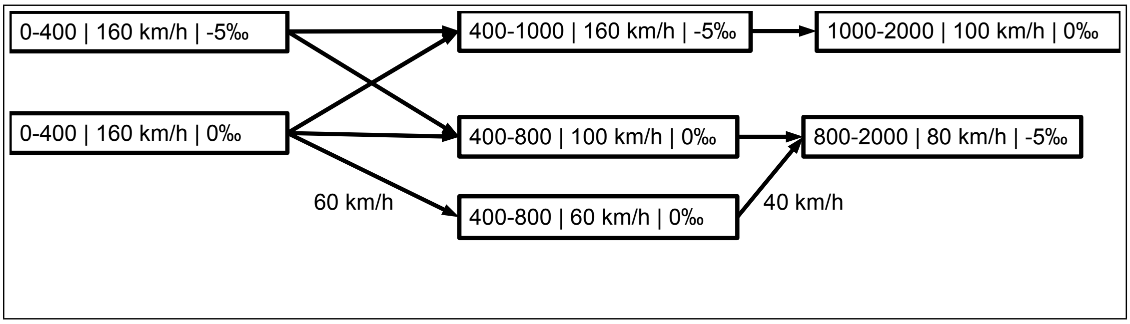
- Seinplaatsing
- Zo kort mogelijk achter elkaar
- Rijden
- Zonder hinder

We zullen met het rijden beginnen. Nadat we weten hoe een trein rijdt kunnen we ons afvragen hoe kort deze achter een voorgaande trein aan mag rijden zonder daarvan hinder te ondervinden. Daarbij speelt het begrip 'opvolgtijd' een grote rol. Ten slotte beschouwen we de seinplaatsing. Om te bepalen hoe snel een trein rijdt wordt een traject waarover de treinen moeten rijden en de treinseries zelf gegeven.

2.1 Traject

We beschouwen één traject waarover meerdere treinen kunnen rijden. Het traject bestaat uit een aantal naast elkaar gelegen sporen die allen in de zelfde richting bereden worden. Niet elk stuk spoor is hetzelfde. Zo mag er niet overal even hard gereden worden. Bogen (bochten) mogen bijvoorbeeld niet te hard bereden worden. Daarom is er een plaatselijk maximaal toegestane snelheid. Ook verschilt het hellingspercentage over het traject. Het hellingspercentage geeft aan hoe steil het spoor stijgt dan wel daalt. Om het traject te beschrijven wordt gebruik gemaakt van een gerichte graaf van routedelen (delen van het spoor) die met elkaar door verbindingen verbonden zijn. Zie figuur 2.1. Een routedeel (r) is een aaneengesloten stuk spoor met de volgende eigenschappen:

- Beginkilometrering s_b in meters.
- Eindkilometrering s_e in meters.
- Maximaal toegestane snelheid v_{max} in km/h.
- Maximale helling h_{max} in promille.



Figuur 2.1: Graaf van routedelen

Omdat het hellingsprofiel over het traject continu verschillend kan zijn is er voor gekozen om de maximale helling per routedeel bij te houden. Dit is de helling bergaf. Deze routedelen worden met elkaar verbonden met verbindingen (v). Omdat twee routedelen wel eens verbonden kunnen zijn door middel van een wissel dat schuin (niet rechtdoor), en dus met lager dan plaatselijk toegestane snelheid, bereden wordt, hebben sommige verbindingen ook een maximaal toegestane snelheid. Een verbinding heeft dus de eigenschappen:

- Beginroutedeel sb
- Eindroutedeel se
- Maximale snelheid v_{max}

Naast de routedelen en verbindingen zijn er ook snelheidsverminderingsborden. Deze staan langs het spoor. De snelheidsverminderingsborden geven aan naar welke snelheid er afgeremd dient te worden. Dit is dus een aankondiging van een lagere maximale toegestane snelheid verderop. Dit geeft de trein de tijd om af te remmen naar de gewenste snelheid. De routedelen, verbindingen en snelheidsverminderingsborden leggen vast hoe het spoor er uit ziet en met welke snelheden er over het spoor gereden kan worden. Als we nu de relevante informatie van een trein hieraan toevoegen kunnen we de trein over het spoor laten rijden.

2.2 Treinseries

Over het traject kunnen veel verschillende treinen rijden. Zo kunnen er intercities, stoptreinen en goederentreinen rijden. Deze treinen zijn fysiek verschillend. Een goederentrein kan bijvoorbeeld veel langer zijn dan een intercity trein en zet een stuk langzamer aan. Dit worden ook wel de materieelkarakteristieken genoemd. Ook kunnen de treinen een verschillende route hebben. Niet alle treinen rijden over hetzelfde stuk spoor (routedeel). Ten slotte halteren de treinen op verschillende locaties. Een stoptrein zal bijvoorbeeld bij een groter aantal stations halteren dan een intercity. Een treinserie (tr) is een set van treinen waarvoor al deze kenmerken gemeenschappelijke zijn. Opgesomd zijn dat:

- Een treinlengte l
- Remconstante
- Aanzettabel

- Maximale snelheid
- Een lostijd t_{los}
- Een aanpaktijd t_{pak}
- Een route R
- Rijopdrachten

De treinlengte spreekt voor zich. De aanzettabel toont de ontwikkeling van de snelheid en afgelegde weg voor een trein die aanzet. De remconstante geeft aan met welke vertraging een trein remt. De lostijd en aanpaktijd zijn tijden die een trein nodig heeft om om te schakelen van en naar remming. Wanneer een trein met constante snelheid rijdt en besluit te gaan remmen, dan duurt het een bepaalde tijd om op volle vertraging te komen. Deze tijd wordt de aanpaktijd genoemd en is verschillend per treinserie. Voor de lostijd geldt het zelfde. Wanneer een trein aan het remmen is en de rem wordt losgelaten, dan duurt het even totdat de remvertraging 0 is. Deze tijd wordt de lostijd genoemd.

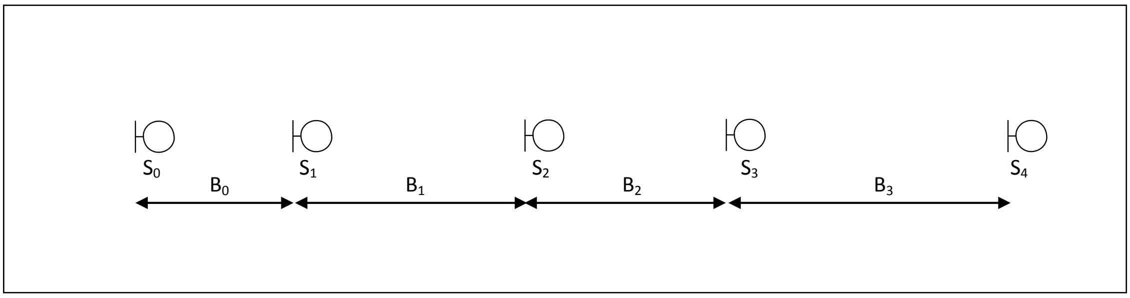
Elke treinserie heeft zijn eigen route (R). Dit is een lijst van routedelen (r_j) welke, verbonden door verbindingen, achtereenvolgens bereden zullen worden door de treinserie. Omdat de plaatselijk maximaal toegestane snelheden en de bij een wissel maximaal toegestane snelheid bekend zijn, is hiermee voor de treinserie op elk punt op de route een maximaal toegestane snelheid bekend.

Rijopdrachten

Wanneer een trein over het traject rijdt krijgt het een aantal rijopdrachten. Deze vertellen de trein of deze haar snelheid moet aanpassen en naar welke snelheid en hoe lang te halteren. Er zijn vier verschillende soorten rijopdrachten:

- Aanzetopdracht (+)
- Afremopdracht (-)
- Doelsnelheidopdracht (=)
- Halteeropdracht (.)

Een aanzetopdracht is de opdracht om aan te zetten naar een bepaalde snelheid. Dit kan bijvoorbeeld $(+, 130, 1000)$ zijn. Dit betekent dat wanneer de trein met de staart voorbij kilometrering 1000 is gereden deze aan mag zetten naar 130 km/h. Een afremopdracht is vergelijkbaar, dan mag er echter al direct afgeremd worden. De doelsnelheidopdracht vertelt een trein dat een bepaalde snelheid bereikt moet worden op een gegeven kilometrering. Dit kan bijvoorbeeld $(=, 80, 1600)$ zijn. Wanneer bijvoorbeeld een trein met 130 km/h aan komt rijden zal deze al van tevoren af moeten remmen om aan deze rijopdracht te voldoen. Ten slotte is er de halteeropdracht. Hierbij wordt in plaats van een snelheid de tijd die de trein stil moet staan meegegeven. Een halteeropdracht waarbij 2 minuten (120 seconden) stilgestaan dient te worden op kilometrering 3000 ziet er dus zo uit: $(., 120, 3000)$. Elke treinserie heeft zijn eigen reeks van rijopdrachten, maar er worden ook opdrachten aan deze reeks toegevoegd afkomstig van andere invloeden. Dit kan zijn door afremborden of routedelen van het traject, maar ook door seinbeelden.



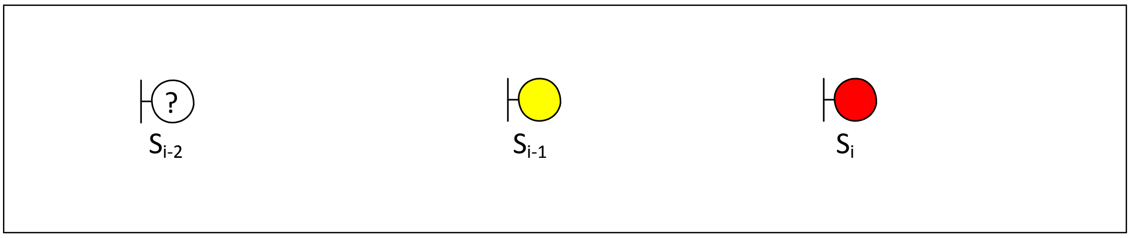
Figuur 2.2: Seinen en blokken

2.3 Seinen

Langs het spoor staan seinen (S_i). Tussen deze seinen liggen blokken (B_i). Zie ook figuur 2.2. Met de seinen kan, tot op zekere hoogte, er voor gezorgd worden dat treinen niet tegen elkaar botsen of ontsporen. Dat gebeurt door middel van seinbeelden die de trein rijopdrachten geven. Wanneer een trein niet voorgegaan wordt door een andere trein rijdt ziet het over het algemeen groene seinbeelden. De trein mag dan gewoon doorrijden aan de hand van zijn rijopdrachten. Er zijn twee situaties waarin een ander seinbeeld getoond wordt:

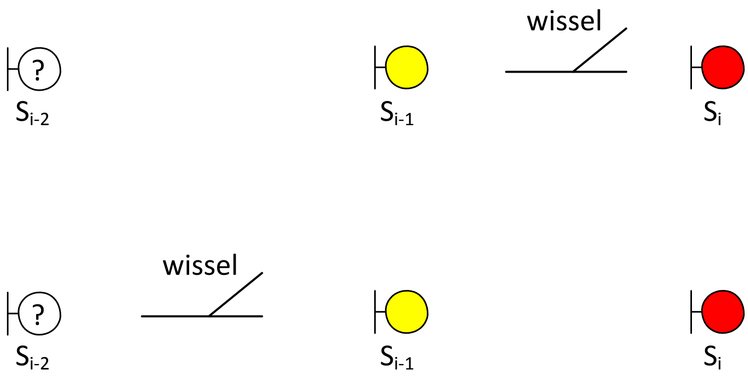
- **Wissels**
  Wanneer een trein schuin door een wissel gaat mag het dat niet te hard doen. Daarom zal het sein voor het blok voor het wissel geel met een cijfer tonen. Het cijfer geeft de snelheid waarmee door het wissel gereden mag worden aan. Dit is dus een afremopdracht. Daarom noemen we dit sein een afremsein voor het wissel. Het sein vlak voor het wissel zal groen-knipper met het cijfer tonen. Dat levert geen nieuwe opdracht op.

- **Remmingen naar rood**
  Sommige halteringen zijn 'naar rood sein'. Dit houdt in dat het sein (sein i) achter de halteerlocatie rood toont terwijl de trein naar de halte toerijdt. Dit sein toont rood ongeacht of er een trein het blok achter dit sein bezet. Het sein daar voor (sein $i-1$) toont geel en het sein daar voor (sein $i-2$) kan een geel-cijfer seinbeeld tonen afhankelijk van de lengte van het laatste blok voor het rode sein (blok $i-1$). Zie ook figuur 2.3. Wanneer sein $i-2$ een geel-cijfer seinbeeld toont levert dat een bijbehorende afremopdracht op. Ook het gele sein levert een afremopdracht (naar 40 km/h) op.



Figuur 2.3: Rood tonend sein.

Wanneer zowel een wissel als een rood sein in het spel zijn kan er overlap plaatsvinden tussen de gegeven seinbeelden. Het tweede sein voor een rood sein kan bijvoorbeeld samenvallen met het afremsein voor een wissel. Ook kan het sein vlak voor het wissel samenvallen met het tweede sein voor een rood sein. Zie figuur 2.4. In deze situaties zal altijd het minst beperkende seinbeeld dat beide beperkingen weerspiegeld getoond worden. Zo zal de combinatie ($GL13$, $GL6$) $GL6$ opleveren en zal ($GL8, GRFL6$) $GL6$ tonen.



Figuur 2.4: Remming naar rood sein en wissel.

Al deze gegevens van het traject, seinbeelden en een treinserie maken het mogelijk om het snelheidsprofiel van de treinserie te bepalen. Dat wil zeggen dat exact bekend is waar de trein wanneer rijdt met welke snelheid.

2.4 Snelheidsprofiel

Een trein zal proberen zo snel mogelijk zijn route over het traject te rijden waarbij het rekening houdt met de rijopdrachten die het onderweg meekrijgt. De reeks van rijopdrachten die een trein heeft, inclusief rijopdrachten van borden en seinen, zet het om in acties. Zo zal de trein wanneer deze een aanzetopdracht heeft aanzetten tot de gewenste snelheid. Daarna zal de trein met constrante snelheid door blijven rijden. Als de trein bijvoorbeeld een afremopdracht krijgt voordat deze klaar is met aanzetten zal de aanzet afgebroken moeten worden en zal een remming ingezet moeten worden. Deze acties zijn er in 4 categorieën en zijn via een aantal regels uit de rijopdrachtenreeks op te bouwen. De 4 verschillende acties die een trein uit kan voeren zijn:

- aanzet
- remming
- constante-snelheid actie
- haltering

Van elk van de acties is het volgende bekend:

- beginlocatie s_b
- begintijdstip t_b
- beginsnelheid v_b
- eindlocatie s_e
- eindtijdstip t_e
- eindsnelheid v_e

Een actie is dus een paar van (tijd,snelheid,locatie)-tupels. Voor een aanzet geldt nu dus dat $(v_b < v_e, s_b < s_e)$, voor een remming $(v_b > v_e, s_b < s_e)$, voor de constante-snelheid actie $(v_b = v_e > 0, s_b < s_e)$ en voor de haltering geldt $(v_b = v_e = 0, s_b = s_e)$. Voor elk van de acties geldt natuurlijk dat $(t_b < t_e)$.

Om goed te bepalen welke acties een trein uitvoert moet bekeken worden welke opdrachten elkaar opvolgen. Van elke opdracht kan gesteld worden dat deze eindigt met een constante-snelheid actie, tenzij voortijdig onderbroken. Zo is een aanzetopdracht een aanzet tot de gewenste snelheid bereikt is en vervolgens een constante-snelheid actie. Wanneer een opdracht volledig uitgevoerd is voordat een volgende actie ingezet wordt, kan de volgende opdracht zonder problemen uitgevoerd worden. Wordt een actie voortijdig onderbroken dan is het afhankelijk van welke opdrachten elkaar opvolgen wat er gebeurt. Een overzicht hiervan is in tabel 2.1 weergegeven. Langs de assen zijn de opdrachten weergegeven. De verticale as geeft de eerste opdracht en de horizontale de tweede opdracht. De waarden in de cellen refereren naar de beschrijvingen die verderop gegeven worden. Wanneer een "-" getoond wordt zal de tweede opdracht de eerste opdracht niet onderbreken.

	-	+	=	H
-	1	2	3	-
+	4	5	6	-
=	-	-	7	-
H	-	-	-	-

Tabel 2.1: Opvolgende opdrachten

2.4.1 Afremopdracht

De trein begint met een remming zodra de voorkant van de trein op de locatie is. Zodra de doelsnelheid bereikt is, gaat de trein over in een constante-snelheid actie totdat de volgende opdracht uitgevoerd moet worden.

Onafgebroken afremopdracht

Laat a de remvertraging van de trein, x de locatie van de opdracht en v_d de doelsnelheid zijn, dan geldt dat een onafgebroken afremopdracht leidt tot een remming gevolgd door een constante-snelheid actie:
Remming:

- beginlocatie $s_{b1} = x$
- begintijdstip $t_{b1} = t_x$
- beginsnelheid $v_{b1} = v_x$
- eindsnelheid $v_{e1} = v_d$
- eindtijdstip $t_{e1} = t_{b1} + \frac{v_{b1} - v_{e1}}{a} + \frac{t_{pak}}{2} + \frac{t_{los}}{2}$
- eindlocatie $s_{e1} = s_{b1} + \frac{v_{b1} t_{pak}}{2} + \frac{v_{b1}^2 - v_{e1}^2}{2a} + \frac{v_{e1} t_{los}}{2}$

De remvertraging loopt geleidelijk op gedurende de aanpaktijd. Aangenomen wordt dat de eerste helft van de aanpaktijd geen remvertraging is en de tweede helft volledige remvertraging aanwezig is. Voor de lostijd geldt het zelfde. Daar wordt ook de helft van de lostijd volledig geremd en de andere helft niet. Daarom wordt de helft van zowel de lostijd als de aanpaktijd bij de totale tijd opgeteld.

Constante-snelheid actie:

- beginlocatie $s_{b2} = s_{e1}$
- begintijdstip $t_{b2} = t_{e1}$
- beginsnelheid $v_{b2} = v_d$
- eindlocatie $s_{e2} = \infty$
- eindtijdstip $t_{e2} = \infty$
- eindsnelheid $v_{e2} = v_d$

Wanneer de afremopdracht wel voortijdig wordt afgebroken, kan dat zijn door een afremopdracht, aanzetopdracht of opdracht tot rijden met een bepaalde snelheid.

Afgebroken door afremopdracht (1)

Indien een afremopdracht de huidige opdracht afbreekt en de doelsnelheid van die opdracht ligt lager dan de doelsnelheid van deze opdracht, dan wordt de doelsnelheid bijgesteld naar de doelsnelheid van de nieuwe opdracht. Zodoende veranderen eindsnelheid, eindtijdstip en eindlocatie van de eerste actie en ook beginlocatie, begintijdstip, beginsnelheid en eindsnelheid van de tweede actie. Een afremopdracht met doelsnelheid hoger of gelijk aan de doelsnelheid van de huidige opdracht zorgt niet voor extra acties en leidt niet tot verandering van acties. Deze opdracht kan als niet aanwezig beschouwd worden.

Afgebroken door aanzetopdracht (2)

Indien een aanzetopdracht de afremopdracht afbreekt, zijn er twee mogelijkheden. De trein mag weer aanzetten na het passeren van de locatie van de aanzetopdracht of de trein moet door blijven remmen tot een doelsnelheid die hoger ligt dan de originele doelsnelheid. Wanneer de snelheid van de trein op treinlengte na de aanzetopdracht lager ligt dan de doelsnelheid van de aanzetopdracht, wordt de remming afgebroken op die locatie. Laat y de locatie van de aanzetopdracht en l de treinlengte, dan geldt:
Remming:

- beginlocatie $s_{b1} = x$
- begintijdstip $t_{b1} = t_x$
- beginsnelheid $v_{b1} = v_x$
- eindlocatie $s_{e1} = y + l$
- eindsnelheid $v_{e1} = a\left(-\frac{t_{los}}{2} + \sqrt{\frac{{t_{los}}^2}{4} + \frac{2}{a}(\frac{{v_x}^2}{2a} + y + l - x - v_x\frac{t_{pak}}{2})}\right)$
- eindtijdstip $t_{e1} = t_{b1} + \frac{t_{pak}}{2} + \frac{v_{b1} - v_{e1}}{a} + \frac{t_{los}}{2}$

Hierin is v_{e1} de oplossing van:

$$x + v_x\frac{t_{pak}}{2} + \frac{{v_{e1}}^2 - {v_x}^2}{2a} + v_{e1}\frac{t_{los}}{2} = y + l$$

Afgebroken door opdracht tot rijden met een bepaalde snelheid (3)

Ook hier zijn er twee mogelijkheden. De trein kan een hogere of lagere snelheid hebben dan de doelsnelheid van de nieuwe opdracht op de locatie waar die doelsnelheid bereikt moet worden. Wanneer de snelheid van de trein hoger is, geeft de opdracht aanleiding tot een remming die eerder begint dan de remming die al plaatsvindt. De afremopdracht is dus overbodig en kan verwijderd worden. Wanneer de trein een lagere snelheid heeft dan de doelsnelheid van de nieuwe opdracht op de locatie waar die doelsnelheid bereikt moet worden, rijdt de trein dus al langzaam genoeg. Aan de doelsnelheidopdracht wordt al voldaan. De opdracht tot rijden met een bepaalde snelheid kan als niet aanwezig beschouwd worden.

2.4.2 Aanzetopdracht

De trein begint met een aanzet zodra de achterkant van de trein de locatie gepasseerd heeft. Wanneer een trein vanuit stilstand vertrekt ($v_b = 0$), dan wordt de aanzet al direct ingezet. Zodra de doelsnelheid bereikt is, gaat de trein over in een constante-snelheid actie totdat de volgende opdracht uitgevoerd moet worden. Laat x de locatie zijn waar de aanzetopdracht wordt gegeven en l de treinlengte. De aanzet ziet er dan als volgt uit:
Aanzet:

- beginlocatie $s_{b1} = x + l$
- begintijdstip $t_{b1} = t_{x+l}$
- beginsnelheid $v_{b1} = v_{x+l}$
- eindsnelheid $v_{e1} = v_d$

De eindlocatie en eindtijd van deze actie volgen uit de aanzettabel. Daarin staat voor de gegeven trein voor een aantal begin- en eindsnelheid een tijd en afstand vermeld. Door middel van interpolatie tussen waarden in deze tabel kan de eindlocatie en het eindtijdstip voor de gegeven snelheid van de opdracht benaderd worden. De constante-snelheid actie die hierop volgt begint net als bij de afremopdracht direct na de aanzet en heeft als snelheid de eindsnelheid van de aanzet welke overeenkomt met de doelsnelheid (v_d).

Afgebroken door afremopdracht (4)

Een aanzet kan afgebroken worden door een afremopdracht. Heeft de trein een snelheid hoger dan de doelsnelheid van de afremopdracht op de locatie van de afremopdracht, dan eindigt de aanzet daar. De bijbehorende snelheid en tijdstip zijn met behulp van de aanzettabel en interpolatie te bepalen. Heeft de trein een snelheid lager dan de doelsnelheid van de afremopdracht, dan kan de aanzet voortgezet worden tot aan die doelsnelheid. De doelsnelheid van de aanzetopdracht wordt gewijzigd in de doelsnelheid van de afremopdracht en de afremopdracht wordt verwijderd.

Afgebroken door aanzetopdracht (5)

Wanneer er zich een aanzetopdracht aandient voordat deze aanzetopdracht voltooid is, dan is de doelsnelheid van de nieuwe aanzetopdracht van belang. Indien die hoger is dan de snelheid van de trein op treinlengte na de locatie van die opdracht, dan kan de doelsnelheid van de huidige opdracht aangepast worden naar die van de nieuwe aanzetopdracht. De nieuwe opdracht wordt verwijderd. Indien die doelsnelheid lager is dan de snelheid van de trein op treinlengte na de locatie van de nieuwe opdracht, dan kan die opdracht beschouwd worden als een afremopdracht.

Afgebroken door opdracht tot rijden met een bepaalde snelheid (6)

Wanneer de aanzetopdracht wordt afgebroken door een opdracht tot rijden met een bepaalde snelheid dient de juiste snelheid gevonden te worden waarop gestopt wordt met aanzetten en een remming wordt ingezet. Noem deze snelheid v_t. De snelheid waarop de aanzet begonnen wordt noemen we v_b en de doelsnelheid aan het einde van de remming noemen we v_e. Om te bepalen welke afstand er nodig is om een aanzet van v_b naar v_t uit te voeren wordt gecorrigeerd voor de afstand van 0 naar v_b. Noem deze afstand ${s_b}^*$. Deze valt met behulp van interpolatie in de aanzettabel te vinden. Vervolgens zal interpolatie in de aanzettabel de snelheid moeten opleveren die exact bereikt kan worden waarna direct afgeremd wordt. Zodra de afstand tussen het begin van de aanzet s_b en het eind van de remming groot genoeg is om aan te zetten tot snelheid $v(j)$ en weer af te remmen tot v_e, maar $v(j+1)$ niet bereikt kan worden, geldt $v(j) \leq v_t \leq v(j+1)$. Er moet gelden:

$$s_e - s_b = \frac{v_t - v(j)}{v(j+1) - v(j)}(s(j+1) - s(j)) + s(j) - {s_b}^* + \frac{v_t t_{pak}}{2} + \frac{{v_t}^2 - {v_e}^2}{2a} + \frac{v_e t_{los}}{2}$$

Dit oplossen voor v_t levert:

$$\alpha {v_t}^2 + \beta v_t + \gamma = 0$$

$$\alpha = \frac{1}{2a} \tag{2.1}$$

$$\beta = \frac{s(j+1) - s(j)}{v(j+1) - v(j)} + \frac{t_{pak}}{2} \tag{2.2}$$

$$\gamma = -\frac{v(j)(s(j+1) - s(j))}{v(j+1) - v(j)} + \frac{v_e t_{los}}{2} - \frac{{v_e}^2}{2a} + s(j) + s_b - s_e - {s_b}^* \tag{2.3}$$

$$\tag{2.4}$$

De enige realiseerbare oplossing voor deze vergelijking is:

$$v_t = \frac{-\beta}{2\alpha} + \frac{\sqrt{\beta^2 - 4\alpha\gamma}}{2\alpha}$$

2.4.3 Doelsnelheidopdracht

Deze opdracht vertelt de trein om niet harder dan een bepaalde snelheid te rijden op een bepaalde locatie. Dat betekent dat er tijdig geremd dient te worden om deze snelheid op de aangegeven locatie te bereiken. Wanneer de trein sowieso de gewenste snelheid op de locatie bereikt zijn er geen acties met deze opdracht verbonden. Anders wordt er een remming ingezet op de locatie zodanig dat bij het bereiken van de aangegeven locatie exact de gewenste snelheid wordt bereikt. Deze remming eindigt dan ook op die locatie en de trein zal vervolgen met een constante-snelheid actie. Net als bij een remming wordt de eindtijd t_e gegeven door:

$$t_e = t_b + \frac{t_{pak}}{2} + \frac{v_b - v_e}{a} + \frac{t_{los}}{2}$$

Aangezien deze opdracht eindigt op zijn locatie kan alleen overlap plaatsvinden met een doelsnelheidopdracht daarna.

Afgebroken door opdracht tot rijden met een bepaalde snelheid (7)

Wanneer de doelsnelheid van de nieuwe opdracht lager ligt dan die van de huidige opdracht, kan de huidige opdracht verwijderd worden. De doelsnelheid wordt al afgedwongen door de nieuwe opdracht. Wanneer de doelsnelheid van de nieuwe opdracht hoger ligt dan die van de huidige opdracht, is er al afgeremd tot een lagere snelheid voordat de nieuwe doelsnelheid bereikt moet worden. Deze nieuwe opdracht kan dus vervangen worden door een aanzetopdracht.

2.4.4 Halteeropdracht

De halteeropdracht zal altijd voorafgegaan worden door een opdracht tot rijden met een bepaalde doelsnelheid. Er zal immers eerst afgedwongen moeten worden dat de trein stil staat alvorens deze voor een bepaalde tijd moet wachten. Daarom zal de halteeropdracht nooit een opdracht voortijdig afbreken. De halteeropdracht wordt ook altijd direct opgevolgd door een aanzetopdracht. De halteeropdracht komt 1-op-1 overeen met de halteeractie en wordt nooit voortijdig afgebroken.

Al deze acties achter elkaar aan geplakt vormen het snelheidsprofiel van een trein. Voor elke trein kunnen nu rijtijden bepaald worden. We hebben echter opvolgtijden tussen treinen nodig. In de volgende sectie zullen deze besproken worden.

2.5 Opvolgtijden

Zoals al kort genoemd is, helpt het begrip opvolgtijd bij het bepalen wanneer een trein zo kort mogelijk achter een andere trein aan rijdt zonder hinder van deze trein te ondervinden. Hindering is relatief simpel. Een trein ondervindt hinder van een voorgaande trein wanneer de opvolgende trein haar snelheidsprofiel aan moet passen ten gevolge van de voorgaande trein. De voorgaande trein zorgt door haar aanwezigheid op het spoor voor seinbeelden. Die zorgen er voor dat opvolgende treinen niet tegen deze trein opbotsen. Wanneer de opvolgende trein deze seinbeelden tegenkomt, kan de trein gehinderd worden. Een trein die met een constante snelheid van 130 km/h rijdt en een sein te zien krijgt die de trein doet afremmen tot 60 km/h terwijl de trein anders gewoon met 130 km/h door had kunnen rijden wordt gehinderd. Een trein die sowieso al naar 60 km/h had moeten afremmen omdat er bijvoorbeeld een wissel ligt na het sein wordt niet gehinderd. Deze hoeft haar snelheidsprofiel immers niet aan te passen.

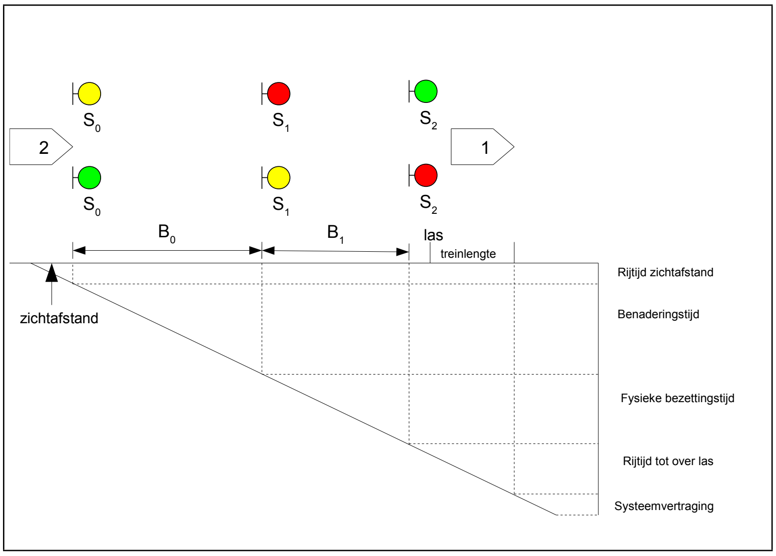
Om te bepalen hoe kort treinen achter elkaar aan kunnen rijden zonder hinder van elkaar te ondervinden hebben we de globale minimale opvolgtijd nodig. Om tot deze globale minimale opvolgtijd te komen bekijken we eerst de lokale opvolgtijd, vervolgens de lokale minimale opvolgtijd en ten slotte de globale minimale opvolgtijd.

2.5.1 Lokale opvolgtijd

De lokale opvolgtijd tussen twee treinen is gemakkelijk te meten. Men gaat langs het spoor staan met een stopwatch. Zodra de kop van trein 1 je passeert druk je de stopwatch in en zodra de kop van trein 2 je passeert doe je dat nogmaals. Je gemeten tijd is de lokale opvolgtijd. Op dit punt langs het spoor is de opvolgtijd de gemeten waarde. Ergens anders kan de opvolgtijd natuurlijk anders zijn. De tweede trein kan inlopen op de eerste trein of trein 1 kan uitlopen op trein 2.
De gemeten lokale opvolgtijd is minimaal wanneer de tijd zo klein mogelijk is maar trein 2 geen hinder ondervindt van trein 1. Trein 1 moet dus genoeg de tijd hebben gehad om ver genoeg te rijden zodat trein 2 geen hinder meer van trein 1 heeft. Het voorbeeld in figuur 2.5 toont hoe een minimale lokale opvolgtijd doorgaans opgebouwd is. Beschrijvingen van de verschillende seinbeelden en hun betekenis staan in het afstudeerverslag van Diana van de Weijenberg [9]. Een aantal termen staat ook in bijlage **??** kort omschreven.

Zodra trein 1 het sein (S_0) gepasseerd heeft, toont dit sein allereerst rood. Vervolgens rijdt de trein door tot aan het volgende sein. Wanneer deze gepasseerd is, zal sein S_0 geel tonen. Wanneer trein 1 ook nog sein S_2 passeert, zal S_0 uiteindelijk groen tonen. Hier wordt er van uit gegaan dat het blok B_1 een lang blok is, wat inhoudt dat een trein binnen het blok vanaf de plaatselijk maximaal toegestane snelheid tot stilstand kan remmen. Hierbij moet er wel rekening worden gehouden met het feit dat trein 1 sein S_2 pas gepasseerd heeft wanneer de achterkant van de trein tot over de las na het sein gereden is. Deze las kan een aantal meters na het sein liggen en wordt door het beveiligingssysteem gebruikt om te bepalen of de trein het blok verlaten heeft. Nadat de passage plaats heeft gevonden wordt het sein omgezet. Ook dit duurt nog een aantal seconden. Standaard is deze systeemvertraging 9 seconden bij een bediend en 3 seconden bij een automatisch sein. De som van al deze tijden is de minimale lokale opvolgtijd.

Uit het bovenstaande volgt dat de lokale minimale opvolgtijd bepaald wordt op zichtafstand van een sein. Daar staat de kop van trein 2. Het sein zal op deze zichtafstand trein 2 doen hinderen als trein 1 niet ver genoeg is gereden. Wanneer we een locatie een stukje verder terug zouden bekijken, hoeft trein 1 niet te zorgen voor een gunstig seinbeeld bij sein S_0 en hoeft



Figuur 2.5: Lokale minimale opvolgtijd

het dus een stuk minder ver te rijden. Wanneer we een locatie voorbij zichtafstand van sein S_0 zouden bekijken hoeft trein 1 niet verder gereden te hebben terwijl trein 2 later deze locatie passeert. De lokale minimale opvolgtijd hier is dus een lokaal maximum. En elk blok heeft zo een lokaal maximum. Dit punt noemen we het **naderingspunt** van blok 1 (n_1). Trein 2 nadert hier blok B_1. Trein 1 verlaat net blok B_1. Dit punt wordt het **exitpunt** van blok 1 (e_1) genoemd. In bovengenoemd voorbeeld ligt het naderingspunt van blok 1 op zichtafstand van het eerste voorsein (S_0). Dat wil zeggen, het naderingspunt van blok i ligt over het algemeen bij sein $i-1$. Er zijn ook situaties waar het naderingspunt bij het tweede voorsein (S_{i-2}) of ergens tussen beide seinen in ligt. Ook het exitpunt kan op een andere plek liggen dan in het voorbeeld. Waar het naderingspunt en exitpunt exact liggen wordt in de volgende paragrafen beschreven.

Naderingspunten

Het naderingspunt van blok i ligt volgens de definitie daar waar het snelheidsprofiel van de trein voor het eerst aangepast wordt door bezetting van het blok door de voorgaande trein. Dit kunnen drie verschillende locaties zijn:

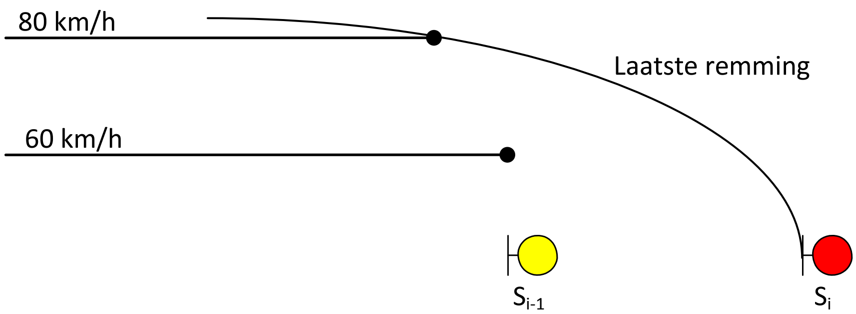
- **Bij het tweede voorsein (sein $i-2$)**
  Het seinbeeld van het tweede voorsein is direct beperkend. Het seinbeeld leidt dus tot een rijopdracht die het snelheidsprofiel aanpast. Een trein moet bijvoorbeeld beginnen met remmen naar de door het sein aangegeven snelheid terwijl het anders met constante snelheid door had kunnen rijden. Dan ligt het naderingspunt bij sein $i-2$.

- **Bij het eerste voorsein (sein $i-1$)**
  Het seinbeeld van het tweede voorsein is niet beperkend voordat de trein sein $i-1$ bereikt. Sein $i-1$ toont geel en is daarom altijd beperkend. Wanneer een trein niet beperkt wordt door het seinbeeld van het tweede voorsein omdat het sein bijvoorbeeld groen toont of omdat de trein toch al met een remming bezig is, dan ligt het naderingspunt bij sein $i-1$.

- **Ergens tussen het tweede en eerste voorsein**
  Het seinbeeld van het tweede voorsein is niet direct beperkend maar wel beperkend voordat de trein sein $i-1$ bereikt. Het kan zijn dat het seinbeeld in het tweede voorsein niet direct beperkend is, maar dat deze dat later wel wordt. Denk hierbij aan een trein die in een aanzet zit en de door het sein opgelegde snelheid pas bereikt nadat de trein het sein gepasseerd is of een trein die een remming uitvoert bij het passeren van het sein maar bij het voltooien van de remming nog niet de door het sein opgelegde snelheid heeft bereikt. In dat geval ligt het naderingspunt daar waar het seinbeeld van het tweede voorsein voor het eerst beperkend wordt.

Uitzonderingen hierop treden op aan het begin van het traject en bij rood tonende seinen. Dan is er namelijk niet altijd een eerste en tweede voorsein. Een trein die net gehalteerd heeft voor een rood tonend sein nadert het blok daar achter (blok i) immers pas nadat deze gehalteerd heeft. Dan is de trein alle seinen daarvoor al voorbij. Er is dus geen eerste en tweede voorsein. Ook voor het blok daarachter (blok $i+1$) is er geen tweede voorsein. Het zelfde geldt voor blokken aan het begin van het traject. Er is geen informatie bekend over seinen voor het begin van het traject. Voor het eerste blok (blok 0) is er geen eerste en ook geen tweede voorsein. Voor blok 1 is er zodoende ook geen tweede voorsein.

Normaliter zorgen de voorseinen er voor dat een trein tijdig afremt en zodoende niet het bezette blok binnenrijdt. Om dit toch te garanderen eisen we dat een trein tijdig moet kunnen remmen om voor een rood sein stil te staan. Het naderingspunt ligt dus daar waar de trein de laatst mogelijke remming in zal moeten zitten. Zie figuur 2.6.



Figuur 2.6: Naderingspunt bij rood sein.

Blok 0 en het eerste blok na een rood tonend sein zijn blokken zonder eerste en zonder tweede voorsein. Voor deze blokken ligt het naderingspunt dus daar waar de trein zal moeten remmen. Blok 1 en het tweede blok na een rood tonend sein zijn blokken zonder tweede voorsein maar met een eerste voorsein. Voor deze blokken staat er een geel sein. Deze kan echter te zo dicht bij het blok liggen dat een remming vanaf dat sein er niet toe leidt dat de trein op tijd stil staat. Het minimum van beide locaties, de locatie van het gele sein en daar waar de trein uiterlijk moet beginnen met remmen, is dus waar voor deze blokken het naderingspunt ligt.

Exitpunten

Het exitpunt van blok i ligt volgens de definitie op het laatste punt waar een blok nog bezet is door een trein. Dit is treinlengte na de las aan het eind van het blok. Zodra de kop van de trein daar is, is de staart op de las aan het eind van het blok en verlaat de trein dus het blok. Deze las kan op twee locaties liggen. Wanneer de treinen na blok i ook in blok $i+1$ achter elkaar rijden ligt de las op sein-las-afstand van het sein achter blok i (sein $i+1$). Splitsen de routes van de beide treinen echter, dan ligt de las op een gegeven locatie achter het wissel waar de beide routes splitsen.

2.5.2 Globale minimale opvolgtijd

Uit de observatie dat de lokale minimale opvolgtijd een lokaal maximum bereikt bij de naderingspunten kunnen de volgende twee conclusies gehaald worden:

1. Wanneer een opvolgende trein lang genoeg wacht zodanig dat de opvolgtijd tussen deze trein en haar voorganger minstens de lokale minimale opvolgtijd is bij elk van de naderingspunten, dan wordt de opvolgende trein op het gehele traject niet gehinderd.
2. Wanneer bij minstens één van de naderingspunten de behaalde opvolgtijd gelijk is aan de lokale minimale opvolgtijd dan kan de opvolgende trein niet eerder vertrekken zonder gehinderd te worden.

De globale minimale opvolgtijd is de tijd die trein 2 later moet vertrekken dan trein 1 zodanig dat trein 2 op het gehele traject niet gehinderd wordt door trein 1. Omdat beide treinen niet per definitie van dezelfde locatie starten is voor beide treinen een meetpunt gegeven. Dit kan de vertreklocatie van de trein of een sein dat deze passeert zijn. Noem de meetpunten m_1 en m_2. Om nu bij blok i geen hinder te ondervinden van trein 1 zal trein 2

$$(e_i.t - m_1.t) - (n_i.t - m_2.t)$$

later moeten passeren op zijn meetpunt dan trein 1 op diens meetpunt. Hierin is $e_i.t$ het tijdstip waarop trein 1 het exitpunt van blok i bereikt, $n_i.t$ het tijstip waarop trein 2 het naderingspunt van blok i bereikt en $m_1.t$ en $m_2.t$ de tijden waarop de beide treinen hun meetpunten bereiken. Om bij geen van de blokken hinder te ondervinden zal trein 2

$$\max_i\{(e_i.t - m_1.t) - (n_i.t - m_2.t)\}$$

later moeten vertrekken dan trein 1. Deze tijd is de globale minimale opvolgtijd. In het vervolg zal voor het gemak hiernaar gerefereerd worden met opvolgtijd tenzij expliciet anders vermeld. Een seinplaatsing is goed wanneer de opvolgtijd erg klein is. Echter moeten we nog bepalen welke opvolgingen relevant zijn voor de beoordeling van de seinplaatsing. Daartoe wordt een gewogen som genomen.

2.5.3 Relevante opvolgingen

Daar waar twee treinseries achter elkaar over een stuk spoor rijden kan de eerste trein de tweede hinderen en is dus de minimale opvolgtijd van belang. Als we al deze opvolgingen beschouwen is er voor elk paar van treinen dat elkaar opvolgt (tr_1, tr_2) een minimale opvolgtijd. Niet elke opvolging is echter even belangrijk. Sommige opvolgingen komen bijvoorbeeld vaker voor dan anderen.

Daarom wordt voor elke opvolging j met een wegingsfactor W_j aangegeven hoe belangrijk de opvolging is. Een seinplaatsing is dan goed wanneer

$$
\begin{aligned}
\mathsf{ovt} &= \sum_j W_j \mathsf{ovt}_j \\
&= \sum_j W_j \max_i \mathsf{ovt}_{i,j} \\
&= \sum_j W_j \max_i \,(e_{i,j}.t - m_{1,j}.t) - (n_{i,j}.t - m_{2,j}.t)
\end{aligned}
$$

klein is. We noemen een seinplaatsing optimaal wanneer ovt minimaal is. Echter mogen niet alle plekken voor de plaatsing van een sein zomaar gekozen worden. Seinen mogen niet overal staan en op sommige plekken moet zelfs een sein staan.

2.6 Seinplaatsingseisen

Uit de voorgaande paragrafen is gebleken dat de seinplaatsing invloed heeft op de minimale opvolgtijden. Een seinplaatsing is een monotoon stijgende rij van kilometreringen $S_0, \ldots, S_n$. S_i is dus de kilometrering van sein i. De seinen mogen echter niet overal staan. Daarvoor gelden een heleboel eisen. Zo mogen ze bijvoorbeeld niet te dicht bij elkaar staan maar ook weer niet te ver van elkaar vandaan. Met de meest gangbare regels rondom de plaatsing van seinen zal rekening gehouden moeten worden. Deze zullen we nu één voor één behandelen.

Eerste en laatste sein

De locatie van het eerste en laatste sein (S_0 en S_n) wordt van tevoren vastgelegd. De rest van de seinen zal ergens daar tussenin moeten staan.

Dwangpunten

Op sommige locaties langs het spoor mag geen sein komen te staan. Dit kan zijn omdat het fysiek niet mogelijk is of omdat het sein daar bijvoorbeeld niet goed zichtbaar is zoals vlak na een boog (bocht). Ook mag een sein niet vlak na een overweg staan omdat het dan mogelijk is dat een trein stil komt te staan midden op de overweg. Zo zijn er nog meer redenen waarom seinen ergens niet mogen staan. Deze locaties noemen we negatieve dwangpunten. Hoewel het punten worden genoemd, zijn het eigenlijk intervallen waarbinnen geen sein mag komen te staan. Er is dus een rij van negatieve dwangpunten ndp_1, …, ndp_n.

Ook zijn er locaties waar een sein moet komen te staan. Vaak is dit zo omdat een wissel afgedekt moet worden. Dan moet er dus binnen een bepaalde afstand voor dat wissel een sein komen te staan. Het interval waar dat sein moet staan wordt een positief dwangpunt genoemd. Ook van de positieve dwangpunten is dus een rij pdp_1, …, pdp_n.

Maximale bloklengte

Seinen mogen niet te ver van elkaar vandaan komen te staan. Daarom geldt er een maximale bloklengte blok_max. Deze maximale bloklengte geldt voor het gehele traject. Voor alle seinen

$S_i, i = 1 \ldots n$ geldt dus dat de afstand tot zijn voorganger hoogstens de maximale bloklengte is:

$$S_i - S_{i-1} \leq \mathsf{blok\_}\max$$

Deze waarde is gegeven en doorgaans 1800 meter.

Minimale bloklengte

Seinen mogen ook niet te dicht bij elkaar staan. Daarom geldt er een minimale bloklengte $\mathsf{blok\_}\min$. Deze minimale bloklengte geldt voor het gehele traject. Voor alle seinen $S_i, i = 1 \ldots n$ geldt dus dat de afstand tot zijn voorganger tenminste de minimale bloklengte is:

$$S_i - S_{i-1} \geq \mathsf{blok\_}\min$$

Deze waarde is gegeven en doorgaans 400 meter.

Remmen over twee blokken

Om ingewikkelde berekeningen met remmingen over vele blokken te vermijden is er voor gekozen om een trein altijd te laten remmen over maximaal twee blokken. Een trein met dus altijd kunnen remmen tot stilstand over maximaal twee blokken. Dat betekent dat wanneer deze zijn remming inzet bij sein i, de trein stil moet staan voordat deze sein $i + 2$ bereikt. Om dit te garanderen is er een minimale afstand tussen sein i en sein $i + 2$. Deze afstand staat in een remtabel. Gegeven de maximaal toegestane snelheid van een trein bij sein i en de maximale helling op het interval waarover afgeremd wordt (S_i, S_{i+2}), is een afstand te vinden. Omdat het niet uitmaakt of er volgens een getrapte of doorgaande remming geremd wordt, is hier de korte ATB-toeslag van toepassing. Noem deze minimale afstand $\mathsf{2blok\_}\min$. Er geldt dus:

$$S_i - S_{i-2} \geq \mathsf{2blok\_}\min$$

Afremblok voor wissel

Er mag niet te hard door een wissel heen gereden worden. Daarvoor is er een maximale toegestane snelheid op een wissel. Om te garanderen dat een trein niet te hard door een wissel rijdt, kunnen snelheidsborden langs het spoor staan. De snelheid op het wissel kan echter ook afgedwongen worden door de seinen. Dan toont het sein aan het begin van het afremblok voor het wissel geel met een cijfer. Zie ook figuur **??**. Het afremblok moet echter wel lang genoeg zijn om de remming te kunnen volbrengen. Noem nu $\mathsf{afremblok\_}\min$ de minimale afstand die nodig is om van de maximale toegestane snelheid bij sein $i - 1$ tot de wisselsnelheid af te remmen. Deze afstand is op te zoeken in de remtabel en is afhankelijk van de maximaal toegestane snelheid bij sein $i - 1$, de wisselsnelheid en de maximale helling op het traject tussen sein $i - 1$ en en het wissel. Dan geldt dat:

$$S_i - S_{i-1} \geq \mathsf{afremblok\_}\min$$

Ook bij een wissel moet afgeremd kunnen worden van plaatselijk maximaal toegestane snelheid tot stilstand. Wanner sein i een sein voor een wissel is, dan moet de remming van sein $i - 1$ tot sein $i + 1$ getrapt plaats kunnen vinden. Dat betekent dat eerst een remming plaatsvindt van plaatselijk maximaal toegestane snelheid tot snelheid v in het blok $(i - 1, i)$ en vervolgens een remming van snelheid v tot stilstand in het blok $(i, i + 1)$. Laat x_v de afstand zijn van blok $(i - 1, i)$ zodanig dat snelheid v bereikt kan worden bij een remming vanaf plaatselijk toegestane snelheid over blok $(i-1,i)$ en laat y_v de afstand zijn van blok $(i,i+1)$ zodanig dat van snelheid v tot stilstand geremd kan worden binnen het blok. Dan geldt:

$$\begin{aligned} S_i - S_{i-1} &\geq x_v \\ S_{i+1} - S_i &\geq y_v \end{aligned}$$

Doel is nu om een seinplaatsing te vinden die voldoet aan de seinplaatsingseisen en een minimale opvolgtijd heeft. Daarvoor wordt eerst gekeken welke seinplaatsingen mogelijk zijn en vervolgens wordt een zoektocht gestart naar de optimale seinplaatsing.

Hoofdstuk 3

Mogelijke seinplaatsingen

Een seinplaatsing is een rij $S_0, \ldots, S_n$ van kilometreringen van seinen. Noem de set van alle mogelijke seinplaatsingen O. Elke seinplaatsing in deze set is beperkt door de constraints die in paragraaf 2.6 genoemd zijn. Om de set concreet te maken zullen deze constraints per sein vastgelegd moeten worden. De constraints zijn van de volgende vorm:

$$
\begin{aligned}
S_i &\geq I\mathsf{begin}_i && \forall i && (3.1)\\
S_i &\leq I\mathsf{eind}_i && \forall i && (3.2)\\
S_i - S_{i-1} &\geq L\min{}_{1,i} && \forall i \geq 1 && (3.3)\\
S_i - S_{i-1} &\leq L\max{}_{1,i} && \forall i \geq 1 && (3.4)\\
S_i - S_{i-2} &\geq L\min{}_{2,i} && \forall i \geq 2 && (3.5)
\end{aligned}
$$

Constraints 3.1 en 3.2 geven aan waar sein S_i mag komen te staan. Constraints 3.3 en 3.4 zorgen voor de minimale en maximale afstand tussen sein S_i en zijn voorganger (S_{i-1}). Constraint 3.5 verzorgt de minimale afstand tussen sein S_i en twee seinen daarvoor (S_{i-2}). Een logische zesde constraint zou dit rijtje aan kunnen vullen. Deze zou $L\max{}_{2,i}$ kunnen geven. Deze zal in de praktijk echter nooit een rol spelen. Het doel is om tot een verzameling van mogelijke oplossingensets voor de seinplaatsingen te komen, waarbij voor ieder van deze oplossingensets de seinplaatsing door middel van constraints in de vorm van 3.1 - 3.5 vastgelegd wordt.

3.1 Gedeeltelijke oplossingensets

Om deze oplossingensets goed te bepalen wordt gebruik gemaakt van gedeeltelijke oplossingensets o'. Dat zijn sets van seinplaatsingen waarbij voor nog maar een deel van de seinen constraints zijn bepaald. Voor de andere seinen is de plaatsing nog vrij. Een gedeeltelijke oplossingenset van orde i bevat de constraints 3.1 tot en met 3.5 bepaald voor sein i. Door alle seinen af te lopen zijn uiteindelijk alle mogelijke seinplaatsingen vastgelegd in de oplossingensets waarbij ook voor het laatste sein de constraints 3.1 tot en met 3.5 bepaald zijn. Zoals in figuur **??** te zien is wordt er een boom van gedeeltelijke oplossingensets opgebouwd. Daarin worden dus telkens constraints behorende bij sein i toegevoegd aan een gedeeltelijke oplossingenset.

3.2 Constraints voor sein i

Gegeven is een gedeeltelijke oplossingenset o met de constraints bepaald voor alle seinen tot en met sein $i-1$ en het traject met daarin de routedelen en positieve en negatieve dwangpunten. Doel is nu om de hierbij horende constraints voor sein i te vinden. Dit zal in 5 stappen gedaan worden.

1. Minimale en maximale blokafstand
2. Positieve dwangpunten
3. Negatieve dwangpunten
4. Routedelen
5. 2-blokafstand

In elke stap zullen de betreffende constraints toegevoegd worden aan de oplossingenset.

3.2.1 Minimale en maximale blokafstand

De kilometrering van het eerste sein (S_0) is gegeven. Voor elk volgend sein (i) is het interval waarbinnen het voorgaande sein ($i-1$) staat bekend. Verder zijn een minimale en maximale blokafstand gegeven. Sein i zal liggen tussen:

$$I\mathsf{begin}_{i-1} + \mathsf{blok}_{\min} \leq S_i \leq I\mathsf{eind}_{i-1} + \mathsf{blok}_{\max}$$

Daarnaast zal het sein nooit verder dan het einde van het traject komen te staan. Dit interval zal vervolgens getoetst worden in de volgende 4 stappen. De overige constraints kunnen dit interval namelijk kleiner gaan maken.

3.2.2 Positieve dwangpunten

Er moet tenminste één sein in een positief dwangpunt staan. Dit houdt in dat als er nog geen sein in een positief dwangpunt staat, dan mag sein i niet voorbij dat positieve dwangpunt geplaatst worden. Het sein mag wel ervoor of erin geplaatst worden. Dit moet gelden voor alle positieve dwangpunten waar nog niet aan voldaan is. Daarom worden die positieve dwangpunten op volgorde van beginkilometrering afgegaan en wordt het interval voor sein i waar nodig aangepast.

Laat (x, y) het voorlopig interval zijn voor sein i in gedeeltelijke oplossingenset o en (a, b) het positieve dwangpunt waaraan nog niet is voldaan met laagste beginkilometrering a. Nu zijn er 3 verschillende mogelijkheden:

- Het voorlopig interval ligt volledig voor het positieve dwangpunt ($y < a$). Dan ligt het voor alle niet-voldane positieve dwangpunten. Omdat het voorlopig interval dus niet voorbij een niet-voldaan positief dwangpunt ligt kunnen we dus verder met stap 3.
- Het voorlopig interval ligt volledig voorbij het positieve dwangpunt ($b < x$). Dan is niet voldaan aan het positieve dwangpunt en is de seinplaatsing die voor de eerste $i-1$ seinen is bepaald niet mogelijk. De gedeeltelijke oplossingenset o' wordt verwijderd.
- Het interval heeft overlap met het positieve dwangpunt ($x \geq b$ en $y \geq a$). Dan moet de oplossingenset opgesplitst worden in tweeën. Een oplossingenset met een interval:

- voor het positieve dwangpunt.
  Dit interval (x, a) voor het positieve dwangpunt ligt voor alle niet-voldane positieve dwangpunten. We kunnen dus verder naar stap 3 met deze oplossingenset.
- in het positieve dwangpunt.
  Alle seinplaatsingen in de intersectie met het positieve dwangpunt $(\max(x, a), \min(y, b))$ liggen in het positieve dwangpunt. Deze voldoen aan het positieve dwangpunt maar moeten nog wel gecontroleerd worden tegen de overige positieve dwangpunten waar nog niet aan voldaan is.

Aan het eind van deze stap zullen 0 of meer gedeeltelijke oplossingensets overblijven. Voor elk van deze gedeeltelijke oplossingensets zal stap 3 gestart worden. Een bijzonder positief dwangpunt is het laatste sein. De kilometrering van dat sein ligt vast. Aan het einde van het traject ligt dus een positief dwangpunt op die kilometrering.

3.2.3 Negatieve dwangpunten

Er mag geen sein binnen een negatief dwangpunt staan. Laat (x, y) het voorlopig interval zijn voor sein i in gedeeltelijke oplossingenset o'. Voor elk negatief dwangpunt (a, b) zal gekeken moeten worden of er geen overlap is tussen beide. De negatieve dwangpunten worden op volgorde van kilometrering afgegaan. De gedeeltelijke oplossingenset o' met interval (x, y) zal door negatief dwangpunt (a, b) opgesplitst worden in:

- Een gedeeltelijke oplossingenset met het interval voor het dwangpunt $(x, \min(a, b))$.
- Een gedeeltelijke oplossingenset met het interval na het dwangpunt $(\max(x, b), y)$.

Deze intervallen worden telkens tegen het volgende negatieve dwangpunt gecontroleerd totdat het interval volledig voor het negatieve dwangpunt ligt of alle negatieve dwangpunten behandeld zijn. Aan het eind van deze controle zullen wederom 0 of meerdere intervallen overblijven.

3.2.4 Routedelen

Om te garanderen dat er van plaatselijk maximaal toegestane snelheid tot stilstand geremd kan worden binnen twee blokken is het traject opgedeeld in routedelen. Elk routedeel heeft de eigenschappen maximale toegestane snelheid en maximale helling. Als bekend is in welk routedeel sein $i - 2$ staat en in welk routedeel sein i staat, is de maximale toegestane snelheid bij sein $i - 2$ bekend en ook de maximale helling op het interval van sein $i - 2$ tot i bekend. Dat maakt het mogelijk om de minimale blokafstand tussen sein $i - 2$ en i te berekenen. Daarom zal iedere gedeeltelijke oplossingenset waarbij het interval voor sein i in meerdere routedelen ligt opgesplitst worden. De gedeeltelijke oplossingenset o' met interval (x, y) zal door routedeel (a, b) opgesplitst worden in:

- Een gedeeltelijke oplossingenset met het interval voor het routedeel $(x, \min(a, y))$. Dit interval zal ook voor alle andere routedelen liggen. De gedeeltelijke oplossingenset kan dus naar stap 5.
- Een gedeeltelijke oplossingenset met het interval na het routedeel $(\max(x, b), y)$. Dit interval wordt gecontroleerd tegen volgende routedelen.
- Een gedeeltelijke oplossingenset met het interval dat overlap heeft met het routedeel $(\max(a, x), \min(b, y))$. Dit interval wordt gecontroleerd tegen volgende routedelen.

3.2.5 2-blokafstand

In de laatste stap wordt de afstand tussen een sein i en twee seinen daarvoor $i-2$ behandeld. Deze afstand is 2blok_min. De constraint:

$$S_i - S_{i-2} \geq \mathsf{2blok}_{\min}$$

wordt dus aan gedeeltelijke oplossingenset o' toegevoegd.

3.3 Alle mogelijke seinplaatsingen

De bovengenoemde construnctie leidt tot een verzameling van oplossingensets o_k. Het mooie van deze oplossingensets is dat al deze oplossingensets samen ($O = \bigcup_k o_k$) alle mogelijke seinplaatsingen bevat. Er zijn geen mogelijke seinplaatsingen die niet in O zitten. Daarnaast zijn de oplossingensets disjunct. Er is geen seinplaatsing die in meerdere oplossingensets zit. Deze oplossingensets zal als basis gebruikt worden voor het bepalen van een optimale seinplaatsing. We weten immers dat de optimale seinplaatsing zich ergens in één van de oplossingensets schuil houdt.

Hoofdstuk 4

Optimale seinplaatsingen

Na het bepalen welke seinplaatsingen mogelijk zijn is het zaak de beste daaruit te halen. We hebben er echter oneindig veel. Alle seinplaatsingen afgaan gaat dus niet. Echter lijken sommige seinplaatsingen op elkaar. Sterker nog, seinplaatsingen die in dezelfde oplossingenset zitten lijken op elkaar. Neem je namelijk één seinplaatsing uit de oplossingenset en verschuif je daarin een sein iets in de juiste richting, dan heb je een andere seinplaatsing in dezelfde oplossingenset. Dit principe wordt gebruikt om voor grote groepen van seinplaatsingen de bijbehorende opvolgtijden te benaderen. Omdat het algoritme nogal complex is wordt eerst een globaal idee gegeven van wat het algoritme inhoudt. Vervolgens wordt de input van het algoritme gegeven en het nodige voorbereidende werk gedaan. Ten slotte worden de verschillende facetten van het algoritme behandeld.

4.1 Het algoritme in een notendop

De optimale seinplaatsingsbepaler (OSB) is een algoritme dat vanuit een groot aantal seinplaatsingen één seinplaatsing probeert te vinden met minimale doelfunctiewaarde. De doelfunctie is in dit geval de gewogen som van de opvolgtijden. Alle mogelijke seinplaatsingen waaruit de OSB mag kiezen worden gegeven door de Mogelijke SeinplaatsingBepaler (MSB). De MSB geeft een verzameling van oplossingensets. Zo een oplossingenset is een door middel van vergelijkingen (ongelijkheden) gedefinieerde set van mogelijke seinplaatsingen. Elke seinplaatsing die aan die vergelijkingen voldoet zit in die oplossingenset.

Van een gegeven seinplaatsing kunnen we de doelfunctiewaarde bepalen door de treinen over het traject te laten rijden en opvolgtijden te berekenen. Onder bepaalde condities kunnen we de seinen van deze seinplaatsing verschuiven zonder dat de doelfunctiewaarde extreem verandert. Onder niet extreem verstaan wij hierbij dat de doelfunctiewaarde continu in de verschuiving van de seinen verandert. Een kleine verschuiving van de seinen doet de doelfunctiewaarde dus niet verspringen. Als we er voor zorgen dat, door verder opsplitsen van de gegeven oplossingensets van de MSB, oplossingensets ontstaan waarvoor deze condities gelden kunnen we stellen dat de doelfunctiewaarde voor een seinplaatsing in de oplossingenset een continue functie is van de verplaatsing ten opzichte van een andere seinplaatsing in die oplossingenset.

De condities die moeten gelden zijn bijvoorbeeld dat een naderingspunt en een exitpunt niet mogen verspringen. Het blijkt dat om deze condities te laten gelden de oplossingensets erg ver opgesplitst moeten worden. Dit levert zo veel kleine sets op dat de rekentijd van een algoritme dat al deze oplossingensets bekijkt te groot wordt.Om dit te voorkomen zal slimmer gezocht moeten worden naar de optimale seinplaatsing. De OSB gebruikt daarom een Branch-&-Bound-methode om door alle oplossingen te zoeken. In plaats van het almaar opsplitsen van oplossingensets totdat de doelfunctie daarbij gemakkelijk bepaald kan worden, bepaalt het boven- en ondergrenzen voor de doelfunctie van een oplossingenset. Hierdoor kan het algoritme in de meest belovende oplossingensets op zoek gaan naar de optimale seinplaatsing en slechte oplossingensets aan de kant schuiven. Zodoende hoeven niet alle oplossingensets helemaal opgesplitst te worden tot hele kleine oplossingensets en blijft het aantal oplossingensets waarbinnen gezocht wordt klein. Voor een correcte werking zal het algoritme dus boven- en ondergrenzen van de doelfunctiewaarde moeten kunnen berekenen, oplossingensets kunnen splitsen en slechte oplossingensets weg kunnen gooien. In de volgende secties behandelen we deze onderdelen in bovenstaande volgorde.

4.2 Bovengrens

De doelfunctiewaarde van een willekeurige seinplaatsing in een willekeurige oplossingenset is al een bovengrens. De minimale doelfunctiewaarde ligt immers nooit hoger. Om een specifieke seinplaatsing uit de oplossingenset te halen stellen we een LP op. Daarin zijn de locaties van de seinen de variabelen en nemen we de constraints van de MSB mee, dat wil zeggen constraints (3.1) t/m (3.5) komen in het LP:

$$
\begin{bmatrix}
1 & & & & \\
& \ddots & & & \\
& & \ddots & & \\
& & & \ddots & \\
& & & & 1 \\
-1 & & & & \\
& \ddots & & & \\
& & \ddots & & \\
& & & \ddots & \\
& & & & -1 \\
1 & -1 & & & \\
& \ddots & \ddots & & \\
& & \ddots & \ddots & \\
& & & 1 & -1 \\
-1 & 1 & & & \\
& \ddots & \ddots & & \\
& & \ddots & \ddots & \\
& & & -1 & 1 \\
1 & 0 & -1 & & \\
& \ddots & \ddots & \ddots & \\
& & 1 & 0 & -1
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} S_0 \\ \vdots \\ S_n \end{bmatrix}
\leq
\begin{bmatrix}
I\mathsf{eind}_0 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ I\mathsf{eind}_n \\ -I\mathsf{begin}_0 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ -I\mathsf{begin}_n \\ -L\min_{1,1} \\ \vdots \\ \vdots \\ -L\min_{1,n} \\ L\max_{1,1} \\ \vdots \\ \vdots \\ L\max_{1,n} \\ -L\min_{2,2} \\ \vdots \\ -L\min_{2,n}
\end{bmatrix}
\tag{4.1}
$$

Omdat iedere seinplaatsing uit de oplossingenset een bovengrens geeft is er keuzevrijheid in welke seinplaatsing we kiezen. Om later de berekening van een ondergrens te vergemakkelijken kiezen we er voor om die seinplaatsing te nemen waarbij alle seinen zo dicht mogelijk bij het begin van het traject zijn. Dit wordt bereikt door de som van de kilometreringen te minimaliseren:

$$
\min \sum_{i=0\ldots n} S_i
$$

De LP voor het vinden van een seinplaatsing in een oplossingenset ziet er dus uit als:

$$
\begin{array}{lll}
\text{Minimize} & c^T x & \\
\text{subject to} & Ax & \leq \quad b
\end{array}
$$

met c een vector van éénen en $Ax \leq b$ zoals in (4.1).

Van deze vaste seinplaatsing kunnen de opvolgtijden berekend worden. Voor opvolging j is de opvolgtijd $\mathsf{ovt}_{i,j}(x)$ bij blok i voor seinplaatsing x het verschil tussen de rijtijd tot aan het exitpunt door trein 1 en de rijtijd tot aan het naderingspunt door trein 2:

$$
\mathsf{ovt}_{i,j}(x) = e_{i,j}.t - n_{i,j}.t
$$

Dit zijn de tijden die de treinen er over doen om te rijden vanaf waar deze begint te rijden totaan het naderings- of exitpunt. Deze tijden worden bepaald door het snelheidsprofiel en de naderings- en exitpunten te bepalen zoals in paragrafen 2.4 en 2.5.1. Maximaliseren over de blokken en wegen voor alle treinopvolgingen levert:

$$\mathsf{ovt}(x) = \sum_j w_j \max_i \mathsf{ovt}_{i,j}(x)$$

Dit geeft dus de opvolgtijd voor één seinplaatsing in de oplossingenset en daarmee een bovengrens voor de minimale opvolgtijd voor de oplossingenset. Door nu met deze seinplaatsing te gaan schuiven is ook een ondergrens te vinden.

4.3 Ondergrens

De opvolgtijd van een seinplaatsing in een oplossingenset wijkt alleen op een aantal correctiefactoren af van een willekeurige seinplaatsing (x) in de oplossingenset. Er is een vijftal relevante verschillen tussen een willekeurige seinplaatsing x en een andere seinplaatsing y:

– Naderingspunten kunnen bij een ander sein liggen.
– De seinen waarbij een naderingspunt ligt kunnen verschoven zijn.
– De seinen waarbij een exitpunt ligt kunnen verschoven zijn.
– Seinen die invloed hebben op de rijtijd tot een naderingspunt kunnen verschoven zijn.
– Seinen die invloed hebben op de rijtijd tot een exitpunt kunnen verschoven zijn.

We kunnen de opvolgtijd bij seinplaatsing y schrijven als de opvolgtijd bij seinplaatsing x plus deze correctiefactoren:

$$\mathsf{ovt}(y) = \sum_j w_j \max_i \{\mathsf{ovt}_{i,j}(x) + \alpha^x_{i,j}(y) + \beta^x_{i,j}(y) + \gamma^x_{i,j}(y) + \delta^x_{i,j}(y) + \epsilon^x_{i,j}(y)\} \tag{4.2}$$

met α, β, γ, δ en ϵ correctiefactoren voor de bovengenoemde verschillen. Als we al deze factoren bepalen is de opvolgtijd bij een seinplaatsing y direct af te leiden uit die van x. Deze factoren zijn echter erg lastig te bepalen. Ze zijn doorgaans niet lineair en kunnen discontinu zijn. Daarom zullen we elk van de factoren naar beneden afschatten zodanig dat de factoren continu en lineair in de seinplaatsing zijn. Elk van de afschattingen voor de verschillen $\alpha^*, \dots, \epsilon^*$ zullen zijn van de vorm:

$$\alpha \geq \alpha^* = a^T y + b \tag{4.3}$$

We bepalen dus niet de opvolgtijd bij elke seinplaatsing y in de oplossingenset maar een ondergrens $\mathsf{ovt}^*(y)$ daarvoor.

4.3.1 Naderingspunten bij een ander sein

Het naderingspunt van een blok (i) bij opvolging j kan op verschilllende punten. Zo kan het naderingspunt bij het eerste of tweede voorsein liggen of ergens daar tussenin. Waar precies is afhankelijk van blokafstanden en de plaatsing van seinen ten opzichte van het snelheidsprofiel van de tweede trein in de opvolging. Bij een vaste seinplaatsing waren deze blokafstanden en seinlocaties nog bekend. Voor een volledige set van seinplaatsingen zijn deze niet bekend en daarom kan de locatie van het naderingspunt niet eenduidig bepaald worden voor de gehele oplossingenset. We weten echter wel dat over het algemeen het naderingspunt niet voorbij het eerste voorsein ligt. We schatten daarom de rijtijd tot het naderingspunt af door deze bij het eerste voorsein te leggen.

$$\alpha_i^* = S_{i-1}(x).t - n_i(x).t$$

De afleiding hiervan staat in bijlage A.1.

Rood tonend sein en begin traject

Bij een rood tonend sein en het begin van het traject hoeft het naderingspunt niet voor het eerste voorsein te liggen. Naderingspunten van die blokken liggen altijd op de remcurve voor dit rode sein. Omdat de locatie waar een trein deze remcurve raakt kan verspringen bij een verschuiving van het rood tonende sein leggen we het naderingspunt bij het sein:

$$\alpha_i^* = S_i(x).t - n_i(x).t$$

Het naderingspunt van een blok net achter het blok met het roodtonende sein of blok 1 ligt bij sein $i-1$ of daar waar de trein de remcurve raakt. Hiervoor kunnen we zeggen dat het naderingspunt nooit voorbij het eerste voorsein ligt. Hier geldt dus net als bij de standaard situatie:

$$\alpha_i^* = S_{i-1}(x).t - n_i(x).t$$

De correctie α_i^* is het verschil tussen de rijtijd tot aan het eerste voorsein in seinplaatsing x met de rijtijd tot aan het naderingspunt in diezelfde seinplaatsing. Het verschil in rijtijd tot aan het naderingspunt door het verschuiven van het eerste voorsein wordt door β_i^* afgeschat.

4.3.2 Verschoven naderingspunten

Wanneer een naderingspunt verschoven wordt, verandert de rijtijd tot aan zo een punt ook. De opvolgtijd wordt kleiner bij een grotere rijtijd tot aan het naderingspunt. De factor β_i is dus minus de extra rijtijd. We beschouwen eerst de verschuiving van het naderinspunt wanneer deze bij het eerste voorsein S_{i-1} ligt. De verplaatsing van dit sein heeft invloed op de rijtijd tot het naderingspunt. Het verschil in rijtijd is gelijk aan de verplaatste afstand gedeeld door de gemiddelde snelheid van de trein over dat stuk ($\overline{v}$).

$$\beta_i = -\frac{S_{i-1}(y) - S_{i-1}(x)}{\overline{v}}$$

De gemiddelde snelheid $\bar{v}$ hoeft echter niet constant te zijn voor verschillende waarden van $S_{i-1}(y)$. Toch willen we dit verschil β_i afschatten met een functie die van de vorm in 4.3 is. Daarom schatten we $\overline{v}$ naar beneden af met v^* zodanig dat:

$$\beta_{i,j}^* = \frac{S_{i-1}(x) - S_{i-1}(y)}{v^*} \leq \frac{S_{i-1}(x) - S_{i-1}(y)}{\overline{v}(y)} = \beta_{i,j}$$

De afleiding van v^* staat in bijlage A.2.1.

Rood tonend sein en begin traject

Bij het rood tonende sein of aan het begin van het traject (blok 0) ligt het naderingspunt niet bij het eerste voorsein (S_{i-1}), maar bij sein i. Verschuiven van dit sein kan ook leiden tot verplaatsing van het naderingspunt en de afschatting voor $\beta^*_{i,j}$ is vergelijkbaar met die voor een blok met het naderingspunt bij het eerste voorsein:

$$\beta^*_{i,j} = \frac{S_i(x) - S_i(y)}{v^*}$$

4.3.3 Verschoven exitpunten

Het exitpunt kan op twee verschillende plaatsen liggen. Dit kan bij de las na een wissel waar de routes van de betreffende treinseries splitsen of bij de las na het sein aan de achterkant van blok i (S_{i+1}) zijn. In het eerste geval heeft een verschuiving van de seinen geen verschuiving van het exitpunt tot gevolg. In het tweede geval wel. Dan betekent een verschuiving van sein $i+1$ een verschuiving van het exitpunt. Het verschil in rijtijd tot aan het exitpunt is daarom vergelijkbaar met die bij het naderingspunt:

$$\gamma^*_{i,j} = \begin{cases} 0 & \text{exitpunt na splitsing} \\ \frac{S_{i+1}(x) - S_{i+1}(y)}{v^*} & \text{exitpunt achter sein } i+1 \end{cases}$$

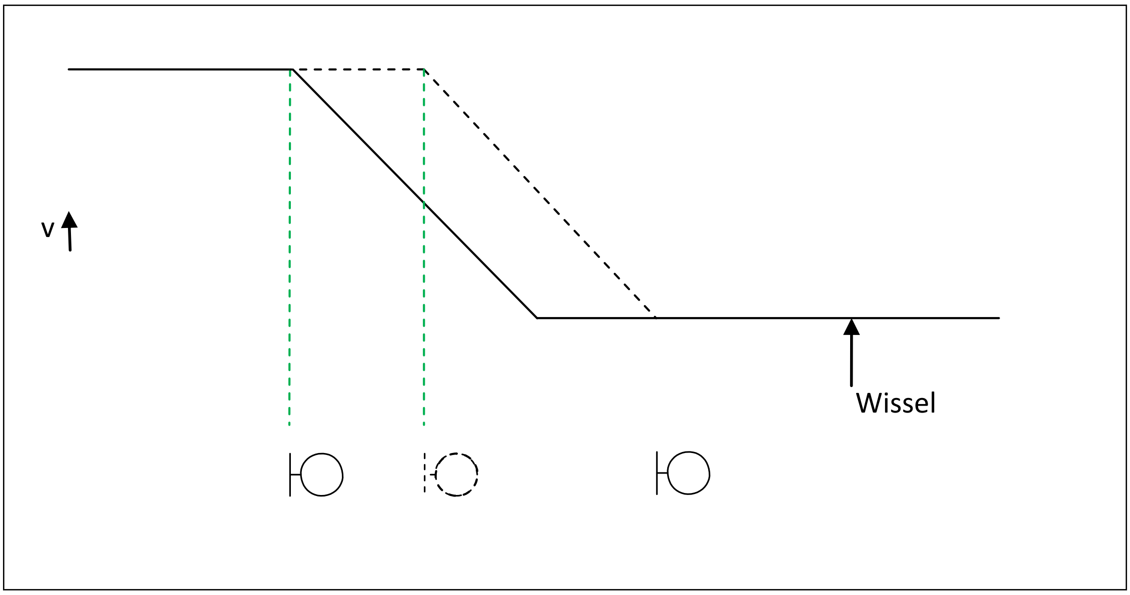
Ditmaal verplaatst het exitpunt echter vanaf sein-lasafstand na sein $i+1$ in seinplaatsing x naar sein-lasafstand na sein $i+1$ in seinplaatsing y. Zie ook figuur **??**. Ook schatten we $\overline{v}(y)$ naar boven in plaats van naar beneden af. De afleiding van v^* staat in bijlage A.2.2.

4.3.4 Rijtijdverschillen

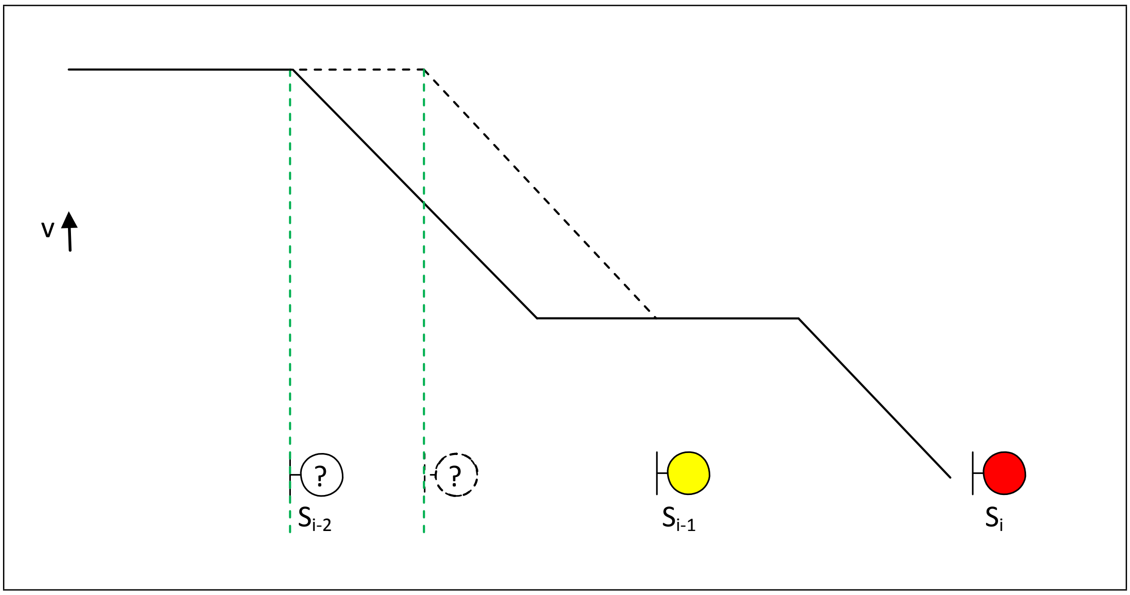
De laatste twee verschillen tussen seinplaatsing x en y zijn afkomstig van een wijziging in het snelheidsprofiel van een trein door de verplaatsing van seinen. Hoewel over het algemeen seinen geen invloed hebben op het snelheidsprofiel van een trein, zijn er seinen die dat wel hebben. Het betreft hier twee soorten seinen. Ofwel de seinen die de remming naar een wissel afdwingen of de voorseinen van een rood sein die de remming naar dat rode sein afdwingen. Voor elk van deze seinen geldt dat het verplaatsen van zo een sein de snelheid van de trein over een deel van het traject verandert.

Bij een sein dat een remming naar een wissel afdwingt wordt doordat het sein dichter bij het wissel wordt geplaatst de remming naar dat wissel verlaat. Bij het passeren van het sein vlak voor het wissel rijdt de trein weer zoals in de situatie waarbij het sein niet verplaatst is. Zie ook figuur 4.1.

Bij de seinen voor een rood sein verandert door de verplaatsing van de seinen de remming naar het rode sein. Bij het passeren van het rode sein rijdt de trein weer zoals in de situatie waarbij geen van de seinen verplaatst is. Zie ook figuur 4.2. De rijtijdverschillen zijn dus volledig opgebouwd voor locaties na het wissel of het rode sein en zijn totaal niet opgebouwd voor locaties voor het afremblok voor het wissel of het tweede voorsein van het rode sein. Locaties halverwege de remming kunnen een gedeeltelijk opgebouwd rijtijdverschil hebben. Deze gedeeltelijk opgebouwde rijtijdverschillen worden afgeschat.



Figuur 4.1: Remming naar een wissel.



Figuur 4.2: Remming naar een rood sein.

Voor het tijdstip waarop het naderingspunt bereikt wordt en het tijdstip waarop het exitpunt bereikt wordt, wordt voor rijtijdverschillen gecorrigeerd. Deze correcties kunnen, omdat we wederom met niet-lineaire verschillen te maken hebben en de verschillen moeten afschatten, verschillend zijn. Voor de naderingspunten schatten we de verschillen af met de langste rijtijden en voor de exitpunten schatten we de verschillen af met de kortste rijtijden.

Een afschatting van het rijtijdverschil voor trein k in opvolging j ten gevolge van een verplaatsing van sein i noemen we $\Delta_{i,j,k}$. Voor de twee verschillende soorten seinen waarvan de verplaatsing tot een rijtijdverschil kan leiden hebben we zodoende:

- $\Delta^w_{i,j,k}$ waarbij sein i het sein is dat het afremblok voor een wissel afdekt.
- $\Delta^r_{i,j,k}$ waarbij sein i het rood tonend sein is.

De afschattingen zijn te vinden in bijlage A.3. Deze rijtijdverschillen zijn de volledig opgelopen rijtijdverschillen.

Rijtijdverschil naar naderingspunt

Hoe groter de rijtijd tot aan het naderingspunt des te kleiner de opvolgtijd. Voor de opvolgtijd betekent dit dat gecorrigeerd wordt voor de rijtijd tot aan het naderingspunt bij blok i en opvolging j met de volgende afschattingen:

$$\delta^*_{i,j} = -\sum_{i' \leq i} \overline{\Delta^r_{i',j,2}}$$

Alle rijtijdverschillen die optreden voor het bereiken van het naderingspunt bij blok i worden gesommeerd. Het rijtijdverschil ten gevolge van de verplaatsing van een sein dat een afremblok voor een wissel afdekt is afgeschat met 0. Zodoende komt deze niet voor in de som. Voor rijtijdverschillen ten gevolge van de verplaatsing van seinen voor het rood tonende seinen geldt dat voor alleen rijtijden tot naderingspunten van blokken na het rood tonende sein die verschillen meegenomen moeten worden. Alle andere blokken hebben het naderingspunt voor het tweede voorsein van het rood tonende sein liggen.

Rijtijdverschil naar exitpunt

Hoe kleiner de rijtijd tot aan het exitpunt des te kleiner de opvolgtijd. Voor de opvolgtijd betekent dit dat gecorrigeerd wordt voor de rijtijd tot aan het exitpunt bij blok i en opvolging j met de volgende afschattingen:

$$\epsilon^*_{i,j} = \sum_{i' \leq i+1} \Delta^w_{i',j,k} + \sum_{i' \leq i} \underline{\Delta^r_{i',j,k}}$$

Alle rijtijdverschillen die optreden voor het bereiken van het exitpunt bij blok i worden gesommeerd. De rijtijdverschillen ten gevolge van de verplaatsing van een sein dat een afremblok voor een wissel afdekt treden op voor exitpunten na het afremsein. Voor rijtijdverschillen ten gevolge van de verplaatsing van seinen voor het rood tonende seinen geldt dat voor alleen rijtijden tot exitpunten die na het tweede voorsein van het rood tonende sein liggen gecorrigeerd wordt. Voor die exitpunten is immers een (gedeeltelijk) rijtijdverschil.

Zodoende hebben we vergelijking 4.2 met alle correctiefactoren lineair in y. De ondergrens wordt nu gegeven door de oplossingen van:

$$\begin{array}{rrcl} \text{Minimize} & \mathsf{ovt}(y) & & \\ \text{subject to} & Ay & \leq & b \end{array}$$

met $Ax \leq b$ zoals in (4.1). Hoewel alle correctiefactoren lineair zijn in y is dit echter geen LP. In $\mathsf{ovt}(y)$ zit nog een max-functie. Door extra variabelen ovt_j toe te voegen aan de LP kunnen we deze max-functie omzeilen. We voegen constraints toe die eisen dat:

$$\mathsf{ovt}_j(y) \quad \geq \mathsf{ovt}_{i,j}(y) \, \forall i \tag{4.4}$$

Hoe deze constraints er exact uit zien staat beschreven in bijlage A.4. Aangezien we de gewogen som van deze ovt_j minimaliseren zorgt dit er voor dat ovt_j ook daadwerkelijk het maximum aandoet:

$$\mathsf{ovt}_j(y) = \max_i \mathsf{ovt}_{i,j}(y) \tag{4.5}$$

De originele LP zoals deze voor de bovengrens gebruikt werd wordt dus uitgebreid tot:

$$\text{Minimize} \quad \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ w_1 \\ \vdots \\ w_m \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} S_0 \\ \vdots \\ S_n \\ \mathsf{ovt}_1 \\ \vdots \\ \mathsf{ovt}_m \end{bmatrix} \tag{4.6}$$

$$\text{subject to} \quad \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_0 \\ \vdots \\ S_n \\ \mathsf{ovt}_1 \\ \vdots \\ \mathsf{ovt}_m \end{bmatrix} \quad \leq \quad \begin{bmatrix} b \\ b' \end{bmatrix} \tag{4.7}$$

De matrices C en D en de vector b' zijn zodanig dat de ovt_j de juiste waarden krijgen. Hoe deze er exact uit zien staat beschreven in bijlage A.4.

4.4 Branching

In paragrafen 4.2 en 4.3 zijn een bovengrens en een ondergrens voor de gewogen som van minimale opvolgtijden bij een set van seinplaatsingen bepaald. Beide grenzen kunnen verbeterd worden. Door de oplossingenset op de juiste manier op te delen in kleinere oplossingensets kunnen betere ondergrenzen gevonden worden. Wanneer bij die kleinere oplossingensets ook een bovengrens bepaald wordt kunnen ook betere bovengrenzen gevonden worden. Bij het opsplitsen van de oplossingenset kijken we naar welke splitsing ons veel extra informatie kan geven zodanig dat de ondergrens van de gewogen som van opvolgtijden bij de opgesplitste oplossingensets dicht bij de werkelijke waarde komt te liggen. Daarvoor bekijken we de blokken die de gewogen som van opvolgtijd bepalen.

4.4.1 Kritisch blok

De blokken i waarvoor $\mathsf{ovt}_j = \max_i \mathsf{ovt}_{i,j}$ zijn de blokken die de gewogen som van opvolgtijden bepalen. Noem deze blokken kritische blokken. Voor elke opvolging is er dus een kritisch blok. Deze kritische blokken hoeven niet verschillend te zijn. Een kritisch blok zou voor meerdere of misschien wel voor alle opvolgingen het kritische blok kunnen zijn. Het blok waarvoor de som van de wegingen van treinopvolgingen waarin deze kritisch is het grootst is, kan het meest kritisch genoemd worden. Dat is namelijk het blok waarvoor een verschil in opvolgtijden de meeste invloed heeft op de gewogen som van opvolgtijden.

We voegen extra informatie toe over de seinplaatsing zodanig dat de ondergrens van de opvolgtijden bij het kritische blok beter bepaald kan worden. Dat kan op meerdere manieren. De fout die gemaakt wordt in de afschattingen van de opvolgtijden $\mathsf{ovt}^*_{i,j}(y)$ zit in de 5 termen $\alpha^{*x}_{i,j} \dots \epsilon^* i, j$.

Voor de verschuiving van naderings- en exitpunten $(\beta^{*x}_{i,j}, \gamma^{*x}_{i,j})$ en de rijtijdverschillen $(\delta^{*x}_{i,j}, \epsilon^{*x}_{i,j})$ is deze fout afkomstig van de linearisatie van het verschil in rijtijd tot een bepaald punt. Daar valt relatief weinig aan te verbeteren. Door meer informatie toe te voegen over de snelheidsprofielen van treinen rond de naderings- en exitpunten zouden betere afschattingen gemaakt kunnen worden. De term $\alpha^{*x}_{i,j}$ lijkt echter meer op te leveren. Deze factor die de verplaatsing van het naderingspunt voor zijn rekening neemt kan volledig weggewerkt worden. Door extra informatie toe te voegen over blokafstanden en de locatie van seinen kan exact bepaald worden waar een bepaald naderingspunt ligt. Dat wil zeggen, bij welk sein of op welke kilometrering. Zodoende kan gegarandeerd worden dat het naderingspunt van het kritische blok binnen een oplossingenset altijd kwalitatief op dezelfde plek ligt. Kwalitatief op dezelfde plek houdt in dat de naderingspunten op dezelfde afstand van een sein liggen of op dezelfde kilometrering liggen.

4.4.2 Naderingspunt exact bepalen

Oplossingenset o wordt dus opgesplitst in een aantal oplossingensets o' zodanig dat:

- Het naderingspunt behorende bij blok i uniek is en kwalitatief gelijk voor alle seinplaatsingen in oplossingenset o'.
- De verzameling van opgesplitste oplossingensets gelijk is aan de initiële oplossingenset o.

Naderingspunten kunnen dus nog wel verschuiven met een sein mee. Om exact te bepalen voor welke seinplaatsingen welk naderingspunt geldt wordt de oplossingenset eerst opgesplitst in seinplaatsingen waarvoor het seinbeeld in het tweede voorsein gelijk is en daarna waar het naderingspunt ligt gegeven het seinbeeld. In bijlage A.5 staat hoe dit splitsen van de oplossingenset precies in zijn werk gaat en bij welke oplossingenset welk naderingspunt hoort. Dit splitsen leidt tot oplossingensets gelijk aan de originele oplossingenset o met daaraan toegevoegd een aantal constraints om te garanderen dat het naderingspunt op een bepaalde plek ligt. Zo ligt bij een lang genoeg eerste voorblok $(S_i - S_{i-1})$ het naderingspunt bijvoorbeeld altijd bij het eerste voorsein. Deze constraints zijn van de vorm:

$$\begin{aligned} a \leq S_i &< b \\ a \leq S_{i-1} &< b \\ a \leq S_i - S_{i-2} &< b \end{aligned}$$

Bij elk van de gesplitste oplossingensets kan weer een boven- en een ondergrens voor de bijbehorende doelfunctie bepaald worden. Daarvoor ligt het naderingspunt van blok i dus vast. Het Branch-&-Bound-algoritme zal oplossingensets op blijven splitsen totdat het een (bijna) optimale seinplaatsing gevonden heeft. Daarbij kan een opgesplitste oplossingenset ook naar voren komen als kandidaat om opgesplitst te worden. Wanneer blijkt dat daarvoor het meest kritische blok al opgesplitst is, zal het algoritme het meest kritische nog niet opgesplitste blok splitsen. Wanneer alle kritische blokken opgesplitst zijn betekent dat dat de ondergrens van de oplossingenset alleen maar verschilt ten opzichte van de echte minimale opvolgtijd bij de oplossingenset op de fouten in de correctiefactoren β t/m ϵ. Deze fout wordt klein genoeg geacht. Daarom zal niet verder gesplitst te hoeven worden.

4.5 Pruning

Het laatste ingredient voor het Branch-&-Bound-algoritme is de volgorde waarin oplossingensets opgesplitst worden. De oplossingenset met de laagste lowerbound zal sowieso opgesplitst moeten worden. Deze kan immers de beste seinplaatsing bevatten. Daarom is een best-first-search-algoritme een goede keus. Dit houdt in dat een queue wordt bijgehouden welke oplossingensets bevat waarbij een lower- en upperbound berekend zijn. Deze zijn gesorteerd op lowerbound. Zo zal telkens de oplossingenset met minimale lowerbound uit de queue gehaald worden en opgesplitst worden. De opgesplitste oplossingensets worden weer aan de queue toegevoegd. Dit proces herhaalt zich tot een upperbound (er wordt één globale upperbound bijgehouden) gevonden is die gelijk is aan (of dicht genoeg ligt bij) de minimale lowerbound.

Hoofdstuk 5

Resultaten en conclusies

De belangrijkste vraag, of het Branch-&-Bound-algoritme werkt kan niet volledig beantwoord worden. De implementatie van het Branch-&-Bound-algoritme is niet voltooid. Daarom zijn resultaten in de vorm van rekentijden niet bekend. Wel zijn verschillende onderdelen van het programma getest. Dit zowel kwalitatief als op het gebied van rekentijden.

5.1 Mogelijke Seinplaatsingen

Het bepalen van mogelijke seinplaatsingen gaat zeer snel. Extreme testcases met trajecten van honderden kilometers lang worden allemaal binnen 0.1 seconde opgelost. Het aantal oplossingensets dat door het algoritme bepaald wordt loopt hierbij uiteen van 0 tot duizenden. De enige serieuze aanmerking op dit onderdeel van het algoritme is dat ervan uitgegaan wordt dat binnen twee blokken afgeremd moet kunnen worden naar stilstand. Dit kan goede seinplaatsingen met remmingen over meer dan twee blokken in de weg staan.

5.2 Rijtijd- en opvolgtijdberekeningen

Aan de basis van de bepaling van optimale seinplaatsingen liggen rijtijden en opvolgtijden. Deze worden veelvuldig bepaald. Hiertoe is een testrapport [11] geschreven. Daarin is de werking van methoden die deze tijden bepalen gevalideert. Uit het testrapport blijkt dat deze methoden naar behoren werken. Rekentijden zijn hierbij niet van essentieel belang. Deze berekeningen zijn immers in polynomiale tijd. De evaluatie van de minimale gewogen som van opvolgtijd bij een gegeven seinplaatsing is van de orde $O(m^2nk)$ waarbij m het aantal treinseries is, n het aantal seinen in de seinplaatsing en k het aantal acties dat een trein uitvoert. Hier zijn nog wel kleine winstjes te behalen, maar ten opzichte van het exponentieel hard oplopende aantal oplossingensets is dit niet van groot belang.

5.3 Totale programma

Onder de genoemde aannames worden correcte opvolgtijden berekend. Het Branch-&-Bound-algoritme zal, op een kleine overhead na, nooit slechter presteren dan het brute force algoritme dat al bestond. In een worst-case situatie waarin geen oplossingensets weggegooid kunnen worden door het algoritme zal er net zo veel gesplitst moeten worden als bij het brute force algoritme. Ook dan zullen naar alle waarschijnlijkheid betere rekentijden behaald worden vanwege efficiëntere rijtijdberekeningen.

De huidige implementatie heeft als voordeel dat de structuur van de software dusdanig is dat aanpassingen gemakkelijk te maken zijn. Verschillende onderdelen zoals de berekening van rijtijden of de invoer van data kunnen vervangen of aangepast worden zonder de werking van de rest van het programma aan te tasten.

Hoofdstuk 6

Aanbevelingen

De implementatie van het Branch-&-Bound-algoritme dat in dit verslag uitgewerkt is zal op korte termijn worden voltooid. Daaruit zal blijken of nader afstellen van het algoritme ten behoeve van de rekentijd nodig is. Twee mogelijkheden daarvoor zijn het slimmer splitsen van oplossingensets en het aanscherpen van de lowerbounds zoals beschreven in paragrafen 6.1 en 6.2. Daarnaast is er nog een aantal ongewenste beperkingen. Oplossingen daarvoor worden aangedragen in de paragrafen 6.3 tot en met 6.6.

6.1 Opsplitsen oplossingensets

Het nader specificeren van naderingspunten bij oplossingensets wordt gedaan door deze op te splitsen in kleinere oplossingensets. Aangenomen is dat een opsplitsing in een minimaal aantal oplossingensets waarvan de naderingspunten nog niet precies bekend zijn gunstiger is. Zo kan er voor gekozen worden om de oplossingenset in tweeën te splitsen. Eén oplossingenset met een kort blok ervoor zodanig dat het naderingspunt altijd bij het tweede voorsein ligt en één met langere voorblokken. Van de laatste is het naderingspunt niet bekend maar is deze in het beste geval bij het eerste voorsein.

Verder zal onderzocht kunnen worden hoe de splitsing in een minimaal aantal oplossingensets op efficiënte wijze gedaan kan worden. Oplossingensets worden namelijk opgesplitst aan de hand van verschillende seinbeelden in het tweede voorsein van een blok en vervolgens opgesplitst op waar dan het naderingspunt ligt. Het kan zijn dat twee of meer oplossingensets samengevoegd kunnen worden omdat zij hetzelfde kwalitatieve naderingspunt hebben. Verder onderzoek zou moeten uitwijzen of dit het aantal oplossingensets significant reduceert.

6.2 Betere lowerbounds

Goede lowerbounds zijn belangrijk voor de prestaties van de Branch-&-Bound-methode. Een tweetal mogelijke aanscherpingen van de ondergrenzen is te vinden bij de bepaling van rijtijdverschillen. Allereerst kunnen rijtijden nooit kleiner zijn dan de rijtijden van een ongehinderde trein. Daar wordt nu nog niet rekening mee gehouden. Hiervoor zou een extra grens op het rijtijdverschil gezet kunnen worden. Nadeel van de implementatie van deze extra grens is dat de bepaling van de ondergrens wel langer zal duren. Daarnaast werken rijtijdverschillen vaak aan twee kanten. De verplaatsing van een sein kan hetzelfde effect hebben op de eerste als op de tweede trein in een opvolging. Toch wordt voor de eerste trein een bovengrens en voor de tweede trein een ondergrens van de extra rijtijd gebruikt. Ook wanneer dit exact dezelfde treinseries zijn is dit het geval. Daarvoor doen de rijtijdverschillen voor het naderingspunt er helemaal niet toe. Er zou onderzocht kunnen worden of een aantal van deze rijtijdverschillen tegen elkaar weggestreept kunnen worden of dat niet twee rijtijdverschillen bepaald worden, maar alleen het opvolgtijdverschil wordt meegenomen.

6.3 Tegenrichting

We beschouwen alleen treinseries die dezelfde richting rijden. Er wordt dus geen rekening gehouden met tegenseinen. Het is goed mogelijk om ook functionaliteit te bieden voor treinseries die in de tegenrichting rijden.

6.4 Seinfronten en intakken

Van de seinen wordt aangenomen dat deze in seinfronten staan. Bij het intakken van treinen is dit echter in de praktijk niet het geval. Door het probleem te veralgemeniseren naar een probleem op een graaf in plaats van op een lijn kan ook de plaatsing van seinen op het intakkende spoor meegenomen worden.

Overkruisingen, waarbij een trein in tegengestelde richting rijdt, vallen ook nog niet binnen het model in te passen. Routedelen worden immers in maar één richting bereden. Ook deze beperking is opgelost door het probleem op een graaf te modelleren.

6.5 Remmen over twee blokken

Om de berekeningen relatief simpel te houden worden alleen seinplaatsingen beschouwd waarbij het mogelijk is om binnen twee blokken van plaatselijk toegestane snelheid tot stilstand te remmen. Gunstige seinplaatsingen waarbij over drie blokken geremd moet worden zijn nu dus niet mogelijk. Om deze seinplaatsingen toch mee te nemen zullen echter ingrijpende aanpassingen gedaan moeten worden. Alvorens seinplaatsingen met remmingen over meer dan twee blokken mogelijk te maken zal dus eerst kritisch naar het algoritme gekeken moeten worden.

6.6 Minimale opvolgtijd niet optimaal

Er wordt een seinplaatsing gevonden die een minimale gewogen som van opvolgtijden heeft. Dit betekent dat seinplaatsingen waarvoor een eerste trein snel rijdt en een tweede trein langzaam een voorkeurspositie hebben ten opzichte van andere seinplaatsingen. Dit kan er dus toe leiden dat er een seinplaatsing gevonden wordt met weliswaar een minimale gewogen som van opvolgtijden maar waarbij bepaalde treinen erg langzaam over het traject zullen moeten rijden. Controle van deze rijtijden door de gebruiker is dus noodzakelijk. Er zou onderzocht kunnen worden of de doelfunctie aan te passen is zodat te grote rijtijden worden vermeden.

Bibliografie

[1] M. Baohau, L. Jianfeng, L. Yong, D. Haidong, and H.T. Kin. Signaling layout for fixed-block railway lines with real-coded genetic algorithms. *Transactions Hong Kong Institution of Engineers*, 13(1):35–40, 2006.

[2] M. Berkelaar. lpsolve, versie 5.5.2.0, 2010. `http://lpsolve.sourceforge.net/5.5/`.

[3] I.A. Hanson and J. Pachl. Railway, timetable and traffic: Analysis - modelling - simulation. *Eurailpress, Hamburg*, 2008.

[4] A.H. Land and A.G Doig. An automatic method of solving discrete programming problems. *The Econometric Society*, 28(3):497–520, 1960.

[5] J. Niño and F.A. Hosch. *An introduction to programming and object-oriented design using JAVA*. John Wiley & Sons, Inc., third edition, 2008.

[6] ProRail. Algemene voorschrijften 132: Remafstanden bij de seingeving, 2005.

[7] ProRail. Algemene voorschriften 133.1: Plaatsing en toepassing van seinen, 2006.

[8] ProRail. Algemene voorschrijften 131: Het lichtseinstelsel 1955, 2006.

[9] D. van de Weijenberg. Automatische seinplaatsingen, aug 2009. Afstudeerscriptie, Universiteit Twente.

[10] D. van de Weijenberg. DeSignI, 2009. Computer Software.

[11] M. Wolbers. Testrapport Headway/DeSign, 2012. kenmerk IO-MJW-110025564.

Appendices

Bijlage A

Afschattingen

A.1 Naderingspunt bij een ander sein

Om tot een ondergrens van de opvolgtijd te komen leggen we het naderingspunt zo dicht mogelijk bij het bezette blok. Dat is over het algemeen bij het eerste voorsein van dat blok (S_{i-1}). Voor seinplaatsing y is de rijtijd tot aan het naderingspunt dus kleiner dan de rijtijd tot aan sein $i-1$.

$$n_i(y).t \leq S_{i-1}(y).t$$

De locatie van sein $i-1$ ligt echter niet vast voor seinplaatsing y. Het sein kan nog verschoven worden. De rijtijd tot aan sein $i-1$ in seinplaatsing y is gelijk aan de rijtijd tot aan sein $i-1$ in seinplaatsing x op een verschuiving van dit sein na:

$$S_{i-1}(y).t = S_{i-1}(x).t + \beta_i$$

We kiezen de correctiefactor α_i^* voor de verplaatsing van het naderingspunt bij blok i zo dat

$$n_i(y).t \leq n_i(x).t + \alpha_i^* + \beta_i$$

met β_i de correctiefactor voor het verschuiven van het verplaatste naderingspunt. De rijtijd tot aan het naderingspunt in seinplaatsing y is dus kleiner of gelijk aan de rijtijd tot aan het naderingspunt in seinplaatsing plus de correctiefactoren α_i^* en β_i. We kiezen dus:

$$\begin{aligned} n_i(y).t \leq S_{i-1}(y).t &= S_{i-1}(x).t + \beta_i \\ &= n_i(x).t + \alpha_i^* + \beta_i \end{aligned}$$

Hieruit volgt:

$$\begin{aligned} S_{i-1}(x).t &= n_i(x).t + \alpha_i^* \\ \alpha_i^* &= S_{i-1}(x).t - n_i(x).t \end{aligned}$$

A.2 Verschoven naderings- en exitpunten

A.2.1 Verschoven naderingspunt

Laat (x, z) het interval zijn waarin een sein verschoven mag worden. De gemiddelde snelheid van een trein vanaf het begin van dit interval (x) tot aan een locatie y wordt gegeven door $\overline{v}(y)$. Gezocht wordt het minimum:

$$v^* = \min_y \overline{v}(y) \; \forall y \in [x, z]$$

Het snelheidsprofiel bestaande uit acties $a_j, j = 1 \ldots M$ vertelt ons wat de toestand van de trein is terwijl deze over het traject rijdt. Noem α_j de toestand van de trein aan het begin van actie a_j en γ_j de toestand aan het eind van actie a_j.

Laat a_x de actie zijn waarbinnen x ligt en a_z de actie waarbinnen z ligt, dan kan de minimale gemiddelde snelheid v^* liggen op vier verschillende plekken:

- Aan het begin van het interval (x).
- Aan het eind van het interval (y).
- Bij een actieverandering.
- Halverwege een aanzet van onder tot boven de minimale gemiddelde snelheid tot dan toe.

We gaan elk van deze locaties in oplopende kilometrering af en v^* wordt het minimum over de gemiddelde snelheden vanaf x tot daar.

De gemiddelde snelheid tot aan x is gelijk aan $x.v$.
De gemiddelde snelheid tot aan $y > x$ is gelijk aan $\frac{y.s - x.s}{y.t - x.t}$.
De gemiddelde snelheid tot aan het begin van actie a_j waarvoor het begin van deze actie α_j tussen x en y ligt is gelijk aan $\frac{\alpha_j.s - x.s}{\alpha_j.t - x.t}$.
Voor een actie a_j welke een aanzet van onder tot boven de minimale gemiddelde snelheid tot dan toe is moeten we op zoek gaan naar het punt β_j waarvoor:

$$\frac{\beta_j.s - x.s}{\beta_j.t - x.t} = \beta_j.v$$

De gemiddelde snelheid tot aan β_j moet dus gelijk zijn aan de snelheid van de trein daar. Hiertoe lopen we de aanzettabel door en vinden we door middel van interpolatie de juiste kilometrering en snelheid. Zodoende is de minimale gemiddelde snelheid v^* in het interval (x, z) gevonden.

A.2.2 Verschoven exitpunt

Laat (x, z) het interval zijn waarin een sein verschoven mag worden. De gemiddelde snelheid van een trein vanaf het begin van dit interval (x) tot aan een locatie y wordt gegeven door $\overline{v}(y)$. Gezocht wordt het maximum:

$$v^* = \max_y \overline{v}(y) \; \forall y \in [x, z]$$

Het snelheidsprofiel bestaande uit acties $a_j, j = 1 \ldots M$ vertelt ons wat de toestand van de trein is terwijl deze over het traject rijdt. Noem α_j de toestand van de trein aan het begin van actie a_j en γ_j de toestand aan het eind van actie a_j.

Laat a_x de actie zijn waarbinnen x ligt en a_z de actie waarbinnen z ligt, dan kan de maximale gemiddelde snelheid v^* liggen op vier verschillende plekken:

- Aan het begin van het interval (x).
- Aan het eind van het interval (y).
- Bij een actieverandering.
- Halverwege een remming van boven tot onder de maximale gemiddelde snelheid tot dan toe.

We gaan elk van deze locaties in oplopende kilometrering af en v^* wordt het maximum over de gemiddelde snelheden vanaf x tot daar.

De gemiddelde snelheid tot aan x is gelijk aan $x.v$.
De gemiddelde snelheid tot aan $y > x$ is gelijk aan $\frac{y.s - x.s}{y.t - x.t}$.
De gemiddelde snelheid tot aan het begin van actie a_j waarvoor het begin van deze actie α_j tussen x en y ligt is gelijk aan $\frac{\alpha_j.s - x.s}{\alpha_j.t - x.t}$.
Voor een actie a_j welke een remming van boven tot onder de maximale gemiddelde snelheid tot dan toe is moeten we op zoek gaan naar het punt β_j waarvoor:

$$\frac{\beta_j.s - x.s}{\beta_j.t - x.t} = \beta_j.v$$

De gemiddelde snelheid tot aan β_j moet dus gelijk zijn aan de snelheid van de trein daar. Daartoe kunnen we de volgende drie vergelijkingen opstellen:

$$\begin{aligned}
\beta_j.v &= v^* = \frac{\beta_j.s - x.s}{\beta_j.t - x.t} \\
\beta_j.s &= \alpha_j.s + \frac{\alpha_j.vt_{\mathsf{pak}}}{2} + \frac{\alpha_j.v^2 - \beta_j.v^2}{2a} \\
\beta_j.t &= \alpha_j.t + \frac{\alpha_j.v - \beta_j.v}{a} + \frac{t_{\mathsf{pak}}}{2}
\end{aligned}$$

met a de remconstante. De oplossing van deze set van vergelijkingen levert de gezochte snelheid. Zodoende is de maximale gemiddelde snelheid v^* in het interval (x, z) gevonden.

A.3 Rijtijdverschillen

Een rijtijdverschil treedt op bij het verplaatsen van een sein. De twee verschillende rijtijdverschillen zijn:

- $\Delta^w_{i,j,k}$ waarbij sein i het sein is dat het afremblok voor een wissel afdekt.
- $\Delta^r_{i,j,k}$ waarbij sein i een rood tonend sein is.

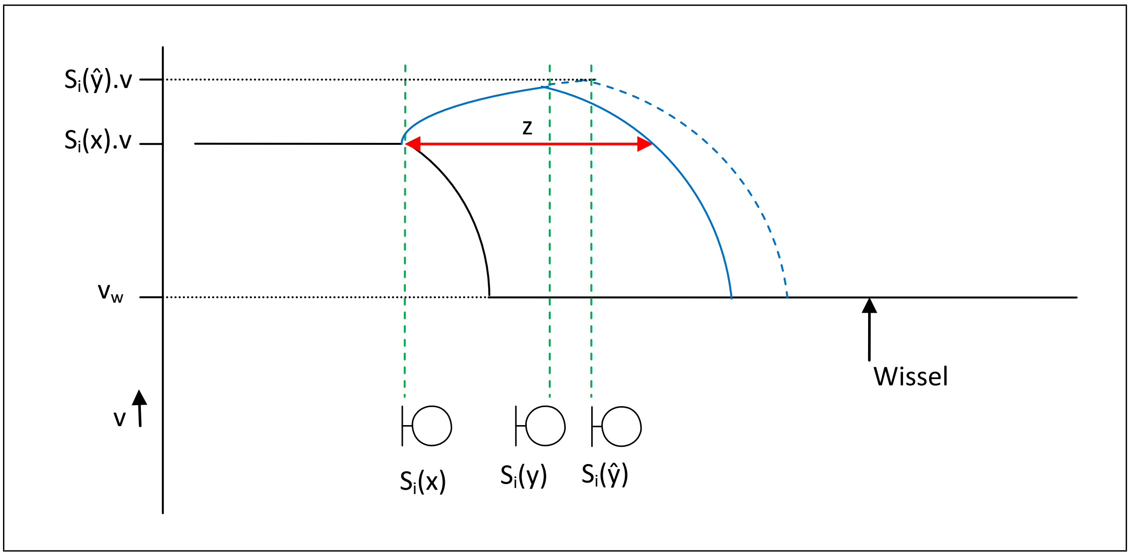
met $\Delta_{i,j,k}$ het rijtijdverschil voor trein k in opvolging j door het verplaatsen van sein i of $i-1$ of $i-2$.

A.3.1 Seinen voor een wissel

Bij een wissel treedt het rijtijdverschil op doordat er later geremd kan worden wanneer het sein dat het wissel afdekt (S_i) dichter bij het wissel staat. Wanneer een trein al in remming is over het verplaatste stuk zal het verplaatsen van het sein geen rijtijdverschil opleveren. Het rijtijdverschil is dus maximaal 0.

$$0 \geq \Delta_{i,j,k}$$

Wanneer een trein niet remt maar aanzet zal er juist een grote rijtijdwinst zijn. Een trein die aanzet boven de wisselsnelheid of met constante snelheid boven de wisselsnelheid rijdt zal later mogen remmen wanneer het sein dichter bij het wissel wordt geschoven. Dan treedt er dus een rijtijdwinst op. Zie ook figuur A.1. Bij een aanzet is deze winst het



Figuur A.1: Rijtijdverschil bij remming naar wissel.

grootst. Dan is het snelheidsverschil immers het grootst. Dit rijtijdverschil schatten we af door te bekijken waar er een snelheidsverschil optreedt en hoe groot dat verschil is. Zoals ook in figuur A.1 te zien is, wordt het rijtijdverschil opgebouwd door een snelheidsverschil over een bepaalde afstand (z).

$$z(\frac{1}{v^*} - \frac{1}{v_w})$$

Zowel het snelheidsverschil als de afstand schatten we af. Beide zijn afhankelijk van de locatie van $S_i(y)$. De gemiddelde snelheid is maximaal wanneer $S_i(y)$ maximaal is. Een zo lang mogelijke aanzet leidt tot een zo groot mogelijke gemiddelde snelheid. Laat $\hat{y}$ een seinplaatsing zijn waarbij S_i maximaal is. Dan geldt:

$$v^* \leq S_i(\hat{y}).v$$

Wanneer nu de lengte z van het interval waarover het rijtijdverschil ontstaat bekend is, is een bovengrens voor het rijtijdverschil gegeven door:

$$z(\frac{1}{v^*} - \frac{1}{v_w}) \tag{A.1}$$

De lengte z van het interval waarover het rijtijdverschil ontstaat is afhankelijk van de locatie van sein $S_i(x)$ en de snelheid bij dat sein ($S_i(x).v$). De lengte van het interval is gelijk aan de afstand tussen $S_i(y)$ en $S_i(x)$ plus nog een stuk extra. De remming vanaf sein $S_i(x)$ kan namelijk langer zijn dan die vanaf $S_i(y)$ omdat deze bij een hogere snelheid begint. Deze lengte is, aangezien die afhankelijk is van de snelheid $S_i(x).v$, niet direct te bepalen. Wel is een maximum lengte (z^*) te bepalen. De extra lengte van die remming is namelijk maximaal wanneer aangezet wordt met maximale aanzetcoëfficiënt. Bij aanzet met aanzetcoëfficiënt a en remming met remmingscoëfficiënt d geldt dat:

$$z \leq z^* = (1 + \frac{a}{d})(S_i(y) - S_i(x))$$

Dit gecombineerd met vergelijking A.1 levert:

$$\Delta^w_{i,j,k} \geq (S_i(y) - S_i(x))(1 + \frac{a}{d})(\frac{1}{v^*} - \frac{1}{v_w})$$

A.3.2 Seinen voor een rood sein

Bij een rood sein treedt het rijtijdverschil op door verplaatsing van de twee seinen voor het rode sein (S_{i-1} en S_{i-2}). De plaatsing van deze seinen kan drie verschillende remmingen opleveren:

1. **Enkele remming**
   De trein remt vanaf het eerste voorsein af naar 40 km/h.
2. **Dubbele/getrapte remming**
   De trein remt vanaf het tweede voorsein af naar een door het sein aangegeven snelheid. Vervolgens remt de trein vanaf het eerste voorsein af naar 40 km/h.
3. **Doorgaande remming**
   De trein remt vanaf het tweede voorsein af naar 40 km/h.

Omdat het soort remming afhangt van de seinplaatsing wordt de rijtijd afgeschat door de kortste dan wel langste remming. De korste rijtijd wordt behaald wanneer op het laatste moment geremd wordt. De langste rijtijd wordt behaald wanneer vanaf het tweede voorsein (S_{i-2}) met een doorgaande remming geremd wordt. De snelheid is dan immers zo snel mogelijk gedaald naar 40 km/h. We zullen dus eerst de rijtijd aanpassen ten gevolge van het veranderen van het soort remming en vervolgens schuiven met de seinen.

Langste rijtijd

Voor de tweede trein in een opvolging (waarvoor de langste rijtijd relevant is) schatten we het rijtijdverschil ten gevolge van de veranderde remming naar roodtonend sein i af met:

$$\Delta^r_{i,j,k} \leq S_i(x).\bar{t} - S_i(x).t + f(y)$$

met $S_i(x).\bar{t}$ de rijtijd totaan sein i in seinplaatsing x met een doorgaande remming vanaf het tweede voorsein. $f(y)$ vangt het verschil in rijtijd door de verschuiving van de seinen af. Nu ervan uitgegaan wordt dat er vanaf het tweede voorsein naar 40 km/h geremd wordt hebben we een situatie vergelijkbaar met een remming naar een wissel. Voor $f(y)$ kunnen we dan dus ook zeggen dat:

$$f(y) \leq 0$$

We kunnen dus zeggen dat het maximale rijtijdeffect gelijk is aan:

$$\Delta^r_{i,j,k} \leq \overline{\Delta^r_{i,j,k}} = S_i(x).\bar{t} - S_i(x).t$$

Kortste rijtijd

Voor de eerste trein in een opvolging (waarvoor de kortste rijtijd relevant is) schatten we het rijtijdverschil ten gevolge van de veranderde remming naar roodtonend sein i af met:

$$\Delta^r_{i,j,k} \geq S_i(x).\underline{t} - S_i(x).t + g(y)$$

met $S_i(x).\underline{t}$ de rijtijd totaan sein i in seinplaatsing x met een remming vanaf het eerste voorsein. $g(y)$ vangt het verschil in rijtijd door de verschuiving van de seinen af. Nu ervan uitgegaan wordt dat er vanaf het tweede voorsein naar 40 km/h geremd wordt hebben we wederom een situatie vergelijkbaar met een remming naar een wissel. Voor $g(y)$ kunnen we dan dus ook zeggen dat:

$$g(y) \geq (S_{i-1}(y) - S_{i-1}(x))(1 + \frac{a}{d})(\frac{1}{v^*} - \frac{1}{40})$$

Zie ook figuur A.1. Dat levert voor het minimale rijtijdeffect:

$$\Delta^r_{i,j,k} \geq \underline{\Delta^r_{i,j,k}} = S_i(x).\underline{t} - S_i(x).t + (S_{i-1}(y) - S_{i-1}(x))(1 + \frac{a}{d})(\frac{1}{v^*} - \frac{1}{40})$$

A.4 Constraints van afschattingen in LP.

In de LP voegen we constraints zoals in 4.4 toe. Van $\mathsf{ovt}_{i,j}(y)$ weten we dat:

$$\mathsf{ovt}_{i,j}(y) \geq \mathsf{ovt}_{i,j}(x) + \alpha_{i,j}^{x*}(y) + \beta_{i,j}^{x*}(y) + \gamma_{i,j}^{x*}(y) + \delta_{i,j}^{x*}(y) + \epsilon_{i,j}^{x*}(y)$$

Door elk van deze factoren uiteen te halen in termen afhankelijk van y en constanten kunnen we dit schrijven als:

$$a^T y - \mathsf{ovt}_{i,j} \leq -H_{i,j}$$

met $-H$ een constante opgebouwd uit alle constanten afkomstig van de factoren en $-\mathsf{ovt}_{i,j}(x)$. a bevat coëfficiënten voor de seinlocaties. Voor de verschillende factoren levert dat de volgende bijdragen aan deze vergelijking op:

A.4.1 Correctiefactor α

$$\alpha_{i,j}^{x*} = S_{i-1}(x).t - n_i(x).t$$

of

$$\alpha_{i,j}^{x*} = S_i(x).t - n_i(x).t$$

Dit zijn allemaal constanten en zodoende worden deze toegevoegd aan H.

A.4.2 Correctiefactor β

$$\begin{aligned}\beta_{i,j}^{x*} &= \frac{S_{i-1}(x) - S_{i-1}(y)}{v^*} \\ &= -\frac{1}{v^*} S_{i-1}(y) + \frac{S_{i-1}(x)}{v^*}\end{aligned}$$

of

$$\begin{aligned}\beta_{i,j}^{x*} &= \frac{S_i(x) - S_i(y)}{v^*} \\ &= -\frac{1}{v^*} S_i(y) + \frac{S_i(x)}{v^*}\end{aligned}$$

Hier wordt een term voor S_{i-1} respectievelijk S_i toegevoegd aan de constraint en wordt er wederom een constante aan H toegevoegd.

A.4.3 Correctiefactor γ

$$\gamma_{i,j}^{x*} = 0$$

of

$$\begin{aligned}\gamma_{i,j}^{x*} &= \frac{S_{i+1}(x) - S_{i+1}(y)}{v^*} \\ &= -\frac{1}{v^*} S_{i+1}(y) + \frac{S_{i+1}(x)}{v^*}\end{aligned}$$

Hier wordt ofwel niets gedaan ($\gamma = 0$) of net als bij β een term voor S_{i+1} toegevoegd aan de constraint en wordt er een constante aan H toegevoegd.

A.4.4 Correctiefactoren δ en ϵ

Voor δ en ϵ geldt dat dit een som van rijtijdverschillen is. Elk van deze rijtijdverschillen ziet er uit als:

$$\begin{aligned}\Delta_{i,j} &= c_1(S_i(y) - S_i(x)) + c_2 \\ &= c_1 S_i(y) - f S_i(x) + c_2\end{aligned}$$

met c_1 en c_2 constanten. De constanten tellen we wederom bij H op en c_1 wordt bij de coëfficiënt voor S_i opgeteld.

Wanneer we nu de matrices C en D en de vector b' uit 4.7 bekijken zien we dat C de coëfficiënten voor de S_i bevat, D aangeeft voor welke ovt_i een constraint geldt en b' de waarden $H_{i,j}$ bevat.

A.5 Naderingspunten exact bepalen

Het vastleggen van het naderingspunt gaat in 4 stappen:

1. Bepaal wanneer seinbeeld GL4FL optreedt.
2. Bepaal de overige seinbeelden.
3. Bepaal of sein $i-2$ direct beperkend is.
4. Bepaal of het seinbeeld in sein $i-2$ beperkend is vóór S_{i-1}.

1. Bepaal wanneer seinbeeld GL4FL optreedt.

Allereerst wordt onderscheid gemaakt tussen een doorgaande en getrapte remming. Wanneer de blokken B_{i-1} en B_{i-2} samen niet lang genoeg zijn voor de lange toeslag moet GL4FL (een geel sein met een knipperende 4) getoond worden. Laat x de afstand zijn die blokken B_{i-1} en B_{i-2} samen moeten hebben om getrapt te kunnen remmen en dus geen GL4FL te tonen. Maak nu twee kopieën o_{GL4FL} en $o_{\#}$ van oplossingenset o. Voeg aan oplossingenset o_{GL4FL} de constraint:

$$S_i - S_{i-2} < x$$

toe en aan $o_{\#}$ de constraint:

$$S_i - S_{i-2} \geq x$$

Voor o_{GL4FL} is het seinbeeld nu GL4FL. Voor $o_{\#}$ moet extra informatie over de lengte van blok $i-1$ toegevoegd worden.

2. Bepaal de overige seinbeelden.

Bij elk seinbeeld GR, $GL13$, $GL8$, $GL6$ of $GL4$ hoort een andere blokafstand B_{i-1}. Maak nu oplossingensets $o_{GR} \ldots o_{GL4}$ gelijk aan oplossingenset $o_{\#}$ met daaraan toegevoegd:

$$a \leq S_i - S_{i-1} < b$$

met a en b zodanig dat de blokafstand overeenkomt het seinbeeld.

3. Bepaal of sein $i-2$ direct beperkend is.

Nu is het seinbeeld van sein $i-2$ bekend. Het naderingspunt ligt bij sein $i-2$ wanneer dit seinbeeld direct beperkend is. In alle andere gevallen ligt deze bij sein $i-1$ of ergens tussen beide seinen. De oplossingenset o_x met seinbeeld $x \in \{GR, GL13, GL8, GL6, GL4, GL4FL\}$ zal dus opgesplitst moeten worden in oplossingensets waarbij het seinbeeld direct beperkend is en oplossingensets waarbij dat niet zo is. De regel die hierbij gehanteerd dient te worden is dat een seinbeeld beperkend is wanneer de trein harder rijdt dan de snelheid die het seinbeeld oplegt en niet in remming is. In alle andere gevallen is het seinbeeld niet direct beperkend. Voor oplossingensets waarbij sein $i-2$ direct beperkend is, ligt het naderingspunt nu vast op S_{i-2}. Voor de andere oplossingensets moet nog onderscheid gemaakt tussen seinplaatsingen met een naderingspunt bij het eerste voorsein (S_{i-1}) en seinplaatsingen met een naderingspunt tussen S_{i-2} en S_{i-1}.

4. Bepaal of het seinbeeld in sein $i-2$ niet beperkend is voor S_{i-1}.

Na stappen 1 tot en met 3 is het seinbeeld in sein $i-2$ bekend en zijn er oplossingensets waarbij dit seinbeeld niet direct beperkend is. Het laatste stukje informatie om te bepalen waar het naderingspunt ligt is of sein $i-1$ voor of na het eerste punt ligt waar het seinbeeld in sein $i-2$ beperkend is. Laat x de kilometrering zijn waar het seinbeeld in sein $i-2$ beperkend wordt. Dan worden er twee oplossingensets aangemaakt. Eén met de constraint:

$$S_{i-1} < x$$

waarbij het naderingspunt bij sein $i-1$ ligt en één met de constraint:

$$S_{i-1} \geq x$$

waarbij het naderingspunt op x ligt. Wanneer sein $i-1$ altijd voor of altijd na x ligt, is één van beide oplossingensets leeg en kan deze uiteraard weggelaten worden.

Na deze 4 stappen is de oplossingenset opgedeeld in oplossingensets waarbij voor elke oplossingenset het naderingspunt kwalitatief bepaald is.